H
455

von Halder

N. 2693.

E. von

Demonstrativ

Wissenschaft, g

zu r

Worinnen nicht n

als allerhand vortheilhaft

nebst sehr com

Sondern auch die Wechsel-A

nische Rechnungen auf ei

gründlich uni

Anbey eine Beschreibung der E

und Usanzen, auch Vergleichu

Nich

Die wahre Berechnung des Interu

Mathematische und curiöse Rechnun

32 Ziffern verfertigten ne

zum allgemeinen

In vier Theilen abgefasset, un

Herrn Christia

Math. Prof. P.

Zweyte

Mit Königl. Polnischem und Churfür

Leipzi

Im Verlag Bernha

Hausbergs

Rechenkunst,

der

gründlich und kurz

rechnen;

ur sowol die gemeinen,

te Rechnungsarten überhaupt,

ipendiösen Proben,

schiedtragen- und andere Kaufmän-

ne sonderbare, kurze Manier

deutlich gelehret,

uropäischen Münzen, Wechselarten

ng der Gewichte und Ellenmaaße;

t weniger

Pari, wie auch unterschiedene andere

en; ingleichen eine Probe einer bis auf

en Logarithmischen Tabelle ꝛc.

chen dargestellet wird.

mit einer Vorrede versehen von

August Hausen,

ordinar. in Leipzig.

Auflage.

Sächsischem allergnädigstem Privilegio.

1748.

Christoph Breitkopfs.

EIGENTHUM DER
AUGSBURG

Dem
Allerdurchlauchtigsten, Großmächtigsten
Fürsten und Herrn,

HERRN
Friedrich August
Könige in Polen,
Groß-Herzoge in Lithauen, zu Reußen,
Preußen, Mazovien, Samogitien, Kiovien, Volhinien, Podolien, Podlachien, Liefland, Smolensko, Severien und Czernichovien ꝛc.
Herzoge zu Sachsen, Jülich, Cleve,
Berg, auch Engern und Westphalen, des Heil. Röm. Reichs Erzmarschalln und Churfürsten,
Landgrafen in Thüringen, Marggrafen
zu Meißen, auch Ober- und Niederlaußitz, Burggrafen zu Magdeburg, Gefürsteten Grafen zu Henneberg, Grafen zu der Mark, Ravensberg und Barby, Herrn zum Ravenstein ꝛc.

Meinem allergnädigsten Könige,
Churfürsten und Herrn.

Allerdurchlauchtigster,
Großmächtigster König
und Churfürst,

Allergnädigster Herr!

Unter so vielen Opfern der getreuesten Ehrfurcht, welche Eurer Königlichen Majestät und Churfürstlichen Durchlauchtigkeit von Dero Deutschen Unterthanen täglich ge-

wiedmet werden, erkühne ich mich auch, als ein Polnischer Unterthan eines so preiswürdigen Monarchen, Demselben dieses geringe Merkmal meiner Devotion und unterthänigsten Ehrerbiethung zu Füssen zu legen.

Zwar scheinet man eines solchen Bewegungsgrundes nicht benöthiget zu seyn, wenn man sich zu einem Haupte nähert, und dessen unsterbliche Verdienste verehren will; welches gleichsam zum Schutze der Wissenschaften gebohren worden. Der große Flor der Gelehrsamkeit, der Eurer Majestät Deutsche Erblande so unvergleichlich macht, und die unschätzbare Gnade, so von Eurer Majestät

jestät allen denen zu Theil wird, die was rechtschaffenes darinn gethan haben, hätte mich ganz allein zu einer solchen Zuversicht anspornen mögen.

Selbst der in Eurer Königl. Majestät Churfürstlichen Landen unter Dero Schutze aufs höchste gestiegene Handel, hätte mich veranlassen können, Denenselben ein Buch zuzueignen, welches größtentheils der Kaufmannschaft zum besten geschrieben worden, und in dem Weltbekannten Leipzig, einer der berühmtesten Handelsstädte von Europa, ans Licht getreten, so sich unter Eurer Königl. Maj. gesegnetem Scepter täglich in größerm Wachsthume erblicket.

Allein alle diese Veranlassungen würden mir vielleicht zu schwach geschienen haben, wenn nicht ein stärkerer Bewegungsgrund der Unterthänigkeit und Ehrfurcht dazu gekommen wäre, die ein gebohrnes Polnisches Landeskind seinem allergnädigsten Landesvater zu erweisen schuldig ist. Denn da ich mirs allezeit, nebst so viel tausend andern, vor ein Glück geschätzet, unter einem so gütigen Monarchen gebohren und erzogen zu seyn; so hat mich auch selbst die Königl. Stadt Danzig, als der Ort meines vieljährigen Aufenthalts, in diesem Triebe bestätiget; als welches allen seinen Kindern von Jugend auf eine solche Hochachtung und Liebe gegen Eure

König-

Königliche Majestät einzuprägen gewohnt ist.

Es geruhen derowegen Eure Königl. Majestät und Churfürstliche Durchlauchtigkeit, dieses Kennzeichen meiner vollkommensten Unterthänigkeit mit gnädigen Augen anzusehen, und eines von Dero getreuen Landeskindern Dero Königlichen Schutzes zu würdigen, welches seinen Mitbürgern, wie sonst allezeit, also auch in diesem Buche, bestmöglichst zu dienen beflissen gewesen.

Ich werde den Allerhöchsten vor Eurer Königlichen Majestät theurestes Leben und hohe Wohlfahrt, mit brünstigen

stigen Lippen anzuflehen niemals ermüden, und mit allem Eifer vor Dero Königliches und Churfürstliches Haus, Lebenslang verharren,

Allergnädigster König und Herr

Eurer Königlichen Majestät und Churfürstl. Durchl.

Leipzig, den 1 May
1732.

allerunterthänigster gehorsamster Knecht

C. v. Clausberg.

Vor-

Vorrede

Herrn Christian August Hausens,

Mathes. Prof. P. Ordinar.

Die gründliche Rechenkunst ist ohnstreitig eine derjenigen Wissenschaften, so überall ihren Einfluß haben, und deswegen mit Recht vor die unentbehrlichsten gehalten werden. Will man aber zu einer Fertigkeit im Rechnen gelangen, so ists nicht genug, daß man auswendig lerne, wie in diesen oder jenen besondern Fällen gerechnet werde. Die allgemeinen Gründe der Rechenkunst erstrecken sich auf alle vorkommende Fragen, und müssen zuförderst wohl verstanden werden: So findet man hernach den Weg, ohne große Mühe, das Zahlbare in allerley Dingen, so vorkommen können, zu bestimmen, wenn man nur sonsten einen Begriff von ihrer eigenen Beschaffenheit hat. Nun haben wir in der That der Bücher viele, in allerley Sprachen, in welchen von dem

dem ersten vollständige, von dem andern aber eine zureichende Nachricht zu finden. Ja es ist zu diesen Zeiten, da man die Algebram überall, auch vielmals ohne Noth einmischet, die ganze Mathematik beynahe zu einer Arithmetik worden, in welcher man allerley insonderheit in die Naturwissenschaft, und daraus entspringende Künste einschlagende Dinge berechnet. Dem ungeacht aber verdienen diejenigen ihr Lob, welche auf diese oder jene Weise die allgemeinen Gründe mit der besondern Anwendung derselben verbinden, sonderlich in Dingen, die ohne große Erörterung ihrer Begriffe, oder auch Beyhülfe anderer Wissenschaften, alsbald auf Zahlen zu bringen sind: Dergleichen gemeiniglich diejenigen sind, so im gemeinen Leben am meisten vorkommen. Und obgleich auch dieses auf gar viele Art geschehen kann, und bereits geschehen ist; wie die Autores in einerley Sachen von sehr verschiedenem Geschmack zu seyn pflegen; so kann doch meines Erachtens, und da man auf die Substantialia siehet, die unterschiedene Schreibart des einen, dem Verdienste des andern keinen Eintrag thun, wenn nur auf beyden Seiten Wahrheit ist, und beyde deutlich und gründlich geschrieben. Es ist über dieses der Zweck, so Autores haben können, so verschieden, daß man sich irren würde, wenn man allen zur Regel vorschreiben wollte, was dieser oder jener zu seinem Vorhaben dienlich erachtet.

Herrn Prof. Hausens.

Was die Absicht des gegenwärtigen Werks sey, wird der Leser aus des Herrn Verfassers Vorrede ersehen können. Es werden hier die Gründe der Rechenkunst so umständlich abgehandelt, daß die, so Regeln suchen, die Regeln aber durch Exempel sich bekannt machen wollen, bey dem häufigen Vorrath von beyden nicht leicht einen Mangel verspüren werden. Dabey finden sich nicht nur die nöthigen Anmerkungen von der Natur und Eigenschaften der Zahlen; sondern es werden auch diejenigen Merkmale deutlich angegeben, aus welchen die Verkürzungen, so hier und dar auf mancherley Weise statt finden, wahrzunehmen. Und weil die meisten besondern Materien, so dieser Rechenkunst einverleibet worden, Handlungssachen betreffen, so können die, so dergleichen sich bekannt zu machen Lust haben, in diesem Stücke sich viel Nutzen versprechen. Insonderheit werden alle, so den Grund der Wechsel- und anderer dahin gehörigen Rechnungen einsehen wollen, hier einen Unterricht finden, dergleichen wir in solcher Kürze und Deutlichkeit im Deutschen noch nicht gehabt. Es ist auch zu wünschen, daß die künftigen Umstände dem Herrn Verfasser zulassen mögen, seinen Fleiß in demjenigen, was er durch besondere aus den Seriebus hergeleitete Regeln solviret hat, ferner zu üben. Und weil derselbe bereits einen guten Anfang zu vollständigern

digern *Logarithmis* gemacht, daran bey uns, so viel mir wissend, noch niemand gedacht; dieses aber eine in einigen Fällen unentbehrliche, in andern aber höchst nützliche Sache ist; so wäre insonderheit zu wünschen, daß er in dieser Arbeit fortzufahren sich entschließen möchte. Denn nicht alle, die hierinnen fortkommen können, haben Geduld und Zeit genug; und vor alle die, denen es daran nicht mangelt, ist es auch eben kein Werk, darinnen sie so wohl fortkommen könnten, ob sie gleich im übrigen der Rechnungen nicht unerfahren. Nun ist zwar nicht zu leugnen, daß durch die Series und davon herrührende Methoden heut zu Tage die *Logarithmi* viel leichter zu construiren sind, als nach der Weise der ersten Erfinder. Es ist aber auch bekannt genug, wie wenig unter denen, so Profeßion von solchen Dingen machen, angetroffen werden, die den Gebrauch der Serierum zu dergleichen Absicht genugsam einsehen; wie denn auch in Ansehen der Sache selbst, davon wir hier reden, einerley ist, auf was vor Wegen man darzu gelanget; und ist man Zweifels ohne demjenigen nur desto mehr Dank schuldig, so die Weitläuftigkeit der alten Methoden sich nicht abhalten lassen, vor andere Leute eine so mühselige Arbeit über sich zu nehmen. Leipzig den 1sten May 1732.

Vor-

Vorrede des Verfassers.

Geneigter Leser!

Ich bin nicht gesonnen, dir in dieser Vorrede damit beschwerlich zu fallen, was dir vielleicht schon in unzählichen andern, die du in den Rechenbüchern vorgesetzet gefunden, einen Ekel erwecket hat. Es ist sowol bey guten, als auch bey den allerschlechtesten Rechenbüchern nichts gewöhnlicher, als daß man darinnen der edlen Rechenkunst eine Lobrede schreibet, ihren allgemeinen Nutzen erhebet, und endlich seinen eigenen Vortrag derselben als was ungemeines, ja wol gar als ganz neu ersonnene Rechnungsmethoden bestermaßen anpreiset. So unnöthig das erstere ist, nachdem die Fürtrefflichkeit der Arithmetischen Wissenschaft von vielen gelehrten Männern vorhin schon zur Genüge dargethan worden: So vergeblich dünket

mir das letztere zu seyn. Das Lob, so ein Schriftsteller seinem eigenen Werke beyleget, scheinet allen Lesern desselben mit Rechte verdächtig; und veranlasset wol gar hernach eine Verachtung, wenn man nach dem Innhalte des vorgesetzten Titelblatts und der Vorrede mehr darinnen suchet, als nach den Kräften oder Absichten des Verfassers darinnen zu finden ist.

Zur Bestätigung dieses Satzes könnte ich eine Menge der gemeinen Rechenbücher namhaft machen; ja es haben auch einige gelehrte Männer sich in der Rechenkunst durch Schriften gezeiget, von welchen einer seine Arbeit **eine gründliche und vollständige Anweisung zur Arithmetik** benennet, da doch, anderer Unvollständigkeit, die ihm hernach mit Grunde dargethan werden soll, zu geschweigen, sein ganzes Werk nichts mehr, als die gemeinen Species nebst der Regel Detri, in sich begreifet. Ein anderer schreibet in der Vorrede seines Buches: **Wenn man 50 und noch 50 Rechenbücher zusammen nähme, so würde man in allen nicht finden, was doch in seinem ganz allein enthalten wäre;** obgleich nur der 1ste Theil desselben ans Licht getreten; der andere aber, meines Wissens, noch niemals zum Vorschein gekommen.

Doch,

Doch, ich will weder von einem noch von dem andern Buche hier viele Worte machen, sondern ein jedes nach den Kräften und Absichten des Verfassers in seinen Würden gut seyn lassen; und vielmehr nur von dem meinigen dasjenige beybringen, was zu nöthiger Erläuterung meiner Absichten, zum nützlichen Gebrauche desselben, und zur Rechtfertigung der Lehrart, welcher ich mich darinnen beflissen habe, wird dienen können.

Ich nenne mein Buch, welches ich hiermit in vier Theilen auf einmal ganz liefere, **eine demonstrative Rechenkunst; oder die Wissenschaft, gründlich und kurz zu rechnen.** Es ist bekannt, daß die Arithmetik in allen so genannten Rechenbüchern (denn von den Schriften der Mathematicorum ist allhier, wie §. 22 gemeldet worden, die Rede nicht), so meines Wissens vorhanden sind, außer in obgedachter **Anweisung**, als ein Gedächtnißwerk getrieben wird, welches man aus der bloßen Uebung lernet, ohne den Grund der Regeln zu verstehen, oder zu wissen, warum man so und nicht anders verfahren muß. Allein diese Lehrart hat mir allezeit sehr seichte geschienen, und dahero habe ich geglaubet, daß man im Unterrichte von der Rechenkunst hauptsächlich auf den Verstand zu sehen habe. Dieser empfindet nun ein großes Vergnügen, wenn er ein Ding aus dem Grunde ver-

stehen lernet, und begreifen kann, warum man durch diese Regeln ein solch Exempel auflösen könne; und wie man auf solche Regeln gekommen sey. Da nun die Arithmetik mit unter die Zahl der mathematischen Wissenschaften gehöret, ja so zu reden der Grund aller übrigen ist, und also vorlängst von den Gelehrten als eine Wissenschaft in engerm Verstande vorgetragen worden: So habe ich es vor höchst nöthig erachtet, hierinn auf der von so viel großen Männern einmal geschlagenen Bahn zu bleiben, und die Rechenkunst auch in meinem Buche **demonstrativ**, das ist **überführend** und mit **völliger Gewißheit** vorzutragen. Eben dieses zeiget das Wort **Wissenschaft** an, dessen ich mich auf dem Titel bediene. Denn ich nehme solches nicht in dem gemeinen Verstande, da man ein jedes halbigtes Erkenntniß mit diesem Namen beehret; sondern in derjenigen Bedeutung, die ihm von den grundgelehrtesten Männern in ihren Schriften von der Weltweisheit längst gegeben worden. Es heißt ihnen aber eine Wissenschaft: **Die Fertigkeit des Verstandes, alles, was man behauptet, aus unumstößlichen Gründen unwidersprechlich darzuthun:** Wie hernach in der allgemeinen Einleitung (§. 3) mit mehrern zu ersehen ist. Insonderheit habe ich mich mehrentheils in meinen Beweisen alles dergestalt

zu

zu analysiren beflissen, damit man deutlich daraus ersehen möge, wie es zugehe, daß man durch die gezeigte Regel zu der begehrten Antwort gelangen könne.

Ich verspreche also, daß man aus meinem Buche werde **gründlich und kurz** rechnen lernen; davon sich das erste nunmehro von selbsten versteht; das andere aber, auf die Vortheile zielet, so ich in großer Menge an die Hand gegeben, die weitläuftigsten Rechnungen ins kurze zu bringen. Diese Vortheile nehmen, nachdem ich in dem ersten Theile die 4 Species nebst der Regel Detri in ganzen und gebrochenen Zahlen nach gemeiner Art, jedoch sammt ihren Gründen, umständlich abgehandelt, den zweyten Theil gegenwärtigen Buches ein. Weil aber die allermeisten Vortheile aus den Eigenschaften der Zahlen hergenommen werden, so habe von diesen vorher einen gründlichen Unterricht gegeben, und alsdann die 4 Species und Regel Detri nebst ihren compendiösen Proben aufs neue, nach unterschiedenen vortheilhaften Manieren vorgetragen. Obgleich aber alle diese Vortheile, indem sie allemal von den Eigenschaften der vorkommenden Zahlen dependiren, nicht einem jeden, der nicht wohl darinnen geübet ist, bey ereigneter Rechnung sofort in die Augen fallen; so ist doch der Nutzen groß, wenn selbige den Anfängern bey

der Information angewiesen und erkläret werden: allermaßen diese durch solche Betrachtungen eine desto bessere Einsicht in die Rechenkunst erlangen.

In dem dritten Theile habe ich nebst der Regel Detri inversa, Regel Quinque, Regel Quinque inversa, und Regel Multiplex, als der sogenannten Kettenrechnung, oder Regel Conjointe, die Wechsel- und Arbitragenrechnung, so gründlich und deutlich angewiesen, als wohl niemalen von jemanden geschehen ist, oder doch wenigstens zum Vorschein gekommen.

Dabey habe ich auch nicht nur eine Beschreibung der Europäischen Münzen, Wechselarten und Usanzen, auch Vergleichung der Ellen-Maaße, sondern und vornemlich eine ganz genaue Gewichtsvergleichung, so aus den Gewichten in Natura selbst genommen sind, und daran es bis dato bey der Kaufmannschaft gefehlet hat, mitgetheilet. Denn da ich die Gelegenheit dazu in den größten Handelsstädten von Deutschland längst vergeblich gesuchet, so habe ich sie endlich in Leipzig angetroffen, allwo E. E. Rath dieser hochberühmten Stadt zu besonderm Aufnehmen der sämmtlichen allda blühenden Kaufmannschaft, selbige aus den vornehmsten Europäischen Handelsplätzen in Natura verschrieben; und mir auf mein Ansuchen eine genaue

naue Untersuchung solcher Gewichte anzustellen, und die gefundene Vergleichung derselben öffentlich bekannt zu machen, hochgeneigt erlaubet hat. Der günstige Leser wird also diesen vornehmen, und für den Flor des gemeinen Bestens so sorgfältigen Männern den größten Dank schuldig seyn, wenn ihm durch die Mittheilung einer solchen nützlichen Nachricht einiger Vortheil zuwachsen wird.

In dem vierten Theile werden sowol die übrigen kaufmännischen, als auch andere bey dem Münzwesen und Gold- und Silberarbeitern vorkommende; alsdenn auch unterschiedene mathematische und curiöse Rechnungen, insonderheit die wahre Berechnung des Interusurii bey Licitationibus zum Nutzen der Rechtsgelehrten, ausgeführet und abgehandelt.

Ich habe demnach mein Buch sowol für die Liebhaber der mathematischen Wissenschaften, als für die Kaufmannschaft, und fast vor alle geschrieben, so, daß ein jeder, (wie in meinem dieses Buches wegen anfangs herausgegebenen Avertissement schon zum voraus gemeldet worden) er sey wer er wolle, der nur Lust zu dieser edlen Wissenschaft hat, dasselbige nach derjenigen Absicht, die er in Erlernung der Rechenkunst nur immer haben mag, sich werde zu Nutzen machen; ja auch die Informatores selbsten ihr völliges Vergnügen darinnen verhoffentlich finden, und wenig-

stens sich dieses Buches als einer wohleingerichteten Methode bey ihrer Information bedienen können. Ueber dieses finden sie hierinnen auch einen solchen Vorrath an Exempeln, bey welchen nicht, wie sonst gemeiniglich in den Rechenbüchern zu geschehen pfleget, das Facit oder doch die Auflösung und Ausfindung desselben verschwiegen, sondern beyde, wenn es nur nicht gar zu geringe Kleinigkeiten gewesen, jederzeit ganz klar vor Augen geleget und erkläret worden. In diesem Stücke bin ich abermal der Lehrart der Mathematicorum gefolget, und achte ich solche einem Lehrer weit anständiger zu seyn, als daß er nur bloße Exempel, ohne Auflösung, um nur anderer Leute Kräfte zu prüfen, hinschreibet. Insonderheit, was die Wechsel- und andere Handlungs-Exempel betrifft, so habe ich solche erwählet, die gemeiniglich auf Contoiren vorkommen, auch selbige auf solche Course und Fälle, die sich täglich ereignen, gerichtet. Wenn ich aber jezuweilen einen ungewöhnlichen Gewinn oder Spesen ꝛc. angegeben, so habe es in der Absicht gethan, daß die Exempel dadurch desto deutlicher werden möchten, weil größere Zahlen mehr als kleinere ins Auge fallen.

Weil nun mein Buch vor einen jeden geschrieben worden, so habe, der §. 24 gegebenen Ursache wegen, es an keiner Deutlichkeit und genugsa-

mer

mer Erläuterung ermangeln lassen: Dahero muß man nicht alles, was nicht einem jeden besondern Leser in seinen Kram dienet, verwerfen. Denn gleichwie die Absicht in dem Gebrauche dieses Buches nicht bey allen Lesern gleich ist: Also ist auch die Fähigkeit und Tiefsinnigkeit des einen von des andern seiner weit unterschieden. Ja, wenn auch schon die natürliche Gabe und Geschicklichkeit bey etlichen gleich wäre; so kommt doch der eine noch ohne einige Vorbereitung zu meinem Werke; da dem andern sonst schon eine ziemliche Einsicht oder Uebung im Rechnen beywohnet, und ihm also alles leichter machet. Es muß sich demnach niemand durch den Anblick der leichten Sachen, die ihm nach seinem Begriffe zu weitläuftig vorgetragen scheinen möchten, hindern lassen, dasjenige zu suchen, was ihm selber noch dienlich und nöthig seyn kann. Es darf aber auch kein schwächerer sich deswegen davon abschrecken lassen, wenn er nicht alles im ersten Ansehen sofort zu begreifen vermögend ist, sondern nur durch seinen Fleiß und oftmalige Wiederholung, die vermeynte Schwierigkeit zu überwinden suchen.

Zu dem Ende will ich allhier einige Regeln geben, wie ein jeder seiner Absicht gemäß mein Werk mit Nutzen gebrauchen kann. Es enthält selbiges hauptsächlich folgende 3 Stücke in sich. I. Allgemeine Regeln; II. genugsame Erklärun-

gen derselben, durch Specialexempel; und endlich III. die hierzu gehörigen Beweise und Gründe.

Was erstlich die allgemeinen Regeln anbelanget, so kann einer, dem dieselben zu schwer oder zu dunkel scheinen möchten, sie zuerst vorbey lassen, und nur gleich die darauf folgenden Exempel vor die Hand nehmen. Hieriñen wird er nun alle mögliche Deutlichkeit finden; weil ich hier alles, was ihm ein Licht geben kann, ausführlich hingeschrieben habe. Hat nun jemand die Exempel dergestalt wohl begriffen, der wird nunmehro auch zurücke gehen, und die vorhin übergangene allgemeine Regel zu verstehen im Stande seyn.

Ein anderer aber, welcher damit zufrieden ist, daß er rechnen kann, ohne zu wissen, warum er so und nicht anders rechnet, der brauchet die darauf folgenden Beweise meiner Regeln gar nicht zu lesen. Diese sind nur für diejenigen, so nach einem höhern Erkenntnisse streben, und begierig sind, von allem den richtigen Grund zu wissen.

Was die Herren Kaufleute betrifft, welche schon seit vielen Jahren im Rechnen geübt sind, und sich keine neue obwol vortheilhaftere Multiplications- und Divisionsarten bekannt machen oder angewöhnen wollen: Diese dürfen nur die beyden ersten Theile meines Buchs vorbey gehen, und gleich in dem 3ten Theile bey der Regel

Mul-

Multiplex anfangen, und so weit bis in den 4ten Theil fortfahren, als sie es selbst ihrer Absicht gemäß nöthig oder nützlich befinden. Ueberhaupt kann ein jeder, der nicht das ganze Buch durchgehen will, in dem beygefügten Summarischen Innhalte dasjenige suchen, was er zu seinem Vorhaben verlanget. Es hat zwar voritzo die Zeit nicht gestatten wollen, ein vollständiges Register zu verfertigen: Jedoch dürfte dieses göttl. Verleihung nach nebst einem Anhange künftighin zum Vorschein kommen.

Was nun die von mir gebrauchte Lehrart anbelanget, hiervon ist bereits in meiner allgemeinen Einleitung zur Gnüge gemeldet worden; und habe ich allhier nur dieses noch erwehnen sollen, daß ich die Zahlen der Paragraphorum deswegen durch alle 4 Theile ordentlich fortgesetzet, damit ich in Allegirung derselben nicht nöthig gehabt, zugleich auch die Theile namhaft zu machen. Indessen, da mein Buch durchgehends also ausgearbeitet ist, daß das nachgehende sich immer auf das vorhergesetzte beziehet, so thut man freylich besser, es in solcher Ordnung zu lesen, wie ich es gesetzet habe, wenn man dasselbe recht einsehen will. Findet aber jemand im Aufschlagen mitten im Buche etwas, so ihm unverständlich vorkommt, so muß er sich die Mühe nicht verdrießen lassen, die angeführten Paragraphos nachzusehen, und sich daselbst Raths zu erholen. Daferne aber unter-

weilen

weilen Kunstwörter angetroffen werden, dabey keine Zahl, wo die Erklärung derselben zu finden seyn soll, angewiesen ist: so muß man versichert seyn, daß selbige in dem vorhergehenden bereits erkläret, und so vielmal schon vorgekommen, auch citiret worden, daß es ein unnöthiger Ueberfluß gewesen seyn würde, solches nochmals und so oft es wieder vorkommen möchte, anzuführen.

Wie ich mich nun in allen Stücken der Deutlichkeit beflissen habe, so wird man auch finden, daß ich zuweilen mich besonderer Wörter und Ausdrückungen bedienet, wenn bey den gewöhnlichen eine schädliche Verwirrung mit andern besorget habe. Also benenne ich z. E. in der Regel Cöci die Partes in der Zerstreuung mit Fleiß nicht Partes, sondern Stücke, weil ohnedem die erstern bey dieser Regel in einem andern Verstande, nämlich vor die eigentlich gesuchten Theile, genommen werden.

Bey dem allein will ich, wie erwehnet, von dieser meiner Arbeit nicht selbsten viel Rühmens machen, sondern es allen wahren Kennern und unpartheyischen Gemüthern zu eigener Beurtheilung anheim stellen. Ich will mich auch nicht rühmen, viel neues in meinem Werke angebracht oder erfunden zu haben; ob ich solches gleich mit gutem Grunde in gewissen Stücken thun könnte. Denn der neuen logarithmischen Tabelle, com-

pen-

pendiösen Proben, und unterschiedener anderer Dinge mehr zu geschweigen, so hat zum wenigsten meines Wissens niemand noch die Wechselrechnung so gründ- und umständlich ausgeführet, wie solche in gegenwärtigem Buche zu finden ist: Allein ich bekümmere mich wenig oder nichts darum, ob man dieses alles neu oder alt benennen will, und begnüge mich daran, daß ich auch den Grund der alten Sachen dergestalt angezeiget, daß man daraus die Art und Weise sehen kann, wie dieselben gefunden werden.

Von meiner großen Mühe und Arbeit, ehe ich solches Werk in den Stand gebracht, darinnen es nun ist, will ich gleichfalls nicht viel Worte machen. Denn diejenigen, welche dergleichen Arbeit, in welcher alles in einer bündigen Ordnung vorgetragen, und eines aus dem andern hergeleitet wird, schon unter Händen gehabt, erkennen es ohnedem; diejenigen aber, so solches noch nicht versuchet, dürfen ihre Kräfte auch nur an einigen Sätzen, insonderheit bey den Eigenschaften der Zahlen, dadurch probiren, wenn sie meine Beweise zudecken, und selbsten nachzusinnen belieben, wie der Beweis anzustellen sey; allermaßen mir mancher Beweis sehr schwer gefallen, absonderlich da ich mich beflissen, alles, außer nur zu Ende, von der Regel Falsi an, und zwar aus der §. 1374 gegebenen Ursache, ohne die Algebra, sondern arithmetisch zu erweisen.

Ich

Ich habe mich auch der Bescheidenheit bedienet, keinen Autorem, dem ich bey Gelegenheit in meiner Beschreibung nicht Beyfall geben können, namhaft zu machen. Sollte sich aber jemand hierdurch getroffen, oder seiner Meynung nach gar gravirt befinden, und sich selbsten zu erkennen geben, so erbiete mich, demselben auf Verlangen mit gleicher Bescheidenheit, der er sich gegen mich bedienen möchte, hinwiederum zu begegnen, und dasjenige, was ich behaupte, mit mehreren Umständen darzuthun.

Also dürfen sich auch diejenigen, aus deren Schriften ich einige Exempel angeführet, so lange nicht beschweren, bis sie zuförderst dargethan haben, daß ihre angegebene Auflösungsarten nicht von mir seyn verbessert worden. Denn eben hierinnen bestehet die ganze Kunst, keinesweges aber in den bloßen Fragen; allermaßen auch ohnedem die meisten Aufgaben, als z. E. **Zahlen zu addiren, zu subtrahiren** ꝛc. in allen Rechenbüchern übereinkommen, und wird gleichwol niemand so thöricht seyn, sich dieserhalben zu beschweren.

Uebrigens will ich alle diejenigen, die mein Buch lesen werden, hierdurch freundlich ersuchen, daß sie nicht eher davon urtheilen, oder gar mit Einwürfen aufgezogen kommen mögen, bis sie alles mit Fleiß, vom Anfange bis zu Ende, werden durchgegangen

gangen und verstanden haben. Wollen sie nun diese Mühe sich nicht verdrüßen lassen, so habe das gute Vertrauen, daß ich nicht nur ihren Beyfall, sondern auch nach Gelegenheit ihren Ruhm, und bey einigen gar einen aufrichtigen Dank verdienen und erlangen werde.

Weil ich mir aber gleichwol vorstellen kann, daß es mir so wenig, als den Schriften der gelehrtesten Männer an Tadlern und unbilligen Richtern fehlen wird, und daß mein Werk insonderheit bey meinen neidischen Gegnern nicht gar zu viel Beyfall erlangen werde: So habe ich wider diese Leute mich zu schützen das **gute Zeugniß** eines großen Mathematici, **Sr. Magnificenz Herrn Professor Hausens**, der mein Buch mit seiner Vorrede zu beehren beliebet, aufzuweisen: Welches zum wenigsten von solchem Gewichte seyn wird, auch zehenfache Verkleinerungen meiner Widersacher niederzuschlagen. Eben in Ansehung des Zeugnisses von diesem vortrefflichen Manne habe mich vor die von einigen Arithmeticis mir offerirte Lobschriften, welche insgemein den Rechenbüchern vorangesetzet werden, höflich bedanket, und mich viel lieber an gedachtem Zeugnisse begnüget.

Da auch seit einiger Zeit in Hamburg 2 Scartequen, ohne eines Autoris Namen, voller Anzüglich-

züglichkeiten und Läſterungen wider mich heraus gekommen, worunter inſonderheit die letztere, das bekannte Lübeckiſche Problema betreffend, mich genöthiget, um auch allen denjenigen, welche die von mir, dieſes Streits wegen, herausgegebene **vorläufige Abweiſung** ſelbſt einzuſehen, nicht im Stande ſind, meine gerechte Sache beyzubringen, mich um glaubwürdige Atteſtata berühmter Mathematicorum zu bewerben; als habe bey dieſer Gelegenheit die diesfalls bereits erlangten Atteſtata zu Ende dieſer Vorrede einrücken, und der unpartheyiſchen Welt vor Augen legen wollen. Dieſe Zeugniſſe werden verhoffentlich mehr Glauben verdienen, als alle meine mißgünſtige Feinde. Sollte ſich alſo noch ferner einer von meinen bisherigen Gegnern gelüſten laſſen, wider mich zu ſchreiben, oder ſich wol gar ſo ungereimt aufzuführen, als einer von ihnen, wie mir berichtet worden, ſchon gethan, welcher den Lebenswandel meiner Jugend zu erforſchen, und damit auf eine abgeſchmackte Art eine arithmetiſche Streitigkeit aufzuputzen geſuchet haben ſoll: So dienet demſelben zu wiſſen, daß ich mir die Mühe nicht nehmen werde, darauf zu antworten, wo er nichts gründlichers als bishero geſchehen, wider mich vorbringen ſollte. Indeſſen verzeihe ich ihnen das bisherige, und lebe

der

der guten Hoffnung, daß sie sich künftig in ihren Schranken halten werden.

Schließlich habe wegen meiner Schreibart noch erinnern sollen, daß ich mehr auf die Deutlichkeit als auf zierliche Reden gesehen. Daß aber fast alle Kunstwörter mit deutschen Buchstaben gesetzet worden, solches wird verhoffentlich niemanden, dem die in deutscher Sprache zeithero heraus gekommene Schriften bekannt sind, fremde vorkommen; zumalen es auch gleichviel gilt, mit was für Buchstaben ein Wort gesetzet worden, wenn man es nur lesen kann.

Endlich wegen der wenigen Druckfehler, die alles angewandten Fleißes ungeachtet, sich dennoch etwa eingeschlichen haben möchten, beliebe der **Hochgeneigte Leser** die Schuld auf die Unvollkommenheit aller menschlichen Dinge zu schieben, und dieselben gütigst zu corrigiren.

Leipzig den 7 May
1732.

C. von Clausberg.

Sr. Magnificenz Hrn. Prof. Hausens zu Leipzig Attestat wegen des bekannten streitigen Lübeckischen Problematis, daß alles, wie es von mir in der Abweisung bemerket worden, auch Seine wahre Meynung von dieser Sache sey.

Es hat bey mir Herr C. von Clausberg eines Problematis gedacht, so Ihme zur Solution in Nieder-Sachsen offeriret worden, und zwey dahin gehörige Schriften, als die so genannte gründliche Anzeige ꝛc. von seinem Gegner A. F. M. und die vorläufige Abweisung ꝛc. von Ihme, Hrn. Clausbergen, selbst verfertiget, communiciret, mit Ersuchen, die Sache zu erwegen, und meine Meynung davon Ihme schriftlich zuzustellen.

Nachdem nun beyde Schriften wohl gelesen, so trage kein Bedenken, meine Gedanken von dieser Sache dahin zu eröffnen.

1. Daß in der Aufgabe, so wie sie anfangs abgefasset, und von Herrn von Clausbergen in der Abweisung p. 9. und 10. unter einem besondern Instrument eines hierzu requirirten Notarii wiederholet, und p. 16. und 17. evolviret worden, drey verschiedene Aufgaben enthalten, welche so zusammen hängen, daß, obgleich die erste ohne die übrigen solviret werden kann, doch hingegen die andere der ersten, und die dritte der ersten und andern Solution vorläufig erfordere.

2. Daß in Ansehen des dritten Theils nur gedachter Aufgaben, da Buchstaben aus Zahlen, und

Zahlen

Zahlen aus Buchstaben zu eruiren sind, ohne daß man die Valores des Alphabets angiebt, ein nöthiges Datum mangele.

3. Daß die Solution der ersten Aufgabe von Theilung eines Ganzen in partes continuo proportionales &c. so wie sie p. 39. 40. 41. und 42. der Abweisung von Herrn von Clausberg publiciret ist, in augenscheinlicher Wahrheit beruhe; auch mit gebührender Kürze und Concinnität, so bey Solutionen erforderlich, expediret worden, und folglich

4. Daß die mittlere Zahl keine Rationalzahl seyn könne, welches auch aus der Analysi p. 51. der Abweisung, da der mittlere Terminus allein bestimmet wird, zu ersehen. Solchergestalt

5. auch von sich selbst ergiebet, daß die mittlere Zahl nicht $7\frac{2}{3}$ oder $7\frac{1}{2}$, und die kleinste Distanz nicht 8 seyn könne.

6. Daß also, da diese 8 erfordert würde, durch Auflösung der andern Aufgabe den rechten Divisorem zu finden, der die angegebenen Namen heraus brächte, wenn man das Alphabet nach der Arithmetica Mercatoria nova des Hrn. Oehlers erklärte: So wäre freylich dießfalls die ganze Aufgabe überhaupt von widereinanderlaufenden Dingen nicht frey, und also nach der gemeinen Sprache falsch zu nennen.

7. Daß die fünf Zahlen nur auf eine einzige Art in möglichen Expreßionen zu bestimmen, wie p. 42. in der Abweisung geschiehet, und die letzte Aequation, von welcher die Auflösung dependiret, ungeachtet ihrer zwey möglichen und wahren Wurzeln, dennoch nur eine einzige solche Seriem von

fünf Zahlen gebe, wie das Problema verlanget. Welches auch gar nichts neues noch paradoxes ist.

8. Daß vielweniger also die mittlere Zahl nach Belieben angenommen werden könne, da das Problema nichts weniger als indeterminatum ist.

Welches alles, wie es bereits von Herrn von Clausberg mit mehrern in der Abweisung bemerket worden, auch meine wahre Meynung von dieser Sache ist, und durch gegenwärtiges unter meiner Unterschrift und Siegel auf Verlangen bekräftiget wird. Leipzig, den 24. Decembr. Anno 1731.

(L.S.) Christ. Avg. Havsen,
Prof. Matheseos in Acad.
Lipsiensi.

Sr. Magnificenz Herrn Prof. Hasii zu Wittenberg Attestat über vorgedachtes Problema.

Dieser contestiret nicht allein in einem an mich abgelassenen Schreiben, wie Er meine Gedanken so wohl gegründet und richtig befunden, auch dieselben jedem Kenner von selbsten dergestalt in die Augen fallen müßten, daß ich dieserwegen ferner keines Attestats benöthiget wäre; sondern hat auch in Ansehung derer, welche nicht unterscheiden können, ob die Nachreden meiner Gegner gegründet oder ungegründet seyn, zu Steuer der Wahrheit, mir noch insbesondere folgendes Zeugniß mitgetheilet.

Nachdem Herr C. von Clausberg bey Uebersendung dreyer Tractätgen:

Davon eines: **Kurzgefaßte Erklärung** ꝛc.

Das andere: **Gründliche Anzeige** ꝛc.

Das dritte: **Vorläufige Abweisung** ꝛc.

betitelt, (von welchen das erste und dritte von ihm selbst, das andere aber von seinem Gegner ausgegeben worden) wegen eines streitigen in denselben enthaltenen Mathematischen Problematis und dessen Solution mein Gutachten und Meynung zu wissen verlanget; in selbigen auch andere und mehrere Nebenquästiones befindlich:

So habe nach geschehener Erwegung derselben, so viel die Zeit und Gelegenheit dermalen verstattet, sowol von der Hauptsache, als ein und andern der gedachten Nebenfragen, meine Gedanken eröffnen wollen, dergestalt:

1. Daß angehend das streitige Lübeckische Problema selbsten, wie solches nach p. 9. 10. der Abweisung aufgegeben worden, ausgemacht sey, daß solches in effectu dreyfach, oder drey besondere Problemata enthalte, wie solche p. 16. der Abweisung evolviret worden.

Wovon demnach das erste arithmetisch, das andere Geometrisch, das dritte gar nicht Mathematisch sey.

2. Das erste aber, so die Findung von 5. Terminis geometricis continue proportionalibus erfordert, ist ein vollkommen determinirtes Problema, in dessen Solution kein Terminus oder Zahl nach Gefallen angenommen werden darf oder kann.

3. Und zwar obwol bey Aufgabe desselben nicht expresse gedacht worden, daß eine progressio continua verlangt werde, so ist doch keine andere darunter zu verstehen, als continua, so daß eine progressio discontinua für eine contradictionem in adiecto zu achten.

4. Hätten aber sollen die Termini nicht in progressione continua seyn, so hätte das Wort Proportio müssen gebraucht werden, alsdenn aber wäre

erst

erst das Problema ein Indeterminatum zu nennen gewesen.

Jedennoch aber, wenn es auch in diesem Fall einen Sensum haben, und nicht für ein unvollkommenes Problema sollte angesehen werden, so müßte wenigstens noch eine Condition deutlicher ausgedrückt seyn, als zum Exempel: Daß die drey ersten Termini in proportione continua, wie auch die drey letzten in proportione continua seyn, der letzte aber in der ersten Proportion zugleich der erste in der andern Proportion seyn sollte.

Hergegen aber, da also eine Progreßio, (welche hoc ipso continua seyn muß) von 5. Terminis verlanget worden, ist so weit gewiß, daß die drey Data, so in der Aufgabe solches ersten Problematis enthalten, (nämlich summa numerorum, summa quadratorum, und conditio progressionis geometricae) dasselbe zu einem Problemate determinato gedachter maßen machen, in welchem kein Terminus nach Belieben anzunehmen.

5. Dahero auch außer denen vom Herrn von Clausbergen p. 42. der Abweisung angegebenen Zahlen, so dieses Problema solviren, keine andere möglich.

6. Auch der mittlere Terminus kein rationalis, sondern ein irrationalis, wie p. 42. & 52. besagter Abweisung angewiesen seyn muß.

7. Das dritte Problema, so von Eruirung gewisser Buchstaben handelt, ist kein Mathemati-

 sches

sches Problema, auch von keinem, der nicht Belie-bung an solchem Buchstabenspiel, welches ohnedem von keinem Nutzen in Wissenschaften, träget, zu fordern, daß er dergleichen kundig. Dannenhero auch nicht prätendirt werden kann, daß jemand errathen solle, ob des Herrn Oehlers, oder ein ander Alphabet dem Proponenten im Sinne gewesen. Vielmehr aber, da der Proponent sich nicht selbsten expliciret, was er vor Valores seinen Buchstaben attribuiret wissen wolle, ist das Problema zu achten, als ob es gar nicht aufgegeben, oder als ob ein Datum in demselben zu wenig.

8. Die incidenten Fragen und Materien betreffend, so zeuget von keiner genugsamen Erkenntniß der Sache, wenn jemand sagen und behaupten will, daß ein numerus concretus per concretum, oder eine benannte Zahl mit einer benannten, außer in der Geometria, (womit es doch auch eine ganz besondere und andere Bewandniß hat) könne eigentlich multipliciret werden.

Und dahero kann auch die Multiplication mit Thalern so wenig geschehen, als v. g. mit Kälbern; und eben so wenig kann eine Sache Thalermal, zweythalermal ꝛc. groschenmal, zweygroschenmal, dreygroschenmal ꝛc. genommen werden, (denn solches heißt multipliciren) als kalbmal, zweykalbmal ꝛc. Wie von solchem Vorgeben aus diesem Exempel die Absurdität in die Augen leuchtet.

9. Angehend den Numerum datorum in einem Problemate, so scheinet die Meynung der Widri-

gen

gen des Herrn von Clausbergs, als in der gründlichen Anzeige p. 17. dahin zu gehen, daß, wenn zum Exempel in dem streitigen Hauptproblemate, x und y, oder zwey incognita, das ist unbekannte oder gesuchte Zahlen und Quantitäten vorkommen, auch nur zwey Data oder bekannte Sachen nöthig seyn.

Es ist aber dieses etwas unvorsichtig geredet, und verhält sich die Sache eigentlicher also: Daß, so viel Incognita sind, so viel auch Aequationes oder Gleichungen seyn müssen, hergegen erfordern einige Problemata mehrere Data als Quäsita, wenn sie vollkommen determiniret seyn sollen.

Dergestalt enthält oben erwehnter maßen das streitige Hauptproblema zwey unbekannte, aber drey bekannte (nämlich die summam progressionis, die summam der Quadratorum von den Terminis, und die Hauptcondition de progressionalitate terminorum). Wie denn, daß solches in allen von der progressione arithmetica und geometrica handelnden Problematibus nothwendig also seyn müsse, notorisch. Hundert anderer Fälle zu geschweigen.

10. Ingleichen scheinet auch von Ihnen statuiret zu werden, daß simpliciter so viel Dimensiones in der Aequation eines Problematis, wenn sie auf das nihilum reduciret ist, (in aequatione ad nihilum reducta) und sonsten seyn, so viel auch wirkliche Valores der gesuchten unbekannten Quantität oder Wurzeln der Aequation seyn. Welches, daß es nicht nur wegen der radicum imaginariarum,

so darinnen seyn können, nicht angehe, Herr von Clausberg wohl erinnert, sondern auch von ihm wohl angebracht ist, daß auch nicht allezeit alle so genannte wahre und wirkliche (reales) Wurzeln einer Aequation zu dem primario intendirten und particulieren Problemate etwas nutzen und gehören. Wie dergleichen Exempel in denen Rechnungen von doppelt Interesse, oder Interesse von Interesse, toto die vorkommen, und was es ferner damit vor Bewandniß habe, sich gründlich und eigentlich in meiner Dissertation de nihilo mathematico von dem §. 79. bis 122. incl. deducirt befindet.

Wie nun, was hier angeführt, alles auf sonnenklaren Beweisthümern und Gründen beruhet; also trage kein Bedenken, davon öffentlich hiermit meine Meynung zu profitiren, und mit Unterschrift meines Namens zu bekräftigen.

Wittenberg, den 30 Apr.
1732.

(L.S.) Io. Matth. Hasivs,
Math. P. P. Witteb.

Sum=

Summarischer Inhalt aller vier Theile.

Im ersten Theile.

Allgemeine Einleitung in die Rechenkunst, auch von der mathematischen Lehrart pag. 1
Von der Zahl = = 14
Vom Zählen = = 23
Von der Numeration = = 25
Von den Polnisch-Preußischen Münzen, Gewichten und Maaßen §. 86 sequ. 41
Von der Addition = = 50
Von der Subtraction = = 60
Von der Multiplication = = 70
Von der Division = = 113
Summarische Betrachtungen der sämmtlichen 4 Specierum = = 155
Von der Regula Proportionum ꝛc. = 171
Von der Verhältniß und Proportion = 172
Von der Regel Detri = = 190
Von der gemeinen Probe der vier Specierum und Regel Detri = = 213
Von den Theilen eines ganzen Dinges, wie auch von vermischten und mehrerley namigen Zahlen 219
Von der Addition der Theile eines Ganzen ꝛc. 243
Von der Subtraction der Theile eines Ganzen ꝛc. 251
Von der Multiplication der Theile eines Ganzen ꝛc. 258
Von der Division der Theile eines Ganzen ꝛc. 289
Von der Regel Detri in Theilen eines Ganzen ꝛc. 314
Von der gemeinen Probe der vier Specierum und Regel Detri ꝛc. = = 336

Im

Im andern Theile.

Einleitung in die Practicam oder Rechnungs-Vortheile = = pag. 339
Eine gründliche Abhandlung von den Eigenschaften der Zahlen = = 345
Von dem Kleinern und den Kennzeichen der Zahlen so aufzuheben sind = = 405
Von dem kleinsten Generalnenner = 433
Von den Vortheilen in der Addition = 445
Von den Vortheilen in der Subtraction = 457
Von den Vortheilen in der Multiplication = 460
Von den Vortheilen in der Division = 572
Von den Vortheilen im Resolviren der Brüche 611
Von den Vortheilen in der Regel Detri = 613
Von den vortheilhaften Proben der 4 Specierum und Regel Detri = = 676

Im dritten Theile.

Einleitung in die besondere und zwar kaufmännische Rechenkunst = = 707
Von der Regel Detri inversa = = 710
Von der Regel Quinque oder Duplici = 722
Von der Regel Quinque oder Duplici inversa 750
Von der vortheilhaften Probe dieser Regeln §. 938. 763
Von der Regel Multipler oder Conjointe 769
Von der vortheilhaften Probe dieser Regel §. 965. 788
Von der Beschaffenheit der Wechselnegotien und ihrer Berechnung = = 791
Von Wechselreductionen = = 813
Und zwar beliebiger Summen, nach der Regel Detri, §. 1019. = = 814

Eines

Eines Courses oder Preises, nach der Regel Detri, §. 1021. = = pag. 833
Beliebiger Summen, nach der Regel Multiplex, samt ihren vortheilhaften Proben §. 1024. 853
Eines Courses oder Preises, nach der Regel Multipler, §. 1026. = = 889
Von Wechselreductionen mit der Berechnung der Spesen, §. 1029. sequ. = 904
Vom Gewinn und Verlust beym Wechselhandel 915
Von Wechselarbitragen = = 968
Von Wechselcommißionen = 1004
Von vermischten Wechseln, insonderheit von Berechnung der Waarenpreise = 1042
Von dem Pary = = 1053
Von den Europäischen Münzen und Wechsel-Arten, nebst andern beygefügten nützlichen Sachen 1061
Von der Europäischen Gewichts- und Ellen-Vergleichung = = 1101

Im vierten Theile.

Fortsetzung der besondern Rechenkunst = 1107
Von gemeiner Interesserechnung = 1108
Von der Zeitrechnung = = 1152
Von gemeiner Rabattrechnung, oder gemeinem Interusurio = = 1164
Von dem gewöhnlichen Rabatt bey dem Waaren-Handel, §. 1221 sequ. = 1181
Von Interesse auf Interesse = 1191
Vom Rabatt oder Interusurio der Interesse auf Interesse = = 1218

Von

Summarischer Jnhalt aller vier Theile.

Von Berechnung des Interulurii bey Licitationibus pag. 1229

Beweis der Unrichtigkeit des in einem, unter dem Titul: Klugheit Hauszuhalten, neulich allhier zum Vorschein gekommenen Tractätgen enthaltenen Anhangs vom Interulurio §. 1282. = 1237

Von der Thararechnung = = 1241

Von Stich=und Tauschrechnung = 1255

Von der Gesellschaftrechnung = 1264

Von Gold=und Silberrechnung, auch deren Gewichte und Gehalt ins feine = 1284

Von der Regel Alligationis, und Beschickung des Tiegels = = 1294

Application dieser Regel auf die Miscibilia, deren Schwere durch Hülfe des Wassers gefunden worden, §. 1349. = 1326

Von der Regel Cöci = = 1331

Von der Beschaffenheit der Zinnrechnung §. 1369 und 1370 = 1349

Von der einfachen und doppelten Regel Falsi = 1350

Von den Quadrat=und Cubikzahlen nebst ihren Wurzeln = = 1371

Von der Arithmetischen Progreßion = 1383

Von den Polygonalzahlen = 1394

Von der Geometrischen Progreßion = 1400

Von den unendl. Seriebus oder Reihen Brüchen 1413

Von den logarithmischen Zahlen = 1426

Von meiner großen logarithmischen Tabelle §. 1474. 1431

Endlich Miscellanea von unterschiedenen theils nützlichen und theils curiösen Sachen. 1439

Verzeich=

Verzeichniß

derer in diesem Werke befindlichen Abbreviaturen und Charakteren, nebst ihren Erklärungen.

Abth.	=	Abtheilung.
Alb.	=	Alberts.
B°.	=	Banco.
Ca.	=	Circa.
Ctr	=	Centner.
Compl. oder Complem.		Complement.
Cop.	=	Copeken.
Cor. Cour.	=	Courent.
Court.	=	Courtagio.
d. i.	=	das ist.
Diff. oder Differ.	=	Differenz.
d°.	=	dito.
Duc.	=	Ducaten.
El.	=	Elle.
E. g.	=	Exempli gratia.
fl.	=	Gulden.
Gr	=	Groschen.
Gg.	=	Goldgulden.
Ggr	=	Gute Groschen.
GGw.	=	Gut Gewicht.
Gr.	=	Grän.
Gr. St.	=	Großstein.
Holl.	=	Holland oder Holländisch.
Kar.	=	Karat.
K. oder Kayf.	=	Kayser.
Kl. St.	=	Kleinstein.
XThl.	=	Kreuzthaler.
KMz.	=	Kupfermünz.
Lfd	=	Liefpfund.
Lt.	=	Loth.
Lbl.	=	Louis blanc.
L'd'or	=	Louis d'or.
Lüb.	=	Lübisch.
L.	=	Pfund beym Gelde.

℔	=	Pfund beym Gewichte.
m. oder ×	=	mal.
ℳ	=	Mark.
m. o. w.	=	mehr oder weniger.
Mgr	=	Mariengroschen.
N⅔	=	Neue Zweydrittelstücke.
Pen.	=	Pfennig Holländisch.
p.	=	per.
p. C.	=	pro Cento.
Pol.	=	Polnisch (näml. Poln. Preußen)
Prod.	=	Product.
Pz.	=	Probzahl.
Qu. oder qu.	=	Quentlein.
Qu. oder Quot.	=	Quotient.
Rthl.	=	Reichsthaler.
R.	=	Rest, oder Ruthe.
Schℳ.	=	Schiffpfund.
Sch.	=	Schuhe.
Sc.	=	Scudo.
Spec.	=	Species.
St.	=	Stein, oder Stüber.
Sterl.	=	Sterling.
S. oder Sum.	=	Summe.
ß	=	Schilling.
Thl. oder Thlr.	=	Thaler.
Vls.	=	Flämisch.
u. s. w.	=	und so weiter.
WThlr.	=	Wechselthaler.
Xr.	=	Kreuzer.
z. E.	=	zum Exempel.
♯	=	Ducaten.
⅄	=	Ecu, oder Cronen.

Der

Der
Demonstrativen
Rechenkunst,
oder
Wissenschaft
gründlich und kurz zu rechnen,
Erster Theil.

Allgemeine Einleitung in die Rechenkunst.

§. 1.

Die Rechenkunst (Arithmetica), welche der erste und Hauptttheil der gesamten Mathesis, ohne welcher in den andern Theilen ja gar in unzählichen Dingen in der Welt niemand fortkommen kann, ist eine Wissenschaft aus einigen gegebenen Zahlen durch rechnen und gewisse Regeln andere zu finden, von denen eine Eigenschaft in Ansehung der gegebenen Zahlen bekannt gemachet wird.

Z. E. Ihr sollet eine Zahl finden, die so groß ist, als Zwey und Fünfe zusammen. Da werden euch die Zahlen Zwey und Fünfe gegeben, anbey auch die Eigenschaft der gesuchten Zahl solchergestalt bekannt gemacht, daß dieselbe eben soviel, als die gegebenen Zahlen zusammen, seyn solle.

§. 2. Die gegebenen Zahlen und bekannt gemachte Eigenschaft werden die Data genennet, woraus die gesuchten Zahlen hergeleitet werden. Also müssen bey jeder vorkommenden Rechnungsaufgabe so viele Data angegeben werden, als zur Herleitung der gesuchten Zahlen nöthig sind. Anderergestalt aber wird es nicht eine Rechnungsaufgabe, sondern nur ein Räthsel genennet.

§. 3. Eine **Wissenschaft** bedeutet eine Fertigkeit, alles dasjenige, was man von einer Sache behauptet, aus unumstößlichen Gründen unwiderſprechlich darzuthun. Wenn demnach die Rechenkunſt (§. 1.), als eine Wiſſenſchaft tractiret werden ſoll; ſo iſts in Erlernung derſelben nicht genug, die Regeln, nach welchen man die verlangten Zahlen finden kann, nur ſchlechthin nachzumachen, ſondern man muß fürnemlich auch deutlich begreifen, warum durch ſelbige Regeln die verlangten Zahlen können und müſſen gefunden werden.

§. 4. Die Mathematici bedienen ſich in ihrem Vortrage, abſonderlich in der Geometrie, einer feinen ordentlichen Methode oder Lehrart, welche billig in allen Wiſſenſchaften gebraucht werden ſollte, wenn man anders richtige Erkenntniß der Dinge verlanget. Ich habe demnach nicht undienlich zu ſeyn erachtet, aus des vortreflichen Mathematici Hrn. **Chriſtian Wolfens, in ſeinen Anfangsgründen aller Mathematiſchen Wiſſenſchaften**, gegebenen Unterricht von der mathematiſchen (oder wie es insgemein genennet wird, geometriſchen) Lehrart, das fürnemſte zu ziehen, und ſolches gegenwärtigem Werke hieher einzuverleiben, welches denn nach deſſen Worten lautet als folget:

§. 5. Die Lehrart der Mathematicorum, das iſt die Ordnung, derer ſie ſich in ihrem Vortrage bedienen, fänget an von den **Erklärungen**, gehet fort zu den **Grundſätzen**, und hievon weiter zu den **Lehrſätzen** und **Aufgaben**: Ueberall aber werden **Zuſätze** und **Anmerkungen** nach Gelegenheit angehänget.

§. 6. Die **Erklärungen** (Definitiones) ſind deutliche Begriffe, dadurch die Sachen von einander unterſchieden werden, und daraus man das übrige herleitet, was man von ihnen erkennet. Es ſind aber dieſelben zweyerley. Entweder **Erklärungen der Wörter** (Definitiones nominales), oder **Erklärungen der Sachen** (Definitiones reales).

§. 7.

§. 7. Die Erklärungen der Wörter geben einige Kennzeichen an, daraus die Sache erkannt werden kann, die einen gegebenen Namen führet. Als wenn in der Geometrie gesaget wird, ein Quadrat sey eine Figur, welche vier gleiche Seiten, und gleiche Winkel hat.

§. 8. Die Erklärungen der Sachen sind ein klarer und deutlicher Begriff von der Art und Weise, wie die Sache möglich ist. Als wenn in der Geometrie gesaget wird, ein Zirkel werde beschrieben, wenn eine gerade Linie sich um einen festen Punct beweget.

§. 9. Ein Begriff heißt eine Vorstellung einer Sache im Verstande.

§. 10. Die Erklärungen, so wohl der Wörter als der Sachen, können entweder vor sich ins besondere erwogen, oder mit andern verglichen werden. Betrachtet ihr dasjenige, was in den Erklärungen enthalten ist, und schließet etwas unmittelbar daraus, so nennet man solches einen Grundsatz. Z. E. Wenn ihr bey der Erklärung des Zirkels (§. 8.) bedenket, daß die Linie, welche sich um den Mittelpunkt herum beweget, immer einerley Länge behält, so werdet ihr bald begreifen, daß alle Linien, welche aus dem Mittelpunkte an die Peripherie gezogen werden, einander gleich sind. Diese Wahrheit nun ist ein Grundsatz.

§. 11. Weil nun die Grundsätze unmittelbar aus den Erklärungen gezogen werden, haben sie keines Beweises nöthig, sondern ihre Wahrheit erhellet, so bald man die Erklärungen ansiehet, daraus sie fließen.

§. 12. Wenn man verschiedene Erklärungen gegen einander hält, und daraus schließet, was durch einzelner Betrachtung zu erkennen unmöglich war, so nennet man solches einen Lehrsatz (Theorema). Z. E. Wenn man

in der Geometrie einen Triangel mit einem Parallelogramma vergleichet, welches mit ihm einerley Grundlinie und Höhe hat, und in dieser Vergleichung theils unmittelbar aus den Erklärungen dieser beyden Flächen, theils aus andern Eigenschaften derselben, die aus ihren Erklärungen schon vorher gefunden worden, schließet, daß der Triangel nur halb so groß ist, als das Parallelogrammum; wird dieser Satz: **Der Triangel ist die Hälfte eines Parallelogrammi, welches mit ihm einerley Grundlinie und Höhe hat**, ein Lehrsatz genennet.

§. 13. Es ist aber bey jedem Lehrsatze auf zweyerley zu sehen, nämlich einmal auf den **Satz**, darnach auf den **Beweis**. Jener saget aus, was einer Sache unter gewissen Bedingungen zukommen könne oder nicht. Dieser aber erkläret, wie unser Verstand dazu gebracht wird, daß er sich solches von der Sache gedenken kann.

§. 14. Jeden Satz kann man in zwey Theile zertheilen, nämlich in die **Bedingung**, unter welcher etwas bekräftiget, oder verneinet wird, und in die **Aussage**, welche dasjenige in sich begreifet, so bekräftiget oder verneinet wird. Jene pfleget man **Hypothesin**, diese aber **Thesin** zu nennen. Z. E. In dem angezogenen Lehrsatze (§. 12.) ist die Bedingung: Wenn ein Triangel und Parallelogrammum einerley Grundlinie und Höhe haben; die Aussage aber: So ist der Triangel die Hälfte des Parallelogrammi.

§. 15. Soll nun ein Satz richtig seyn, so muß sich eine nothwendige Verknüpfung meiner Gedanken finden, so, daß, wenn ich mir das gedenke, welches die Bedingung in der Sache erfordert, es mir unmöglich fällt, das Widerspiel dessen von ihr zu gedenken, was in der Aus-

sage

sage bekräftiget wird. Oder auch, wenn ich mir gedenke, was die Bedingung in der Sache setzet, muß ich mir unmöglich von ihr gedenken können, was in der Aussage von ihr verneinet wird. Der Beweis nun entdecket in dem ersten Falle die nothwendige, in dem andern aber die unmögliche Verknüpfung meiner Gedanken.

§. 16. Die **Beweise**, oder Demonstrationes, sind nichts anders, als vernünftige Schlüsse, welche sich theils auf die Erklärungen derjenigen Wörter und Sachen, die so wohl in der Bedingung als in der Aussage enthalten sind, theils auch auf die aus gedachten Erklärungen von eben diesen Sachen schon vorhin hergeleitete Eigenschaften, gründen: Und werden die Erklärungen und Sätze, auf welche man einen Beweis gründet, jederzeit deswegen angeführet, theils damit ein jeder siehet, daß die angenommenen Gründe des Beweises ihre Richtigkeit haben, theils damit diejenigen, welche die Gründe noch nicht erkannt, oder auch wohl wieder vergessen haben, nachschlagen können, und sich ihrer Gewißheit versichern.

§. 17. Die **Aufgaben** handeln von etwas, so gethan oder gemacht werden soll, und werden in drey Theile eingetheilet, nämlich in den **Satz**, die **Auflösung** (Solutio) und den **Beweis**. In dem Satze geschiehet der Vortrag von dem, was gemacht werden soll. Die Auflösung erzählet dasjenige, was man thun muß, und wie man eines nach dem andern zu verrichten habe, wenn geschehen soll, was man verlanget. (Diese wird insgemein die **Regel** zu der Aufgabe genennet.) Endlich der Beweis führet aus: Wenn das geschiehet, was in der Auflösung vorgeschrieben wird; so müsse man auch nothwendig erhalten, was man in dem Satze verlangte. Solchergestalt wird jede Aufgabe in einen

Lehrsatz verwandelt, wenn sie bewiesen werden soll, in welchem die Auflösung die Bedingung, der Satz aber die Außage giebet. Es heißet nämlich überhaupt: Wenn man alles thut, wie es die Auflösung erfordert, so geschiehet, was man thun sollte.

§. 18. Zuweilen geschiehet es, daß man um besonderer Ursachen willen einen Satz auf einen besondern Fall appliciret, oder auch aus demselben durch unmittelbare Folge einen andern Satz herleitet. Dergleichen Arten der Wahrheiten werden **Zusätze** (Corollaria) genennet.

§. 19. Die erste Art der Zusätze erfordert keinen Beweis. Denn was überhaupt von allen Fällen erwiesen worden, darf nicht ins besondere von einem aufs neue dargethan werden. Z. E. Wenn man von einem jeden Triangel erwiesen, daß alle drey Winkel zusammen genommen zweyen rechten Winkeln gleich seyn: So darf man nicht erst besonders von einem rechtwinkelichten Triangel erweisen, daß auch seine drey Winkel zusammen genommen zweyen rechten Winkeln gleich sind. Hingegen die andere Art der Zusätze hat einen Beweis nöthig. Denn wenn etwas aus andern Sätzen hergeleitet wird, so muß man zeigen, auf was für Art eines aus dem andern geschlossen wird. Z. E. Wenn einer zu dem nächst gemeldten Lehrsatze, diesen Zusatz setzet: In einem rechtwinkelichten Triangel kann nicht mehr als ein Winkel, ein rechter Winkel seyn: So hat er nöthig zu zeigen, wie dieser Zusatz aus dem Lehrsatze fließet, nämlich, weil die drey Winkel zusammen zwey rechte Winkel sind, so bliebe vor den dritten nichts übrig, wenn zwey wirkliche rechte Winkel wären.

§. 20. Endlich in den **Anmerkungen**, die so wohl

den

den Erklärungen, als Grund-und Lehrsätzen, ingleichen den Aufgaben beygefüget werden, pfleget man dasjenige, was noch dunkel seyn möchte, zu erläutern, den Nutzen der vorgetragenen Lehren anzudeuten, und alles was etwa sonst nützlich zu wissen, beyzubringen.

Bis hieher gehet der gedachte Unterricht (§. 4.)

§. 21. Solchergestalt gelanget man gleichsam Stufenweise von einer Wahrheit auf andere Wahrheiten, und wird unterweilen eines aus dem andern mit nicht wenig Scharfsinnigkeit hergeleitet. Weil nun dadurch der rechte Gebrauch der Vernunft zugleich erlernet werden kann, so rühmet man von der Mathematik (in welcher die Arithmetik und Geometrie die ersten und wohl die vornehmsten Theile sind) daß sie den Verstand des Menschen schärfe, das ist, geschickt mache, in alle Dinge, die er erkennen lernet, tiefer und richtiger einzusehen, als ein anderer. Derowegen werden diejenigen dieses vortrefflichen Nutzens, bey Erlernung der Arithmetik, nicht theilhaftig, welche schlechterdinges nur derselben Regeln, wie sie in den Rechenbüchern insgemein beschrieben sind, aber ohne gründliche Erkenntniß, und nicht als eine Wissenschaft (§. 3.) lernen.

§. 22. Es haben zwar einige Mathematici sich die Mühe genommen, unter andern Mathematischen Wissenschaften auch die Arithmetik nach der gedachten Lehrart zu beschreiben: Allein eines theils haben sie als Mathematici, vornemlich nur von der Mathematischen Rechnung geschrieben, das ist nur so viel, als zu den andern Theilen der Mathesis nöthig ist; von der Oeconomischen Rechnung aber, worunter insonderheit die so sehr nützliche Kaufmannsrechnung, wenig oder nichts erwehnet: Andern theils sind von ihnen öfters nur die

Anfangsgründe dieser edlen Wissenschaft, und auch solche zuweilen sehr kurz und compendiös beschrieben worden. Noch andere haben die Regeln durch die Algebra zu erweisen gesuchet, womit sie zwar ihre treffliche Einsicht zu erkennen gegeben, den Anfängern und Kaufleuten aber, so noch nichts von der Algebra wissen, wenig gedienet. Ueber dieses haben die meisten dererselben ihre Schriften in Lateinischer Sprache ausgegeben, die nicht einem jeden bekannt ist.

§. 23. Demnach habe ich in gegenwärtigem Werke die Arithmetik in unserer Deutschen Mutterspracbe dergestalt ausführen wollen, damit ein jeder, wenn er dieses Buch nur mit Bedacht lieβt, und vernünftige Ursachen zu begreifen fähig ist, nicht allein alle Arithmetische Regeln, sondern auch und fürnemlich die Ursache ihrer unwidersprechlichen Gewißheit, daraus ersehen und zu erlernen haben möge.

§. 24. Auf daß aber mit diesem Werke auch der Jugend, oder doch den Schul- und Rechenmeistern, welche die Jugend in der Rechenkunst nach dieser Methode zu informiren belieben wollten, gedienet seyn möge; so habe an einer deutlichen Erläuterung nichts sparen wollen, und zu diesem Ende öfters auch die Grund- und Zusätze, welche sonst keinen Beweis erfordern (§. 11. und 19.), demonstriret, nicht minder überhaupt alles nach Nothdurft mit gnugsamen Exempeln erkläret: Zumal da die Erfahrung zeiget, daß dasjenige, was einem noch so leicht zu seyn dünket, dennoch öfters einem andern, absonderlich unter den jungen Anfängern, zuförderst erwiesen, oder doch deutlich, und zuweilen gar mit Exempeln erkläret werden müsse, wenn sie anders einen klaren und deutlichen Begriff davon haben sollen.

§. 25.

§. 25. Da nun auf solche Art in gegenwärtigem Werke fast alle Sätze und Auflösungen der Aufgaben, ohne Unterschied, und zwar nach Bewandniß der Sachen, entweder sofort in dem Satze, oder in der Auflösung selbsten, oder durch besonders beygefügte Beweise dargethan werden: So habe auch nicht nöthig erachtet, jedem Satze oder Gedanken seinen besonderen Namen, als nämlich **Erklärung, Grundsatz, Lehrsatz, Zusatz** ꝛc. (§. 5.) zu geben; insonderheit da ich gesehen, daß durch solche Namen öfters unnütze Wortgezänke verursachet worden, da einer eine Lehre **Zusatz**, und ein anderer **Lehrsatz**, zu benennen behauptet. vid. Sturms kurzer Begriff der gesammten Mathesis in der Vorrede edit. Francof. 1710. Demnach habe viel lieber solche besondere Namen gar hinweg gelassen, und mich daran begnüget, daß ich alle Erklärungen und Sätze in besondere Paragraphos abgetheilet, und wie sie am leichtesten aus einander fließen, insonderheit aber, wie sie meines Bedünkens einem Lernenden sich am besten beybringen lassen, fein ordentlich beschrieben. Jedoch sind die Aufgaben deswegen von mir benamet, auch durch gröbere Schrift von den andern Sachen distinguiret worden, damit dieselbe denenjenigen desto besser ins Auge fallen, welche entweder die Zeit oder die Geduld nicht haben, dieses ganze Werk ordentlich durchzugehen, sondern nur das Vornehmste daraus suchen und wissen wollen.

§. 26. Es dürfte aber jemand, dem solche Lehrart noch unbekannt ist, auf die Gedanken gerathen, daß, absonderlich die Jugend, nach solcher Methode im Rechnen zu informiren etwa schwer, oder doch zu weitläuftig seyn möchte: Allein man wird in der That vielmehr befinden, daß eben dieses der leichteste und kürzeste Weg

sey,

sey, einem Lernenden etwas beyzubringen; zumal da die meisten Beweise selbsten sehr leicht, und den Grund der Sachen nur nach der gemeinen Vernunft anzeigen. Ueber dieses ist der Nutzen sehr groß, wenn man den Knaben, welche nur etwas zu begreifen fähig sind, (denn von allen denen, die von Natur dumm und ungeschickt, will ich nicht sagen,) so fort in der Jugend den Verstand zu schärfen anfängt (§. 21), und solchergestalt die Seele angewöhnet, wie sie vernünftig eines aus dem andern schließen soll. Insonderheit, da die meisten Regeln auf unterschiedene Art zu demonstriren sind, so kann ein geschickter Arithmeticus, der nur vor sich selbsten zuförderst alles wohl innen hat, bald der einen, und bald der anderen Art sich bedienen, nachdem es der Begriff und Verstand desjenigen erfordert, deme man etwas beweisen soll.

§. 27. Hierzu kömmt noch dieses, daß die Lehren, welche aus dem wahren Grunde einmal erkannt werden, sich nicht so leicht wieder vergessen lassen, indem der wesentliche Begriff der Sachen dem hinfallenden Gedächtniß trefflich zu statten kommt. Da hingegen ists kein Wunder, daß diejenigen, welche die Arithmetischen Regeln ohne gründliche Erkenntniß, und nur schlechterdings nachzumachen lernen, öfters alles wieder vergessen, weil es auf solche Weise einig und allein auf die Memorie ankommt, darzu das Judicium nichts helfen kann.

§. 28. Um zur Sache selbsten wieder zu kommen, so wird die Rechenkunst überhaupt gemeiniglich in zwey Theile eingetheilet, nämlich in die **allgemeine**, und in die **besondere**. Jene bestehet in den 4 **Speciebus** und **Regel Detri**, so wohl in ganzen als gebrochenen Zahlen; diese aber enthält verschiedene besondere Rechnungen, welche theils zu der Handelschaft und zu allerhand Ge-

werbe

werbe und Verkehrungen, theils zu andern Theilen der Mathesis, und theils denen curieusen Liebhabern, als ein künstliches Zahlenspiel, nur zur Lust dienen. Von welchem andern Theile, wie leicht zu erachten, ein jeder nach seiner Absicht, was ihm beliebet, erlernen, oder übergehen kann. Da hingegen jener erste Theil der Grund des gesammten andern Theils, und dannenhero für jeden, der rechnen lernen will, allgemein ist. Jedoch in Betrachtung, daß auch dieser allgemeine Theil gleichwohl auf zweyerley Art, nämlich entweder nach dem ganz gemeinen Wege, oder mit besondern Vortheilen tractiret werden kann: So habe besserer Ordnung wegen, und um einem jeden zur Erreichung seiner Absicht, dieses ganze Werk desto bequemer zu machen, für gut befunden, jeden der vorhin gedachten beyden Theile, wiederum in zwey Theile zu separiren. Diesem allen aber gehet vorher die Erkenntniß der **Zahlen**, des **Zählens**, und die **Numeration**, in welcher nicht allein die Zahlen, wie sie durch gewisse Figuren recht beschrieben und ausgesprochen werden, sondern zugleich auch alles, was demselben anhängig, und sonst zum fernern Anfange der Rechenkunst noch zu wissen nöthig ist, angewiesen wird.

Von

Von der Zahl.

§. 29.

Jede Sache, in so weit sie vor sich angesehen wird, machet **Eins** aus.

Z. E. Ein Gulden; Ein Thaler, obgleich derselbe drey Einer des Guldens in sich hält; Eine Tonne Goldes; Eine Million; Item Ein Zehner, Ein Hundert, Ein Tausend ꝛc. Desgleichen kann man auch sagen: Ein A, Ein B, ꝛc. wenn dadurch schon viele andere einzelne Dinge verstanden werden.

§. 30. Ueberhaupt nennet man alle endliche Dinge eine **Größe**, wodurch nicht nur dasjenige verstanden wird, was lang, breit und dick ist, oder sonst eine Ausdehnung hat, sondern auch alles dasjenige, welches das **Größer** und **Kleiner**, oder so einerley, das **mehr** und **weniger** leidet; wie z. E. das Gewichte, die Zeit, Bewegung, Stimme, Wärme ꝛc. indem ich sagen kann: Das Gewichte ist mehr schwer, oder schwerer, als das andere: Diese Zeit ist weniger, als die andere: Diese Bewegung ist mehr schnell oder schneller, als die andere: Diese Stimme ist mehr hoch, oder höher, als die andere, u. s. w.

§. 31. Wenn man aber etliche oder viele einzelne von einer Art zusammen nimmt, so entstehet daraus eine **Zahl**.

Z. E. Wenn man zu einem Gulden noch einen andern leget, so hat man zwey Gulden; legt man noch einen darzu, so hat man derselben drey, u. s. w. Item, wenn man zu einer Zehen noch eine leget, so hat man zwey Zehner, leget man noch eine darzu, so hat man derselben drey ꝛc.

§. 32. Solchergestalt muß jede Sache, in so weit sie zu einer Zahl Anlaß geben soll, durch gewisse Eigenschaften dem Verstande vorgestellet werden. Denn alle diese Dinge, bey denen man eben solche Eigenschaften findet, machen gleichfalls eine **Eins** aus, und diese Einheiten zusammen genommen, geben eine **Zahl** (§. 31.).

Z. E.

Z. E. Ein Gulden Polnisch hat die Eigenschaft, daraus erkannt wird, daß er eine Geldsorte, welche vor dreyßig Groschen gangbar ist: Wenn man nun diese Eigenschaft zum Merkmale der **Eins** machet, so werden alle diejenigen Geldsorten, die eben dergleichen Eigenschaft haben, zu einer solchen **Eins**. Item, Ein Zehner hat die Eigenschaft, daß er eine Größe ist, welche zehen andere kleinere gewisse Einheiten enthält: Wenn man nun diese Eigenschaft zum Merkmale der **Eins** annimmt, so machen alle dergleichen Größen ebenfalls eine **Eins** aus. Eben diese Eigenschaften dienen mir zum Merkmale, daraus ich erkennen kann, wie viel Einheiten in einem gegebenen Orte anzutreffen; das ist, im ersten Exempel, wie viel Gulden Polnisch, und im andern, wie viel Zehner, vorhanden sind.

§. 33. Diesemnach heißet, z. E. ein Gulden nicht mehr **Eins**, sondern eine **Zahl** von dreyßig Groschen, wenn er nicht vor sich selbst (§. 29.), sondern nach der Eigenschaft eines Groschens angesehen wird; und ein Zehner nicht mehr **Eins**, sondern eine **Zahl** von zehn gewissen Unitäten, wenn er nicht vor sich selbst, sondern nach der Eigenschaft einer derselben gewissen Unitäten betrachtet wird, u. s. w.

§. 34. Hieraus ist klar, daß die Unität oder **Eins** vor sich selbst nur der Radix oder Wurzel der Zahlen ist, nämlich eine angenommene Größe, wornach die Zahlen erwachsen und betrachtet werden (§. 31. 32.); indem sich keine Zahl benennen läßt, wo nicht eine gewisse Größe für eine **Eins** angenommen wird.

Z. E. Ein Gulden und ein Thaler kann nicht zusammen die Zahl Zwey ausmachen, weil die Einheit des Guldens eine andere Große ist, als die Einheit des Thalers.

§. 35. Die Eigenschaften der Dinge, welche zum Merkmale der Einheiten dienen (§. 32.), werden aus ihren beygefügten Namen erkannt, welche theils das Wesen der Dinge selbsten, die gezählet werden, und theils nur die Größe der angenommenen Einheiten andeuten.

Jedoch

Jedoch weil das Wesen der Zahl bloß darinnen bestehet, daß man einerley Einheiten etliche mal zusammen nimmt (§. 31.), so hat man in Erwegung der Zahlen überhaupt keinesweges auf alle umständliche Eigenschaften, das ist auf das Wesen der gezählten Dinge, selbsten zu sehen, ob sie nämlich Münze, Maaße, Gewichte oder Zeit ꝛc., ferner von was für Art und welcherley Materie sie seyn mögen; sondern genug, wenn sich das Gemüth nur denjenigen Namen zum Merckmale der Einheit vorstellet, welcher die Größe der Einheiten anzeiget, das ist, ob sie schlechthin **Uniräten**, **Zehner**, die zehen andre gewisse Unitäten; oder **Hunderte**, die hundert andere gewisse Unitäten enthalten ꝛc.; oder auch sonst kleinere Größen oder Theile, derer eine gewisse Anzahl auf eine angenommene ganze Unität gehen, sind.

§. 36. Diesen Namen nun, welcher nur in so weit die Größe der Einheit andeutet, ob es nämlich Einzige, Zehner oder Hunderte ꝛc. oder auch nur Theile einer gewissen Einheit seyn, heißet man **die innerliche Benennung**: Jene umständliche Namen der Münzen, Maaße und Gewichte ꝛc. aber, werden **die äußerlichen Benennungen** genannt.

§. 37. Wenn demnach eine Zahl ohne äußerliche Benennung gegeben wird, so heißet dieselbe, weil sie von allen Dingen verstanden werden kann, eine **unbenamte Zahl** (numeri puri,) und verstehet man nämlich dadurch eine ohne äußerlichen Namen gegebene Zahl. Z. E. Die Zahl Drey, oder drey Zehner, oder drey Hunderte, heißet eine unbenamte Zahl, denn ob sie schon ihre innerliche Benennung hat, daraus die Größe der angenommenen Einheit erkannt wird (§. 35.); so kann man doch nicht wissen, ob es Gulden

Pol-

Polnisch, Gulden Holländisch, oder auch Groschen, Pfennig, oder sonst eine gewisse Sache von gewisser Art Größe der Gewichte, Maaße oder Zeit ꝛc. andeutet. Und bedienet man sich dergleichen Zahlen zu allgemeinen Lehren der Rechenkunst. Hingegen werden die Zahlen, bey denen eine äußerliche Benennung gegeben ist, wie z. E. drey Gulden, drey Zehner Pfund gewisser Waaren, dreyhundert Jahre ꝛc., **benamte Zahlen** (numeri applicati) genannt, und verstehet man dadurch äußerliche benamte Zahlen, als welche gewisse Dinge vorstellen.

§. 38. Eine Zahl wird größer gemacht oder vermehret, wenn man mehrere Einheiten von ihrer Art hinzusetzet. Hingegen wird sie vermindert, wenn man eine oder mehrere Einheiten von ihrer Art, ihr wegnimmt. Und weiter kann man keine Veränderung mit den Zahlen vornehmen.

§. 39. Wenn eine Zahl vermehret worden (§. 38.), und man das Zugelegte wiederum hinwegnimmt, so muß sie auch wieder so groß werden, als sie vorhin vor der Vermehrung gewesen. Desgleichen wenn eine Zahl vermindert worden (ibid.), und man ihr das Hinweggenommene wiederum zuleget, so muß auch wieder die Zahl kommen, wie sie vorhin vor der Verminderung gewesen.

§. 40. Es kann aber eine gegebene Zahl auf zweyerley Art vermehret werden. I. Wenn zu derselben eine oder etliche Zahlen, die jede vor sich größer oder auch kleiner als dieselbe, gesetzet werden. II. Wenn man zu derselben lauter solche Zahlen nimmt, die jede vor sich eben so groß als die gegebene.

Z. E. Die Zahl Drey wird vermehret, wenn ich (I) eine andere Zahl als Drey, oder auch mehrere Zahlen, von welchen nicht eine

jede ebenfalls eine Drey ist; oder auch (II) noch ein oder etliche mal drey darzu setze.

§. 41. Eben also kann auch eine Zahl auf zweyerley Art vermindert werden. I. Wenn man eine oder mehrere kleinere Zahlen, nach beliebiger Größe, von derselben wegnimmt. II. Wenn man nur eine Zahl so vielmal derselben abnimmt, als man kann.

Z. E. Die Zahl Zehen wird vermindert, wenn ich von derselben (I) Eins, oder Zwey, oder Drey, oder nach Belieben auch Eins, und Zwey und Drey; oder auch (II) nur die Zahl Zwey, so vielmal als ich kann, das ist fünfmal; oder nur die Zahl Drey, so vielmal als möglich, das ist dreymal, abnehme.

§. 42. Da nun keine andere Veränderung mit den Zahlen vorgenommen werden kann, als daß sie vermehret oder vermindert werden (§. 38.), nicht aber mehr als die (§. 40.) gedachte zwey Arten der Vermehrung, und die (§. 41.) erwehnte zwey Arten der Verminderung möglich sind: So können auch aus gegebenen Zahlen (§. 1.) keine andere Zahlen gefunden werden, als durch diese Arten der Vermehrung und Verminderung. Nämlich man kann (I.) eine Zahl finden, die so groß ist, wie verschiedene andere zusammen; oder (II.) wie eine Zahl etliche mal genommen (§. 40.); desgleichen (III.) eine Zahl, welche so groß ist, als der Unterscheid zweyer gegebenen Zahlen, das ist, so viel, als eine gegebene Zahl minder, denn eine andere gegebene ist; oder auch (IV.) eine Zahl, welche andeutet, wie vielmal eine gegebene Zahl, durch eine andere gegebene Zahl vermindert werden kann, das ist, wie oft eine gegebene Zahl von einer andern möglichst abzunehmen (§. 41.).

§. 43. Diese vier Rechnungsarten werden, um eine von der andern zu unterscheiden, mit besondern Namen benennet, als nämlich, die erste Vermehrungsart, nach

der

der gedachten Ordnung (§. 42.), nennet man **addiren**; die andere **multipliciren**; hingegen die erste Verminderungsart **subtrahiren**, und die andere **dividiren**. Ueberhaupt aber werden diese vier Rechnungsarten Algorithmus, oder die **vier Species** genannt, welche gleichsam die Instrumente und Werkzeuge, folgends die allgemeinen Grundlehren zu allem andern Rechnen sind (§. 28.). Jedoch weil die Subtraction den Anfängern leichter, als die Multiplication fällt, so ist man gewohnet, die gedachten vier Species nach folgender Ordnung anzugeben:

I. die Addition. II. die Subtraction.
III. die Multiplication. IV. die Division.

§. 44. *Diese Namen sollen hernach, jeder an seinem Orte, weitläuftiger* erkläret werden, damit man nicht allein kurz von denselben reden könne, sondern auch gewisse Merkmale haben möge, daraus wir zu urtheilen vermögend sind, welcher Rechnungsart man, in jedem vorkommenden Falle, sich zu bedienen hat. Eben dieses ist auch bey allen andern vorkommenden Rechnungen zu merken, daß man nämlich eine jede Aufgabe zuförderst erst betrachten, und nach allen Umständen reiflich überlegen müsse, damit man daraus beurtheilen könne, auf was Art die Auflösung anzugreifen, und die Ausrechnung derselben anzustellen sey.

§. 45. Eine Zahl ist der andern gleich, wenn die eine so viel Einheiten in sich hält, als die andere; und bleiben solche Zahlen auch fernerhin einander gleich, wenn man beyde mit gleichem vermehret oder vermindert. Derowegen, wenn eine von gleichen Zahlen vermehret oder vermindert wird, entstehet eben dasselbe, welches aus der andern entstehen müßte, wenn diese um so viel, als jene, vermehret oder vermindert werden sollte.

§. 46. Alles, was kleiner ist, als die Größe der angenommenen Einheit, wird ein **Stück** oder **Theil** (pars)

genennet. Und da jede Größe oder Zahl wie eine Eins, das ist, wie ein Ganzes, betrachtet werden kann (§. 29.); so kann in Ansehung dessen auch jede kleinere Größe oder Zahl, als ein **Theil** aus jener größern, angesehen werden.

Z. E. Alles was unter zehen ist, kann man als Theile aus zehen ansehen, daferne die Zehen, als Eins oder ein Ganzes betrachtet wird: Desgleichen kann alles, was unter hundert ist, als Theile aus hundert angesehen werden, wenn man ein Hundert als Eins oder ein Ganzes betrachtet, u. s. w.

§. 47. Wenn demnach gesaget wird: **Eine Größe oder Zahl in verschiedene oder gleiche Theile zu theilen**; so ists so viel gesagt, als solche Zahl in verschiedene oder gleiche kleinere Größen zu zergliedern, oder zu zerstreuen, welche Theile zusammen just die ganze Zahl ausmachen müssen. Auf solche Weise saget man: **Das Ganze ist seinen Theilen zusammen genommen gleich**; nämlich wenn man das Ganze in so viel verschiedene, oder gleiche Theile, zertheilet, als man immer will, so müssen nothwendig solche Theile zusammen dem Ganzen gleich seyn.

§. 48. Wenn ein Ganzes nicht in verschiedene, sondern in gleiche Theile zertheilet wird, so bekommen diese den Namen von ihrer Anzahl, so viel deren zusamen auf das Ganze gehen. Z. E. Wenn man ein Ganzes in zwey gleiche Theile theilet, so wird ein solcher Theil der zweyte Theil, oder ein Zweytel, oder nach gemeinem Gebrauch, ein **Halbes** genannt. Theilet man aber ein Ganzes in drey gleiche Theile, so wird ein solcher Theil der dritte Theil oder ein Drittel benamet, u. s. w. Eben diese Namen gehören zu der innerlichen Benennung der Theile eines Ganzen (§. 36.), indem solche Namen

men nur in so weit die Größe der Einheiten andeuten, wie viel derselben nämlich auf ein Ganzes gehen: Im übrigen aber können solche Theile, daferne sie sonst keine äußerliche Namen haben, auf alle Art Dinge appliciret werden (§. 37.). Ueberhaupt werden alle Theile eines Ganzen in der Arithmetik **Brüche** (Fractionen) oder **gebrochene Zahlen** genennet.

§. 49. Wenn man demnach so viele gleiche Theile oder gebrochene Zahlen, als derselben innerlicher Name anzeiget, zusammen leget, als nämlich, zwey Zweytel oder Halbe, drey Drittel, vier Viertel ꝛc., so muß in alle Wege das Ganze wiederum herauskommen (§. 47.).

§. 50. *Wenn zwey Größen ihrem Werthe nach, jede ins besondere einer dritten gleich sind, so müssen sie auch untereinander selbsten gleich seyn.*

Z. E. Ein Ganzes ist gleich zehen Zehentel, wie auch gleich hundert Hundertel (§. 49.); so müssen auch zehen Zehentel gleich seyn mit hundert Hundertel.

§. 51. Bey **benamten Zahlen** (§. 37.) giebt es auch Theile, welche ihren ganz besondern Namen haben. Z. E. Ein Dreyßigstel Gulden wird genannt Groschen; ein Achtzehntel Groschen wird genannt **Pfennig** ꝛc., aus welchen Namen, Groschen und Pfennig, *man* nicht sofort erkennen kann, wieviel derselben auf ein Ganzes gehen; und wäre es dannenhero freylich bequemer gewesen, wenn man allen kleinen Theilen der Münzen, Maaße und Gewichte, nicht solche fremde Namen beygeleget hätte: Indessen bestehet der Unterscheid zwischen den Namen Groschen, Pfennig, ꝛc. und den Namen **Dreyßigstel, Achtzehntel** ꝛc. vornemlich nur darinnen, daß jene was gewisses andeuten, und also **äußerliche Benennungen**; diese hingegen all-

gemein zu allen Dingen, und folglich innerliche Benennungen sind (§. 36. 37. u. 48.). In der That aber ist zwischen ihnen kein Unterscheid, indem ein Groschen eigentlich nichts anders, als ein Dreyßigstel eines Guldens, und ein Pfennig nichts anders, als ein Achtzehntel aus ein Dreyßigstel Gulden, oder als ein fünfhundert und Vierzigstel eines Guldens (§. 48.), indem so viel Pfennige auf einen Gulden gehen.

§. 52. Weil nun jede Größe wie eine Eins betrachtet werden kann (§. 29.), und aus den Einheiten zusammen genommen, eine Zahl entstehet (§. 31.); so kann jeder Theil von einer Unität aufs neue eine kleinere Eins, und folglich solche kleinere Einheiten zusammen genommen, eine Zahl ausmachen, und kann sich das Gemüthe zum Merkmale dieser neuen Einheiten (§. 32.) nur ihre Namen (§. 48.) vorstellen, welche andeuten, wie viel derselben auf die größere Unität gehen. Solchergestalt kann man aus der geringsten Unität eine Zahl machen, wenn man dieselbe in gleiche Theile vertheilet, und jene ganze Unität nicht vor sich selbst, sondern nach der Eigenschaft solcher Theile betrachtet.

Z. E. Man kann aus einer Unität, sie sey was sie will, nach Belieben die Zahl Zwey, nämlich Halbe; die Zahl Drey, nämlich Drittel; die Zahl Vier, nämlich Viertel, u. s. w. zehen Zehntel, hundert Hundertel ꝛc., machen.

§. 53. Demnach können die kleinern Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte, oder überhaupt die Theile eines Ganzen, in einer Rechnung auf zweyerley Art betrachtet werden. Nämlich man kann entweder auf die ganze Unität oder die größere Sorte sehen, folgends die kleinere Sorten oder Theile als Brüche (§. 48.) betrachten; oder man kann die kleinere Sorten oder Theile eines

nes Ganzen nach ihren eigenen Einheiten betrachten, und dieselbe, wenn sie mehr als nur ein Theil, wie eine Zahl ansehen (§. 31.)

Z. E. Sieben Groschen, oder, welches einerley (§. 51.), Dreyßigstel Gulden, können als ein Bruch, das ist weniger als ein Ganzes angesehen werden, wenn man einen Gulden zum Eins annimmt; oder man kann dieselbe als eine Zahl von sieben Unitäten, und also mehr als ein Ganzes ansehen, wenn man eine solche Unität vor sich selbst, nämlich einen Groschen zum Eins annimmt.

Vom Zählen.

§. 54.

Zählen heißt so viel, als andeuten, wie viel Sachen von gleicher Art beysammen sind, folgends wie groß ihre Zahl sey (§. 31.)

§. 55. Nach dem allgemeinen Gebrauche gehet man im Zählen nicht weiter fort, als bis auf Zehen, nämlich man zählet **Eins, Zwey, Drey, Viere, Fünfe, Sechse, Sieben, Achte, Neune, Zehen.** Wenn man bis so weit gezählet, so fängt man wieder von neuen an: **Zehen und Eins** (welches wir Deutsche zwar **Eilfe** nennen), **Zehen und Zwey** (so gleichfalls bey uns **Zwölfe** genennet wird), **Zehen u. Drey, Zehen und Vier** ꝛc. (oder **Dreyzehn, Vierzehn,** ꝛc.) bis zweymal Zehen, so man **Zwanzig** heißet. Alsdenn fängt man wiederum aufs neue an: **Zwanzig und Eins, Zwanzig und Zwey** (oder **Ein und zwanzig, Zwey und zwanzig** ꝛc.) bis dreymal Zehen, so **Dreyßig** genannt wird. Auf solche Weise wird allezeit nur bis auf Zehen gezählet; allein, daß man jederzeit darzu setze, wie vielmal man schon Zehen gezählet, da denn die

Vielheiten der Zehner gleichfalls ihre besondere Namen haben, als nämlich:

zweymal zehen heißet	=	Zwanzig.
dreymal zehen	=	Dreyßig.
viermal zehen	=	Vierzig.
fünfmal zehen	=	Funfzig.
sechsmal zehen	=	Sechzig.
siebenmal zehen	=	Siebenzig.
achtmal zehen	=	Achtzig.
neunmal zehen	=	Neunzig.
und endlich zehenmal zehen	=	Hundert.

Eben nach dieser gedachten Ordnung zählet man zu einem Hundert aufs neue noch ein Hundert, u. wieder ein Hundert, bis auf zehenmal hundert, so man **Tausend** benennet; alsdenn zählet man aufs neue noch ein Tausend, u. s. w.

§. 56. Damit man aber in großen Zahlen sich nicht verwirre, und von jeder Zahl vielmehr einen desto deutlichern Begriff haben möge; so ist zu derselben Benennung die Französische Manier die bequemste, nach welcher tausendmal tausend, eine **Million**; tausendmal tausend Millionen, eine **Billion** (das ist so viel als eine zweymalige Million, nämlich eine million Millionen); tausendmal tausend Billionen, eine **Trillion** (das ist so viel als eine dreymalige Million, nämlich eine millionmal eine Million Millionen) u. s. w. benennet werden.

§. 57. Sonst im Gelde werden hundertmal tausend Gulden, Thaler, Pfund Sterlings, oder Französische Livres ꝛc. eine **Tonne Goldes** genannt, nämlich nach der größesten Münze, in welcher an jedem Orte die Bücher und Rechnungen geführet werden, als in Polen verstehet man durch eine Tonne Goldes hundert tausend Gulden Polnisch; in Leipzig hundert tausend Thaler; in England Pfund Sterlings; in Frankreich Livres, oder auch Crowns, u. s. w.

§. 58.

§. 58. Diese Ordnung, immerfort bis auf zehen zu zählen (§. 55), ist das allgemeine Gesetz, darnach man sich im Zählen richtet, und weil wir desselben von Jugend auf so gewohnet sind, scheinet es eine Nothwendigkeit zu haben. Es kann aber ein jeder, der diese Sache verstehet, von sich selbsten gar wohl merken, daß es keine Nothwendigkeit sey; wie denn einige Mathematici bereits angezeiget, daß man nur bis auf viere, oder auch nur gar bis auf zwey zählen könne, welche Art insonderheit darzu dienen kann, um die verborgene Eigenschaften der Zahlen zu untersuchen. Wovon jedoch zu seiner Zeit, geliebt es Gott, ein mehrers. Die Ursache aber, warum man von alter Zeit her, eben bis auf zehen zählet, ist sonder Zweifel diese, weil die Menschen, ehe sie sich im Rechnen geübet, die Sachen an ihren zehen Fingern zu zählen pflegen.

Von der Numeration.

§. 59.

Die **Numeration** (§. 28.) lehret eigentlich alle Zahlen durch gewisse Characteren oder Figuren *recht* zu schreiben und auszusprechen; und bedienet man sich hierzu insonderheit folgender zehen Figuren oder so genannten Ziffern. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

§. 60. Zwar hat man bey unterschiedenen Nationen, auch unterschiedliche andere Arten: Allein es ist meine Absicht nicht, mich in dergleichen unnöthige Weitläuftigkeit einzulassen; noch viel weniger von der alten Rechnungsart, mit Zahlpfennigen, oder von der Rußischen Rechnungsart, mit Corallen oder Kügelein, etwas zu gedenken. Demnach will ich nur allein von den gedachten zehen Ziffern allhier reden, als welche die allergemeinsten und vornehmsten sind, und einige den Arabern, andere den Indianern, als Erfindern zuschreiben, billig aber (**wie der Prof. Sturm in seinem kurzen Begriff der gesammten Mathesis** saget) vor eine von Gott zu des Menschen Nutzen sonderlich verliehene Gabe zu halten sind; zumalen wenn man die wohleingerichtete Ordnung dieser Ziffern betrachtet, da durch solche zehen Characteres nicht allein jede Zahl, so groß und klein sie immer seyn möge, kurz,

richtig und deutlich, beschrieben und ausgesprochen, sondern auch insgemein alles Rechnen künstlich getrieben und verrichtet wird. Daß aber einige sich bemühen, die Ursachen anzuzeigen, warum solche Ziffern also, und nicht anders gestaltet werden; so kann doch ein Vernünftiger solches nicht anders, als große Schwachheiten ansehen: Denn worzu nützen solche vergebliche Bemühungen? Oder wer kann wohl mit Raison zu einem willkührlichen Satze einen Beweis prätendiren? Dahero wir billig dergleichen unnützes Zeug übergehen, und lieber zur Hauptsache schreiten.

§. 61. Die Bedeutung und Ordnung der gemeldeten zehen Ziffern ist folgendermaßen: Eine jede Ziffer, wenn sie allein stehet, gilt oder bedeutet so viel, wie ihr Name mit sich bringet, nämlich:

1 heißet und bedeutet Eins,
2 = = Zwey,
3 = = Drey,
4 = = Viere,
5 = = Fünfe,
6 = = Sechse,
7 = = Sieben,
8 = = Achte,
9 = = Neune,

und 0 heißet und bedeutet Nulla oder nichts; wird dahero **unbedeutliche**, und die vorhergehenden Neune aber, jede vor sich **bedeutliche** Ziffern genannt. Damit aber durch diese Ziffern auch die Zehner, Hunderte, Tausende ꝛc. angedeutet werden mögen, so giebt man ihnen ihre Namen und Bedeutung von der Stelle, in welcher sie stehen, nämlich, wenn sie entweder allein, oder in der ersten Stelle zur Rechten anzutreffen sind, so heissen und bedeuten sie **Einer** oder **Einzelne**; in der andern **Zehner**; in der dritten **Hunderte**; in der vierten **Tausende**, u. s. w. Z. E. In der Zahl 3875 bedeutet

deutet die 5 zur Rechten in der ersten Stelle, Einer; die folgende 7 in der zweyten Stelle, Zehner; die 8 in der dritten Stelle, Hunderte; und die 3 in der vierten Stelle, Tausende. Diesemnach enthält diese Zahl (nach dem gemeinen Ausspruch, da man das größeste am ersten auszusprechen pfleget,) drey Tausende, acht Hunderte, sieben Zehner und fünf Einzige, oder nach gewöhnlicher Redensart (§. 55.), drey tausend, achthundert, fünf und siebenzig. Auf solche Weise werden auch die größesten Zahlen nur aus den gedachten zehen einzeln Ziffern zusammen gesetzet.

§. 62. Also bedeutet jede Stelle besondere Einheiten; und zwar die erste Stelle zur Rechten allezeit die kleineste, welche in derselben Zahl gegeben sind; die nachfolgenden Stellen aber, nach ihrer Ordnung, immerfort größere Einheiten.

§. 63. Die Größe der Einheiten in jeder Stelle gehen ordentlich von der rechten zur linken Hand immerfort in einer zehenfachen Vergrößerung, nämlich jede Einheit in der ersten Stelle zur Rechten bedeutet Eines; in der zweyten, einen zehenfachen Einer, oder zehen; in der dritten, einen zehenfachen Zehner, oder hundert; in der vierten ein zehenfaches Hundert, oder tausend; in der fünften, ein zehenfaches Tausend; in der sechsten, ein zehenfaches Zehentausend, das ist hunderttausend; in der siebenden, ein zehenfaches Hunderttausend, oder Million (§. 56.), ꝛc. Also, daß zehen Einheiten aus einer niedrigern Stelle immerfort eine Einheit in der nächstfolgenden höhern Stelle ausmachen.

§. 64. Folgends steigen die Größen der Einheiten, von zweyen Stellen in zehenmal zehen, das ist in einer hundertfachen Vergrößerung, als nämlich die erste Stelle zur Rechten bedeutet Einer; die dritte, hundertfache Einer,

ner, oder Hunderte; die fünfte, hundertfache Hunderte, das ist Zehentausende; die siebende, hundertfache Zehentausende, das ist Zehenhunderttausende, oder Millionen ꝛc. Die Größen der Einheiten aber von dreyen Stellen steigen in zehenmal hundert, das ist in tausendfacher Vergrößerung, nämlich die erste Stelle zur Rechten, bedeutet Einer; die vierte, tausendfache Einer, oder Tausende; die siebende, tausendfache Tausende, oder Millionen ꝛc.

§. 65. Wenn man nun dieses rückwärts von der linken zur rechten Hand betrachtet, so hat man wahrzunehmen, daß die Größen der Einheiten ordentlich immerfort in einer zehenfachen Verkleinerung abnehmen. Z. E. Jede Einheit in der 4ten Stelle bedeutet tausend; in der 3ten, den zehenden Theil (§. 48.) aus tausend, oder hundert; in der 2ten, den zehenden Theil aus hundert, oder zehen; in der ersten, den zehenden Theil aus zehen, oder Eins. Also, daß jede Einheit aus einer höhern Stelle immerfort zehen Einheiten in der nächst vorhergehenden niedrigern Stelle ausmachet. Ebener maßen fallen die Größen der Einheiten von zweyen Stellen, von der Linken nach der Rechten, in hundertfache; von dreyen, in tausendfache Verkleinerung, u. s. w.

§. 66. Gleichwie die Einheiten der Stellen von der Rechten zur Linken bis unendlich immerfort steigen (§. 63.), also kann auch zurück das Fallen (§. 65.) in zehnfacher Verkleinerung immerfort bis unendlich continuiret werden, wenn man nämlich aus einer ganzen Einheit in der ersten Stelle zur Rechten zehen Zehentel, ferner aus einem dieser Zehentel wiederum zehen Zehentel, ꝛc. machet (§. 52.), und solche Theile oder Brüche (§. 48.), der ganzen Zahl zur Rechten, vermittelst eines Scheide-

punkts

punkts beygesetzet. Man kann demnach das Wachsthum und das Abnehmen der Einheiten nach ihren Stellen überhaupt in folgender Reihe fürstellen.

X.	I		I		I	I	I	. I	I	I	IX.
	Ein Zehentel aus einem Tausendtel, das ist ein Zehentausendtel aus der ganzen Unität.		Ein Zehentel aus einem Hundertel, das ist ein Tausendtel aus der ganzen Unität.		Ein Zehentel aus einem Zehentel, das ist ein Hundertel aus der ganzen Unität.		Ein Zehentel aus der ganzen Unität.			

Eine angenommene ganze Unität.

Ein Zehner, das ist, zehen ganze Unitäten.

Ein zehenfacher Zehner, das ist ein Hundert ganze Unitäten.

Ein zehenfaches Hundert, das ist ein Tausend ganze Unitäten.

Ein zehenfaches Tausend, das ist ein Zehentausend ganze Unitäten.

§. 67. Diese Art Theile aus der angenommenen ganzen Unität, nennet man **Decimal-Theile**, und ist derselben Berechnung deswegen viel bequemer, als der andern Theile oder Brüche, weil sie in gleicher Ordnung mit den ganzen Zahlen immer in zehenfacher Vergrößerung, oder auch zurück Verkleinerung, fortgehen.

§. 68. Wenn eine Zahl aus etlichen bedeutlichen Ziffern bestehet, so ist jede Ziffer, in Ansehung der ganzen Zahl, nur ein Glied oder Theil aus der ganzen Zahl (§. 46.), und jedes Glied hat einen besondern Namen

der

der Einheiten (§. 61.): Alle Glieder aber zusammen machen die ganze Zahl aus (§. 47.), welche gewöhnlicher maßen, jedoch als eine einzig benamte Zahl angesehen, und gleichsam nur unter dem einzigen Namen der Einheiten, nach der Bedeutung der ersten Stelle zur Rechten, ausgesprochen und verstanden wird. Z. E. Die Zahl 3875. (§. 61.) Gulden, wird im Aussprechen als ein großer Haufen einzelner Gulden verstanden, in welchem drey tausend, acht hundert und fünf und siebenzig mal die Einheit eines Guldens zusammen geleget ist.

§. 69. Sonst aber in der Betrachtung, kann eine solche Zahl auf verschiedene Weise betrachtet und dem Gemüthe vorgestellet werden, nachdem man die Größe des Eins oder der ganzen Einheit annimmt. Z. E. Die vorige Zahl 3875 Gulden kann man auch betrachten, als 387 Einheiten, deren jede zehen Gulden enthält, zusammt noch einem Theile dieser Einheit, das 5 Zehentel oder 5 Gulden enthält; oder als 38 Einheiten, deren jede hundert Gulden enthält, zusammt noch einem Theile solcher Einheit, das 75 Hundertel oder Gulden enthält; oder auch als 38 Einheiten zu hundert Gulden, zusammt einem Theile dieser Einheit, das 7 Zehentel oder Zehner Gulden enthält, und darüber noch einem Theile des vorigen Zehentels, das 5 Zehentel aus einem Zehentel von hundert Gulden, das ist 5 Gulden, enthält, u. s. w.

§. 70. Das vor sich unbedeutliche Zeichen 0 (§. 61.), dienet allein darzu, um die leeren Stellen damit zu erfüllen, und also die Ordnung der Zahl unverrückt zu erhalten. Z. E. In der Zahl 40 ist die erste Stelle zur Rechten, weil keine Einzige, welche sonst in diese Stelle kommen müßten (§. 61.), allhier verhanden, mit 0 angefüllet, damit die 4, durch welche man 4 Zehner andeuten will,

geho-

gehöriger maßen, in die zweyte Stelle komme; gilt also diese Zahl Vierzig. Also heißet und bedeutet die Zahl 600: Sechs hundert; indem die 6 in der dritten Stelle stehet, und die übrigen zwey Stellen keine Zehner noch Einzige haben. Item 709 heißet und bedeutet sieben hundert und neun; indem die zweyte Stelle nur mit einer 0 angefüllet, und also keine Zehner enthält, u. s. w. Hieraus ist klar, daß eine 0 zur Linken einer Zahl, so wenig Nutzen als Bedeutung habe. Denn z. E. 04 ist so viel als 4; 006 ist nichts anders, als bloß 6; 079 ist so viel als 79; weil auf solche Weise die bedeutlichen Ziffern nicht aus ihren Stellen verrücket werden, und also ihre Bedeutung unverändert bleibet.

§. 71. Um die Zahlen desto besser in meiner Beschreibung zu unterscheiden, so heiße ich die 1: eine angenommene Einheit, oder auch nur schlechthin: eine Einheit oder Unität; die Zahlen 10. 100. 1000. 10000. ꝛc. jede vor sich: Eine angewachsene Einheit, als welche nämlich aus den angenommenen schlechten Einheiten, durch Zusammenlegen derselben erwachsen. Auf gleiche Weise werde ich die Zahlen 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. und 9. einzelne bedeutliche Ziffern, oder auch nur einzelne Ziffern; die Zahlen aber 20, 30, 40, ꝛc. oder 200. 300. 400. ꝛc. oder 2000. 3000. 4000. ꝛc. einzelne angewachsene Ziffern benennen. Wo ich aber nur von Zahlen rede, so verstehe ich alle Arten Zahlen, sie mögen nur eine, oder auch mehr bedeutliche Ziffern haben. Und wenn ich sage numerum simplicem oder eine schlechte Zahl, so verstehe ich alle Arten Zahlen, welche nur eine bedeutliche Ziffer haben, als 1. 2. 3. 4. ꝛc. oder 10. 20. 30. 40. ꝛc. oder 100. 200. 300. ꝛc.

Die

Die I. Aufgabe.

§. 72. Eine mit Ziffern geschriebene große Zahl aufs kürzeste auszusprechen, das ist, einer jeden Ziffer in derselben, ihren rechten Werth zuzueignen.

I. Lernet nur eine Zahl von dreyen Stellen, nach Anweisung §. 61. aussprechen, und wenn ihr dieses, so doch sehr leicht ist, könnet; so theilet

II. die gegebene größere Zahl von der Rechten an, gegen die Linke, in Classen, vermittelst kleiner Strichlein, und eignet jeder Classe drey Stellen zu. Am Ende gegen die Linke mögen drey oder weniger übrig bleiben.

III. Machet über die erste Stelle, welche nach der zweyten Classe kommt, einen Punkt; über die, so nach der vierten Classe folget, zwey Punkte; und über die, so nach der sechsten Classe stehet, drey Punkte, u. s. w.

IV. Sprechet die erste Classe zur Rechten durch Einer, und die folgende zweyte Classe durch Tausend, nämlich tausendfache Einer, aus; ferner die dritte Classe, über welcher ein Punkt stehet, durch Million, und die folgende abermals durch Tausend, nämlich tausendfache Millionen; weiter die fünfte Classe, so zwey Punkte hat, durch Billion, und die nachfolgende wiederum durch Tausend, nämlich tausendfache Billionen, u. s. w. Jedoch wird das Aussprechen gewöhnlicher maßen allezeit bey der letzten Classe, die der gegebenen Zahl zur Linken stehet, als bey der größesten Art Einheiten, angefangen.

Z. E. Wenn ihr die Zahl 83409761052700080006 aussprechen wollet, so distinguiret solche nach gedachter Anweisung, wie folget:

83,409,761,052,700,080,006,

und

und sprechet demnach: 83 Trillionen, 409 tausend und 761 Billionen, 52 tausend und 700 Millionen, 80 tausend und 6.

Beweis.

Jede Classe ins besondere ist richtig ausgesprochen, nach §. 61. und 70. Nun steigen die Classen, indem dieselben aus dreyen Stellen bestehen, in tausendfacher Vergrößerung (§. 64.); derowegen bedeutet die erste Classe zur Rechten Einer, die nächstfolgende 2te Classe tausendfache Einer, die 3te tausendfache Tausende ꝛc. Indessen heißen tausendmal tausend Einer, eine Million; und tausendmal tausend Millionen, eine Billion ꝛc. (§. 56.); folgends ist die gegebene Zahl angezeigter maßen recht ausgesprochen worden.

§. 73. Allhier habe ich erinnern wollen, wie einsten ein gewisser Mann, der sich so gar bedünket ein Meister der Rechenkunst zu heißen, sich in dieser Materie gegen mich ausgelassen, daß man seiner Meynung nach von dergleichen allzugroßen Zahlen gleichwohl keinen klaren Begriff haben könnte. Allein ich brachte denselben bald auf vernünftigere Gedanken, nachdem ich ihm zu erwegen vorgestellet, daß 100,000 Gulden, oder eine Tonne Goldes (§. 57) nichts anders ist, als z. E. 100 Beutel, in deren jedem 1000 Gulden enthalten sind. Also kann man sich auch in dem Gemüthe vorstellen, daß 1,000,000 Gulden nichts anders seyn, als 1000 Beutel in deren jedem 1000 Gulden enthalten sind, u. eben dieses Quantum nennet man eine Million Gulden. So leicht es nun auf solche Weise ist, alle Zahlen bis auf eine Million klar zu begreifen; eben so leicht kann man sich auch von allen größeren Zahlen einen klaren Begriff machen, wenn man nämlich, wie vorhin, überleget, daß 1,000,000,000 Gulden nichts anders sind, als tausend Beutel, in deren jedem eine Million Gulden (welches Quantum, nämlich einer Million, aus der vorigen erstern Betrachtung bereits klar begriffen worden) enthalten ist; also auch

:

1,000,000,000,000 Gulden nichts anders, als eine Million (das ist tausendmal tausend) Beutel, in deren jedem eine Mil-

lion Gulden, und eben ein solches Quantum, nämlich von einer Million Millionen, nennet man eine Billion Gulden. Wenn man nun einen Begriff von einer Billion hat, so kann man die höhern Zahlen eben wie vorhin betrachten, und nur bedenken:

1,000,000,000,000,000 Gulden ist nichts anders, als tausend Beutel, in deren jedem eine Billion (so vorhin schon begreiflich gemacht worden) enthalten;

item 1,000,000,000,000,000,000 Gulden nichts anders als eine Million (oder tausendmal tausend) Beutel, in deren jedem eine Billion Gulden, und dieses Quantum nennet man eine Trillion Gulden, u. s. w. Aus diesem ist zu ersehen, daß man von allen Zahlen, sie seyn so groß als sie immer wollen, einen klaren Begriff haben kann, wenn man der Sache unverdrossen nur ein wenig nachdenket.

§. 74. Noch verschiedene Exempel zur Uebung.

N°. 1. Die Peripherie oder Umfang der Erdkugel wird auf 5400 deutsche Meilen, jede Meile etwa auf 20000 Schuhe, folgends die ganze Peripherie auf ungefehr 108,000,000 Schuhe gerechnet: Wie wird diese Zahl ausgesprochen? Antwort: 108 Millionen Schuhe.

N°. 2. Nach der Astronomorum Beschreibung wird die Peripherie der Sonne bey nahe auf 599,489 deutsche Meilen, oder etwa 11,989,780,000 Schuhe gerechnet: Wie werden diese Zahlen ausgesprochen? Antwort: 599 tausend und 489 Meilen; oder 11 tausend 989 Millionen und 780 tausend Schuhe.

N°. 3. Nach des Cassini Calculo wird die geringste Weite der Sonnen von der Erde auf 18,598,360 deutsche Meilen, oder etwa 371,967,200,000 Schuhe gerechnet: Wie werden diese Zahlen ausgesprochen? Antwort: 18 Millionen, 598 tausend und 360 Meilen; oder 371 tausend 967 Millionen, und 200 tausend Schuhe.

N°. 4.

N°. 4. Die 24 Buchstaben im Alphabeth können ihre Stellen (wie hernach an seinem Orte soll gezeiget wer-

∴ :

den) 620,448,401,733,239,439,360,000 mal verändern. Wie wird diese Zahl ausgesprochen? Antwort: 620 Tausend 448 Trillionen, 401 Tausend 733 Billionen, 239 Tausend 439 Millionen u. 360 Tausend.

N°. 5. Der hochweise Archimedes hat in seiner Sand-Rechnung erwiesen, daß eine 1 mit beygesetzten 51 Nullen eine größere Zahl sey, als die Zahl aller Sand-Körnlein, so die ganze Welt begreifen könnte (wenn man nämlich die Größe der ganzen Welt nach der ältesten Astronomorum Meynung schätzet, welche jedoch weiter nicht, als bis an den Sonnenkreis sich erstrecket): Wie wird eine solche Zahl ausgesprochen? Antwort: 1000 achtmalige Millionen, nämlich in dem Verstande, wie oben im §. 56 erkläret worden.

Die 2. Aufgabe.

§. 75. Eine vorgesagte große Zahl durch die Ziffern ordentlich zu schreiben, das ist jede vorgesagte Ziffer in ihre zugehörige Stelle zu setzen.

Die Aufschreibung großer Zahlen durch Ziffern geschiehet der ordentlichen Ausrede und Schreibart gemäß, von der Linken nach der Rechten. Nämlich, man schreibet erstlich die größeste Art Einheiten, und dann ferner die kleinern, eine Stelle nach der andern, so viel deren verhanden, bis zum Ende, eben also wie im Aussprechen angewiesen worden (§. 72.). Dannenhero es einem jeden, der alle Zahlen recht auszusprechen weiß, ein leichtes ist, auch hinwiederum alle Zahlen die ihm dictiret

werden, richtig zu schreiben. Damit man aber insonderheit auch sehr große Zahlen so fort von der Hand, und ohne nachmaliges corrigiren recht aufsetzen möge, so dienen hierzu folgende Handgriffe:

I. Schreibet die höchste Classe (sie bestehe aus drey oder weniger Stellen) das ist, was in der fürgegebenen Zahl anfangs, ehe der Name Tausend, oder Million, Billion ꝛc. erwehnet wird, vorher gehet.

II. Merket alsdenn, den zu solcher Classe gegebenen Namen Tausend, Million, oder Billion ꝛc. und notiret nach der Rechten vermittelst kleiner Strichlein noch so viel Classen, als zu besagtem Namen nach seiner eigentlichen Stelle erfordert werden (§. 72.)

III. Hierauf schreibet in solche abgetheilte Spatia das übrige der gegebnen Zahl, und zwar jede Art Hunderte, Zehner und Einzige, in ihre zugehörige Classen (ibid.); Wo aber ja was verschwiegen wird, eine o in derselben Stelle, so ist geschehen, was man verlanget.

Z. E. Man soll die Zahl: Drey und achzig Trillionen, vier hundert und neun tausend auch sieben hundert ein und sechzig Billionen, zwey und funfzig tausend auch sieben hundert Millionen, und achzig tausend auch sechs, mit Ziffern schreiben. Allhier höret man zum ersten sagen: Drey und achzig, die zu ihrem Namen haben Trillionen, welcher Name in solche Stelle gehöret, der drey Puncte zukommen, und also vorher nach der Rechten noch 6 Classen hat, nämlich 2 Classen ohne Punct, 2 mit einem, und zwey mit zweyen Puncten bemerket (§. 72.); derowegen schreibet auf: 83, und notiret, nach der Rechten sechs räumliche Classen, da allezeit

drey

drey Ziffern hinein kommen können, folgender Gestalt:

∴ : .

83, ' ' ' ' ' '

Wenn nichts mehr als nur 83 Trillionen gesaget wäre, so dürfte man die übrigen Classen nur mit lauter Nullen

∴ : .

anfüllen, also: 83, ooo, ooo, ooo, ooo, ooo, ooo. Weil aber noch mehr Zahlen gesaget worden, so füllet solche Classen ordentlich mit denselben Zahlen, ihren Namen gemäß, so kommt es demnach, wie folget, zu stehen:

∴ : .

83, 409, 761, 052, 700, 080, 006.

Wenn die Zahl nun gänzlich geschrieben, so kann man nach Belieben die Strichlein und Puncte ablöschen, daferne man die Zahl, wie gewöhnlich, aufgeschrieben haben will. Im übrigen ist dieses alles aus dem vorhergehenden (sonderlich §. 72.) so klar, daß man keinen Beweis darzu vonnöthen hat.

§. 76. Noch andere Exempel zur Uebung.

N°. 1. Die Peripherie des Monds wird etwa auf 1448 Meilen gerechnet (wie sonderlich in den Astronomischen Anfangsgründen des Hrn. Wolfen zu ersehen), diese betragen acht und zwanzig Millionen, neun hundert und sechzig tausend Schuhe (wenn man die Meile auf 20000 Schuhe schätzet): Wie wird diese Zahl durch Ziffern geschrieben? Antwort: 28, 960, ooo; oder so man die Strichlein ablöschet: 28960000 Schuhe.

N°. 2. Die geringste Weite des Monds von der Erde, wird nach des Caßini Calculo auf 45580 Meilen gerechnet, das ist, Neunhundert und Eilf Millionen, auch Sechshundert tausend Schuhe: Wie wird diese Zahl mit Ziffern aufgeschrieben? Antwort: 911, 600, ooo; oder 911600000 Schuhe.

§. 77. Solchergestalt wird die innerliche Benennung der ganzen Zahlen, als welche andeutet, ob es Einzige, Zehner, oder Hunderte ꝛc. sind (§. 36.), wie aus den vorigen erhellet, bloß und allein aus den Stellen erkannt, in welchen sie anzutreffen. Der Name der Theile eines ganzen Dinges aber, das ist, die innerliche Benennung der gebrochenen Zahlen, als welche andeutet, wie viel derselben Theile auf ein Ganzes gehen (§. 48.), wird insgemein unter die Zahl gesetzet, und von dieser durch einen Strich unterschieden. Z. E. Drey Viertel, schreibet man $\frac{3}{4}$. Da denn die 4 nichts anders, als nur den Namen der übergeschriebenen Zahl 3 anzeiget, dergestalt, daß die 3 solcher Art Einheiten sind, derer 4 auf ein Ganzes gehen. Item Sieben Achtel schreibet man $\frac{7}{8}$ und verstehet dadurch, daß das Ganze in 8 gleiche Theile zertheilet wird, deren Theile allhier 7 verhanden sind. Und eben deswegen nennet man in Brüchen die obere Zahl, welche nämlich über dem Striche stehet, **Zähler**, das ist, die eigentliche Zahl (§. 54); hingegen die untere Zahl **Nenner**, das ist, der bloße Name von der übergeschriebenen Zahl.

§. 78. Auf solche Weise werden in gebrochenen Zahlen allezeit erstlich der Zähler, hernach fort darauf der Nenner (und zwar beyde Zahlen nach Art und Weise, wie bey ganzen Zahlen gelehret worden) mit Beyfügung des Wörtleins **Theil**, oder auch kurz, wie gewöhnlich, **tel**, ausgesprochen, als $\frac{19}{32}$ heißet 19, 32tel. Item $\frac{87}{100}$ heisset 87, 100tel. Item $\frac{329}{4837}$ heißet 329, 4837tel, u. s. w.

§. 79. Die übrigen Namen, welche allein zu der äusserlichen Benennung einer Zahl gehören (§. 36.), werden neben der Zahl ins besondere, entweder vor oder nach, oder auch darüber gesetzet. Z. E. Wenn man 346 Gul-

den

den oder Florin schreiben will, so setzet man es, wie folget:

Gulden

Gulden 346; oder 346 Gulden; oder 346.

Oder nach dem gemeinen Gebrauch, da ein Gulden oder Florin nur mit fl. bemerket wird, also:

fl.

fl. 346; oder 246 fl.; oder 346.

§. 80. Wenn man etliche gleichnamige Zahlen, als 287 fl. 325 fl. und 19 fl. ꝛc. untereinander zu schreiben hat, so schreibet man ihren Namen nur bey der ersten Zahl also:

fl. 287
325
19
ꝛc.

und bedeuten sie insgesammt lauter Gulden.

Also pfleget man auch bey gebrochenen Zahlen, wenn sie einen allgemeinen Namen oder Nenner haben, und untereinander zu schreiben sind, nur ihre Zähler (§. 77.) untereinander zu setzen, und ihren gemeinen Nenner ein vor allemal darüber zu notiren. Z. E. Wenn man $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{8}$ und $\frac{7}{8}$ untereinander zu setzen hat, schreibet man es, wie folget:

$\frac{8}{}$
5
3
7

oder auch wohl also:

5 (8tel.
3
7

§. 81. Wenn eine Zahl aus einer oder mehrern ganzen Einheiten nebst einem oder etlichen Theilen eines Ganzen bestehet, so nennet man dieselbe **eine vermischte Zahl** (numerus mixtus). Z. E. $1\frac{1}{4}$, oder $5\frac{7}{8}$, oder $14\frac{19}{30}$ ꝛc. heißen vermischte Zahlen, indem dieselben verschiedene

Art Einheiten, als nämlich Ganze und Theile eines Ganzen, in sich enthalten.

§. 82. Obgleich sonst auch alle ganze Zahlen, wenn sie aus etlichen Ziffern bestehen, verschiedene Einheiten in ihren Stellen enthalten (§. 61.); so können dieselben doch unter einem einzigen Namen verstanden, und so fort ausgesprochen werden (§. 68.): Da hingegen die ganzen nebst gebrochenen Zahlen, insonderheit wenn die Brüche nicht Decimal-Theile sind (§. 67.), nicht so fort unter einem Namen der Einheiten ausgesprochen werden können, sondern man müßte die Ganzen vorher durch wirkliche Berechnung unter den Namen der Theile bringen, und selbige dann zu denen darbey gegebenen Theilen nehmen, wenn man sie sämtlich unter einen einzigen Namen haben wollte.

§. 83. In benamten Zahlen (§. 37.) nennet man diejenige eine **mehrerley namige Zahl**, welche größere nebst kleineren Sorten der Münz-Maaß- Gewicht- Zahl- oder Zeitarten, (als Gulden, Groschen und Pfenning; oder Ruthen, Schuh und Zoll; oder Pfund, Loth, Quentlein und Pfennig ꝛc.) und also verschiedene äußerliche Namen in sich enthält.

§. 84. Die Ordnung des Schreib- und Aussprechens der mehrerley namigen (§. 83.) und vermischten Zahlen (§. 81.), ist gleich der gegebenen Ordnung in ganzen oder einzig benamten Zahlen, nämlich es werden erstlich die gegebenen Einheiten der größesten Art, das ist im ersten Falle der größesten Sorte, und im andern der Ganzen; und hernach nach der Rechten ins besondere die kleinern, so wohl geschrieben als ausgesprochen. Z. E. 238 Gulden, 26 Groschen, und 13 Pfennige schreibet man also:

fl. 238 = 26 gr. = 13 d.
fl. = gr. = d.
oder 238 = 26 = 13 =

und wird ausgesprochen, wie es in der Aufgabe gemeldet, nämlich 238 Gulden, 26 Groschen, und 13 Pfennige.

Item

Item 378 ganze Gulden und $\frac{3}{4}$ eines Guldens werden geschrieben fl. $378\frac{3}{4}$; oder $378\frac{3}{4}$ fl; oder $378\frac{3}{4}$; und ausgesprochen 378 u. 3 Viertel Gulden. Weil nun die beystehende Brüche, ob sie wohl kleinere Art Einheiten sind, jedoch von gleichem Wesen mit den Ganzen verstanden werden; als beym nächsten Exempel, so wohl die 378, als auch die $\frac{3}{4}$, beyde Gulden bedeuten: So müssen zwischen den Ganzen, und dem darbey gegebenen Bruche keine Scheidepunkte (wie sonst bey den mehrerley namigen Zahlen vorhin zu ersehen) kommen.

fl.

§. 85. Es ist demnach der Hauptunterscheid zwischen vermischten und mehrerley namigen Zahlen einerseits, und den ganzen oder einzig benamten Zahlen, welche etliche bedeutliche Ziffern enthalten, andererseits (wie hievon bereits §. 82. in etwas berühret worden), nur dieser, daß bey diesen immerfort 10 Einheiten aus einer niedrigern Stelle eine Einheit in der nächstfolgenden höhern Stelle ausmachen (§. 63.): Da hingegen bey jenen eine ganze Einheit oder 1 aus der gegebenen größern Sorte, zum öftern mehr oder weniger als 10 Einheiten der gegebenen Theile oder kleineren Sorten in sich enthält. Z. E. Ein Ganzes hat 4 Viertel, oder 13 Dreyzehentel ꝛc. Item 1 fl. enthält 30 Groschen; Ein Groschen 18 Pfennig. ꝛc.

§. 86. Dannenhero ists nöthig, ehe man zur Rechnung der benamten Zahlen, absonderlich in den kleinen Sorten schreitet, daß man zuvor sich erkundigen müsse, wie viel Einheiten der kleinern Specierum auf eine Einheit der größeren gehen. Zu diesem Ende wird von den meisten Autoribus der praktischen Arithmetik die Abtheilung der Münzen, Maaße und Gewichte ꝛc. zum voraus angeführet. Und eben in solcher Absicht habe ich die Preußischen Münzen, Maaße und Gewichte ꝛc. (weil der erste Entwurf gegenwärtigen Werks in Danzig gemacht worden)

allhier anzeigen wollen. Von andern Orten aber werde hernach im dritten Theile Meldung thun.

§. 87.

N°. 1. Von den Münzen.

Ein Gulden hat = = = = 30 Groschen.
Ein Thaler hat 3 Gulden oder = = 90 Groschen.
Ein Groschen hat 3 Schilling oder = = 18 Pfenning.
Ein Schilling hat = = = = 6 Pfenning.

Kürze halben aber bezeichnet man
Gulden mit fl. Thaler mit Thlr. oder Rthlr.
Groschen mit ß. Pfenning mit ₰.

Die Bücher und Rechnungen werden in fl. ß. und ₰. geführet; und nennet man die Preußische Münzen insgemein **Polnische.** Jedoch sind alle diese Münzen, ausgenommen die Schillings, (oder etwa alte ß) nur fingirt, und nicht in Natura gemünzet, sondern es geschehen die Zahlungen in Timpfen von 18 ß, Sechsers von 6 ß, Dütchens von 3 ß. Von andern Münzen aber, als Ducaten, Kreuzthaler ꝛc. die keinen festen Preis haben, soll hernach im dritten Theile ein mehreres gemeldet werden.

N°. 2. Vom langen Maaße.

Eine Ruthe hat 15 Fuß oder Schuh, oder $7\frac{1}{2}$ Ellen.
Ein Faden Holz hat 6 Fuß = = = oder 3 Ellen.
Eine Elle hat 2 Fuß. Ein Fuß hat 12 Zoll.
6 Danziger-Ellen werden gleich gerechnet mit 5 Brabander-Ell.
100 Danziger-Ruthen werden gleich geschätzet mit 114 Rheinländischen Ruthen und 2 Decimal-Füssen.
Ein Morgen Landes hat 300 Quadrat-Ruthen.
Eine Hube hat 30 Morgen.

N°. 3. Vom Getäydemaaße.

Eine Last hat 60 Scheffel. Ein Malter hat 16 Scheffel.
Ein Scheffel hat 4 Viertel. Ein Viertel hat 4 Metzen.
Eine Groß-Last, wornach das Malz gekauft wird, hat 90 der gedachten Scheffel.

N°. 4.

N°. 4. Vom Weinmaaße.

Eine Last hat 2 Faß. Ein Faß hat 4 Orhoft oder 6 Aam.
Ein Orhoft gehöret zu halten 1½ Aam, oder 30 Viertel, oder 165 Stofen, welches aber fast niemals eintrifft.
Ein Aam hat 4 Anker, oder 20 Viertel, oder 110 Stofen.
Ein Anker hat 27½ Stofen. Ein Viertel hat 5½ Stofen.
Ein Boht oder Pipe Sekt hat 3 Aam.
Eine Pipe Spanischen Weins aber hat 2½ Aam.

N°. 5. Vom Biermaaße.

Eine Last hat 6 Faß. Ein Faß hat 2 Tonnen.
Eine Tonne hat 90 Stofen. Ein Stofe hat 4 Quartier.

N°. 6. Vom Danziger Kramgewichte.

Ein Schiffpfund hat 20 Ließpfund, oder 320 Pfund.
Ein Ließpfund hat 16 Pfund. Ein Großstein hat 34 Pfund.
Ein Kleinstein hat 24 Pfund. Eine Last Flachs hat 60 Großst.
Ein Centner hat 120 Pfund, oder 5 Kleinstein, oder 3 Großstein und 18 Pfund; wiewohl bey der Stadtwaage der Centner nur à 3½ Großstein berechnet wird.
Ein Pfund hat 32 Loth. Ein Loth hat 4 Quentlein.
Ein Quentlein hat 4 Pfenniggewichte.
Eine Tonne Butter rechnet man auf 16 Ließpfund oder 256 Pfund.

Kürze halben aber bezeichnet man
Schiffpfund mit Schℳ. Ließpfund mit Lℳ. Pfund mit ℳ.
Großstein mit Grst. Kleinstein mit Klst. Cent. mit Ⅽ.
Loth mit Lt. Quentlein mit Qu. Pfenninggewichte mit ₰.

N°. 7. Vom Königsberger Kramgewichte.

Ein Schℳ. hat 20 Lℳ. oder 400 ℳ, Ein Lℳ. hat 20 ℳ.
Ein Grst. hat 40 ℳ. Ein Klst. hat 25 ℳ.
Ein Ⅽ. hat 128 ℳ. Die Eintheilung des ℳ ist gleich wie vorhin.

N°. 8. Vom Gold- und Silbergewichte,

dessen Eintheilung an vielen Orten gemein ist.

Eine Mark hat 16 Loth oder 24 Schott, so aber beym Golde Karat genennet wird. Ein

Ein Schott oder Karat hat 4 Gran. Ein Gran hat 3 Grän.
Ein ℔ hat 2 Mark. Eine Unze hat 2 Loth oder 3 Schott.
Ein Loth hat 1½ Schott, oder 4 Qu. ꝛc. wie vorhin (No. 6.) gemeldet; wiewohl das Gold- und Silbergewichte mit dem Kramer-Gewichte nicht darum auch gleich schwer ist. Sonst ein ℔ maßiv Drath ohne Seide, rechnet man nur auf 12 Unzen zu 2 Loth.

N°. 9. Vom Apothekergewichte.

Ein ℔ hat 12 Unzen. Eine Unze 8 Drachma.
Ein Drachma hat 3 Scrupel. Ein Scrupel hat 20 Gran.

N°. 10. Von zählenden Dingen.

Ein Schock hat 4 Mandeln oder = 60 Stück
Eine Mandel = = = 15 =
Ein Dutzt = = = 12 =
Ein Zimmer Zobeln oder Mardern = 40 =
Ein Decher Felle oder Häute = 10 =
Ein Sechzig Wagenschoß hat 60 Hundert.
Ein Hundert (nemlich ein Kleines) hat 2 Schock oder 120 Stück.
Ein Großhundert Klappholz hat 48 Schock oder 12 Ring.
Ein Ring = = = 2 Kleinhundert oder 4 Schock.
Ein Ballen Papier hat = 10 Rieß, oder 200 Buch, oder 5000 Bogen in Druckpapier.
Ein Rieß = = = 20 Buch.
Ein Buch Schreibpapier = 24 Bogen.
Ein Buch Druckpapier aber 25 Bogen.
Eine Last Hering, Lüneburgisch Salz, Honig, Pech, Theer ꝛc. hat 12 Tonnen.
Eine Last Franz, Schottisch und Spanisch Salz, wenn es loß aufs Schiff ist, 18 Tonnen; aber gepackt in Tonnen, nur 16 Tonnen.
Eine Tonne Hering hat = 13 Wahl, oder 1040 Heringe.
Eine Wahl = hat = = = 80 Heringe.
In den Zeitarten rechnet man insgemein (ob es sich schon nicht wirklich immer also verhält)
Ein Jahr auf 365 Tage, oder 52 Wochen, oder 12 Monathe.
Ein Monath auf 4 Wochen, oder 30 Tage.

Eine

Eine Woche auf 7 Tage.
Ein Tag sammt der Nacht hat 24 Stunden.
Eine Stunde 60 Minuten.
Eine Minute 60 Secunden.

§. 88. Wo im gegenwärtigen Buche eine Münze, Maaß oder Gewichte zu finden, dabey kein Ort gemeldet wird, verstehet man aus obgegebener Ursache (§. 86.) die gedachte Preußische, welches ich einmal vor allemal hiermit erinnern wollen.

§. 89. Das Zeichen der Gleichheit zweyer oder auch mehrerer Größen, welches man Kürze halber sich zu bedienen pfleget, ist =

Z. E. Wenn ich setzen will: Ein Ganzes ist gleich $\frac{2}{2}$ oder auch $\frac{3}{3}$ oder auch $\frac{4}{4}$ (§. 49.), so schreibe ich $1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4}$. Item 3 fl. = 1 Thl. = 90 gl. = 270 ß = 1620 ₰ heißet und bedeutet 3 fl. sind gleich 1 Thl, auch gleich 90 gl., auch gleich 270 ß, auch gleich 1620 ₰.

Zum Beschluß der Numeration sind noch folgende Sätze nützlich zu betrachten.

§. 90. Wenn man einer Zahl zur Rechten eine 0 ansetzet, wird sie zehenmal; durch Beyfügung zweyer Nullen aber, hundertmal; und durch den Ansatz dreyer Nullen, tausendmal ꝛc. so groß, als sie zuvor gewesen.

Z. E. Wenn man an die Zahl 47 setzet eine 0 zur Rechten also: 470; so saget man die Zahl 470 ist zehenmal so groß, als die Zahl 47. Die Zahl 4700 aber ist 100mal; und 47000, 1000mal so groß, als 47.

Beweis.

Wenn man einer Zahl eine 0 ansetzet, werden alle ihre Glieder oder Theile, das ist (§. 68.) alle ihre Ziffern, um eine Stelle gegen die linke Hand weiter fortgerücket; folgends wird jede Ziffer dadurch zehenmal so groß, als zuvorhin (§. 63.), nämlich diejenige Ziffer, welche vorher

her Unitäten bedeutet, heißet nun Zehner, und die zuvor Zehner bedeutet, nun Hunderte ꝛc. Derowegen wird nothwendig auch die ganze Zahl, welche ihren Theilen zusammen gleich ist (§. 68. und 47.), solchergestalt zehenmal so groß als zuvor (§. 45.). Gleichermaßen verhält sichs mit den andern Fällen, wenn nämlich 2 oder 3 Nullen ꝛc. angesetzet werden.

§. 91. Wenn man demnach einer Zahl, nicht eine 0, sondern eine bedeutliche Ziffer zur Rechten ansetzet, so wird dieselbe Zahl zwar ebenfalls zehenmal so groß, als sie zuvor gewesen: Allein sie bekommet über dieses noch so viel Unitäten, als die zugesetzte Ziffer bedeutet.

Z. E. Wenn man an 47 eine 3 setzet, also: 473; so saget man die Zahl 473 ist zehenmal so groß als die 47, und enthält darüber noch 3 Unitäten. Auf gleiche Weise verhält sichs mit den vorhin (§. 90) gedachten andern Fällen, wenn nämlich einer Zahl 2 oder mehr bedeutliche Ziffern beygefüget werden.

§. 92. Wenn eine Zahl zur Rechten eine oder etliche Nullen hat, und man schneidet ihr eine dieser Nullen ab, so wird sie zehenfach; von 2 Nullen hundertfach; von 3 Nullen 1000fach ꝛc. kleiner, als sie zuvor gewesen, das ist, es bleibet nach dem Abschnitte einer Nulle, der zehende Theil, oder ein Zehentel (§. 48.); nach dem Abschnitt zweyer Nullen, ein Hundertel; nach dem Abschnitt dreyer Nullen, ein Tausendtel ꝛc. aus der zuerst gegebenen Zahl übrig.

Z. E. 47 ist $\frac{1}{10}$ aus 470; oder $\frac{1}{100}$ aus 4700; oder $\frac{1}{1000}$ aus 47000 u. s. w.

Beweis.

Denn auf solche Weise werden im ersten Falle alle Theile oder (§. 68.) Ziffern der gegebenen Zahl, gegen die rechte Hand zurück gerücket; folgends fallen dieselben

in

in zehenfacher Verkleinerung (§. 65), nämlich diejenige Ziffer, welche vorher (z. E.) Tausende bedeutet, heißet nun Hunderte; die vorhin Hunderte bedeutet, nun Zehner; und die vorhin Zehner bedeutet, nun Einer. Die aber zuvor Einer bedeutet, wird zwar wegen des Abschnitts, oder solcher Absonderung, um nichts verkleinert: Allein da hier von einer solchen Zahl geredet wird, die in der ersten Stelle zur Rechten eine o hat, so sind auch keine Einer verhanden. Wenn nun alle Theile der gegebenen Zahl zehenfach kleiner werden, so wird nothwendig auch die ganze Zahl zehenfach kleiner, als zuvor. Eben solche Bewandniß hat es mit den andern Fällen, wenn 2 oder 3 Nullen ꝛc. abgeschnitten werden.

§. 93. Wenn demnach eine Zahl zur Rechten eine bedeutliche Ziffer hat, und man schneidet selbige ab, so werden zwar alle übrige Ziffern, wie vorhin gedacht, zurück gerückt; folgends auch zehenfach kleiner, als sie zuvor gewesen: Außer allein die abgeschnittene Ziffer, welche vorhin Einer bedeutet, diese wird auf solche Weise noch um nichts verkleinert. Derowegen wenn man auch diese um zehenfach kleiner haben will, so darf man mit selbiger, nach dem Abnehmen der Stellen zur Rechten (§. 66.) nur eine Stelle zurück gehen, das ist, sie nur Zehentel benennen.

Z. E. Wenn man von der Zahl 473 die 3 abschneidet, so saget man, die Zahl 47 ist $\frac{1}{10}$ aus 470 (§. 92.), aber nicht $\frac{1}{10}$ aus 473: Hingegen ist 47 $\frac{3}{10}$ just $\frac{1}{10}$ aus 473. Gleichergestalt verhält sichs in den andern Fällen, wenn 2 oder mehr bedeutliche Ziffern abgeschnitten werden.

§. 94. Die kleineste Ziffer, nämlich 1, zur Linken einer Zahl, enthält mehr als alle übrige Ziffern nach der Rechten zusammen.

Beweis.

Beweis.

Denn die größeste Ziffer ist 9: Es bedeutet aber 1 in der zweyten Stelle zehen, das ist 9 und 1. Desgleichen ist die größeste Zahl von zweyen Ziffern nur 99: Da hingegen 1 in der dritten Stelle hundert bedeutet, das ist 99 und 1. Also ist auch die größeste Zahl von dreyen Ziffern, nur 999: Da hingegen 1 in der vierten Stelle Tausend bedeutet, das ist 999 und 1. u. s. w.

§. 95. Folglich ist unter zwey Zahlen diejenige allezeit die größere, welche am meisten Ziffern hat. Denn so die Zahl, welche mehr Ziffern hat, in der Stelle zur Linken auch nur eine 1 enthält, so bedeutet diese 1 doch schon mehr als die größeste Zahl, welche in den vorhergehenden Stellen zusamen möglichst geschrieben werden können (§. 94).

§. 96. Also folget auch, wenn zwey Zahlen gleich viel Ziffern haben, daß diejenige unter ihnen die größere seyn müsse, welche zur Linken eine größere Ziffer hat. Denn wenn solche Ziffer auch nur um 1 größer ist, als jene Ziffer zur Linken der andern Zahl, so bedeutet doch solche 1 schon mehr als alle niedrigere Stellen zusammen (§. 94). Dieses ist auch nicht absolut von den allerersten Ziffern zur Linken, sondern, daferne diese gleich groß sind, auch von denjenigen Ziffern zu verstehen, welche, nachdem solche Gleichheit der Ziffern aufhöret, weiter folgen. Z. E.

	86321
ist größer als	79999;
auch größer als	85999;
auch größer als	86299, u. s. w.

§. 97. Wenn zwey ungleiche Zahlen aus gleich viel Ziffern bestehen, so ist die Kleinere in der Größeren nie zehen, sondern allezeit wenigermal enthalten.

Beweis.

Beweis.

Gesetzt, sie wäre zehenmal in der größern enthalten, so müßte diese wenigstens so groß seyn, als zehenmal die kleinere, das ist, so groß, als wenn man an die kleinere zur Rechten eine o setzte (§. 90.); folglich auch so groß (weil beyde vermöge des Satzes gleich viel Ziffern haben) als eine Zahl, welche eine Ziffer mehr hat. Dieses kann aber unmöglich seyn (§. 95.): Derowegen folget, daß die kleinere nicht zehenmal in jener enthalten seyn kann.

§. 98. Wenn zwey Zahlen gegeben werden, deren eine um eine Ziffer kleiner ist, als die andere; die Ziffer zur *Linken* (nämlich nach Erklärung (§. 96.) der kleinern Zahl aber, größer als die Ziffer zur Linken der größern Zahl ist: So muß die kleinere Zahl weniger als zehenmal in solcher größern enthalten seyn.

Beweis.

Der Beweis dieses Satzes ist fast gleich dem vorigen (§. 97.), nämlich: Sollte solche kleinere ja zehenmal in der größern enthalten seyn, so müßte diese aufs mindeste so groß seyn, als zehenmal die kleinere, das ist so groß, als wenn der kleinern eine o zur Rechten beygesetzet wird (§. 90.); folglich (vermöge der Bedingung in dem Satze) auch so groß als eine Zahl, welche mit ihr gleich viel Ziffern, und jedoch zur Linken eine größere Ziffer hat: Dieses kann aber unmöglich seyn (§. 96); dannenhero folget, daß die kleinere weniger als zehenmal in der andern enthalten seyn müsse.

Von den vier Speciebus,

und zwar

Von der Addition.

§. 99.

Addiren (§. 43.) heißet verschiedene gegebene Zahlen zusammen in eine einzige Zahl bringen, dergestalt, daß man diejenige Zahl finde, welche den gegebenen verschiedenen Zahlen zusammen genommen gleich sey.

§. 100. Die gegebenen Zahlen werden die **Summirenden** genannt. Die Zahl aber, welche durch die Addition gefunden wird, heißt man **die Summe, das Collect, oder Aggregat.** In Ansehung dieser Summe nun, werden die summirenden Zahlen nur als Theile aus derselben betrachtet (§. 46.).

§. 101. Weil eine jede Zahl von vielen Einheiten zusammen gesetzet ist (§. 31.), so geschiehet das Addiren, wenn man zu der einen gegebenen Zahl die Einheiten der andern nach und nach zählet.

Z. E. Wenn man 3 und 5 addiren soll, so zählet man zu 3 noch 5 Einheiten, oder (welches einerley) zu 5 noch 3 Einheiten, kommet die begehrte Summa 8.

§. 102. Jedoch ist dieses nach und nach Zusammenzählen der Einheiten, nur von jungen Anfängern zu verstehen, welche sich die Einheiten der Zahlen durch die Finger vorzustellen pflegen, und also das zum Addiren nöthige Zählen, durch die Finger verrichten (§. 58.). Wer aber im Rechnen besser fortkommen will, der muß so gleich aus dem Kopfe herzusagen wissen, wie viel eine jede einzelne Ziffer zu einer andern Ziffer, oder auch größern Zahl genommen,

men, ausmachet; z. E. daß 6 und 8, 14; 14 und 9 aber, 23 ist. u. s. w.

§. 103. Da aber keine Zahlen sich zusammen setzen und nach voriger Art (§. 101 und 102) in einer Summe als eine einzige Zahl benennen lassen, welche nicht aus einerley Einheiten bestehen (§. 34): So müssen die auf solche Weise summirenden Zahlen auch einerley Einheiten, das ist gleiche Namen (§. 35) haben; und eben denselben Namen bekommet auch die Summe.

§. 104. Derowegen zählet man im Addiren, die Ziffern, welche Einer bedeuten, zu den Ziffern der Unitäten; die Ziffern, welche Zehener bedeuten, zu den Ziffern der Zehener; die Ziffern, so Hunderte bedeuten, zu den Ziffern der Hunderte, u. s. w. jede Art Einheiten zu ihres gleichen.

Die 3. Aufgabe.

§. 105. Verschiedene gegebene große Zahlen zu addiren.

I. Schreibet solche Zahlen dergestalt untereinander, daß alle ihre Stellen zur Rechten fein gerade in einer Columne, folglich die Einer unter den Einern, die Zehener unter den Zehenern, die Hunderte unter den Hunderten ꝛc. zu stehen kommen.

II. Ziehet unter die geschriebenen Zahlen eine Linie (um die hernachkommende Summe von den vorigen Zahlen zu unterscheiden.) Alsdenn

III. Zählet besonders zusammen die erste Columne Ziffern zur Rechten, das ist die Einer, und schreibet ge-

rade darunter ihre Summe. Wenn aber solche Summe eine oder mehr Zehener in sich enthält, so schreibet in selbige Stelle nur die in solcher Summe über die Zehener enthaltene Einer (oder daferne darüber keine Einer vorhanden, eine o) und zählet die Zehener so fort zu den gegebenen Zehenern in der nächstfolgenden Stelle: Die kommende Summe der Zehener setzet gleichfalls gerade unter die gegebenen Zehener, und fahret nach gedachter Weise weiter fort bis zu der letzt gegebenen Stelle. Enthält aber die letzte Summe zur Linken Zehener in sich, so setzet solche Summe gebührender maßen völlig aus, so werdet ihr solchergestalt die verlangte Summe der gegebenen Zahlen unter der Linie heraus bekommen.

Z. E. Wenn ihr die Zahlen 3597, 154, 9068, und 85 zusammen addiren sollet, so schreibet dieselbe auf, als folget:

3597
154
9068
85

Hierauf sprecht (zur Rechten anfangend): 5 und 8 ist 13, noch 4 darzu ist 17, noch 7 darzu ist 24. (Jedoch wenn ihr erst in dem Zusammenzählen geübet, so dürfet ihr das **und** oder **noch darzu** nicht wirklich aussprechen, sondern nur in Gedanken behalten, und kurz nur sagen 5, 13, 17, 24). Setzet also die 4 **Einer** unter die **Einer**, also:

3597
154
9068
85
4

Die 2 **Zehener** aber zählet zu den gegebenen **Zehenern** und sprechet: 2 (nämlich Zehener, welche aus voriger Summe der **Einer** entstanden) und 8 ist 10, noch 6 darzu ist 16, noch 5 darzu ist 21, noch 9 darzu ist 30, (nämlich **Zehener**). Setzet demnach (weil in dieser

ser Summe keine Einer vorhanden) eine ○ in die Stelle der Zehener, wie folget:

3597
154
9068
85

04

Die 3 aber (nämlich 3 Hunderte, das ist 30 Zehner,) zählet wie vorhin zu der folgenden Stelle (der Hunderte) und saget: 3 und 1 ist 4, noch 5 darzu ist 9 (nämlich Hunderte). Solche setzet in derselben Stelle der Hunderte, also:

3597
154
9068
85

904

Endlich saget in der letzten Stelle: 9 und 3 ist 12 (nämlich Tausende). Diese setzet, weil keine Zahlen zu addiren mehr folgen, völlig aus; so hat man die verlangte Summe unter der Linie, als folget:

3597
154
9068
85

Summe 12904. Diese Summe nun bekommt allezeit eben denselben Namen, welchen die gegebenen Zahlen haben (§. 103.). Z. E. Wenn diese wären fl. so müßte die Summe auch 12904 fl. heißen: Wären sie aber ℳ. so würde die Summe auch 12904 ℳ. heißen, u. s. w. Gleichergestalt verfahret auch mit allen dergleichen andern Exempeln.

Beweis.

Vermöge der geschehenen Rechnung sind die Einheiten jedes Gliedes ins besondere, das ist alle Einer, alle

Zehener, alle Hunderte, ꝛc. der gegebenen Zahlen, zusammen gezählet, und folgends gehöriger maßen recht addiret worden (§. 104.). Da nun die gefundene Zahl alle diese Summen der gegebenen Glieder oder Theile in sich enthält; so ist sie demnach so groß, wie alle gegebene Zahlen zusammen genommen (§. 47.); Derowegen sind die gegebenen Zahlen auf solche Weise recht zusammen addiret worden (§. 99.).

§. 106. Noch einige Exempel zur Uebung.

N°. 1. In der Stammtafel der Erzväter von Adam bis auf Noah (Genes. Cap. 5. und 7.) findet man, daß

Adam, als er den Seth gezeuget	=	130	Jahr alt war
Seth, als er den Enos gezeuget	=	105	—
Enos, als er den Kenan gezeuget	=	90	—
Kenan, als er den Mahaleel gezeuget	=	70	—
Mahaleel, als er den Jared gezeuget	=	65	—
Jared, als er den Henoch gezeuget	=	162	—
Henoch, als er den Methusalah gezeuget	=	65	—
Methusalah, als er den Lamech gezeuget	=	187	—
Lamech, als er den Noah gezeuget	=	182	—
Noah, als die Sündfluth auf Erden kam	=	600	—

Die Frage ist: Wie viel Jahre sinds von Erschaffung der Welt bis zur Sündfluth?

Antwort: = = = 1656 Jahr.

N°. 2. Als die Kinder Israel (und zwar nur was männlich, von 20 Jahren und darüber, die ins Heer zu ziehen tüchtig waren) in der Wüsten, nach dem Ausgange aus Aegypten, gezählet wurden, so fanden sich (Num. Cap. 1.)

Im Stamme Ruben	=	46500	Mann.
Im Stamme Simeon	=	59300	—
Im Stamme Gad	=	45650	—
Im Stamme Juda	=	74600	—
Im Stamme Isaschar	=	54400	—
Im Stamme Sebulon	=	57400	—
Im Stamme Ephraim	=	40500	—
Im Stamme Manasse	=	32200	—
Im Stamme Benjamin	=	35400	—
Im Stamme Dan	=	62700	—
Im Stamme Asser	=	41500	—
Im Stamme Naphthali	=	53400	—

Wie viel ist die ganze Summe? Antwort: 603550 Mann.

N°. 3. Ihrer Sechse, die ich z. E. mit A. B. C. D. E. und F. benenne, machen eine Gesellschaft,

in welcher = =	A	100000 fl.
	B	75000 —
	C	56500 —
	D	48720 —
	E	45000 —
	und F	36144 — eingeleget: Wie viel

ist die Summe der ganzen Einlage? Antwort: = 361364 fl.

§. 107. Bey großen Rechnungen, da so viele Zahlen zu addiren gegeben werden, welche nicht in einer Columne unter einander gesetzet werden können, verrichtet man die Addition Stückweise nach und nach, und bringet alsdenn die besondern Summen in eine einzige: So ist endlich die Summa Summarum die verlangte Summe aller gegebenen Zahlen. Oder es wird in solchem Falle die kommende Summe aus dem ersten Stücke, (wie in dem Buchhalten bey den Kaufleuten gewöhnlich) so fort oben auf das andere Stücke transportiret, u. s. w. Wovon aber nicht nöthig erachtet, besondere Exempel zu geben.

§. 108. Das Zeichen der Addition ist +, welches durch *plus*, mehr, oder und ausgesprochen wird.

Z. E. Die Summe von 3 und 5, wird angedeutet durch 3 + 5. Item 2 + 3 + 10 + 100 = 115. Dieses heißet und bedeutet 2 und 3 und 10 und 100 zusammen sind gleich (§. 89.) der Zahl 115. Es gehören zwar dergleichen Zeichen eigentlich in die Algebra; Man kann sich aber derselben öfters auch in der Arithmetik Kürze halber bedienen, wie unten mehrmal zu ersehen seyn soll.

Zum Beschluß der Addition sind nachfolgende Betrachtungen dienlich zu merken.

§. 109. Daß man die summirenden Zahlen gewöhnlicher maßen untereinander setzet, geschiehet deswegen, damit man die gleiche Art Einheiten in ihren zugehörigen Stellen fein vor Augen sehen, und sich um so viel weniger irren möge. Folgends ist man auch keinesweges an solches Untereinandersetzen gebunden, wenn man sonst nur vermögend ist, alle Stellen fleißig zu beobachten, und also jede Ziffer zu ihrer Art zu zählen. Insonderheit können zwey Zahlen, welche schon nicht untereinander stehen, gar leichte addiret werden, zumal da man allenfalls zu jeder Zahl sich einer Hand bedienen, und die gleichen Stellen, welche zusammen gezählet werden, mit den Fingern bemerken kann.

Z. E. Die Zahl 36852 zu 573691 zu addiren.

Summe 610543

§. 110. Also trägt es sich unterweilen auch zu, daß zu der Summe aus einer gegebenen Addition, noch eine besondere Zahl zu addiren sey; welche beyde Additiones aber in einer einzigen verrichtet werden können, wenn man in der ersten Summirung, die besondere

dere Zahl, ob diese schon nicht gerade unter jener geschrieben ist, gehöriger maßen (wie vorhin im §. 109. erwahnet) so fort mit zählet.

Z. E. zu addiren 3857
8264
93250 zusammt 684

ist die Summe 106055, in welcher die beyseit geschriebenen 684 mit enthalten sind.

§. 111. Da die Nullen zu nichts anders, als nur allein die leeren Stellen damit zu füllen, dienen (§. 70.): So ists im Addiren, da die Absicht nur ist, die Summe zu finden, keine Nothwendigkeit, alle Nullen, welche die summirenden Zahlen, absonderlich zur Rechten haben, mit aufzusetzen: Und kommt es hauptsächlich nur auf die bedeutlichen Ziffern an, daß man selbige in ihre zugehörige Stellen setze.

Z. E. Es sollen 2347, 5960, und 13400 zusammen addiret werden, so ists gleich viel, ob ich diese Zahlen zum addiren mit den Nullen ganz ausetze also:

2347	oder ohne die Nullen also:	2347	
5960		596	
13400		134	
Summe 21707		Summe 21707	

§. 112. Und weil es im Addiren auch einerley ist, ob man die Zahlen von unten herauf, oder von oben herunter zusammen zählet, und überhaupt es gleich viel gilt, ob man z. E. saget 3 zu 5, oder 5 zu 3 (§. 101): So kann man die summirenden Zahlen nach eigenem Gefallen untereinander, und folgends das nächst vorige Exempel auch also setzen:

13400
5960
2347
Summe 21707

Oder ohne die Nullen also: 134
596
2347
Summe 21707

oder 13400
2347
5960
Summe 21707

oder = = = 134
2347
596
Summe 21707

oder 5960
13400
2347
Summe 21707

oder = = = 596
134
2347
Summe 21707

oder 5960
2347
13400
Summe 21707

oder = = = 596
2347
134
Summe 21707

oder 2347
13400
5960
Summe 21707

oder = = = 2347
134
596
Summe 21707

oder 2347
5960
13400
Summe 21707

oder = = = 2347
596
134
Summe 21707

§. 113. Daß man aber die Addition allezeit zur Rechten bey der Stelle der gegebenen kleinsten Art Einheiten (§. 62.) anfangen, und ordentlich weiter immerfort von einer niedrigern zu einer höhern Stelle nach der Linken gehen müsse, dieses ist deswegen, damit man für jede kommende Zehen kleinere Einheiten, so fort 1 zu den nächstfolgen-

folgenden größern Einheiten zählen könne (§. 105). Da hingegen, wenn man zur Linken anfangen, und also die höhern Stellen erst addiren sollte, würde man die Summen jeder Stelle völlig ausseßen, und selbige Summen, wenn in den niedrigern Stellen Zehener enthalten, nachmals ins besondere wiederum aufs neue addiren müssen.

Als das Exempel aus §. 105. müßte demnach wie folget zu stehen kommen:

```
  3597
   154
  9068
    85
  ----
  12---   nämlich Tausende.
   6--    nämlich Hunderte.
   28-    nämlich Zehener.
    24    nämlich Einer.
  ----
alsdenn ferner 128--  nämlich Hunderte.
    104   nämlich Einer.
  ----
Endlich 12904   nämlich Einer.
```

welches augenscheinlich sehr weitläuftig ist.

§. 114. Wenn demnach ganze Zahlen, nebst Theilen aus einer ganzen Einheit zu addiren gegeben werden, als welche Theile (§. 52.) noch kleinere Einheiten als die Einer zur Rechten der ganzen Zahlen sind, so muß man aus voriger Ursache die Addition auch bey denselben kleinern Einheiten anfangen.

§. 115. Es wird im Addiren unter jeder Columne immerfort (bis auf die leßte) nur dasjenige geseßt, das unter Zehen ist, hingegen vor jede zehen Einheiten, eine Eins zu der nächsten höhern Stelle gezählet (§. 105.); aus Ursache, weil eben zehen Einheiten aus einer niedrigern Stelle allezeit eine Einheit in der nächstfolgenden höhern aus-

machen

machen (§. 63.). Sollten aber mehr oder weniger als zehen kleinere Einheiten eine 1 in der nächstfolgenden höhern Stelle ausmachen: So würde man auch dasjenige, das hierunter ist, unter solche kleinere Einheiten setzen, und vor so viel, als auf eine Einheit in der nächsten höhern Stelle gehen sollten, jedesmal zu solcher höhern Stelle eine Eins zählen.

Z. E. Wenn 18 kleinere Einheiten eine 1 in der nächsten höhern Stelle ausmachen sollten, und man hätte im Addiren solcher kleineren Einheiten derselben 42 bekommen, diese enthalten in sich 2 mal 18 und darüber noch 6; so würde man auch nur die 6 hinsetzen, und vor die 2 mal 18, zu der höhern Stelle 2 zählen.

§. 116. Es ist keinesweges nothwendig, sondern vielmehr eine übele Gewohnheit, wenn man die Anzahl der in einer niedrigern Stelle kommenden Zehener, pro memoria (wie es in den Schulen angewiesen zu werden pfleget) immer beyseit notiret. Denn da dieselbe so fort (§. 105.) gleichsam im ersten Moment, ohne die geringste Zwischenrede oder Rechnung, zu der folgenden Stelle gezählet werden, so heißet dieses nicht im Kopfe rechnen oder etwas im Sinne behalten (wie es einige nennen wollen,) darzu ein Gedächtniß erfordert wird; es geschähe denn von Leuten, die auch das vergessen, was sie unter Händen haben.

Von der Subtraction.

§. 117.

Subtrahiren (§. 43.) heißt eine gegebene Zahl, von einer andern gegebenen größern oder ihr gleichenden Zahl, abziehen, solchergestalt, daß man die Zahl finde, welche dem Unterscheid der gegebenen zweyen Zahlen gleich sey.

§. 118. Diese Definition ist von der gewöhnlichen Subtraction in bloßen Zahlen zu verstehen. Denn in der Algebra wird öfters auch eine größere von einer kleinern Größe abgezogen.

§. 119.

§. 119. Die gegebene Zahl, von welcher abgezogen wird, heißet der **Subtrahendus**; die Zahl die man abziehet, **Subtrahens** oder **Subtractor**; und die Zahl, welche gefunden wird, die **Differenz**, oder **der Unterscheid**, oder **der Rest**, **das Residuum**, oder **Uebrigbleibende**.

§. 120. Also sind in Ansehung des Subtrahendi, der Subtractor und Rest nur als Theile zu betrachten (§. 46.); indem diese beyde zusammen genommen allezeit den ganzen Subtrahendum ausmachen müssen (§. 39.).

§. 121. Weil nun eine jede Zahl aus vielen Einheiten bestehet (§. 31.), so geschiehet das Subtrahiren, wenn man von dem Subtrahendo die Einheiten des Subtractoris *nach und nach* wegnimmt.

Z. E. Wenn man 3 von 8 subtrahiren soll; so zählet man von 8 *nach und nach* 3 Einheiten ab, bleibet der begehrte Rest 5.

§. 122. Jedoch ist dasjenige, was oben (§. 102.) von dem Addiren erinnert worden, auch hier bey dem Subtrahiren zu merken; und demnach muß derjenige, der hurtig rechnen will, so fort aus dem Kopfe herzusagen wissen, daß z. E. 6 von 8 abgezogen 2; 9 von 14 aber, 5 übrig lassen.

§. 123. Da der Subtractor und Rest, in der einzigen Zahl des Subtrahendi zusammen lieget (§. 121.), und aber keine Zahlen sich zusammen in einer einzigen Zahl benennen lassen, welche nicht aus einerley Einheiten bestehen (§. 34.); so muß nothwendig in der Subtraction, der Subtrahendus, Subtractor, und Rest, allezeit einerley Einheiten, das ist gleiche Namen (§. 25.) haben.

§. 124. Demnach subtrahiret man die Ziffern, welche Einer bedeuten, von den Ziffern der Einer; Die Zehener von den Zehenern; die Hunderte von den Hunderten, u. s. w. jede Art Einheiten von ihres gleichen.

§. 125.

§. 125. Wenn aber etliche Zahlen ins besondere gegeben werden, welche von einer andern Zahl abgezogen werden sollen, so kann man sie zwar nach und nach, nämlich erstlich eine derselben, und hernach von dem bleibenden die andern abziehen: Es ist aber in solchem Falle füglicher, wenn man die abzuziehenden Zahlen addiret, und deren Summa auf einmal von dem gegebenen Subtrahendo abziehet.

Z. E. Wenn 1 und hernach 6, von 9 abgezogen werden soll, so kann man zwar erstlich 1 von 9, und alsdenn von den übrigbleibenden 8, hernach die 6 abnehmen: Man darf aber auch nur die 1 zu der 6 legen, und auf einmal 7 von 9 abziehen, so bekommt man ebenfalls den verlangten Rest.

Die 4. Aufgabe

§. 126. Eine Zahl von einer andern grösern zu subtrahiren.

I. Schreibet die gegebenen Zahlen gerade untereinander, auf die Weise, wie im Addiren (§. 105.) angewiesen worden, und zwar, wie insgemein gebräuchlich, den Subtractorem unter den Subtrahendum.

II. Ziehet unter die geschriebenen Zahlen eine Linie (aus eben der im Addiren §. 105. erwehnten Ursache). Alsdenn

III. Subtrahiret, zur Rechten anfangend, besonders die Einer des Subtractoris von den Einern des Subtrahendi, desgleichen die Zehener von den Zehenern, die Hunderte von den Hunderten, u. s. w. und setzet allezeit dasjenige, was übrig bleibet, (oder wo nichts bleibet, eine c) unter die Linie, an ihren gehörigen Ort, nämlich in eben die Stelle, wo solcher Rest entstehet.

IV.

IV. Wenn aber in einer Stelle eine größere von einer kleinern oder unbedeutlichen (§. 61.) Ziffer abgezogen werden soll, so nehmet aus der folgenden höheren Stelle des Subtrahendi Eines, und thut es in die vorhergehende niedrigere, allwo es Zehen gilt (§. 65.). Alsdenn kann von der um zehen vermehrten Ziffer die verlangte Subtraction geschehen: das Eines aber, welches aus des Subtrahendi folgenden höhern Stelle genommen wird, braucht man deswegen keinesweges sofort wirklich abzuziehen, und also (wie es nach der gemeinen Methode zu geschehen pfleget) die Ziffer in dieser Stelle um 1 zu vermindern, sondern man behält es gleichsam auf Borg so lange im Sinn, bis man die in solcher höhern Stelle gegebene Ziffer des Subtractoris abziehet, da man bey solcher Gelegenheit, so wohl diese Ziffer, als auch das vorige 1, versammleter Weise zugleich auf einmal subtrahiret (§. 125.). Nach solcher Regel werdet ihr allezeit den verlangten Rest unter die Linie bekommen.

Z. E. Wenn ihr 90168063 von 130042965 subtrahiren sollet, so schreibet dieselbe auf, folgender maßen:

130042965 (Subtrahendus)
90168063 (Subtractor)

Hierauf fanget bey der rechten Hand an, und sprechet: 3 von 5 bleiben 2 übrig. Setzet solche 2 unter die Linie in die Stelle der **Einer**, also:

130042965
90168063
2

Und saget ferner: 6 (nämlich Zehener) von 6 (**Zehenern**) lässet 0 übrig, welche 0 abermal gerade darunter, nämlich in die Stelle der Zehener gesetzet wird, wie folget:

130042965
90168063
02

Also fahret weiter fort und sprecht: 0 (oder nichts) von 9, lässet 9.

Diese

Diese seßet wie vorhin gerade darunter in die Stelle der Hunderte, also:

130042965
90168063
902

Saget ferner: 8 von 2 kann ich nicht (abziehen). Nehmet demnach im Sinn (oder wie man sonst zu sagen pfleget), 1 aus der folgenden höhern Stelle von der 4, und thut es in diese niedrigere, so habt ihr 12 anstatt 2. Nun sprecht: 8 von 12 bleiben 4 übrig. Welche ihr wiederum unter die Linie gehöriger maßen seßet, also:

130042965
90168063
4902

Das nun von 4 genommene, aber noch nicht wirklich abgezogene 1, versammlet zu des Subtractoris folgenden 6, und sprecht demnach: 7 (als nämlich die 6 und das vorige 1) von 4 kann ich wieder nicht (abnehmen). Derowegen nehmet wie vorhin, 1 aus der folgenden höhern Stelle (ohngeachtet, daß in selbiger nur eine 0 stehet) und saget alsdenn: 7 von 14, bleiben 7. Diese seßet wiederum gerade darunter, als folget:

130042965
90168063
74902

Sprechet weiter: 2 (nämlich das in dem Subtractore stehende 1 zusammt dem nächst im Sinn genommenen 1) von 0, kann ich nicht. Demnach nehmet abermal wie vorhin 1 aus der folgenden höheren Stelle, und ziehet sodann besagte 2 von 10 ab, bleiben 8; welche gleichfalls unter die Linie geseßet werden, also:

130042965
90168063
874902

Auf solche Weise heißet es ferner: 1 (nämlich das nächst im Sinn genommene,

ne,

ne, weil der Subtractor in dieser Stelle sonst nichts als nur o stehen hat) von o, kann ich wieder nicht. Derowegen nehmet mehr erwehnter maßen wiederum 1 von der folgenden 3, und sprecht: 1 von 10, bleiben 9. Solche setzet gleichergestalt unter die Linie also:

130042965
90168063

9874902 Saget weiter: 10 (nämlich die in dem Subtractore befindliche 9 zusammt dem allernächst im Sinn genommenen 1) von 3, kann ich abermal nicht. Demnach verfahret angezeigter maßen, und saget: 10 von 13, bleiben 3; welche wiederum unter die Linie gesetzet werden, wie folget:

130042965
90168063

Rest 39874902 Endlich weil in dem Subtractore nichts mehr stehet, so subtrahiret nur noch das allerletzt im Sinn genommene 1 von 1, bleibt o, welche o aber, weil sie in der ersten Stelle zur Linken des gefundenen Rests kommet, nicht geschrieben wird (§. 70.); und ist demnach der verlangte Rest, 39874902, welcher denn allezeit eben denselben Namen bekommet, den die gegebenen Zahlen haben (§. 123.). Z. E. Wenn diese wären Thl. so müßte der Rest gleichfalls 39874902 Thl. heißen, u. s. w.

Beweis.

Vermöge der geschehenen Rechnung sind die Einheiten jedes Gliedes, ins besondere, das ist die Einer, Zehener, Hunderte, Tausende ꝛc. gebührend (§. 124.) von einander subtrahiret worden; folgends enthält die gefundene Zahl den Rest aller dieser Glieder oder Theile in sich. Indessen ist der Rest aller Theile zusammen dem ganzen

Reste gleich (§. 47.), welcher übrig bleibet, so man die ganze gegebene Zahl von der andern abziehet: Derowegen ist die gefundene Zahl der begehrte ganze Rest, und sind demnach die gegebenen Zahlen recht von einander subtrahiret worden (§. 117.).

§. 127. Noch etliche Exempel zur Uebung.

N°. 1. Einer hat in Cassa = fl. 120000.
Giebt davon aus = = = fl. 45708. Frage:
Wie viel noch in Cassa sind? Antwort fl. 74292

N°. 2. Die Jahrzahl von Erschaffung der Welt bis anjetzo rechnet man auf = = = = = 5678,
und von Christi Geburt aber = = 1729. Frage:
Wie viel Jahre von Erschaffung der Welt bis Christi Geburt sind? Antwort 3949 Jahr.

N°. 3. Ein General hat 30000 Soldaten, hält mit dem Feinde eine Schlacht, und befindet nach gehaltener Schlacht nicht mehr denn 18397 Soldaten; wie viel Soldaten sind ihm verlohren gegangen? Also:

30000
18397

Antwort 11603 Soldaten.

§. 128. Das Zeichen der Subtraction ist $\div$ oder —, welches durch **minus** oder **weniger** ausgesprochen wird.

Z. E. Den Unterscheid von 8 und 5 schreibet man also $8 \div 5$, und heißt 8 weniger 5. Item $10 \div 3 = 6 + 1 = 7$. Dieses heißt und bedeutet: 10 weniger 3, sind gleich (§. 89.) 6 und 1 zusammen (§. 108.), auch gleich der Zahl 7.

Zum Beschluß der Subtraction dienen nachfolgende Betrachtungen gemerket zu werden.

§. 129. Daß man in der Subtraction den Subtractorem unter den Subtrahendum, und hierunter den Rest

Rest setzet, ist nur ein gemeiner Gebrauch: Sonst kann man, wie leicht zu erachten, den Subtractorem über den Subtrahendum, und den kommenden Rest darunter, oder nach Belieben auch darüber setzen, welchergestalt denn das angeführte Exempel (§. 126.) auch also gesetzet werden kann.

		Rest	39874902
Subtract.	90168063	Oder Subtract.	90168063
Subtrah.	130042965	Subtrah.	130042965
Rest	39874902		

Oder

Rest	39874902
Subtrahendus	130042965
Subtractor	90168063

Es ist dannenhero, insonderheit wenn es sich zuträgt, daß in einer Rechnung der Subtractor vorhin schon über dem Subtrahendo stehet, keinesweges nöthig noch nützlich, denselben allererst aufs neue abzuschreiben, und des gemeinen Gebrauchs wegen, herunter zu setzen.

§. 130. Ja es ist absonderlich allhier in der Subtraction, da nur zwey gegebene Zahlen sind, worzu man allenfalls, um ihre Stellen desto besser zu beobachten, sich der beyden Hände bedienen kann (§. 109.), ganz und gar keine Nothwendigkeit, daß selbige unter einander gesetzet werden müssen, und kann z. E. vorige Aufgabe auch wohl also stehen:

90168063 von 130042965

Rest 39874902

oder auch nach §. 129. also:

Rest 39874902

90168063 von 130042965

§. 131. Man pfleget insgemein die im Sinne behaltene 1 pro memoria, bey der Ziffer des Subtractoris, mit welcher es zugleich hernach abgezogen wird, durch einen Punct zu bemerken. Allein ich achte solches nur für die nöthig, die gar ein schwaches Gedächtniß haben: Sonst halte es eben für eine solche übele Gewohnheit, als in der Addition das beyseit notiren, wovon oben §. 116. gedacht worden.

§. 132. Daß man aber die Subtraction allezeit zur Rechten bey der Stelle der gegebenen kleinesten Einheiten (§. 62.) anfangen müsse, geschiehet der Ursache wegen, damit man im benöthigten Falle immerfort aus der nächstfolgenden höhern Stelle des Subtrahendi, bevor daselbst noch die Subtraction geschehen, 1 nehmen, jedoch aber solches gleichsam auf Borg so lange im Sinne behalten, und es hernach in derselben Stelle mit des Subtractoris Ziffer versammelter Weise zugleich auf einmal abziehen könne (§. 126.): Da hingegen, wenn man zur Linken anfangen, und also erst die gegebenen größesten Einheiten und hernach die kleinern subtrahiren sollte, man bey den niedrigen Stellen, auf erforderlichen Fall, von des gegebenen Subtrahendi höhern Stelle (indem daselbst die verlangte Subtraction solchergestalt bereits würde geschehen seyn) nichts mehr würde nehmen können, sondern den benöthigten Zehener nothwendig von dem in der nächsten Stelle übrig gebliebenen Rest ins besondere abziehen müssen; und daferne man nicht viele Ziffern ohne Noth mehr als einmal unter einander schreiben wollte, so müßte man alle diejenigen Ziffern, welche nicht eigentlich zu dem verlangten Reste gehören, durchstreichen, damit dieser, weil er auf solche Weise nicht ordentlich in einer Reihe, sondern zerstreuet unter den andern Ziffern kommen müßte, von denselben andern unterschieden, und dadurch erkannt werden möge.

Als

Als das Exempel aus §. 126, müßte nach dieser Art, wie folget, zu stehen kommen:

xßøø4296ß		3987
øø168øßß	oder nach §. 129. also:	4øø8|4902
4øø84902		xßøø4296ß
3987		øø168øßß

Nämlich 9 von 13, bleiben 4; 0 von 0 bleibet 0; 1 von 0 kann ich nicht, derowegen müßte ein Zehener von den vorhin gebliebenen 40 (indem die höhern Stellen des Subtrahendi bereits subtrahiret, und deswegen durchstrichen worden) abgenommen, folgends auch solche 40 durchstrichen, und in deren Stelle 39 gesetzet werden, ehe man sagen könnte 1 von 10 bleibt 9, u. s. w. welches augenscheinlich ein weitläuftiger, und fast confuser Proceß ist.

§. 133. Eben aus dieser Raison folget, wenn die gegebenen Zahlen oder auch nur der Subtractor allein, noch kleinere Einheiten, als die Einer zur Rechten der ganzen Zahlen, nämlich Theile aus einer ganzen Einheit (§. 52.) in sich enthalten sollte, daß man in solchem Falle die Subtraction bey denselben kleinern Einheiten anfangen müßte.

§. 134. Jede Ziffer in den niedrigen Stellen des Subtrahendi, so lange in denselben noch eine höhere folget, kann auch kleiner seyn, als jede Ziffer in eben denselben Stellen des Subtractoris, weil solchergestalt immerfort ein Zehener aus der höhern Stelle zu Hülfe genommen werden kann. Der ganze Subtrahendus aber muß größer, oder doch so groß seyn, als der ganze Subtractor (§. 117.). Demnach kann die Subtraction bey solchen Zahlen nicht wirklich geschehen, wo der Subtractor aus mehr Ziffern bestehet, als der Subtrahendus (§. 95.), oder auch, wenn sie beyde gleich viel Ziffern haben, wo

die Ziffer zur Linken des Subtractoris größer ist, als die Ziffer zur Linken des Subtrahendi (§. 96.).

§. 135. Weil nun die größeste Ziffer nur 9 ist, so wird in der gemeinen Subtraction nur von 1 aus der höhern Stelle zu nehmen, oder (nach gemeiner Redensart) zu borgen, erwehnet; indem eine Eins aus der höhern Stelle, 10 Einheiten in der niedrigern ausmachet, wovon nicht nur auch die größeste Ziffer des Subtractoris in dieser Stelle, sondern wenn es nöthig ist, auch bis 10 dergleichen Einheiten abgenommen werden können. Es verstehet sich aber von selbsten, daß man sonst, wenn es, gesetzt, erfordert werden sollte, auch 2, 3, 4, ꝛc. höhere Einheiten aus der nächst folgenden Stelle, welche denn in der vorhergehenden niedrigern Stelle 20, 30, 40, ꝛc. ausmachen, nehmen, oder borgen möge. Und müßte man in solchem Falle dem Subtractori in derselben höhern Stelle hernach so viel Einheiten wiederum zulegen, als vorher solcher Einheiten aus dieser Stelle geborgt worden.

§. 136. Also ist auch klar, wenn eine 1 aus der nächsten höhern Stelle nicht 10, sondern mehr oder weniger als 10 kleinere Einheiten in der niedrigern Stelle ausmachen sollte, daß man ein geborgtes 1 aus jener höhern Stelle in dieser niedrigern eben vor so viel Einheiten, als es in sich enthält, berechnen müßte (wie solches im Addiren §. 115. bereits erkläret worden).

Von der Multiplication.

§. 137.

Multipliciren (§. 43.) heißt eine gegebene Zahl so vielmal zusammen nehmen, als eine andere gege-

gegebene Zahl bedeutet, dergestalt, daß man eine Zahl finde, in welcher die eine gegebene Zahl so vielmal enthalten ist, als die andere von den gegebenen Einheiten in sich begreifet.

§. 138. Die gegebenen Zahlen werden die **Factores**, und zwar die Zahl, welche man multipliciret oder vielfältiget, der **multiplicandus**, die andere aber, mit welcher man multipliciret, der **Multiplicans**, oder Multiplicator genennet. Die Zahl aber, so gefunden wird, heißt man **Product** oder **Factum**.

§. 139. Also ist multipliciren, insonderheit wenn der Multiplicator eine ganze Zahl, nichts anders, als den Multiplicandum etlichemal zu sich selbst addiren (§. 99.).

Z. E. Wenn gesagt wird; Die Zahl 12 mit 4 zu multipliciren; so ist es zu verstehen, daß man die 12, 4 mal zusammen addiren solle,

als 12
12
12
12
Summe 48.

Die Multiplication aber lehret die verlangte Zahl 48, welche so groß ist, als 4 mal die 12, ohne weitläuftige Addition finden, und ist dannenhero gleichsam eine compendiöse Addition.

§. 140. Wenn man z. E. die Zahl 12 (durch eine Reihe Punkte bemerket, und solche 4 mal unter einander setzet; oder, auch nach geometrischer Art eine Fläche nimmt, welche 12 Ruthen, Schuhe oder Zoll lang, und 4 Ruthen, Schuhe oder Zoll breit ist, und ziehet durch selbige ordentlich von einer Seite zur andern gleiche Linien, so bekommet man die vorige Summe folgendergestalt:

In dieser Figur findet man 48 Puncte.

oder

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36
37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48

§. 141. In solcher Absicht, wenn nämlich die 48 nicht eine Länge von 48 Ruthen, Schuhen oder Zollen, sondern 48 gleich große Flächen, welche jede in vier Linien eingeschlossen sind, andeuten, so werden sie eine **Flächen-Zahl** (numerus planus) genennet. Wenn aber die vorige geometrische Figur durchgehends auch eine gleiche Dicke hätte, so würden die 48 nicht Flächen, sondern gleich große Körper, welche jeder in 6 Flächen eingeschlossen, bedeuten; und also **eine Körperzahl** (numerus solidus) heißen.

§. 142. Weil nun Multipliciren eigentlich heißet, eine gegebene Größe so vielmal zusammen nehmen, als eine andere gegebene Zahl in sich Einheiten enthält (§. 137. u. 139.); so ist klar, daß insgemein in der Arithmetik die gegebenen Factores gleiche oder ungleiche Namen haben mögen, und hat man allerwegen doch nur auf einen derselben zu sehen, und solchen dem Product beyzulegen: Da hingegen der andere Factor, wenn er auch eine benamte Zahl (§. 37.) ist, allezeit nur als eine unbenamte bloße Zahl angesehen wird.

§. 143.

§. 143. Ich werde fernerhin bey benamten Zahlen durch den Multiplicatorem allezeit denjenigen Factorem verstehen, der eine bloße Zahl ist, oder als eine bloße Zahl angesehen wird; durch den Multiplicandum aber diejenige benamte Zahl, welche gevielfältiget, und gleichsam zusammen addiret wird (§. 139.), auch deswegen in dem Product ihren Namen behält.

§. 144. Dieses habe ich insonderheit deswegen zu erinnern nöthig erachtet, damit ihr nicht diese Wörter in solchem Verstande nehmet, wie sie insgemein bey bloßen Zahlen pflegen gebrauchet zu werden (da man diejenige Zahl den Multiplicandum nennet, unter welche die Ausrechnung und Antwort gestellet wird) und dadurch in meiner Beschreibung auf ungleiche Gedanken gerathen möget.

§. 145. Zwar kann man in schlechten Multiplications-Exempeln, wenn beyde Factores benamte Zahlen sind, nicht wissen, welcher Factor als eine bloße Zahl angesehen, und welcher oder was vor ein Name dem Product beygeleget werden solle. Als wenn in dem vorhin erklärten Exempel die Zahl 4 **Gulden**, und die andere Zahl 12 **Pfunde** bedeuten sollte, so könnte man nicht wissen, was das Product seyn müsse, 48 Gulden, oder 48 Pfund. Allein wenn man das Exempel mit seinen Umständen angiebt, aus welchen man die Ursache solcher verlangten Multiplication ersehen könne; so findet sich das vorige von selbsten. Denn wenn ich z. E, vor 1 fl. bekomme 12 ℔, so müssen mir, nach solchem Preiße vor 4 fl. 4 mal 12 ℔, nämlich 48 ℔, gegeben werden. Allhier sind die Factores, welche miteinander multipliciret werden, 12 ℔ und 4 fl; es zeigen aber die gegebenen Umstände, daß die 4 fl. nur als die bloße Zahl 4 anzusehen, folglich auch, daß die 48 in dem Product allerdings ℔ zu benennen sind. Hingegen wenn ich vor 1 ℔

zahle 4 fl. so muß ich vor 12 ℔, 12 mal 4 fl. nämlich 48 fl. zahlen. Hier sind die Factores abermal 12 ℔ und 4 fl; jedoch erhellet aus den gegebenen Umständen von selbsten, daß in diesem Falle die 12 ℔ nur als die simple Zahl 12 anzusehen, und die 48 in dem Product ℔ zu benamen sind. Indessen weil diese Umstände bey jedem Multiplications-Exempel ins besondere anzuzeigen, zu weitläuftig fällt; als dienet ein vor allemal folgendes zu wissen:

§. 146. Wenn ich sagen werde: Eine Größe mit einer andern Größe zu multipliciren; so verstehe ich durch die eine Größe, welche dem Wörtlein mit vorhergehet, allezeit den Multiplicandum, wessen Name in dem Product bleibet (§. 143.); durch die andere Größe aber, welche dem Wörtlein mit nachgehet, den Multiplicatorem, der allezeit als eine bloße Zahl anzusehen (ibid.). Als beym gegebenen Exempel (§. 145.) sage ich im ersten Falle: 12 ℔ mit 4 fl. zu multipliciren, anzudeuten, daß die 4 fl. der Multiplicator, und als eine simple Zahl anzusehen; im andern Falle aber: 4 fl. mit 12 ℔ zu multipliciren, wodurch verstanden wird, daß die 12 ℔ der Multiplicator, und als eine bloße Zahl anzusehen sind.

§. 147. Hingegen in geometrischen Multiplicationen, wenn man nämlich eine Länge mit einer Breite multiplicirt, und also in dem Product auf Flächen siehet (§. 141.), oder auch wenn man eine Fläche mit einer Dicke multiplicirt, und also auf Körper siehet (ibid.), da ists nöthig, alle Namen der Factorum wohl in acht zu nehmen. Denn wenn z. E. in der obigen geometrischen Figur (§. 140.) die Länge 12 Ruthen und die Breite 4 Ruthen wären, so würden die 48, solche Flächen bedeuten, welche

che jede eine Ruthe lang, und eine Ruthe breit (oder wie es in der Geometrie heißt 48 Quadratruthen). Sollte aber die Länge 12 Ruthen und die Breite 4 Schuh heissen, so würden die 48, solcher Art Flächen bedeuten, welche gleiche längliche 4 Ecke sind, deren jedes eine Ruthe lang und nur einen Schuh breit, u. s. w. auch mit den Körpern. Allein von dieser Sache zu seiner Zeit ein mehrers.

§. 148. Indessen, wenn ihr die obige Figuren (ibid.) betrachtet, so könnet ihr selbige entweder als 4 Reihen, in deren jeder 12 Punkte oder Flächen; oder auch als 12 Reihen, in deren jeder 4 Punkte oder Flächen ansehen. Dannenhero habt ihr klar vor Augen, daß das Product 48, so wohl aus 4 mal 12, als auch aus 12 mal 4 entstehe. Folgends gilt es den Zahlen nach gleich viel, ob man saget 12 mit 4, oder 4 mit 12 zu multipliciren.

§. 149. Dannenhero, weil es nach den Zahlen gleichviel ist, welcher von den Factoribus der Multiplicator oder Multiplicandus heiße (§. 138.); so hat man dasjenige, was ich oben (§. 142. und 146.) erwehnet, vornemlich nur bey den benamten Zahlen zu beobachten, damit man daraus erkennen möge, welcher Factor als eine bloße Zahl anzusehen, und welcher Name in dem Product bleibet. In der Ausrechnung aber, in welcher nur den bloßen Zahlen nach die Größe des Products gesuchet wird, nimmt man Bequemlichkeit halben, und zwar in so weit, wenn man durch die Multiplication mit dem größern Factore, sonst keinen Vortheil haben kann, gemeiniglich den kleinern Factorem für den Multiplicatorem an.

§. 150. Die Rechnungsart des Multiplicirens, nämlich die Producte compendiöser als durch die Addition zu finden

den (§. 139.) gewinnet ihren Anfang (verstehe in ganzen Zahlen) bey der Zahl Zehen. Die Producte aber, welche herauskommen, wenn man die einzelnen Ziffern unter zehen mit einander multipliciret, werden schlechthin durch die gemeine Addition gefunden. Als nämlich addiret 2 zu sich selbst, kommet 4, das ist das Product aus 2 mal 2: Hierzu addiret noch 2, so habt ihr 6, das Product aus 3 mal 2, oder (§. 148.) aus 2 mal 3: Zu 6 addiret noch einmal 2, so kommet 8, das Product aus 4 mal 2, u. s. w. Auf gleiche Weise werden auch die übrigen Producte bis 9 mal 9 gefunden.

§. 151. Wer im Multipliciren, geschweige in anderweitigen Rechnungen, hurtig fortkommen will, muß diese Producte der einzelnen Ziffern, wohl im Gedächtniß haben. Derowegen pfleget man den Anfängern solche auf ein Zettelchen vorzuschreiben, welches das **Einmal Eins** genannt wird, und sie durch öfteres überlesen auswendig lernen müssen.

§. 152. Man pfleget solches Einmal Eins auch folgendergestalt in einer quadratischen Figur aufzusetzen:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Dieses Täfelein wird die **Pythagorische Tabelle** genennet, und ist derselben Verstand und Gebrauch folgendermaßen: Wenn ihr das Product aus zwey einzelnen Ziffern, z. E. aus 6 mal 9, zu wissen verlanget, so suchet eine der gegebenen Ziffern oben in der ersten Reihe, oder in der Transversalcolumne; die andere

aber

aber in der ersten Columne zur Linken, und gehet von beyden gerade durch das Quadrat gegeneinander, so findet ihr in dem Fache oder Felde, allwo die gedachten beyden Columnen, als ein Winkelhaken sich zusammen fügen, das begehrte Product 54; und so auch mit den andern Zahlen.

§. 153. Es ist mir zwar nicht unbewußt, daß man das Einmal Eins noch in verschiedenen andern Figuren, auch wohl kürzer und compendiöser, als nach voriger Art beschreiben kann: Allein es dienen dieselben mehr zur Curiosität (wo ich sie anders curieus heißen darf) als zum Nutzen. Weil aber die allermeisten Rechnungstabellen, wie auch insonderheit fast alle Tabellen in meinem in dreyen Theilen Anno 1724. 25. und 26. in Danzig ausgegebenen so genannten **Licht und Recht der Kaufmannschaft**, gleich der vorigen Pythagorischen Tabelle zu gebrauchen sind: Als habe diese darum fürstellig gemacht, damit die Anfänger daraus zugleich den Gebrauch anderer Rechnungstabellen erlernen mögen.

§. 154. Da nun alle große Zahlen nur aus einzelnen Ziffern zusammen gesetzet sind (§. 61.), die größeste Ziffer aber nur 9 ist: So kann man vermittelst des vorhin beschriebenen Einmal Eins ferner die Producte der größeren Zahlen viel compendiöser, als durch die Addition (§. 139.) finden, wenn man nur die Stellen der Ziffern beobachtet, wie folgends alle Fälle der vorkommenden Multiplicationen mit mehrern ausgeführet und erkläret werden sollen.

Die 5. Aufgabe.

§. 155. **Eine gegebene große Zahl mit einer einzelnen Ziffer zu multipliciren.**

I. Schreibet die gegebene Zahl als Multiplicandum (§. 149.) vor euch, und die einzelne Ziffer als Multiplicatorem beyseite zur Rechten des Multiplicandi (allwo

diese

diese Rechnungsart, wie bald folget, ihren Anfang nimmt).

II. Ziehet darunter eine Linie (aus gleichmäßiger Ursache, die in der Addition §. 105. erwehnet worden). Alsdenn

III. multipliciret jedes Glied oder Ziffer des Multiplicandi ins besondere, und zwar von rechter Hand anfangend, mit der gegebenen einzelnen Ziffer des Multiplicatoris, und setzet deren Producte, wie sie in dem Einmal Eins befindlich, unter die Linie allemal in eben eine solche Stelle, als die multiplicirte Ziffer stehet. Enthält ein Product auch Zehener in sich, so zählet dieselben, wie hievon in der Addition, (ibid.) gelehret worden, zum nächstfolgenden Product; das letzte Product aber schreibet ganz aus. Solchergestalt kommet unter die Linie das verlangte Product.

Z. E. Wenn ihr 9057632 mit 4 multipliciren sollet, so setzet es auf, wie folget:

9057632 (4 Hierauf fanget zur Rechten an, und sprechet: 4 mal 2 ist 8. Solche setzet unter die Linie (als Einer) in die erste Stelle, also:

9057632 (4
8 Und sprechet ferner: 4 mal 3 (nämlich Zehener) ist 12 (Zehener). Von diesem Product setzet die 2 (als Zehener) unter die Linie, in die andere Stelle, neben die vorhin gefundene 8, folgendergestalt:

9057632 (4
28 Und das übrige 1 (oder deutlicher zu reden, die übrigen 10 Zehener, das ist 1 Hundert) behaltet im Sinne zu dem nächst folgenden Product. Alsdenn saget weiter: 4 mal 6 (nämlich Hun-

Hunderte) ist 24 (Hunderte), noch 1 (das ihr zuvor im Sinne behalten) darzu, ist 25. Schreibet demnach die 5 (als Hunderte) unter die Linie in die dritte Stelle neben die vorige 2, als folget:

9057632 (4 Behaltet die 2 von solchem Product 25
528 abermal im Sinne, wie vorhin, und fahret nach voriger Weise ordentlich weiter fort, sagende: 4 mal 7 ist 28, und 2 (so ihr nächst zuvor im Sinne behalten) ist 30. Setzet die 0 gehöriger maßen unter die Linie also:

9057632 (4 Und behaltet die 3. Hierauf saget:
0528 4 mal 5 ist 20, und (die behaltene) 3, ist 23. Schreibet demnach die 3 unter die Linie, wie folget:

9057632 (4 Und behaltet die 2. Weiter sprecht:
30528 4 mal 0 (oder nichts) ist 0. Derowegen setzet in diese Stelle unter die Linie, die nächst behaltene 2, also:

9057632 (4 Endlich saget: 4 mal 9, ist 36. Diese
230528 setzet, weil in dem Multiplicando keine Ziffer mehr vorhanden, unter die Linie ganz aus, so habt ihr auf solche Weise unter der Linie das verlangte Product folgendergestalt:

9057632 (4
Prod. 36230528

Beweis.

Vermöge der geschehenen Rechnung und des Einmal Eins ist jedes Glied des Multiplicandi ins besondere, das ist, die Einer, Zehener, Hunderte, Tausende

sende ꝛc. so vielmal zusammen genommen, als der Multiplicator (hier 4) Einheiten in sich enthält. Und da die gefundene Zahl oder das ganze Product, aus diesen Producten der einzelnen Ziffern gehöriger maßen zusammen gesetzt ist, so enthält sie alle Theile des Multiplicandi, oder welches einerley (§. 47.), den ganzen Multiplicandum, so vielmal in sich, als der Multiplicator Unitäten hat. Derowegen ist sie das verlangte Product (§. 137.).

§. 156. Wenn ihr die beschriebene Regel, und die Ausrechnung des erwehnten Exempels (§. 155.) mit Bedacht leset, so werdet ihr wahrnehmen, daß ich niemals gesagt, jedes Product der einzelnen Ziffern gerade unter jede multiplicirte Ziffer zu setzen, (wie vorhin in der Ausrechnung wirklich geschehen ist, und sonst auch, wo es nicht anderer Absichten wegen anders erfordert wird, insgemein zu geschehen pfleget) sondern nur, daß man solche Producte allemal in eine solche Stelle setze, als die multiplicirten Ziffern stehen; und lieget weiter nichts daran, ob sie gerade oder nicht gerade unter den Multiplicandum, oder auch gar unter den Multiplicatorem, oder gar ins besondere geschrieben werden. Demnach kann man voriges Exempel auch folgender gestalt setzen:

9057632 (4
Prod. 36230528

oder 9057632 (4
Prod. 36230528

oder 9057632 mit 4
Prod. 36230528

oder auch anders.

§. 157. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 4603815 Ganze, wie viel Halbe enthalten sie in sich?

Allhier habt ihr in dem Exempel einen solchen gegebenen Umstand, daß ihr daraus gar leichtlich erkennen könnet, daß die gegebenen Ganzen mit 2 zu multipliciren, und das Product Halbe zu benennen sey (§. 145.). Denn

wenn

wenn ihr betrachtet, daß jedes Ganze 2 Halbe in sich enthält (§. 49.); so ist leicht zu schließen, daß 4603815 Ganze nothwendig 4603815 mal 2 Halbe in sich begreifen müssen. Demnach muß man allhier die 2 Halbe, 4603815 mal nehmen, wenn man die verlangte Antwort finden will. Weil es aber gleich viel gilt, ob ich sage: 4603815 mal 2, oder 2 mal 4603815 (§. 148.), so wird es gewöhnlicher maßen (§. 149.) wie folget, berechnet.

4603815 (2

Antwort 9207630 Halbe.

N°. 2. 386207 Thl., wie viel machen sie fl.? da 1 Thl. ist 3 fl. (§. 87. N°. 1.) wenn ihr diese Aufgabe, wie die vorige betrachtet, so habt ihr abermal einen solchen Umstand, daraus ihr urtheilen könnet, wie dieses Exempel zu berechnen sey. Denn, weil 1 Thl. 3 fl. in sich enthält; so müssen 386207 Thl. nothwendig 386207 mal 3 fl. in sich enthalten. Derowegen werden die 386207 mit 3 multipliciret, als folget, und das kommende Product bedeutet fl, indem die 386207 Thl. in diesem Falle nur als die bloße Zahl 386207 anzusehen sind (§. 142. 145.).

386207 (3

Antwort 1158621 fl.

Ebenermaßen hat man zu procediren, wenn man 386207 ℳ. zu fl. machen will, deren 3 auf einen ℳ. gehen; und heißet in diesem Falle das Product 1158621 fl.

Nota. Durch diese gründliche Betrachtung nächst vorhergehender beyder Exempel, könnet ihr schließen, daß allezeit, wenn Ganze zu Theilen eines Ganzen (§. 48. und 51.), wie z. E. Ganze zu Halben, 3tel, 4tel, 5tel, 10tel, 100tel, ꝛc. oder auch fl zu ℳ oder ℔: ℔ zu Loth ꝛc.) zu

machen vorkommen, man solches durch die Multiplication suchen müsse.

N°. 3. 600789 fl, wieviel machen sie Sechser? deren 5 auf einen fl. gehen.

Oder, wenn man fraget: 600789 ℔. wie viel machen sie fl. Steine? Also:

600789 (5

Antwort 3003945 Sechser: Oder im andern Falle 3003945 fl. Steine.

N°. 4. 123456789 L. Vls. wie viel machen sie fl. Holl.? deren 6 auf 1. L. Vls. gehen. Also:

123456789 (6

Antwort 740740734 fl. Holl.

N°. 5. 987654321 Wochen, wie viel sind es Tage? deren 7 eine Woche machen. Also:

987654321 (7

Antwort 6913580247 Tage.

N°. 6. 192837465 Ducaten, wie viel enthalten sie fl. in sich? wenn 1 Ducaten für 8 fl. gegeben wird. Also:

192837465 (8

Antwort 1542699720 fl.

N°. 7. 4611073 Dütchen, wie viel sind es ß? deren 9 auf 1 Dütchen gehen. Also:

4611073 (9

Antwort 41499657 ß.

§. 158. Die Anfänger thun sehr wohl, wenn sie alle gegebene Exempel reiflich betrachten, und wohl überlegen (wie insonderheit vorhin bey N°. 1 und 2 angewiesen habe), damit ihre Sinnen aufgemuntert und zu fernerweitigen Rechnungen desto geschickter gemacht werden; wie denn dergleichen Betrachtungen allezeit dienlich und nützlich sind (§. 44.).

Die

Die 6. Aufgabe.

§. 159. **Eine gegebene Zahl mit einer angewachsenen Einheit, das ist (§. 71.) mit 10, 100, oder 1000 ꝛc. zu multipliciren.**

Diese Multiplication ist die allerleichteste unter allen Fällen, welche im Multipliciren vorkommen können. Denn setzet ohne einige Berechnung an die gegebene Zahl zur Rechten die eine oder etliche Nullen, (so viel deren in dem Multiplicatore vorhanden,) so geschiehet was man verlanget (§. 90.).

Z. E. N°. 1. 3798 fl, wie viel sind es Dütchen? Deren 10 einen fl. machen. Antwort 37980 Dütchen.

N°. 2. 6359 Amsterdamer Centner, wie viel machen sie dasige ℔? deren 100 auf 1 C. gehen. Antwort: 635900 ℔. Und so auch mit andern.

§. 160. **Wenn man eine gegebene Größe etliche mal zusammen nimmt, das ist, mit einer Zahl multipliciret, und solches vielfache ferner wiederum etliche mal zusammen leget, nämlich abermal mit einer Zahl multipliciret, so hat man die gegebene Größe so vielmal beysammen, als das Product aus den zweyen Zahlen, mit welchen nach und nach multipliciret worden, Einheiten in sich begreift.**

Z. E. Wenn man die Größe 4 multipliciret mit 2, und das kommende 2fache, nämlich 8, ferner mit 3; oder auch die gegebene 4 erstlich mit 3, und das kommende 3fache, nämlich 12, ferner mit 2; so bekommet man in beyden Wegen das 6fache, oder 6mal die 4, nämlich 24, weil das Product aus 3 mal 2, oder 2 mal 3, (§. 149.) 6 ist.

Beweis.

Es ist diese Sache an sich selbsten klar. Denn wenn ihr z. E. ein zweyfaches Ding 3 mal, oder ein dreyfaches Ding 2 mal zusammen leget, so habt ihr nothwendig ein 6faches.

§. 161. Gleiche Bewandniß hat es, wenn die Multiplication auch mehr als zweymal continuiret wird.

Z. E. Wenn ihr die Größe 4 multipliciret mit 2; das kommende zweyfache, nämlich 8, mit 3; das kommende 6fache (§. 160.) nämlich 24, ferner mit 5; so kommet das 30fache, und also 30mal die 4 nämlich 120 u. s. w.

§. 162. Wenn man demnach eine Zahl mit einer andern Zahl auf einmal, oder mit solcher ihren Factoribus nach und nach multipliciret, so kommen endlich einerley Haupt-Facta heraus.

Z. E. Wenn man eine gegebene Zahl mit 6, oder mit den Factoribus, aus welchen die 6 erwächset, nämlich mit 2 und 3, oder auch mit 3 und 2, nach und nach (auf die Weise wie §. 160. gezeiget) multipliciret, so bekommet man in allen Wegen die gegebene Zahl 6 mal, und also gleiche Facta.

§. 163. Hieraus ist auch offenbar, daß einerley Factores in einander multipliciret, sie mögen im übrigen multipliciret werden, in welcher Ordnung als sie immer wollen, auch einerley Facta geben müssen.

Z. E. Die Facta aus 2 mal 3 mal 4, oder aus 2 mal 4 mal 3, oder aus 4 mal 3 mal 2 ꝛc. das ist, deutlicher zu reden, die endlichen Producte, welche entstehen, wenn ihr 2 mit 3, und das kommende (6) ferner mit 4; oder erstlich 2 mit 4, und das kommende (8) ferner mit 3; oder auch erstlich 3 mit 4, und das kommende (12) mit 2 multipliciret, müssen allezeit einander gleich seyn.

Beweis.

Beweis.

Es braucht allhier keinen sonderlichen Beweis; allein um nur eine Idee davon zu machen, so stellet euch die Einheit für diejenige Größe vor, welche ihr (§. 160.) vielfältigen wollet, alsdenn könnet ihr, z. E. die Zahl 2, als ein zweyfaches Ding, oder eine zweyfache Einheit ansehen. Wenn ihr nun solches 2 fache, nämlich die 2, mit 3, und das kommende (6) mit 4; oder erstlich mit 4, und das kommende (8) hernach mit 3 multipliciret, so erhellet aus §. 161, daß ihr ein 24faches Ding, das ist 24 Einheiten bekommen müsset. Auf gleiche Weise könnet ihr die Zahl 3, als ein dreyfaches Ding, oder eine dreyfache Einheit ansehen, folgends, wenn ihr solches 3fache, nämlich die 3, mit 4, und das kommende (12) ferner mit 2; oder erstlich mit 2, und das kommende (6) hernach mit 4 multipliciret, so muß nothwendig gleichfalls das 24fache, und also 24 Einheiten herauskommen (ibid.). Demnach müssen einerley Factores auch einerley Facta geben, und lieget im übrigen nichts an der Ordnung, in welcher solche Facta durch die Multiplication erzeuget werden.

§. 164. Insonderheit nennet man diejenige Zahl, welche ein Factum aus zweyen, oder auch mehrern solchen Factoribus, die ganze Zahlen sind, seyn kann, eine componirte Zahl (numerus compositus), das ist, eine aus andern ganzen Zahlen durch die Multiplication zusammen gesetzte Zahl.

Z. E. Die gedachte Zahl 24 ist componiret oder zusammengesetzet aus 2 mal 12, oder 3 mal 8, oder 4 mal 6, oder auch aus 2 mal 3 mal 4, oder 2 mal 2 mal 6, oder auch aus 2 mal 2 mal 2 mal 3. Und auf solche Weise heißen die Zahlen 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 2c. componirte Zahlen, denn 4 kann entstehen

aus 2 mal 2; 6, aus 2 mal 3; 8, aus 2 mal 4, oder auch aus 2 mal 2 mal 2. u. s. w.

§. 165. Eine Zahl aber, welche auf keine Weise ein Factum aus solchen Factoribus, die allzumal ganze Zahlen sind, seyn kann, heißet man eine **Primzahl** (numerus primus) das ist, eine Anfangszahl, die aus keinen vorhergehenden kleineren Zahlen durch die Multiplication erwachsen ist, sondern von sich selbsten, als ein Haufen Einheiten, ihren Anfang nimmt.

Z. E. Die Zahlen 2, 3, 5, 7, 11, 13, ꝛc. heißen Primzahlen, indem dieselben aus keinen andern Factoribus in lauter ganzen Zahlen entstehen können, als allein aus 2 mal 1, 3 mal 1, 5 mal 1, 7 mal 1 ꝛc. da 1 weder eine Zahl heißet (§. 34.) noch multipliciren kann; denn 1 mal 2, 3, oder 4, ꝛc. bleibt 2, 3, oder 4, ꝛc.

Die 7. Aufgabe.

§. 166. **Eine gegebene Zahl mit einer angewachsenen einzelnen Ziffer, das ist (§. 71.) mit 20. 30. 40. ꝛc. oder 200. 300. 400. oder 2000. 3000. ꝛc. zu multipliciren.**

Die Multiplication ist eben so leicht, als die Multiplication mit einer einzelnen Ziffer (§. 155.). Denn multipliciret

I. die gegebene Zahl mit der bedeutlichen Ziffer des Multiplicatoris (ibid.) und setzet

II. an das kommende Product so viel Nullen zur Rechten, als sich in dem Multiplicatore befinden, so bekommet ihr das verlangte Product.

Z. E. Wenn ihr 3879 mit 20 multipliciren sollet, so multipliciret die 3879 mit 2 als folget:

3879 (2
7758

An

An dieses Product 7758 setzet eine 0 zur Rechten, kommen 77580, als das verlangte Product. Also auch, wenn der Multiplicator 200 wäre, müsset ihr 2 Nullen beysetzen, und würde demnach das verlangte Product 775800 seyn, u. s. w.

Beweis.

Wenn man einer Zahl eine 0 zur Rechten beysetzet, wird solche Zahl dadurch gezehenfältiget, oder mit 10 multipliciret; und wenn man einer Zahl 2 Nullen beysetzet, wird sie dadurch mit 100 multipliciret; u. s. w. (§. 159). Folgends wenn ihr eine Zahl z. E. mit 2 multipliciret, und dem zweyfachen eine Null beysetzet, das ist eigentlich mit 10 multipliciret, so muß nothwendig das 20 fache kommen; setzet ihr aber solchem zweyfachen 2 Nullen bey, so muß allerdings das 200 fache heraus kommen (§. 160).

§. 167. Noch verschiedene Exempel zur Uebung.

No. 1. 23879 fl. wie viel machen sie ℋ? deren 30 auf 1 fl. gehen. Also:

23879 (30
Antwort 716370 ℋ.

No. 2. 1473 Königsberger Schfft, wie viel sind es dasige ft? deren 400 auf 1 Schfft gehen. Also:

1473 (400
Antwort 589200 ft.

No. 3. 27 Ballen Druckpapier, wie viel sind es Bogen? deren 5000 auf 1 Ballen gehen. Also:

27 (5000
Antwort 135000 Bogen.

Nota. Ohngeachtet nun, daß man allhier lieber die größere Zahl 5000 als die kleinere 27 für den Multiplicatorem annimmt (§. 149.), indem mit 5000 leichter als mit 27 zu multipliciren, so

können ihr dennoch die Antwort unter die 5000 setzen (§. 156.) also:

27 mit 5000

Antwort 135000 Bogen.

N°. 4. Ein Feldherr zahlet an 60000 Mann, einem jeden 13 Thl. Wie viel Thl. beträget solche Summe? Also:

13 (60000 oder also: 13 mit 60000

Antwort 780000 Thl. Antwort 780000 Thl.

N°. 5. Wie viel machen 700000 mal 29 ℔? Also:

29 (700000 oder also: 29 mit 700000

Antw. 20300000 ℔ Antwort 20300000 ℔

N°. 6. Ein König hat Revenüen jährlich 8 Million fl, das ist 8000000 fl; Wie viel fl. betragen dieselben in 42 Jahren? Also:

42 (8000000 oder also: 42 mit 8000000

Antw. 336000000 fl. Antwort 336000000 fl.

N°. 7. Wenn ihr 123456789 mit 90000000 multipliciret: Wie viel kommet im Product? Also:

123456780 mit 90000000

Antwort 11111111010000000.

§. 168. Wenn man einen gegebenen Multiplicandum mit einem gegebenen Multiplicatore auf einmal multipliciret; oder auch, wenn man den Multiplicatorem in verschiedene oder gleiche Theile zerstreuet (§. 47.), und multipliciret den Multiplicandum mit jedem solcher Theile ins besondere, addiret aber endlich alle kommende Facta zusammen, so müssen in einem Wege so wohl, als in dem andern, einerley Hauptfacta heraus kommen.

Z. E. Wenn man eine gegebene Zahl mit 8 auf einmal multipliciret, oder auch solche 8 in beliebige Theile, als 3 + 5, oder 4 + 4, oder 7 + 1, oder 2 + 2 + 4, oder auch anders zerstreuet, folgends die gegebene Zahl mit 3 und 5, oder mit 4 und 4, oder mit 1 und 7, oder mit 2 und 2 und 4 ꝛc. ins besondere multipliciret, und die kom-

kommenden Producte addiret; als nämlich das 3fache zum 5fachen, das 4 fache zum 4 fachen, das 7fache zum 1fachen, das 2 fache und noch einmal 2fache zum 4 fachen: So kommet in allewege das begehrte 8 fache. Als wenn der gegebene Multiplicandus 12 wäre, so kämen diese Rechnungen also:

12 (8
96 das 8fache.

oder 12

36 das 3fache.
60 das 5 fache.

Summe 96 das 8 fache.

oder 12 das 1 fache.
84 das 7 fache.

Summe 96 das 8 fache.

oder 12

48 das 4fache.
48 das 4 fache.

Sum. 96 das 8 fache.

oder 12

24 das 2 fache.
24 das 2 fache.
48 das 4 fache.

Summe 96 das 8 fache.

oder auch anders.

Beweis.

Es lieget die Wahrheit dieses Satzes klar vor Augen. Zumal da das Multipliciren eigentlich nur eine compendiöse Addition ist (§. 139.). Folglich heißet eine gegebene Zahl, z. E. mit 8 multipliciren so viel, als solche Zahl 8 mal untereinander setzen, und addiren. Indessen ists gleich viel, ob man 8 Zahlen auf einmal addiret, oder aber stückweise zusammen nimmt, und die kommende Summen aus solchen Stücken endlich addiret (§. 107.): Derowegen müssen in allewege auch gleiche Hauptfacta kommen, wenn man die gegebene Zahl auf einmal mit 8, oder mit solcher ihren Theilen beschriebener maßen ins

besondere multipliciret, und die Producte endlich addiret.

§. 169. Mann nennet dergleichen stückweise herausgebrachte Facta, die **Facta partialia**, um dieselben durch solchen Namen von dem Facto totali **oder Hauptfacto** zu unterscheiden. Als beym nächst vorigen Exempel ist 96 das Hauptfactum das eigentlich verlanget worden: Die andere 2. 3. und 4 fache aber heißen Facta partialia.

Die 8. Aufgabe.

§. 170. **Eine gegebene Zahl mit einer andern gegebenen Zahl, die aus etlichen bedeutlichen Ziffern bestehet, zu multipliciren.**

I. Schreibet den Multiplicandum vor euch, und den Multiplicatorem beyseite zur Rechten (wie §. 155. gezeiget).

II. Ziehet unter den Multiplicandum eine Linie (um solchen von den hernach zu addiren darunter kommenden Zahlen, damit derselbe aus Irrthum nicht mit addiret werden möge, zu unterscheiden).

III. Multipliciret den Multiplicandum mit jeder Ziffer, das ist (§. 68.) mit jedem Gliede oder Theile des Multiplicatoris ins besondere (nach Anweisung §. 155.), und zwar nach dem gemeinen Gebrauch erstlich mit der Ziffer der **Einer**, hierunter mit der Ziffer der **Zehener**, und hierunter weiter mit der Ziffer der **Hunderte**; u.s.w. Merket aber, daß ihr das Product der Ziffer der Zehener, in die Stelle der Zehener, und das Product der Ziffer der Hunderte in die Stelle der Hunderte ꝛc. unter den erstern Product der Ziffer der Einer, anfanget zu schreiben.

IV. Ziehet unter die gefundenen Producte eine Linie

(wie

(wie dessen Ursache im Addiren §. 105. gemeldet); alsdenn

V. addiret alle gefundene Producte, nämlich alle Zahlen, die zwischen beyden erwehnten Linien eingeschlossen sind, zusammen, so giebt die Summe das verlangte Hauptfactum.

Z. E. Wenn ihr 2357 mit 438 multipliciren sollet, so multipliciret die 2357 erstlich mit 8; hierunter besonders mit 3, und fanget dessen Product um eine Stelle weiter hinein anzuschreiben; hierunter ferner mit 4, und fanget desselben Product noch eine Stelle weiter hinein anzuschreiben. Endlich addiret alle gefundene Producte zusammen, so kommet das verlangte Hauptproduct, und stehet demnach der beschriebene Proceß, wie folget:

2357 (438

erstes Factum partiale. 18856
zweytes Factum partiale. 7071
drittes Factum partiale. 9428

Hauptfactum: 1032366, das verlanget worden.

Beweis.

Das erste Factum partiale (§. 169.) begreifet den Multiplicandum (vermöge §. 155.) so vielmal in sich, als die erste Ziffer zur Rechten des Multiplicatoris Einheiten hat, (das ist, im vorgestellten Exempel 8 mal). Also enthält auch das zweyte Factum partiale, wenn ihm zur Rechten in die leere Stelle der Einer eine o beygesetzet wird (vermöge §. 166.), den Multiplicandum so vielmal in sich, als die folgende Ziffer des Multiplicatoris nach ihrer Stelle die sie iñen hat (§. 61.), Einheiten bedeutet (nämlich hier 30 mal). Auf gleiche Weise begreifet das dritte

Factum

Factum partiale, wenn man demselben zur Rechten in die leeren Stellen der Einer und Zehener 2 Nullen beysetzet, (vermöge besagten §. 166.) den Multiplicandum so vielmal in sich, als die ferner folgende Ziffer des Multiplicatoris, nach ihrer Stelle Einheiten hat (das ist hier 400 mal) u. s. w. Indessen ist es allhier, da die Absicht ist, die gefundenen Facta partialia zu addiren, keine Nothwendigkeit, die erforderlichen gedachten Nullen wirklich beyzusetzen (§. 111.); demnach können dieselben Kürze halben hinweg gelassen werden, und ist genug, wenn man bey jedem Facto partiali angezeigtermaßen, eben so viele Stellen zur Rechten leer lässet, als so viel Nullen zu jedem erfordert werden. Wenn nun endlich die Facta partialia aus allen Ziffern oder Theilen des Multiplicatoris (als hier das 8 fache, 30 fache, und 400 fache) zusammen addiret werden; so muß die entstehende Summe den Multiplicandum so vielmal in sich begreifen, als der ganze Multiplicator (hier 438) Einheiten hat (§. 168.); folgends ist sie das verlangte Hauptfactum (§. 137.).

§. 171. Will man das vorige Exempel noch klärer vor Augen haben, so multipliciret die 2357 mit 8, 30, und 400 ins besondere, also:

2357 (8	2357 (30	2357 (400
18856	70710	942800

Wenn ihr nun diese gefundene Producte addiren wollet, kommet es also zu stehen:

18856	das	8 fache.
70710	das	30 fache.
942800	das	400 fache.
Summe 1032360	das	438 fache.

Lasset aber die Nullen zur Rechten fahren, und setzet die summirenden bedeutlichen Ziffern gehöriger maßen unter einander (§. 111.)

(§. 111.), so kommen dieselben wie vorhin (§. 170.) und also zu stehen:

18856
7071
9428

Summe 1032366.

§. 172. Wenn ihr dieses recht betrachtet, so könnet ihr ohnschwer wahrnehmen, daß es keine Nothwendigkeit, noch auch im geringsten einiger Vortheil, sondern nur eine bloße Gewohnheit sey, wenn man die Multiplication mit der Ziffer zur Rechten des Multiplicatoris, wie vorhin, immer anfänget. Vielmehr stehet es frey, mit welcher Ziffer des Multiplicatoris, als man will, erst oder nach zu multipliciren, wenn man nur die kommenden Facta partialia in ihre gehörige Stellen zum Addiren recht setzet; zumal es wegen der Addition auch gleich viel ist, welches Factum partiale erst oder nach stehet (§. 112.).

Demnach kann man das vorige Exempel auch folgendergestalt setzen:

2357 mit 438

9428
7071
18856

1032366

Der Grund dieser Ordnung ist nach der Erklärung §. 171. aus beystehenden zu ersehen:

2357 mit 438

942800 das 400 fache.
70710 das 30 fache.
18856 das 8 fache.

1032366 das 438 fache.

oder 2357 mit 438 = = das ist =

7071
9428
18856

1032366

2357 mit 438

70710 das 30 fache.
942800 das 400 fache.
18856 das 8 fache.

1032366 das 438 fache.

oder 2357 mit 438 = = das ist =

7071
18856
9428

1032366

2357 mit 438

70710 das 30 fache.
18856 das 8 fache.
942800 das 400 fache.

1032366 das 438 fache.

Oder

Oder auch anders, wie dergleichen Veränderungen zu diesem Ende in der Addition (§. 112.) bereits fürstellig gemacht worden.

§. 173. Es ist nicht undienlich, sich hierinne wohl zu üben, weil man öfters (wie fernerhin gezeiget werden soll,) einige Vortheile daraus haben kann. Die Anfänger aber können, damit sie die gehörigen Stellen desto weniger verfehlen dürften, bey jedem Facto partiali vorher zur Rechten an statt Nullen nur so viel Puncte allemal notiren, als diejenige Ziffer des Multiplicatoris, mit welcher man multipliciret, in demselben gegen die Rechte noch Stellen hat, und anbey nur merken, daß allezeit der erste Punkt zur Rechten, als auch die erste Ziffer zur Rechten desjenigen Facti partialis, welches aus des Multiplicatoris Ziffer der **Einer** erwächset, fein gerade untereinander in einer Columne zu stehen komme. Als bey nächst gedachtem Exempel ist der Multiplicator 438, so könnet ihr bey dem Facto partiali von der 3, **Einen**, und bey dem von der 4, **Zwey** Puncte notiren (weil die 3 noch eine, und die 4 noch 2 Stellen in dem Multiplicatore zur Rechten hat); solchergestalt, daß derselben Anfangspunkte sammt der Anfangsziffer des Facti partialis von der 8 (als welches Factum keinen Punkt bekommet), zur Rechten gerade untereinander kommen, wie folget:

2357 mit 438	od. 2357 mit 438	od. 2357 mit 438
9428..	18856	7071.
7071.	7071.	18856
18856	9428..	9428..
1032366	1032366	1032366

Durch solche Punkte werdet ihr nicht leichtlich in den Stellen fehlen können, wenn ihr auch bald mit der einen und bald mit der andern Ziffer des Multiplicatoris nach eigenem Gefallen multipliciret.

Die

Die 9. Aufgabe.

§. 174. **Eine gegebene Zahl mit einer andern, die aus einer 1 nebst einer oder mehrern bedeutlichen Ziffern bestehet (als 13, 41, 127, 371, 108, ꝛc.) zu multipliciren.**

Unter andern Vortheilen, die man durch erwehnte Uebung (§. 173.) öfters haben kann, ist auch dieses einer, daß man im gegenwärtigen Falle, da der Multiplicator in einer Stelle eine 1 hat, eine Reihe Ziffern sammt der obersten Linie ersparen kann. Denn da euch freygestellet ist, mit welcher Ziffer des Multiplicatoris, als ihr *wollet, die Multiplication* anzufangen; so fanget lieber mit derselben 1 an, und weil 1 nicht multipliciren kann, so könnet ihr euch des Multiplicandi selbst an stat des Einfachen bedienen, ohne dasselbe ins besondere allererst abzusetzen. Demnach multipliciret nur

I. *mit* den andern bedeutlichen Ziffern des Multiplicatoris, und setzet die kommende Facta partialia gehöriger maßen aus- oder einwärts. Alsdenn

II. addiret alles zusammen, so habt ihr das verlangte Product.

Z. E. 5897 mit 31 zu multipliciren. Dieses stehet also:

17691.

182807

So aber der Multiplicator allhier 13 wäre, so würde es wie folget zu stehen kommen: 5897.

17691

76661

§. 175.

§. 175. Noch etliche Exempel zur Uebung:

N°. 1. 4387 mit 251
21935.
8774..
1101137

N°. 2. 4387.. mit 152
21935.
8774
666824

N°. 3. 4387. mit 215
8774..
21935
943205

N°. 4. 4387.. mit 102
8774
447474

N°. 5. 4387 mit 201
8774..
881787

N°. 6. 4387 mit 210
8774.
921270

N°. 7. 98 mit 101
98..
9898

N°. 8. 679 mit 1001
679...
679679

§. 176. Aus diesen beyden letztern Exempeln könnet ihr wahrnehmen, daß man bey dergleichen Aufgaben das verlangte Product so fort hinschreiben kann, weil in jeder Stelle nur eine einzige Ziffer kommt, folgends nichts zu addiren ist. Als bey den angeführten Exempeln dürfet ihr nur neben den 98 noch einmal 98, und neben den 679 noch einmal 679 so fort hinschreiben, so habt ihr die verlangten Producte 9898, und 679679.

§. 177. Wenn in einem Multiplicatore in der Mitten Nullen stehen, übergehet man dieselben, und multipliciret nur mit desselben bedeutlichen Ziffern, nach voriger Anweisung.

Z. E. 2357 mit 403008 zu multipliciren
18856 stehet also:
7071...
9428.....
Prod. 949889856

Oder

Oder also: 2357 mit 403008	oder also: 2357 mit 403008
9428.....	7071...
7071...	18856
18856	9428.....
949889856	949889856

§. 178. Aus dem nächstgedachten Exempel könnet ihr abermals (wie §. 167. N° 3. gedacht) wahrnehmen, daß es öfters viel vortheilhaftiger sey, die größere von den zu multipliciren gegebenen zweyen Zahlen für den Multiplicatorem anzunehmen. Immaßen wenn ihr die 403008 mit 2357 multipliciret, kommt zwar eben dasselbe vorhin herausgebrachte Product, aber durch einen langsamern Weg; wie folgends zu ersehen:

403008 mit 2357
2821056
2015040.
1209024..
806016...
949889856

Dannenhero hat man in der Multiplication jederzeit darauf zu sehen, welche von beyden gegebenen Zahlen in der Ausrechnung am bequemsten der Multiplicator oder Multiplicandus sey (§. 149.).

§. 179. Wenn aber ein Multiplicator oder auch ein Multiplicandus zur Rechten Nullen hat, so übergehet man zwar diese alle in der Ausrechnung: Allein sie müssen aufs letzte dem kommenden Producte zur Rechten beygesetzet werden.

Als wenn in dem angezogenen Exempel (§. 170.) der Multiplicator 43800 wäre, so dürfte man nur eben also, wie oben gezeiget, procediren, und übrigens dem Hauptfacto die 2 Nullen zur Rechten beysetzen, als folget:

2357 mit 43800

18856
7071
9428

Product. 103236600

Also auch wenn der Multiplicandus 2357, Nullen zur Rechten hätte, als z. E.

2357000 mit 438 zu multipliciren, so kommet es also:

18856
7071
9428

Product 1032366000

Nicht minder ist zu verfahren, wenn beyde gegebene Zahlen Nullen zur Rechten hätten. Z. E.

2357000 mit 43800 zu multipliciren, setzet es also:

18856
7071
9428

Product 103236600000

Beweis.

Dieser ist gleich dem Beweise §. 166, welchen ihr nachschlagen könnet. Indessen will ich die daselbst angeführten Gründe auf gegenwärtigen Satz, insonderheit auf das fürgestellte Exempel, mit wenigem nur appliciren: Wenn ihr z. E. 2357 mit 438 multipliciret, kommen 1032366; dieses Product ist das 438 fache von der Größe 2357. Setzet ihr aber daran 2 Nullen (das ist §. 159, mit 100 multipliciret) so habt ihr allerdings das 43800 fache von der gedachten Größe 2357 (§. 160).

Gleicher-

Gleichermaßen könnet ihr euch fürstellen, daß das Product 1032366 auch das 2357 fache sey von der Größe 438 (indem ihr die 2357 als Multiplicatorem betrachten könnet). Wenn nun an solches Product 3 Nullen gesetzet werden, so kommt nothwendig das 2357000 fache von der jetzt gemeldeten Größe 438. Hieraus erhellet ferner, weil das Product aus 438 mal 2357000, ist 1032366000, daß, wenn an dieses noch 2 Nullen gesetzet werden, man alsdenn das Product aus 43800 mal 2357000 bekommen müsse.

§. 180. Noch allerhand Exempel zur Uebung.

N°. 1. 5397 Großstein wie viel machen sie ℔? deren 34 auf 1 Erst. gehen. Also:

5397 (34
21588
16191

Antwort 183498 ℔.

N°. 2. Eine Summe Geldes ist in 3275 gleiche Theile vertheilet worden, und ist auf jeden 509 fl. gekommen; Wie viel ist selbige Summe gewesen? Also:

3275 (509
29475
16375

Antwort 1666975 fl.

N°. 3. Ein vierseitiges Feld, auf die Weise wie oben §. 140. zu ersehen, ist 573 Schuhe lang und 430 Schuhe breit: Wie viel beträgt desselben Inhalt an gevierten Schuhen? das ist, wie viel kleine Flächen, deren jede 1 Schuh lang und 1 Schuh breit, sind in solchem Felde enthalten? Also:

573 (430
1719
2292

Antwort 246390 gevierte Schuhe.

N°. 4. Einer will einen viergleichseitigen Saal mit kleinen Steinen belegen, oder bepflastern lassen, findet darzu in die Länge 250, und in die Breite 250 solcher Steine nöthig: Wie viel muß er demnach derselben insgesamt darzu haben? Also:

250
250
125
50

Antwort 62500 Steine.

N°. 5. Einer will sein Hausdach auf beyden Seiten mit Ziegelsteinen decken lassen, muß darzu auf jeder Seite in die Länge 53, und in die Breite oder Höhe 39 Steine haben: Wie viel Steine werden demnach insgesamt darzu erfordert? Wenn ihr dieses Exempel betrachtet, so könnet ihr leicht urtheilen, daß zu jeder Seite 39 mal 53, und also zu beyden Seiten 2 mal 39 mal 53 Steine erfordert werden; folglich wird allhier ein Factum gesuchet aus den Factoribus, 2, 39, und 53 in einander multipliciret: Derowegen könnet ihr solches Factum auf dreyerley Art finden (§. 163.), wie folget:

53 (39
477
159
2067 (2
Antw. 4134 St.

oder 53 (2
106 (39
954
318
Antw. 4134 St.

oder 39 (2
78 (53
234
390
Antw. 4134 St.

N°. 6. Ein gemein Jahr von 365 Tagen; wie viel enthält es Stunden und Minuten? Also:

365 mit 24 zu Stunden
1460
730
Erste Antwort 8760 Stunden.
8760 (60 zu Minuten.
Andere Antwort 525600 Minuten.

Nämlich weil man hier auch die Stunden des ganzen Jahres zu wissen verlanget, so muß es, wie gezeiget, berechnet werden. Sonst aber, wenn die Frage nur nach den Minuten allein gewesen wäre, so könnte man die Antwort, als das Factum aus 365, 24, und 60, wie beym vorigen Exempel N°. 5. gemeldet, auch auf andere Art finden.

N°. 7.

N°. 7. 3794 Holländische Last Geträyde; wie viel sind es allda Schepel? deren 108 auf eine Last gehen. Also:

3794.. mit 108
30352

Antwort 409752 Schepel.

N°. 8. 8357 Thl. Pol. wie viel sind es ℛ? deren 1620 auf 1 Thl. gehen. Also:

8357.. mit 1620
50142.
16714

Antwort 13538340 ℛ

N°. 9. 2460 Königsberger ℒ. wie viel sind es ℬ? deren 128 auf 1 ℒ. gehen. Also:

2460. mit 128
492.
1968

Antwort 314880 ℬ.

N° 10. 1379 ℬ wie viel sind es ℛ? deren 512 auf 1 ℬ gehen. Also:

1379. mit 512
2758
6895..

Antwort 706048 ℛ.

§. 181. Wenn man eine Zahl mit sich selbst multipliciret, so heißt man das entstehende Factum das **Quadrat** derselben Zahl. Sie aber wird in Ansehung dieses Quadrats, die **Quadratwurzel** (radix quadrata) genennet; aus Ursache, weil solches Factum just in einem Quadrat oder gleichem Vierecke, das ist in einer flachen Figur, welche gleiche Länge und Breite hat, fürgestellet werden kann.

Z. E. Wenn die Figur oben (§. 140.) 4 Schuhe lang, und 4 Schuhe breit wäre, so würde solche Figur 4 mal 4 kleinere Flächen in sich enthalten, deren jede 1 Schuh lang und 1 Schuh breit. In solcher Absicht nennet man die Zahl 16 eine Quadratzahl von 4; und

die 4, welche mit sich selbst multipliciret wird, als in erwehnter Figur, die Länge oder Breite allein, die Quadratwurzel aus 16. Also auch ist oben (§. 180. N°. 4.) die Zahl 62500 ein Quadrat, dessen Wurzel aber ist die Zahl 250.

§. 182. Multipliciret man eine Quadratzahl ferner mit ihrer Wurzel, so nennet man das kommende neue Factum, eine **Cubiczahl**, oder auch schlechthin einen **Cubum**; und in Ansehung derselben, die Zahl, welche dreymal solchergestalt in einander multipliciret wird, die **Cubicwurzel** (radix cubica); weil ein solches Factum just in einem Cubo, das ist in einem Körper, welcher von 6 gleichen Quadraten wie ein Würfel eingeschlossen, fürgestellet werden kann.

Z. E. Wenn ein Körper 4 Schuhe lang, 4 Schuhe breit, wie auch 4 Schuhe dicke ist, so enthält solcher Körper in seiner Länge und Breite 4 mal 4 oder 16 kleinere Cubos, deren jeder 1 Schuh lang, 1 Schuh breit und 1 Schuh dicke; da aber solcher Körper auch 4 Schuhe dicke ist, so enthält er überhaupt 4 mal die erwehnten 16 Cubos, das ist in allem 64 solche kleinere Cubos. In Ansehung dessen heißt man die Zahl 64 eine **Cubiczahl**; und die Zahl 4, als die Länge, Breite, oder Dicke von solchem Körper, die Cubicwurzel aus 64.

§. 183. Das Zeichen der Multiplication ist insgemein dieses ×, welches durch **mal** ausgesprochen wird, (sonst pflegen auch verschiedene Mathematici die Multiplication durch ein Comma (,) oder einen Punkt (.) anzudeuten.)

Z. E. Wenn 4 mit 7 multipliciret werden soll, so schreibet man 4 × 7, welches so viel heißt, als 4 mal 7. Item 10 + 8 = 20 ÷ 2 = 3 × 6 = 18. Dieses heißt und bedeutet (§. 89. 108,

108, und 128) 10 und 8, sind gleich 20 weniger 2; auch gleich 3 mal 6, wie auch gleich 18.

Zum Beschluß der Multiplication sind noch folgende Betrachtungen, und die daraus entstehende Aufgaben nicht undienlich zu beobachten.

§. 184. Es ist leicht zu erachten, daß der 1ste Artikel in §. 155 und 170. solchergestalt zu verstehen sey, wenn die gegebenen Zahlen nicht vorhin schon aufgeschrieben wären. Wenn aber in einer Rechnung etwas zu multipliciren vorkommt, da die Zahlen, welche mit einander multipliciret werden sollen, vorhin schon für euch geschrieben stehen, so ist es allerdings ein Ueberfluß, wenn ihr den Multiplicatorem allererst neben den Multiplicandum zur Rechten, wie besagter Artikel lehret, aufs neue hinsetzen wollet.

§. 185. Daß man die Multiplication immer bey der ersten Ziffer des Multiplicandi zur Rechten anfängt, ist die Ursache gleich wie beym Addiren (§. 113.), damit man die entstehende Zehener aus dem Product der kleinern Einheiten so fort zu dem Product der größern Einheiten zählen könne (§. 155): Da hingegen wenn man zur Linken des Multiplicandi anfangen, und also die höhern Stellen zu erst multipliciren sollte, würde man die Producte aus jeder Stelle ganz aussetzen, und diese alle ins besondere hernach addiren müssen.

Als das obige Exempel (ibid.) müßte auf solche Weise, als folget, zu stehen kommen:

9057632 mit 4

360
20
28
24
128

Product 36230528

welches augenscheinlich zu weitläuftig.

§. 186. Aus gleichem Grunde folget, wenn der Multiplican-

dus noch kleinere Einheiten, als die Einer zur Rechten der ganzen Zahlen, das ist Theile, aus einer ganzen Einheit (§. 52) in sich enthalten sollte, daß man auch die Multiplication bey denselben kleinern Einheiten anfangen müßte.

§. 187. Dasjenige, was oben (§. 115.) bey der Addition angemerket worden, ist nicht minder auch bey der Multiplication zu merken, also, daß wenn mehr oder weniger als 10 kleinere Einheiten eine 1 in der nächstfolgenden höhern Stelle ausmachen sollten; so müßte man auch in dem Product solcher kleinern Einheiten, nur dasjenige setzen, das nicht eine 1 in der folgenden Stelle erreichet, und vor jede Anzahl kleinere Einheiten, als so viel deren auf die nächste höhere Einheit gehen, eine Einheit zu dem Product solcher höhern Einheiten zählen; wie dieses im gedachten § mit einem Exempel erkläret worden.

§. 188. Es werden insgemein die Anfänger, wie im Addiren (wovon bereits §. 116. gemeldet) also auch im Multipliciren angewiesen, die Anzahl derer im Sinne zu behaltenden Zehener pro memoria beyseite zu notiren. Allein meines Bedünkens ist solches weder hier, noch auch im Addiren nöthig, noch dienlich. Ob gleich aber die gegebene Raison im Addiren (ibid.) allhier bey der Multiplication keine statt findet; zumal, da in der Multiplication, die behaltenen Zehener nicht so wohl zu der folgenden Stelle, als insonderheit zu dem folgenden Product, mithin dieselbe auch nicht so fort ohne Zwischenrede, oder Zwischenrechnung, zu dem Product in folgender Stelle gezählet werden: So achte ich solches Memoriren doch überhaupt nur vor eine übele Gewohnheit. Und habe ich so wohl dieses, als dasjenige oben in der Subtraction (§. 131.) um so vielmehr erinnern sollen, je hinderlicher solche Gewohnheit zu anderweitigem vortheilhaften Rechnen ist. Genug ists, alsdenn, wenn das Gedächtniß bereits abgenommen, derselben Nebennotiz sich zu bedienen; ich sehe aber nicht vor gut an, die Jugend in ihrer Blüthe zum Kriechen und Faullenzen anzugewöhnen, da man vielmehr ihre Sinnen, so viel als möglich, aufmuntern soll.

§. 189. Da die Rechnungsart der Addition so wohl (§. 105.), als der Multiplication (§. 155. 166. 170.), immerfort zur Rechten ihren Anfang nimmt; insonderheit

heit auch, da die Multiplication eigentlich nur eine kurze Addition ist (§. 139.), und eine besonder geschriebene Zahl zu den untereinander geschriebenen auf einmal addiret werden kann (§. 110.): So ist es auch, im Falle bey einer Multiplication, zu dem kommenden Product noch eine besondere Zahl zu addiren sey, gar ein leichtes, die begehrte Multiplication und Addition in einem einzigen Proceß zu verrichten.

Die 10. Aufgabe.

§. 190. Eine gegebene Zahl zu multipliciren, und zugleich eine andere gegebene Zahl zum Product zu addiren.

Nehmet bey Multiplicirung jeder Ziffer des Multiplicandi sofort die Ziffer der summirenden Zahl, welche eben in dergleichen Stelle stehet, zu dem kommenden Product, so geschiehet, was man verlanget.

Z. E. N°. 1. Wenn ihr zu 4 mal 9057632 noch 325 addiren sollet, so kommet die verlangte Antwort auf einmal, als folget:

9057632 zu 325
(4

Antwort 36230853

Nämlich saget: 4 mal 2, ist 8, darzu 5 (als die Stelle der Einer in der summirenden Zahl) ist 13. Setzet also 3, und behaltet 1. Ferner sprecht: 4 mal 3 ist 12, noch das behaltene 1 ist 13, hierzu noch 2 (aus der summirenden Zahl) ist 15. Schreibet demnach 5, und behaltet abermal 1. Weiter saget: 4 mal 6 ist 24, noch das nächst behaltene 1, ist 25, darzu die 3 (aus der summirenden) ist 28. Setzet 8, und behaltet 2. Ferner procediret wie gewöhnlich, so bekommet ihr die gesuchte Antwort.

N°. 2. Wenn oben §. 167 N°. 1. neben den 23879 fl. noch 24 ß. gegeben werden, und man verlanget selbige fl. und ß. zu lauter ß. zu machen, so stehet es also:

23879 fl. 24 ß.
(30
Antwort 716394 ß.

Nämlich die 4 Einer, von der summirenden Zahl 24, müssen in der Antwort in die Stelle der Einer, das ist in die Stelle, da sonst eine o gekommen, gesetzet werden; und die 2 Zehener zählet man zu der folgenden Stelle der Zehener.

N°. 3. Wenn oben §. 159. N°. 2. bey 6539 Amsterdamer Centner, noch 83 ℔. stünden, und man wollte alles zu ℔. machen, so würde die Antwort ohne einige Berechnung kommen. Also: 653983 ℔.

Denn wenn ihr mit 100 multipliciren sollet, setzet ihr dem Multiplicando zwey Nullen bey (ibid.): Demnach setzet in die Stellen der Nullen so fort die summirende 3 Einer und 8 Zehener.

§. 191. Ihr könnet zwar eben also verfahren, wenn der Multiplicator auch mehr als nur eine einzelne Ziffer hat; immaßen ihr die summirende Zahl nach voriger Weise zu demjenigen Facto partiali nehmen könnet, welches aus des Multiplicatoris Ziffer der Einer entstehet.

Z. E. N°. 1. Zu 438 mal 2357 noch 46 zu addiren, könnte also stehen:

2357 zu 46
(438
18902
7071
9428

Antwort 1032412

Allhier

Allhier sind die 46 zu dem ersten Facto partiali genommen worden. Allein in diesem Falle, da man die Facta partialia ohnedem zu addiren hat, ist es etwas bequemer, die summirende Zahl (als hier 46) aufs letzte in der gedachten Addition mit zu zählen (§. 110.), und also beyde Additiones auf einmal zu verrichten, als folget:

2357 (438 zu 46
18856
7071
9428

Antwort 1032412

Allhier sind die Facta partialia gewöhnlicher maßen gesetzet, und die 46 zu dem Hauptfacto gezählet worden.

N°. 2. Wenn oben §. 180. N°. 1. bey den 5397 Großstein noch 25 ℔. wären, und man begehrte alles zu ℔. zu machen, so würde die Berechnung folgendergestalt kommen:

5397 Grst. 25 ℔. (34
21588
16191

Antwort 183523 ℔.

N°. 3. Zu 570 mal 8900 noch 17 zu addiren. Also:

——— (570
623
445

Antwort 5073017

§. 192. Weil auch die Rechnungsart der Subtraction (§. 126.), gleich der Multiplication, ihren Anfang zur Rechten nimmt; so fällt es auch nicht schwer, insonderheit wenn eine gegebene Zahl nur mit einer einzelnen Ziffer zu multipliciren (§. 155.), und das kommende Product von einer andern gegebenen Zahl zu subtrahiren vor-

vorkommt, beyde verlangte Rechnungsarten auf einmal zu verrichten.

Die 11. Aufgabe.

§. 193. **Eine gegebene Zahl mit einer einzelnen Ziffer zu multipliciren, und das Product zugleich von einer andern gegebenen Zahl zu subtrahiren.**

I. Subtrahiret, zur Rechten anfangend, besonders das Product der **Einer**, von den **Einern** des Subtrahendi; desgleichen das Product der **Zehener** von den Zehenern; der **Hunderte** von den Hunderten u. s. w. und schreibet unter den Subtrahendum allezeit dasjenige was übrig bleibet, (oder wo nichts bleibet, eine ○).

II. Wenn aber in einer Stelle das Product größer, als die Ziffer in derselben Stelle des Subtrahendi ist, so borget aus der folgenden höhern Stelle des Subtrahendi so viel **Zehener**, als nöthig ist: Hingegen leget dem nächst folgenden Product eben so viele **Einer** zu (§. 135.). Solchergestalt bekommt ihr den verlangten Rest unter dem Subtrahendo.

Z. E. Wenn ihr zweymal 806973 von 3590467 abziehen sollet, so setzet Bequemlichkeit halben die Zahl, welche ihr etliche mal subtrahiren sollet, dem Subtrahendo zur Linken, wie folget:

2 mal 806973 von 3590467

Merket mit Fleiß auf die Stellen, worzu ihr euch, nach Anweisung §. 130, der beyden Hände bedienen könnet, und sprechet (beyderseits wie gewöhnlich zur Rechten anfangend) 2 mal 3, ist 6, von 7, bleibet 1. Setzet

demnach

demnach solches 1 gebührender maßen unter die 7 also:

2) 806973 = 3590467
1

Und saget ferner: 2 mal 7, ist 14, von 16, (nämlich weil 14 von 6 nicht kann abgenommen werden, so borget 1 Zehener) bleiben 2, und behalte ich 1 (nämlich im Sinne, zu dem nächst folgenden Product). Demnach schreibet solche restirende 2 unter die 6, als folget:

2) 806973 = 3590467
21

Hierauf sprechet weiter: 2 mal 9 ist 18, noch 1 (das vorhin im Sinne behaltene) ist 19, von 24 (denn weil ihr 19 weder von 4 noch von 14 abnehmen könnet, so borget 2 Zehener) bleiben 5, und behalte ich 2 (geborgte Zehener im Sinne). Schreibet also die 5 unter die 4, wie folget:

2) 806973 = 3590467
521

Und saget weiter: 2 mal 6, ist 12, noch 2 (die nächst behaltenen) ist 14, von 20 (denn weil 14 weder von 0 noch von 10 kann genommen werden, borget man abermal 2 Zehener) bleiben 6, und behalte ich 2 (im Sinne). Setzet solche 6 unter die 0, also:

2) 806973 = 3590467
6521

Und saget ferner: 2 mal 0, ist nichts, darzu 2 (die allernächst behaltenen) ist 2, von 9, bleiben 7. Diese setzet unter die 9, als folget:

2) 806973 = 3590467
76521

Hierauf gehet weiter fort, und saget: 2 mal 8 ist 16, von 25 (denn weil 16 von 5, wie auch von 15 nicht

nicht abzuziehen ist, borget man abermal 2 Zehener) bleiben 9, und behalte ich 2. Setzet die 9 unter die 5. Also:

2) 806973 = 3590467
976521

Und saget endlich: 2 (nämlich die behalte-nen, weil in dem Multiplicando sonst nichts mehr vor-handen) von 3 bleibet 1, welches ihr unter die 3 setzet, und kommet auf solche Weise der verlangte Rest unter dem Subtrahendo folgendergestalt:

2) 806973 von 3590467
Rest 1976521

§. 194. Die Zehende Aufgabe (§. 190.) hat ihren eigentli-chen Nutzen bey dergleichen Exempeln, wie N°. 2 und 3 (ibid.) oder auch §. 191 N°. 2. fürgestellet worden; und ob-gleich (wie hinten in der Practica angezeiget werden soll) noch sonst etwa ein kleiner Vortheil dadurch zu erlangen ist, so will selbiger doch nicht viel zu sagen haben. Hingegen hat man sich in der 11ten Aufgabe um so vielmehr zu üben, je mehr Nu-tzen dieselbe, auch außer allen andern Vortheilen, welche durch solche Aufgabe zu erhalten sind, insonderheit bey der Division verschaffen kann, wie hernach im Dividiren gezeiget werden soll. Zu diesem Ende folgen allhier noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. Subtrahiret 3 mal 98675 von 320514
Rest 24489

N°. 2. Subtrahiret 4 mal 879316 von 4800231
Rest 1282967

N°. 3. Subtrahiret 5 mal 6897038 von 38000000
Rest 3514810

N°. 4. Subtrahiret 6 mal 9783541 von 63123456
Rest 4422210

N°. 5. Subtrahiret 7 mal 89748236 von 6903021045
Rest 6274783393

N°. 6.

N°. 6 Subtrahiret 8 mal 97305284 von 1234567890

Rest 456125618

N°. 7. Subtrahiret 9 mal 987654321 von 9876543210

Rest 987654321

§. 195. Wenn man hierinnen geübet ist, so wird es nicht undienlich seyn, auch in solchen Exempeln sich zu exerciren, wo die Zahl derer etliche fach man subtrahiren soll, nicht besonders zur Linken, wie vorhin, sondern in dem Subtrahendo selbsten stehet.

Z. E. Ihr sollet von der Zahl 3879000 diejenige Zahl nach den Nullen, nämlich die 3879, 4 mal subtrahiren, so procediret folgendergestalt:

3879000

Rest 3863484

Item von 687340000 die Zahl nach den Nullen, nämlich 68734, 8 mal zu subtrahiren. Also:

687340000

686790128

Also auch mit andern dergleichen Exempeln.

§. 196. Es dürfte zwar diese Manier zu multipliciren und subtrahiren, bey jemanden das Ansehen gewinnen, als müßte man nach solcher viel im Kopfe rechnen, zumal da in selbiger größere Zahlen, als sonst bey der ordinairen Subtraction zu subtrahiren kommen: Allein wenn man die Sache besser einsiehet, so findet sich, daß diese Manier auch im geringsten nichts schwerer als die ordinaire Subtraction sey. Denn

1. Was die Abzüge und Reste betrifft, so ist es ja gleichviel, ob man in der gemeinen Subtraction, z. E. 4 von 6, oder allhier 14 von 16, oder 24 von 26, oder 34 von 36 ꝛc. abziehet; da in alle Wege doch immer 2 übrig bleiben. Also ists auch gleich viel, ob man saget: 6 von 15; oder 16 von 25; oder 26 von 35; oder 36 von 45 ꝛc. so bleiben doch immerfort 9.

2. Was ferner das Borgen anbelanget, so kann ja ein jeder von selbsten leicht erachten, ob, und wieviel Zehener jedesmal zu borgen sind, damit der begehrte Subtractor davon abgenommen werden könne.

3. Endlich was das im Sinn behalten der geborgten Zehener betrifft, so ist ja allhier eben so leicht etliche Zehener, als sonst bey der ordinairen Subtraction, Einen Zehener, oder bey der Multiplication ebenfalls etliche Zehener, im Sinne zu behalten.

Dannenhero hat man bey dieser Art zu multipliciren und subtrahiren auf einmal, keine Ursache sich einige Schwierigkeit dabey zu machen, zumal man durch eine kleine Uebung hierinnen eben so fertig, als in der ordinairen Subtraction, werden kann.

§. 197. Die meisten flegen die verlangte Multiplication und Subtraction bey dergleichen Exempeln (als welche absonderlich in der Division vorkommen) zwar in einem einzigen Proceß zu verrichten: Allein sie fangen nach alter Gewohnheit, sowohl das Multipliciren zur Linken des Multiplicandi, als auch das Subtrahiren zur Linken des Subtrahendi an.

Z. E. Wenn 6 mal 9786 von 63210 zu subtrahiren ist, so sagen sie, 6 mal 9 ist 54 von 63, bleiben 9, ferner: 6 mal 7 ist 42 von 92, bleiben 50; weiter, 6 mal 8 ist 48 von 501, bleiben

ben 453; endlich 6 mal 6 ist 36 von 4530, bleiben 4494 zum Rest. Der ganze Proceß kommt (nach Anzeigung §. 129, als folget, zu stehen:

		4	4
8	8	9	
ø	ø	3	4

6 mal ø78ø von ø3x0

Es ist aber diese Manier schnur gerade wider die Regeln dieser Rechnungsarten (§. 132. 185) und also nur eine unnöthige Weitläuftigkeit, deswegen dieselbe, wie billig, verworfen wird.

§. 198. Da die Facta partialia (§. 170. 172. 173) allezeit dergestalt untereinander gesetzet werden, daß dieselben alle weiter hinein, als das Factum partiale, welches aus des Multiplicatoris ersten Stelle zur Rechten erwächset, zu stehen kommen: So muß dahero die Ziffer zur Rechten dieses Facti partialis allezeit in dem Hauptfacto zur Rechten noch zum Vorschein kommen. Demnach kann man aus der ersten Ziffer zur Rechten des Multiplicatoris, und aus der ersten Ziffer zur Rechten des Multiplicandi, so fort wissen, was für eine Ziffer in der ersten Stelle zur Rechten des Hauptfacti kommen muß. Z. E. Wenn man 2357 mit 438 multipliciret, so muß das Hauptfactum zur Rechten eine 6 haben, weil 8 mal 7 ist 56, die in der ersten Stelle 6 haben. Also auch mit andern Zahlen.

Von der Division.

§. 199.

Dividiren (§. 43) heißt eine gegebene Zahl in gleiche Theile einer gegebenen Anzahl abtheilen, und die Größe eines solchen Theils finden. Oder auch eine Zahl finden, welche andeutet, wie viel mal eine gegebene Zahl in einer andern gegebenen Zahl enthalten ist.

§. 200. Die Zahl, welche abgetheilet wird, heißt der **Dividendus**, die andere Zahl, welche abtheilet, **Divisor**, und die Zahl so gefunden wird, **Quotus** oder **Quotient.**

§. 201. Es wird demnach diese Rechnungsart in zwey verschiedenen Fällen gebraucht, nämlich entweder, wenn man z. E. 48 fl. unter 12 Personen gleich vertheilen will, und also die Größe eines solchen Theils, nämlich $\frac{1}{12}$ aus 48 fl. (§. 48) zu wissen verlanget; oder auch, wenn man z. E. eine Größe von 48 fl. gegen eine Größe von 12 fl. hält, und die Anzahl suchet, wie viel mal 12 fl. in 48 fl. enthalten sind. Beyde Fälle aber haben gleiche Absichten. Denn wenn man im ersten Falle 48 fl. unter 12 Personen, oder sonst in 12 gleiche Theile abtheilen will, so muß man untersuchen, wie viel mal 12 fl. in 48 fl. enthalten sind, denn, so oft, als man 12 fl. in 48. fl. findet, eben so oft kann jedem der 12 Personen 1 fl. gegeben werden. Also auch, wenn man im andern Falle die Anzahl suchet, wie viel mal 12 fl. in 48 fl. enthalten sind, so wird eigentlich die Größe der Zahl verlanget, die just $\frac{1}{12}$ aus der Zahl 48 sey. Demnach wird überhaupt in beyden Fällen immer eine solche Zahl verlanget, welche so viele Einheiten in sich enthält, als oft der Divisor 12 in dem Dividendo 48 begriffen ist.

§. 202. Was aber bey diesen Fällen vornemlich zu merken, und zu unterscheiden, sind nur die Namen der gegebenen Zahlen und des Quoti. Denn wenn man die 48 fl. unter 12 Personen gleich vertheilen will, heißt es hauptsächlich die 48 fl. in 12 Theile abtheilen, da die 12 nur als eine bloße Zahl ohne Ansehung des Namens Personen, betrachtet wird, und ist der Quotient eben

dieselbe

dieselbe Art und Gattung, was der Dividendus ist, nämlich hier **Gulden**: Hingegen wenn man zwey Größen gegen einander hält, und untersuchen will, wie oft eine in der andern begriffen sey, müssen beyde gegebenen Größen zuförderst gleicher Art seyn, nämlich gleiche Namen haben (indem man sonst von zwey unterschiedenen Arten nicht schlechterdings fragen kann, wie oft die eine in der andern enthalten sey, wie solches mit mehrern unten bey der Lehre der Verhältnisse soll ausgeführet werden): Und gilt es im übrigen gleich viel, wie ihre Namen heissen, wenn sie nur gleich sind; auch ob sie gar keinen äusserlichen Namen haben, so deutet doch der Quotient allezeit nur die Anzahl an, wie viel mal eine in der andern enthalten sey, und kann dahero auch auf andere Dinge, als der Dividendus ist, appliciret werden.

§. 203. Demnach muß man bey benamten Zahlen allhier eben so wohl, als bey der Multiplication (§. 145), jede Aufgabe nach ihren Umständen und derselben Absicht zuförderst beobachten, damit man daraus vermögend wird zu urtheilen, ob der Quotient eben von solcher Art sey, als der Dividendus ist, oder aber ob er eine bloße Zahl, und also ganz einen andern Namen haben möge, als der Dividendus hat.

§. 204. Was aber die gegebenen Zahlen an sich selbsten betrifft, so ists, wie leicht zu erachten, allhier nicht, wie bey der Multiplication (§. 148) gleich viel, welche von den gegebenen der Divisor oder Dividendus sey, indem es ein großer Unterscheid ist, wenn man z. E. 48 in 12, oder 12 in 48 gleiche Theile abtheilet. Derowegen ist es höchst nöthig, hierauf mit Fleiß zu merken. Und habe ich hierdurch erinnern wollen, daß ich allezeit durch dieje-

nige Zahl, welche dem Wörtlein in, dessen ich mich, (wiewohl bisweilen auch des Wörtleins **durch**) bey dieser Rechnung gerne bediene, gleich nachfolget, den Divisorem verstehe.

Z. E. Wenn ich sage: 48 in 12, oder auch in 12, 48 zu dividiren, so ist 12 der Divisor: So es aber heißt 12 in 48; oder in 48, 12 zu dividiren, ist 48 der Divisor.

§. 205. Indessen da der Unterscheid der (§. 202) erwehnten beyden Fälle nur allein in dem äußerlichen Namen (§. 36) des Dividendi bestehet, welchen man im ersten Falle dem Quoto beyzulegen hat, da man im andern Falle den gemeinschaftlichen Namen der gegebenen Zahlen fahren läßt; hingegen die Zahl des Quoti in einem Falle wie in dem andern gleich groß kommen muß (§. 201): So darf man, wenn die Richtigkeit einer Regel in der Division und der durch selbe gefundenen Zahl des Quoti, auch nur nach einem von erwehnten Fällen erwiesen worden, keinesweges mehr daran zweifeln, daß dieselbe Regel, und eben dieselbe Zahl des Quoti auch im andern Falle richtig seyn müsse.

§. 206. Ueberhaupt ist dividiren nichts anders, als den Divisorem so viel mal als möglich von dem Dividendo abziehen, und also die vierte Rechnungsart (§. 42).

Als beym angeführten Exempel (§. 201) müßte man in einem Falle wie im andern die 12 fl. von den 48 fl. nach der gemeinen Subtraction nach und nach so vielmal als möglich abziehen, wie folget:

— 48		Und solchergestalt suchen, wie viel mal 12 fl. von 48 fl. abgenommen werden können, da sich denn (wie hier neben zu sehen) endlich findet, daß solches 4 mal geschehen kann. Demnach ist der gesuchte Quotient 4, und zwar im ersten Falle (ibid.) heißt er 4 **Gulden**; im andern aber 4 **mal**, oder bloß 4.
12	1ste mal	
Rest 36		
— 12	2te mal	
Rest 24		
— 12	3te mal	
Rest 12		
— 12	4te mal	
Rest 0		

§. 207.

§. 207. Man kann dahero den Divisorem als ein gewisses Maaß betrachten, dadurch der Dividendus abgemessen, und im Quotient gezählet wird, wie vielmal solches Maaß in dem gemessenen zugereichet hat. Als beym gedachten Exempel kann man die 12 als ein gewisses Maaß, z. E. von 12 Zoll (oder 1 Schuh) ansehen, mit welchem eine Länge von 48 Zoll abgemessen wird, da sich denn befindet, daß solches Maaß 4 mal in den 48 Zollen zureichet.

§. 208. Es lehret aber die Division den verlangten Quotienten (wie z. E. vorhin die 4) weit kürzer als durch solche weitläuftige Subtraction (§. 206) zu finden. Denn da in der Division im ersten Falle so wohl als in dem andern (§. 201) immer eine solche Zahl gesuchet wird, die so viele Einheiten in sich enthält, als oft der Divisor in dem Dividendo begriffen ist, das ist nämlich (§. 137) eine solche Zahl, welche, wenn sie mit dem Divisore multipliciret wird, den ganzen Dividendum herstellet, so kann man dieselbe auch durch Hülfe der Multiplication behender finden.

Als beym mehr erwehnten Exempel, darf man nur erstlich versuchen, ob die 12 etwa 5 mal von den 48 abgenommen werden können: Allein da 5 mal 12, 60 ausmachen, welches mehr als 48 ist, so siehet man bald, daß 5 zu groß, und deswegen der Quotient nicht 5 seyn kann. Diesemnach kann man ferner versuchen, ob die 12, 3 mal von 48 abzunehmen: Allein 3 mal 12 ist 36, welche von 48 abgezogen, noch 12 übrig lassen, so siehet man, daß 3 zu klein; weil von dem Ueberschuß 12, noch einmal der Divisor abgenommen werden kann. Wenn nun 5 zu groß, und 3 zu klein, so muß der wahre Quotient nothwendig zwischen 5, und 3 eingeschränkt seyn. Derowegen setzet man denselben auf 4, so findet man, weil 4 mal 12, 48 machen so von 48 abgenommen werden können, und auch nach solchem Abzug nichts mehr, oder doch keine 12 übrig lassen, daß 4 der begehrte Quotient sey.

§. 209. Ueberhaupt hat man vornemlich zu merken, daß man den Quotienten allezeit so groß setzen müsse, 1. damit dessen Factum, wenn er nämlich mit dem Divisore multipliciret wird, von dem Dividendo möglich zu subtrahiren seyn möge; auch 2. damit nach der Subtraction entweder nichts, oder doch niemals so viel, als der Divisor ist, übrig bleibe; weil es sonst eine Anzeigung wäre, daß der Divisor nicht so oft als möglich, sondern zu wenig mal abgenommen worden.

§. 210. Bey kleinen Divisionibus, da so wohl der Divisor, als auch der Quotient, jeder nur eine einzelne Ziffer ist, kann man solchen Quotienten ohne viel Suchen, aus dem Einmal Eins (§. 252) finden, wenn man bey Erlernung desselben es zugleich auch umgewendet oder verkehrt beobachtet, das ist die Producte in acht nimmt, wie sie aus den einzelnen Ziffern entstehen.

Z. E. Wenn man merket, daß 56 entstehet aus 7 mal 8, so weiß man auch, daß 7 in 56 just 8 mal enthalten sey, folgends auch, daß 7 in 61, 8 mal, und darüber noch 5 übrig bleiben.

§. 211. Dieses ist so wohl von den Einheiten der höhern als niedrigsten Stellen zu verstehen. Als nämlich, wenn man z. E. 56 einzelne fl. in 7 gleiche Theile theilet, ist 1 Theil 8 einzelne fl. Also auch wenn man 56 Zehener fl. (das ist gleichsam 56 Beutel, in deren jedem 10 fl. enthalten) in 7 gleiche Theile theilet, so kommt auf jeden Theil 8 Zehener fl. (oder 8 der gedachten Beutel.) Desgleichen wenn man 56 Hunderte fl. in 7 gleiche Theile vertheilet, ist ein Theil 8 Hunderte fl. u. s. w. Dahero darf man bey solchen Theilungen nur den Quotienten in eben dergleichen Einheiten verstehen, als der Dividendus bedeutet, so gilt es übrigens gleich viel, was er immerhin bedeuten möge.

§. 212.

§. 212. Indessen weil diese Benennungen der **Einer, Zehener, Hunderte**, oder Tausende ꝛc. bey den Zahlen durch ihre Stellen, welche sie innen haben, erkannt werden (§. 61), so darf man, was dieser Benennungen betrifft, den Quotienten allezeit nur in eine solche Stelle setzen, in dergleichen sich die dividirte Zahl befindet.

Z. E. Wenn man 560 in 7 dividiren sollte, so sage ich den bedeutlichen Ziffern nach, ebenfalls wie vorhin (§. 110): 7 in 56 ist 8 mal; allein weil die Zahl 56 nicht schlechte **Einer**, sondern Einheiten der 2ten Stelle bedeutet (nämlich Zehener), so muß man den Quotienten 8 ebenfalls in die 2te Stelle setzen; und also wenn sonst keine bedeutliche Ziffer in die Stelle der **Einer** zu setzen ist, derselben 8 eine 0 beyfügen (§. 70): Demnach ist in diesem Falle der verlangte Quotient 80. Auf gleiche Weise ist 7 in 5600, 800 mal; 7 in 56000, 8000 mal, u. s. w.

§. 213. Wenn die Einheiten einer Zahl oder einer Stelle ihrer Bedeutung nach, nicht also getheilet werden können, daß der verlangte Quotient auch nur **Eine** dieser Einheiten bekommen könnte, so machet man dieselbe zu kleinern Einheiten, und vollziehet die verlangte Theilung in den kleinern Einheiten.

Z. E. Wenn 40 in 4 zu theilen ist, könnet ihr die verlangte Division in der 2ten Stelle verrichten, denn weil 4 in 4 kann einmal genommen werden, so dürfet ihr solche 40 nur als 4 Zehener ansehen (§. 69), folgends heißt es: 4 in 4 Zehenern ist ein Zehenermal (§. 211); demnach ist der Quotient 10: Hingegen wenn die 40 in 5 zu dividiren, da könnet ihr die verlangte Theilung nicht in der 2ten Stelle, nämlich nach den Einheiten der Zehener verrichten, weil 5 in 4 auch nicht einmal enthalten ist; derowegen machet die 4 Zehener zu kleinern Einheiten, nämlich zu **Einer**, und dividiret sodann in der ersten Stelle solchen Haufen kleinere Einheiten (§. 68) in 5, so heißt es 5 in 40 **Einer**, ist 8 Einermal; folglich ist der Quotient 8.

§. 214. Wenn man einen gegebenen Dividendum in einen gegebenen Divisorem auf einmal dividiret, oder auch, wenn man den Dividendum in verschiedene oder gleiche Theile zerstreuet (§. 47), und dividiret jeden Theil besonders in den gegebenen Divisorem, nimmt aber endlich alle gefundene Quotienten zusammen; so müssen sowol in dem einen als in dem andern Wege gleiche Hauptquotienten heraus kommen.

Z. E. Wenn man den Dividendum 36 auf einmal in 4 dividiret, oder auch die 36 in beliebige Theile, als 20+16, oder 12+16+8 oder auch anders zerstreuet, ferner solche Theile jede besonders in 4 dividiret, und die kommenden Quotienten addiret oder zusammen leget, so kommt in allewege der verlangte Quotus 9; welches vermittelst des verkehrten Einmal Eins (§. 210) folgender gestalt untersuchet und berechnet werden kann:

4) 36	it. 20+16	it. 12+16+8
Quot. 9	Quot. 5+4=9	Quot. 3+4+2=9

Beweis.

Dieser Satz ist vorhin klar genug, jedoch um sich einen desto deutlichern Begriff davon zu machen; so beliebe man nur zu erwegen, weil der Divisor in jedem Theile des Dividendi so viel mal begriffen ist, als jedes Theils Quotient Einheiten in sich enthält (§. 201), so muß allerdings in dem ganzen Dividendo, welcher aus seinen Theilen zusammen gesetzt ist (§. 47), der Divisor so vielmal begriffen seyn, als vorige Quotienten zusammen Einheiten in sich enthalten.

Die

Die 12. Aufgabe.

§. 215. Eine gegebene große Zahl in eine einzelne Ziffer zu dividiren.

I. Schreibet den Dividendum vor euch, und den Divisorem beyseite zur Linken des Dividendi (daselbst diese Rechnungsart, wie bald folget, ihren Anfang nimmt).

II. Ziehet unter den Dividendum eine Linie (aus eben der Ursache, die beym addiren §. 105 gegeben worden, weil in diesem Falle der Quotient unter solche Linie zu stehen kommet). Alsdenn

III. Untersuchet vermittelst des verkehrten Einmal Eins (§. 210.) wie viel mal der Divisor in der ersten, oder (wo dieser kleiner als der Divisor) in beyden ersten Ziffern zur Linken des Dividendi enthalten sey. Diejenige Ziffer, so solches andeutet, setzet unter die Linie eben in dieselbe Stelle, in welcher die dividirten Einheiten stehen (§. 212), und multipliciret mit derselben den Divisorem, ziehet das Product von der Zahl ab, die ihr dividiret, und behaltet den Rest (wenn einer bleibet) zu der folgenden niedrigern Stelle (§. 213), allwo jede Einheit dieses Rests zehen Einheiten gilt (§. 65).

IV. Hierauf gehet um eine Stelle, nach der Rechten in dem Dividendo weiter fort, und untersuchet abermal, wie oft der Divisor in den Einheiten dieser Stelle, nämlich in dem vorhin behaltenen Rest (so einer geblieben) zusammt der Ziffer, welche sich in solcher Stelle befindet, enthalten sey. Im übrigen verfahret wie vorhin, Auf diese Weise gehet immer weiter aus einer höhern zu der nächstfolgenden niedrigern Stelle, bis zu Ende. Ist aber in einer Stelle des Dividendi nichts, oder doch nicht

so viel verhanden, daß die Division geschehen könne, so setzet in selbiger Stelle unter die Linie eine Nulle, und nehmet wie zuvor, dasjenige, so in dieser Stelle nach derselben Einheiten nicht hat können dividiret werden, zu der nächstfolgenden niedrigen Stelle. Solchergestalt erlanget ihr den gesuchten Quotienten unter der Linie.

Z. E. Man soll 36230528 in 4 dividiren, so setzet es folgendermaßen:

4) 36230528

Hierauf fanget zur Linken an, und sprechet: 4 in 36 (weil 4 in der 3. auch nicht 1 mal kann genommen werden) ist 9 mal. Setzet solche 9 unter die Linie in die Stelle der 36, nämlich unter die 6 also:

4) 36230528
9

Und saget ferner: 9 mal 4 ist 36 von 36, bleibet nichts. Gehet so dann weiter unter die 2, und sprechet: 4 in 2, ist 0 (nämlich kein) mal. Setzet demnach solche 0 unter die 2, neben die vorhin gefundenen 9, also:

4) 36230528
90

Und nehmet solche gebliebenen 2 zu der nächstfolgenden niedrigern Stelle, allwo sie 20 ausmachen (§. 65). Hierauf sprechet in dieser niedrigern Stelle: 4 in 23 (als nämlich in der vorhin gebliebenen 20, und der in dieser Stelle befindlichen 3 zusammen) ist 5 mal. Schreibet solche 5 abermal unter die Linie neben die vorige Nulle, wie folget:

4) 36230528
905

Und saget weiter: 5 mal 4 ist 20 von 23, bleiben 3. Diese 3 nehmet abermal zu der weiter folgenden niedrigern Stelle, sprechet in derselben sodann: 4 in 30 (weil außer der vorhin gebliebenen 3, welche nun 30 ausmachen, sonst nichts mehr in dieser Stelle, als nur eine Nulle befind-

lich)

lich) ist 7 mal. Setzet solche 7 unter die Linie neben die vorigen 5, also:

4) 36230528
9057

Und saget: 7 mal 4 ist 28 von 30, bleiben 2. Diese 2 nehmet wiederum zu der ferner folgenden niedrigern Stelle, allwo sie 20 gelten; und sprechet in derselben: 4 in 25 (nämlich in den nächstgebliebenen 20, und der in dieser Stelle befindlichen 5) ist 6 mal. Schreibet diese 6 unter die Linie, neben die vorigen 7, als folget:

4) 36230528
90576

Und sprechet: 6 mal 4 ist 24 von 25, bleibet 1. Dieses 1 nehmet abermal zu der folgenden Stelle, in welcher 2 stehet, so habt ihr in derselben 12; demnach saget ferner: 4 in 12 ist 3 mal. Setzet solche 3 unter die Linie neben die vorigen 6, also:

4) 36230528
905763

Und saget: 3 mal 4 ist 12 von 12, bleibet nichts. Endlich gehet weiter unter die nachfolgende 8, und sprechet: 4 in 8, ist 2 mal. Setzet solche 2 unter die Linie neben die vorigen 3, als folget:

4) 36230528
Quot. 9057632

Und saget: 2 mal 4 ist 8 von 8, gehen auf. Demnach ist die unter die Linie geschriebene Zahl, der gesuchte Quotient, und also, weil die Division gerade aufgegangen, just $\frac{1}{4}$ oder der 4te Theil aus 36230528.

Beweis.

Vermöge der geschehenen Rechnung und des verkehrten Einmal Eins (§. 210) deutet jede Ziffer des gefundenen Quoti nach der Reihe an, wie oft der Divisor in jeder Art Einheiten des Dividendi (nämlich in den

Millio-

Millionen, Hunderttausenden, Zehentausenden, Tausenden, Hunderten, Zehenern, und Einern) das ist in jedem Theile des Dividendi enthalten sey. Und weil jede gefundene Ziffer allezeit in eben dieselbe Stelle geschrieben worden, in welcher sich jedesmal der dividirte Theil befindet, so ist demnach jede gefundene Ziffer nach ihrer Stelle, der wahre Quotient zu einem Theile des Dividendi in eben derselben Stelle (§. 212). Folgends zeiget der ganze Quotus, als die Summe aller gefundenen Quotienten der Theile des Dividendi, wie viel mal der Divisor in dem ganzen Dividendo enthalten sey (§. 214). Derowegen ist er der gesuchte Hauptquotus, und hat man die vorgegebene Zahl in die andere, verlangter maßen dividiret (§. 199).

§. 216. Damit man von dieser Ausrechnung einen desto deutlichern Begriff erlangen möge, so will ich die vorhin zum Exempel gegebenen 362305 28 in folgende 6 Zahlen zergliedern, als nämlich in

36000000
200000
28000
2400
120
8 deren Summe

ist 362305 28, der gegebene ganze Dividendus.

Wenn nun jede dieser Zahlen ins besondere in den gegebenen Divisorem 4 dividiret wird, so findet man nach Anzeigung §. 212, daß

36000000 in 4 dividiret, geben 9000000
200000 in 4 = = geben = 50000
28000 in 4 = = geben = 7000
2400 in 4 = = geben = 600
120 in 4 = = geben = = 30
und = = 8 in 4 = = geben = = 2. Ergo muß die

Sum. 362305 28 in 4 dividiret, geben 9057632 (§. 214), den vorhin

vorhin gefundenen Hauptquotienten. Aus dieser Zergliederung hat man nicht nur den vorigen Beweis, sondern auch den ganzen Proceß dieser Rechnungsart (§. 215) augenscheinlich zu ersehen. Denn ob es schon nach solchem Proceß heißt: Die ganze Zahl 362305 28 in 4 zu dividiren, so geschiehet doch die Ausrechnung nur stückweise ins besondere, dergestalt, als sollten dieselben wirklich, wie die vorige Zergliederung anzeiget, separiret seyn, indem man erstlich das Stück 36, so nach ihren Stellen 36000000 bedeuten; hernach das Stück 20, so ihren Stellen nach 200000 bedeuten, u. s. w. nach und nach dividiret. Und ist demnach der Unterscheid der vorgestellten wirklichen Separation solcher Stücke, und dem ordentlichen Proceß (§. 215) nur allein dieser, daß bey der wirklichen Separation, die leeren Stellen eines jeden Quoti, in Ermangelung bedeutlicher Ziffern, immerfort mit Nullen angefüllt (§. 212), und solche Quotienten hernach addiret werden (wie vorhin zu ersehen), da man hingegen in dem ordinairen Proceß solche Separation nicht wirklich, sondern nur in den Gedanken verrichtet, und solchemnach compendiöser verfährt, indem man die Quotienten solcher Stücke des Dividendi, sofort in einer Reihe, nach ihren zugehörigen Stellen, hinschreibet.

§. 217. Ein solches Stück oder Theil des Dividendi, welches man in dem ordinairen Proceß (§. 215) auf einmal nimmt, heißt man **Dividuum.** Als im vorigen Exempel sind die Dividui erstlich 36 (nämlich Millionen), hernach 2 (nämlich Hunderttausende), denn 23 (nämlich Zehentausende), denn 30 (nämlich Tausende), ferner 25 (nämlich Hunderte), weiter 12 (nämlich Zehener), und endlich 8 (nämlich Einer). Dasjenige aber was in einem Dividuo übrig bleibet, oder auch derjenige Dividuus, welcher nach seinen enthaltenen Einheiten nicht zu dividiren ist, wird allemal zu dem nachfolgenden genommen.

§. 218. Daß man aber solche Reste, absonderlich in diesem Falle, wenn der Divisor nur eine einzelne Ziffer, nicht nöthig habe zu notiren, ist die Ursache nicht allein

allein (gleichwie in der Addition §. 116) weil dieselbe ohne Zwischenrede oder Rechnung, gleichsam im ersten Moment zu dem nachfolgenden Dividuo genommen wird; sondern und vornemlich auch deswegen, weil in solchem Falle der Rest niemals mehr als eine einzelne Ziffer seyn kann (§. 209), und folglich gar leicht im Sinne zu behalten ist.

§. 219. Da nun die Ordnung dieser Rechnungsart ist, alle große Zahlen stückweise zu dividiren, und aus jedem Stücke oder Dividuo nur eine einzelne Ziffer, das ist höchstens 9, in dem gesuchten Quotienten gebracht wird, so muß auch jeder Dividuus, wenn man seine nachfolgenden Stellen zur Rechten nicht ansiehet, allezeit weniger als 10mal den Divisorem in sich enthalten, als beym obigen Exempel sind die Dividui 36, 2, 23, 30, 25, 12, und 8, (§. 217), welche jeder unter 10mal so groß ist, als der Divisor 4.

§. 220. Es ist auch hieraus wahrzunehmen, daß zu der ersten Ziffer des gefundenen Quoti, allezeit noch so viel Ziffern in dem Hauptquotienten kommen müssen, als der erste Dividuus in dem Dividendo nach der Rechten, noch Stellen hat. Als beym vorigen Exempel hat der erste Dividuus 36 nach der Rechten noch sechs Stellen, so kann man daraus schließen, daß neben dem Quoto 9 noch sechs Stellen folgen, und also der Hauptquotus aus sieben Stellen bestehen müsse.

§. 221. Wenn ihr dieses alles wahrnehmet, so hat es übrigens allhier bey der Division eben die Bewandniß, als vorhin bey der Multiplication (§. 156) angemerkt worden; also daß es keine Nothwendigkeit sey, den Quotum so gerade unter den Dividendum hinzuschreiben, wie vorhin (§. 215) geschehen, sondern ihr könnet auch, zu Zeiten, wenn ihr es nützlich zu seyn erachtet, den Quotien-

ten

ten zur Linken hinaus oder herein nach der Rechten setzen. Z. E. als folget:

36230528	in	4	oder	36230528	in 4
9057632				9057632	

§. 222. Noch mehrere Exempel zur Uebung:

N°. 1. 9207630 Halbe, wie viel machen sie Ganze? Wenn ihr diese Aufgabe betrachtet, so könnet ihr leicht urtheilen, daß die gegebene Zahl 9207630 in 2 zu dividiren sey, und daß der Quotient die Anzahl der verlangten Ganzen andeuten müsse. Denn wenn ihr bedenket, daß jedes Ganze enthält 2 Halbe (§. 49), so könnet ihr schließen, daß 9207630 Halbe so viel Ganze in sich begreifen müssen, als oft sie 2 Halbe in sich enthalten. Demnach muß man allhier suchen, wie viel mal 2 Halbe in 9207630 Halben enthalten sind, das ist 9207630 in 2 dividiren (§. 199), wenn man die verlangte Antwort finden will, welche Antwort solchergestalt (§. 202 im andern Falle) allerdings die Anzahl der Ganzen andeutet, als folget:

9207630 Halbe

Antwort 4603815 Ganze.

Durch diese gründliche Betrachtung könnet ihr schließen, daß allezeit, wenn Theile eines Ganzen (§. 48 und 51) zu Ganzen gemacht werden sollen, wie z. E. wenn man Halbe, 3tel, 4tel, 5tel, 10tel, 100tel ꝛc. zu Ganzen, oder auch ℔ zu ℌ, ℌ zu fl., Loth zu ℔ ꝛc. machen will, man solches durch die Division suchen müsse, da denn der Quotient immer die Anzahl der Ganzen anzeiget.

N°. 2. Wenn man 9207630 Halbe in 2 gleiche Theile abtheilen will; wie viel kommt auf jeden Theil? Allhier sollen die 9207630 in 2 dividirt werden (§. 199).

Dem-

Demnach ist die Ausrechnung dieses Exempels gleich der nächst vorigen; allein der Quotient behält den Namen des Dividendi (§. 202), und bedeutet also auch Halbe, als

9207630 Halbe in 2 Theile

Antwort 4603815 Halbe auf jeden Theil.

Nota: Wenn man eine Zahl in 2 dividiret, pfleget man es auch **Halbiren** zu nennen.

N°. 3. 1158621 fl; wie viel machen sie Thl. (das ist nach voriger Erklärung N°. 1.) wie viel mal ist 3 fl. in 1158621 fl. enthalten? Also:

3)1158621 fl.

Antwort 386207 mal ist 3 fl. in 1158621 fl. enthalten; folgends enthält solche Summe: 386207 Thl.

So man aber fraget: wie viel ist der dritte Theil aus 1158621 fl, so heißt die Antwort (nach Erklärung voriger N°. 2.) 386207 fl.

N°. 4. 3003945 Sechser; wie viel machen sie fl? Also:

5)3003945

Antwort 600789 fl.

N°. 5. 740740734 fl. Holl. wie viel machen sie L. Vls? Also:

6)740740734

Antwort 123456789 L. Vls.

N°. 6. 6913580247 Tage; wie viel sind es Wochen? Also:

7)6913580247

Antwort 987654321 Wochen.

N°. 7. 1542699720 fl; wie viel machen sie Ducaten, wenn derselbe für 8 fl. gerechnet wird? Also:

8)1542699720

Antwort 192837465 Ducaten.

N°. 8. 41499657 fl; wie viel machen sie Dütchen? Also:

9)41499657

Antwort 4611073 Dütchen.

§. 223.

§. 223. Wenn aber in einer Division aufs letzte, oder beym letzten Dividuo (§. 217.) noch etwas übrig bleibet, so wird solches insgemein der **Rest** (nämlich aus derselben Division) genannt; und saget man in solchem Falle: **Der Dividendus ist untheilbar in den gegebenen Divisorem**, und verstehet dadurch, daß er nämlich schlechterdings nach seinen Einheiten, weil er kleiner als der Divisor ist (§. 209.) nicht ganz genau in so viel gleiche Theile, als der Divisor anzeiget, abzutheilen sey. Als wenn 36230531 in 4 zu dividiren wäre, so würde der Quotient zwar wie oben (§. 215.) 9057632 seyn: Allein es blieben in solchem Falle noch ungetheilte 3 Einheiten übrig. Demnach saget man, die 36230531 sind in 4 **untheilbar**. Hingegen wenn eine Division gerade aufgehet, so heißet der Dividendus eine **theilbare Zahl**, nämlich in den gegebenen Divisorem.

§. 224. Will man nun auch bey einer untheilbaren Zahl den Quotienten ganz genau haben, so nimmt man den Rest wiederum vor einen neuen Dividuum an, machet denselben zu kleinern Einheiten, das ist zu Theilen aus einer ganzen Einheit (§. 52.), und vollziehet die begehrte Theilung (wie §. 213. erwähnet) in den kleinern Einheiten.

Die 13. Aufgabe.

§. 225. **Einen Rest aus einer Division genau zu dividiren.**

Dieses kann ohne einige Rechnung, als folget geschehen. Nämlich setzet solchen Rest über, und den Divisorem unter eine Querlinie bruchsweise (§. 77.), so ist dieser

Bruch der begehrte Quotient des Rests; und so ihr denselben den vorhin gefundenen Ganzen zur Rechten beyfüget, so habt ihr den genauen Quotienten des ganzen Dividendi.

Z. E. 36230531 in 4 zu dividiren, ist

der genaue Quot. $9057632\frac{3}{4}$

Beweis.

Stellet euch vor: Wenn der Rest oder der neue Dividuus (§. 224.) ein Ganzes wäre, und man wollte eine solche ganze Einheit in 4 gleiche Theile abtheilen, so müßte ein solcher 4te Theil $\frac{1}{4}$ heißen (§. 48. und 77.): Wären es aber 2, müßte im verlangten Quoto 2 mal so viel als vorhin, das ist $\frac{2}{4}$ kommen: Da es nun 3 ist, so kommt allerdings in solchem Quoto $\frac{3}{4}$. Demnach ist in solchem Falle der Quotient allezeit ein solcher Bruch, dessen Zähler (§. 77.) gleich ist dem Reste, und der Nenner, als des Zählers Name, gleich dem Divisore (§. 48.); welcher Bruch sofort ohne Rechnung hingeschrieben werden kann.

Die 14. Aufgabe.

§. 226. Einen Rest sonderlich in benamten Zahlen (§. 37.) wenn nämlich der Dividendus gewisse Sorten der Münzen, Maaße oder Gewichte ꝛc. bedeutet, die ihre gewissen kleinern Einheiten haben (§. 86.), und der Quotient nicht eine bloße Zahl, sondern eben dieselben Sorten des Dividendi anzeiget (wie im ersten Falle (§. 202.),

(§. 202.), auf eine andere Art genau zu dividiren.

I. Machet solchen Rest durch die Multiplication (§. 157. N°. 2.) zu ihren gewissen kleinern Sorten, und verrichtet

II. die verlangte Theilung in solchen kleinern Sorten.

Z. E. 36230531 ℔ in 4 zu dividiren, ist

der Quot. 9057632 ℔ 24 Loth | 3 ℔ zu Loth à 32
ist 96 Loth.

Nämlich machet die restirenden 3 ℔. entweder aus dem Kopfe, (weil es eine kleine Zahl, auch der Divisor selbst nur eine einzelne Ziffer ist) oder beyseite, wie vorhin zu ersehen, zu Loth, kommen 96 Loth: Diese dividiret in den gegebenen Divisorem 4, und setzet den Quotient 24 Loth neben dem erstern Quoto der Pfunde, so habt ihr den verlangten genauen Quotient 9057632 ℔ 24 Loth.

Wäre aber der Dividendus 36230531 fl., so würde der Quotient seyn 9057632 fl. 22 ß. 9 ₰.

Denn die restirende 3 fl. machen 90 ß., diese in 4 dividiret, geben 22 ß., und bleiben 2 ß. übrig. Solcher Rest müßte ferner wie vorhin zu noch kleinern Einheiten, nemlich ₰. gemachet werden, so kämen 36 ₰., welche in 4 dividiret geben 9 ₰. Folgends würde der genaue Quotient seyn 9057632 fl. 22 ß. 9 ₰. Sollte aber auch bey den ₰. noch ein Rest übrig bleiben, die keine gewisse kleinern Sorten mehr haben, so gäbe es im Quotienten noch einen Bruch eines Pfennigs (§. 225.).

§. 227. Dannenhero ist klar, wenn bey benamten Zahlen der Divisor just so viel ist, als eine restirende Uni-

tät Einheiten der kleinern Sorten enthält, daß man solchen Rest weder multipliciren noch dividiren, sondern sofort nur unter den Namen der kleinern Sorten hinschreiben darf.

Z. E. Wenn man eine Anzahl ℔. in 32 dividiret, und es bleiben 17 übrig, so setzet man solche sofort im Quotient, und benennet sie Loth. Item, wenn man eine Anzahl fl. in 30 dividiret, und es bleiben 17 übrig, so setzet man solche sogleich im Quotient, und benennet sie ℋ. Denn nach Anzeigung §. 225. müßte im Quotienten jener Rest $\frac{17}{32}$ ℔. und dieser mit $\frac{17}{30}$ fl. beschrieben werden. Indessen ist $\frac{17}{32}$ ℔. = 17 Loth, und $\frac{17}{30}$ fl. = 17 ℋ. (§. 51.); derowegen kann man in gedachten Fällen sofort die 17 mit Loth oder ℋ. benennen. Ein mehrers hiervon sehet hinten §. 268.

§. 228. Es ist leichtlich zu erachten, daß die Manier aus §. 225. der nächst beschriebenen Art (§. 226.) weit vorzuziehen sey, weil nach dieser die Reste immerfort allererst multipliciret, und das kommende alsdann durch eine wirkliche Division dividiret werden müßte; auch über dieses der verlangte Quotient öfters dennoch nicht ohne Bruch ganz genau heraus gebracht werden kann, zumal wenn auch bey den kleinesten Sorten noch ein Rest übrig bleibet: Da man hingegen nach jener Art den ganz genauen Quotient ohne Berechnung so fort hinschreiben kann. Allein im Falle, wenn in einem gegebenen benamten Dividendo vorhin schon kleinere Sorten stehen, welche man ohnedem zu dividiren hat, (wie hiervon mit mehrern bey den mehrerley namigen Zahlen angewiesen werden soll) oder auch wenn man den Quotient gerne in den bekannten Sorten der Münzen, Maaße oder Gewicht exprimiren und angeben will; alsdenn ists nöthig, sich der nächst beschriebenen Manier (§. 226.) zu bedienen.

§. 229. In der Praxi lässet man öfters den Rest, wenn er nur ein geringes importiret, insonderheit denjenigen

nigen Rest, welcher bey der kleinsten Sorte übrig bleibet, entweder gar fahren, oder es wird davor, wenn er $\frac{1}{2}$ oder mehr beträgt, dem gefundenen Quotienten noch eine ganze Unität beygeleget.

Z. E. Man solle 49 ℔ in 3 dividiren, es mag die Frage seyn, wie viel der dritte Theil sey aus 49 ℔, oder auch wie viel mal 3 ℔ in 49 ℔ enthalten sind, so darf man im Quoto (nach §. 225.) so fort $16\frac{1}{3}$ ℔, oder im andern Falle nur $16\frac{1}{3}$ (nämlich mal) setzen. Will man aber im ersten Falle den Quotum in bekannten Sorten angeben, so machet man den Rest der ℔ zu Loth, der Loth zu Quentchen, und der Quentchen zu ℞, kommt so denn (nach § 226.) 16 ℔ 10 Loth 2 Quentchen $2\frac{2}{3}$ ℞, welcher Bruch $\frac{2}{3}$ ℞ in Praxi entweder gar hinweggelassen wird, oder man leget statt dessen, weil er mehr als $\frac{1}{2}$ ℞, noch 1 ganzen ℞ zu dem Quoto, und setzet in denselben 3 ℞ an statt 2 ℞.

§. 230. Die Mathematici machen lieber die Reste zu Decimaltheilen (§. 67.), wodurch sie nicht nur die weitläuftigeren Multiplicationen ersparen, indem man dem Reste nur eine oder etliche Nullen beysetzen darf, wenn man ihn mit 10, 100, oder 1000 ꝛc. multiplici-ren will (§. 159.); sondern auch den Vortheil haben, wenn mit demselben Quoto etwas weiter zu berechnen vorkommt, daß mit solchen Theilen viel leichter, als mit andern Brüchen oder kleinern Sorten, zu rechnen ist, wie solches die Erfahrung selbsten sattsam bezeiget, auch an seinem Orte unten mit mehrerm dargethan werden soll. Auf solche Weise ist der Quotient von 36230531 in 4 dividiret: $9057632\frac{75}{100}$; nämlich man setzet an den Rest 3, 2 Nullen, so hat man 300 kleine Einheiten, deren 100 auf eine ganze Einheit gehen, welche in 4 dividiret, geben 75.

§. 231. Alles was bishierher mit dem Reste zu thun gelehret

lehret worden, ist nicht minder auch von dem ganzen Dividendo zu verstehen, daferne derselbe kleiner als der Divisor, und folgends in diesen untheilbar (§. 223.) ist.

Z. E. Man soll 1 in 2 dividiren, so betrachtet solche 1 als einen Rest aus der Division, und procediret demnach damit wie gelehret worden, so kommt in dem verlangten Quotient (§. 225.) $\frac{1}{2}$, oder (§. 230.) $\frac{5}{10}$. Item 7 fl. Holl. in 8-gleiche Theile zu theilen, ist der Quotient (§. 225.) $\frac{7}{8}$. fl. Holl.; oder (§. 226. da die fl. zu Stüber, und der Rest an St. ferner zu ℔ Holl. gemacht werden) 17 St. 8 ℔ Holl.; oder (§. 230.) $\frac{875}{1000}$.

§. 232. Unterweilen kommt es, daß man in einer Rechnung die Division nur andeuten will, aber nicht wirklich zu verrichten nöthig hat, so wird der Quotient auch solcher Zahlen, da der Dividendus größer als der Divisor ist, nur durch einen Bruch, wie vorhin (nach Anzeigung §. 225.) fürgestellet.

Z. E. $\frac{6}{2}$ deuten den Quotienten 3 an, welcher heraus kommt, so man 6 in 2 dividiret. Item $\frac{49}{3}$ deuten an den Quotienten (§. 229.) $16\frac{1}{3}$, u. s. w.

§. 233. Sonst ist das Zeichen der Division (nach Art der Mathematicorum) nur 2 Punkte, die man zwischen den Dividendum und den Divisorem machet.

Z. E. 6:2 bedeutet 6 zu dividiren in 2. Dahero pfleget man zu setzen 6:2 = 3, dieses heißet 6 in 2 dividiret, ist gleich 3, nämlich dem Quotienten.

§. 234. Noch einige Exempel zur Uebung, von solchen Zahlen, die in den Divisorem untheilbar (§. 223. 231.).

N°. 1. 23879 fl.; wie viel sind es Thl.? (besehet zu desto besserer Erläuterung ein dergleichen Exempel oben §. 222. N°. 3.). Also:

23879 fl.

3) 23879 fl.

Antw. 7959 Thl. und restiren noch 2 fl.
oder Antw. $7959\frac{2}{3}$ Thl.

So man aber fragt: Wie viel ist der 3te Theil aus 23879 fl., so ist die Antwort, entweder (nach §. 225.) $7959\frac{2}{3}$ fl. oder (nach §. 226.) 7959 fl. 20. ß.

Nota. Nachfolgende Exempel werde ich wechselsweise bald nach der einen, bald nach der andern Art fürstellen.

N°. 2. Theilet 123456789 ℔ in 5 Theile.

Antwort $24691357\frac{4}{5}$ ℔

N°. 3. Theilet 1345679 ℔. in 6 Theile.

Antwort 224279 ℔. 20 Schott
5 ℔. zu Schott à 24
120

N°. 4. 38791659 Achtel, wie viel enthalten sie Ganze in sich?

Antwort 4848957 Ganze und darüber 3 Achtel, das ist nämlich $\frac{38791659}{8} = 4848957\frac{3}{8}$.

N°. 5. Wie viel ist der 7te Theil aus 6 fl.? Antwort $\frac{6}{7}$ fl.

N°. 6. Dividiret 5 in 9. Antwort $\frac{5}{9}$.

N°. 7. Wie viel ist der 9te Theil aus 4 fl.? Antwort $\frac{4}{9}$ fl. oder 13 ß. 6 ₰ als nämlich 4 fl. zu ß. à 30
120 ß.

9) Antwort 13 ß. Rest 3 ß. (18
54 ₰

9) Antwort 6 ₰

Die 15. Aufgabe.

§. 235. Eine gegebene Zahl in eine angewachsene Einheit (als in 10, 100, oder 1000 ꝛc.) zu dividiren.

Diese Division ist die allerleichteste unter allen Fällen, die sich im Dividiren ereignen können. Denn schneidet (das ist, sondert vermittelst eines Strichs oder Punkts) dem Dividendo so viele Ziffern zur Rechten ab, als die angewachsene Einheit des Divisoris Nullen hat, so habt ihr den verlangten Quotienten zur Linken, und den Rest solcher Division zur Rechten des Abschnittes stehen (§. 92. und 93.).

Z. E. N°. 1. Wenn ihr 3879 in 10 dividiren sollet; so schneidet die 9 ab, wie folget: 387|9
so heißt es 387 und Rest 9; mit welchem Rest man ferner, wie vorhin gelehret worden, procediret.

N°. 2. Theilet 239575 fl. in 100 gleiche Theile, wie viel ist ein solcher Theil? Antwort (§. 225.) 2395|75 fl.
100

oder (§. 226.) also: 2395|75 (30
22|50 (18
9|00

Ist demnach der Quotient 2395 fl. 22 ß. 9 ₰; und weil bey dem letzten Abschnitt, nämlich bey der Division der ₰., nur 2 Nullen, das ist nichts geblieben, so ist der gedachte Quotient der ganz genaue Quotus.

N°. 3. 28793 Dütchen; wie viel sind es fl.? Antwort 2879 fl., und darüber noch 3 Dütchen; oder (§. 225.) $2879\frac{3}{100}$ fl.

N°. 4. 457983 ℔ Amsterdamer; wie viel sind es allda ℒ.? Antwort 4579 ℒ., und darüber noch 83 ℔.; oder $4579\frac{83}{100}$ ℒ.

§. 236. Wenn man eine gegebene Zahl dividiret, und den kommenden Quotient ferner besonders dividiret; so muß

muß endlich eben derselbe Quotient herauskommen, welcher kommet, wenn die gegebene Zahl, in das Product aus beyden Divisoribus auf einmal dividiret wird. Oder, welches einerley, wenn man eine Zahl in eine andere auf einmal, oder in die Factores solcher andern Zahl nach und nach dividiret, so muß in allewege ein gleicher Quotus heraus kommen.

Z. E. Wenn man 24 in 8 auf einmal dividiret, oder nach und nach in deren Factores, als nämlich in 4, und die kommenden 6 ferner in 2; oder auch erst in 2, und die kommenden 12 ferner in 4, so erlangt man nach beyden Wegen den wahren Quotient 3.

Beweis.

Durch die Division wird eine Zahl in gleiche Theile getheilet (§. 199.). Wenn nun eine Größe (wie z. E.) in 4 gleiche Theile, und jedes 4tel ferner in 2 kleinere Theile getheilet wird, so hat man 4 mal die 2 kleineren Theile, folgends die ganze Größe in 8 gleiche Theile getheilet. Also auch wenn man die ganze Größe erstlich in 2 Theile, und jede Hälfte ferner in 4 kleinere Theile abgetheilet, so hat man 2 mal die 4 kleineren Theile, das ist eben wie vorhin, 8 gleiche Theile. Derowegen ist es auch gleichviel, ob man eine Größe oder Zahl auf einmal in 8, oder erstlich in 4, und jedes 4tel ferner in 2; oder auch erstlich in 2, und jede Hälfte ferner in 4 dividiret, so muß in alle Wege der achte Theil aus der gegebenen Zahl kommen.

§. 237. Gleiche Bewandniß hat es bey mehr als nur 2 Divisionibus.

Z. E. Wenn man die Zahl 120 in 2, die kommenden 60 ferner in 3, die kommenden 20 weiter in 4 (oder auch nach einer an-

dern beliebigen Ordnung) dividiret, so kommet endlich eben so viel, als wenn die 120 auf einmal in das Factum aus 2 mal 3 mal 4, das ist in 24 wären dividiret worden, nämlich 5.

Die 16. Aufgabe.

§. 238. **Eine gegebene Zahl in eine angewachsene einzelne Ziffer (als 20, 30, 400, 5000 ꝛc.) zu dividiren.**

Diese Division ist eben so leicht, als die Division in eine einzelne Ziffer (§. 215). Denn, sondert nur

I. Zur Rechten des Dividendi vermittelst eines Punkts, so viele Ziffern ab, als der Divisor zur Rechten Nullen hat, und dividiret

II. Die zur Linken des gemachten Punkts stehenden Ziffern in die bedeutliche Ziffer des Divisoris (ibid.), so erlanget ihr den begehrten Quotient; und ist dasjenige, so in dieser nächst gedachten Division übrig bleibet, nebst den abgesonderten Ziffern, der ganze Rest (daferne einer da ist) aus der verlangten Hauptdivision.

Z. E. Es sey gegeben 986357 in 40 zu dividiren. So machet einen Punkt zwischen die 7 und den andern Ziffern, dividiret sodann die Zahl zur Linken des Punkts in 4, kommen im Quotient 24658, und bleiben noch 3 (Einheiten aus des Dividendi 2ten Stelle, das ist nämlich Zehener) übrig, welche denn nebst den abgesonderten 7 (Einheiten der 1sten Stelle) zusammen, den ganzen Rest 37 ausmachen, wie folget:

98635.7 in 40

Quot. 24658 Rest 37. Folgends ist der genaue Quotient (§. 225.) $24658\frac{37}{40}$.

Also auch wenn die 986357 in 400 zu dividiren wären,

ren, so dürfet ihr nur 2 Ziffern, wie hier die 57 durch einen Punkt absondern, und die übrigen 9863, wie vorhin in 4 dividiren, so kommen im Quotient 2465, und restiren (in allen, nach voriger Anweisung) 357, als folget:

9863.57 in 400

Quot. 2465 Rest 357, mit welchem Reste ferner nach den obigen Lehren (§. 225. 226. ꝛc.) procediret werden mag.

Beweis.

Wenn man einer gegebenen Zahl zur Rechten eine Ziffer absondert, wird solche Zahl dadurch in 10 dividiret, und wenn man einer gegebenen Zahl 2 Ziffern zur Rechten absondert, wird sie dadurch in 100 dividiret, u. s. w. (§. 235.) Wenn man nun einen hieraus entstehenden Quotienten ferner (z. E.) in 4 dividiret, so wird nothwendig die gegebene Zahl auf solche Weise, im ersten Falle, in 4 mal 10, das ist in 40; und im andern Falle, in 4 mal 100, das ist in 400, dividiret (§. 236.).

§. 239. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 38698.7 ℋ. zu fl. zu machen. Also:
30)
Antw. 1289 fl. 17 ℋ.

N°. 2. 906018.7 Scheffel zu Last zu machen. Also:
60)
Antw. 151003 Last 7 Scheffel.

N°. 3. 6327.98 Königsberger ℳ. zu dasige Schℳ.
400)
Antw. 1581 Schℳ. 398 ℳ. zu machen. Also:

N°. 4. 2897.146 Bogen Druckpapier zu Ballen
5000)
Antw. 579 Ballen 2146 Bogen. zu machē. Also:

N°. 5.

N°. 5. Wie viel ist $\frac{1}{80}$ oder der 80te Theil aus 235728 fl? Also:

80) 23572.8

Antwort 2946 $\frac{48}{80}$ fl.

oder also: 80) 23572.8

Antwort 2946 fl. 18 ℔.

Rest 48 fl. zu ℔. à 30

144.0 ℔.

N°. 6. Theilet 6879.55371 ℔ in 70000 gleiche Theile. Also:

Antwort 982 $\frac{55371}{70000}$ ℔

oder also: 6879.55371

Antwort ℔. 982=12=2 Qu. 2 $\frac{34976}{70000}$ ℞.

Rest 55371 ℔ zu Loth

332226 à 16

88.5936 ℒ.

Rest 45936 ℒ. zu Qu. (4

18.3744

Rest 43744 Qu. zu ℞ (4

17.4976

§. 240. Damit man aber in dergleichen Fällen, wie vorhin N°. 5. und 6, wenn man den genauen Quotient in kleinen Sorten haben will, die Ausrechnung unter einander, ohne besondere Rechnung beyseite stellen möge; so schreibet den Quotienten beyseite unter den Divisorem zur Linken des Dividendi, eben auf die Weise, wie hernach §. 243. angewiesen werden soll, so könnet ihr die ganze Ausrechnung ordentlich unter den Dividendum setzen, gleich wie hernach §. 249. N°. 8. zu ersehen. Und kommen demnach vorige 2 Exempel also zu stehen:

in 80 = 23572.8 fl.

Antw. 2946 fl. 18 ℔. 48 (30

144.0

Item in 70000 = 6879.55371 ℔.

Antw. 982 ℔ 12 2 2 $\frac{34976}{70000}$ ℞. 55371 (16

332226

88.5936 ℒ.

45936 (4

18.3744 Qu.

43744 (4

17.4976 ℞

§. 241.

§. 241. Wenn beyde, so wohl der Divisor als Dividendus Nullen zur Rechten haben, so schneidet man beyderseits gleichviel Nullen ab, und lässet dieselben ganz fahren (wie solches unten §. 294. erwiesen werden soll).

Z. E. Wenn ihr die Zahl 283000 in 40 dividiren sollet, so dividiret 28300 in 4. Wollet ihr aber dieselbe in 400 dividiren, so dividiret 2830 in 4. Gleichergestalt wenn ihr besagte Zahl in 4000 dividiren sollet, so dividiret 283 in 4; Und so ihr sie in 40000 dividiren wollet, so dividiret 283 in 40, u. s. w.

Als

N°. 1. Wie viel ist $\frac{1}{90}$ aus fl. 716700. Also:

7167 0|0
9)———
Antwort 7963 $\frac{3}{9}$ fl.

N°. 2. Theilet 84370 in 500 gleiche Theile. Also:

843.7|0
50)———
Antwort 168 $\frac{37}{50}$

N°. 3. Theilet 589.750 fl. Holl. in 6000 gleiche Theile, und zwar in fl. St und Pen., so setzet es nach Anzeigung §. 240. Also:

in 6000 | 589.750 fl.
Antwort 98 fl. 5 St. 13 $\frac{2}{6}$ Pen. | 175 (20
35.000 St.
500 (16
80.00 Pen.

§. 242. Jedoch ist dieses Hinweglassen der Nullen nur in solchem Falle zu verstehen, daferne die Absicht ist, den eigentlichen Quotienten zu finden. So man aber vornemlich den Rest zu wissen verlanget, wie viel in der gegebenen Division übrig bleibet, müssen des

Divi-

Dividendi Nullen (gleichwie in §. 238 und 239, deſſen abgeſonderte Ziffern) dem Reſte beygefüget werden. Als wenn bey den nächſtgedachten 3 Exempeln die Frage wäre, wieviel der Reſt ſey, ſo man 716700 in 90; 84370 in 500; 589750 in 6000 dividire, ſo müſſet ihr bey N°. 1. ſagen: Der Reſt ſey 30; bey N°. 2. 370; und bey N°. 3. 1750.

Die 17. Aufgabe.

§. 243. **Eine gegebene Zahl in eine andere gegebene, welche aus etlichen bedeutlichen Ziffern beſtehet, nach der kürzeſten und beſten Art, die auch bey allen vorkommenden Zahlen zu gebrauchen iſt, zu dividiren.**

I. Schreibet den Diviſorem zur Linken des Dividendi.

II. Ziehet unter denſelben (nämlich Diviſorem) eine Linie, unter welche der kommende Quotient geſetzet wird.

III. Nehmet zu dem Diviſore aus dem Dividendo zur Linken einen ſatſamen Dividuum, nämlich ein ſolches Stück, welches unter 10 mal ſo groß iſt als der Diviſor (§. 219), das iſt, welches entweder mit dem Diviſore gleichviel Ziffern (§. 97), oder im Falle die Ziffer zur Linken des Dividendi kleiner als die Ziffer zur Linken des Diviſoris (verſtehet nach der Erklärung §. 96.), höchſtens nur eine Ziffer mehr, als der Diviſor, hat (§. 98): Und unterſuchet, wie oft der Diviſor in ſolchem Dividuo enthalten ſey, und zwar ſolchergeſtalt; forſchet anfangs vermittelſt des verkehr-

ten

ten Einmal Eins (§. 210.), wie oft die erste Ziffer zur linken des Divisoris, in der ersten, oder (im nächstgedachten andern Falle) in den zweyen ersten Ziffern zur linken des besagten Dividui begriffen sey, und überschlaget in den Gedanken, ob sich das Product aus diesem Quotient mit dem Divisore multiplicirt, von dem Dividuo abziehen läßt, gehet es nicht an, so nehmet zum Quotienten eines, oder daferne es noch nicht angehen will, auch mehrere weniger, und überschlaget es so lange, bis ihr befindet, daß es angehen kann.

IV. Schreibet sodann den endlich gefundenen rechten Quotienten unter die Linie, und subtrahiret das gedachte Product (nämlich nach Anweisung §. 193 und 194 das Factum jeder Ziffer des Divisoris, und zur Rechten anfangend) von dem Dividuo wirklich ab. Den Rest aber (so einer bleibet), welcher allhier auch wohl mehr als eine einzelne Ziffer seyn kann, und folgends nicht so leicht als nur eine einzelne Ziffer (§. 218). im Sinne zu behalten ist, setzet gehörigermaßen ordentlich unter den Dividuum, und gebet allezeit Achtung, daß solcher weniger sey als der Divisor (§. 209).

V. Hierauf gehet um eine Stelle nach der Rechten in dem Dividendo weiter fort, und nehmet zu derselben den vorigen Rest (wenn einer da ist), so habt ihr den andern Dividuum, mit welchem ihr eben so, als wie mit dem ersten Dividuo, verfahret. Wenn ihr nun solchergestalt bis zu Ende des Dividendi (wie solches mit mehrern oben §. 215. Artik. IV. ausgeführet zu ersehen, welcher Artikel so wohl, als auch sonst alles dasjenige, was vorhin wegen des Rests §. 223 bis 230, und wegen der zur Rechten stehenden Nullen §. 238 und 241 gelehret worden, auch hier statt findet)

findet) continuiret, so habet ihr den verlangten Quotienten unter dem Divisore, und den Rest (so einer bleibet) unter dem Dividendo.

Z. E. Man soll 2549361 in 439 dividiren, so setzet es auf, als folget:

439 2549361

Weil nun die 2 zur Linken des Dividendi kleiner als die 4 zur Linken des Divisoris, und dieser aus 3 Ziffern bestehet, so nehmet den Dividuum auf 4 Ziffern, nämlich die Zahl 2549. Machet demnach unter die 9 einen Punkt, zum Zeichen, daß dieses die letzte Stelle des Dividui sey, von welcher hernach das Factum aus der letzten Ziffer des Divisoris, als aus der 9, abgezogen werden müsse, also:

439 2549361

Hierauf sprechet: 4 in 25 ist 6 mal, woraus ihr versichert seyn könnet, daß der Quotus dieses Dividui nicht größer als 6 seyn könne. Ueberschlaget aber in den Gedanken, ob sich auch der ganze Divisor 6 mal von dem Dividuo abziehen läßt, nämlich betrachtet nur die Facta der Ziffern des Divisoris und ihre Reste, wenn sie nach und nach zur Linken anfangend von dem Dividuo (nach der beschriebenen Manier §. 197) abgezogen werden sollten; so könnet ihr auch nur aus einigen ersten Ziffern zur Linken so fort finden, ob die 6 zu groß sey oder nicht. Denn, bedenket, wenn man 6 mal des Divisoris 4, das ist 24, von 25 abzöge, würde 1 übrig bleiben, welche 1 sammt der nachfolgenden 4, nur 14 ausmachen, wovon sich hernach die nachfolgende 3 aus dem Divisore nicht 6 mal abziehen läßt (indem 18 von 14 nicht können abgezogen werden); Hieraus ist zu ersehen, daß 6 zu groß sey. Derowegen nehmet zum Quotienten 1 weniger, und überschlaget es

mit

mit der 5, wie vorhin mit der 6, so werdet ihr befinden, daß es mit der 5 wohl angehe. Demnach setzet in den gesuchten Quotienten die 5 folgender maßen:

439 2549361 Und subtrahiret also

Quot. 5

5 mal den Divisorem 439 von dem Dividuo 2549 nach Anzeigung §. 193 und 194 (allwo diese Manier zu multipliciren und subtrahiren auf einmal weitläuftig ausgeführet worden), was aber übrig bleibet, setzet gerade unter solchen Dividuum, wie folget:

439 2549361 Gehet so dann eine

Quot. 5 354 Stelle in dem Dividendo weiter fort, machet, wie vorhin, zum Zeichen einen Punkt unter solche Stelle. Also:

439 2549361 So habet ihr den

Quot. 5 354 andern Dividuum, nämlich 3543 (denn die 2549, als alle diejenigen Ziffern, von welchen die gehörige Subtraction bereits geschehen, gelten nicht mehr, ob sie gleich von mir nicht, wie sonst gewöhnlich durchstrichen werden.) Alsdenn zählet von dem gemachten Punkte so viele Stellen nach der Linken, als der Divisor Ziffern hat, nämlich hier 3, so befindet sich, daß der Quotient von des Divisoris 4 in den 35 gesuchet werden müsse. Saget demnach 4 in 35 ist 8 mal; und siehet man allhier bald (durch einen Ueberschlag, wie vorhin gezeiget) daß 8 nicht zu groß sey, denn, wenn 8 mal 4, nämlich 32, von 35 abgezogen werden, bleiben noch 3 übrig, welche sammt der nachfolgenden Stelle 34 ausmachen, wovon hernach 8 mal 3, oder 24, gleichfalls abgezogen werden können. Derowegen schreibet solche 8 in den Quotient neben der vorhin gefundenen 5 zur Rechten, und subtrahiret folgends 8 mal

den Divisorem 439 von diesem Dividuo 3543, eben wie vorhin, als folget:

439	2549361	Hierauf gehet wieder-
Quot. 58	354	um eine Stelle weiter,
	31	und machet einen

Punkt unter die 6. Oder damit alles fein gerade zu stehen komme, lieber etliche Punkte untereinander. Zählet von dieser Stelle abermal 3 Stellen nach der Linken, so findet sich, daß des Divisoris 4 in der 3 zu suchen sey. Weil aber 4 in 3 auch nicht 1 mal enthalten ist, so setzet in den Quotient neben die vorigen 8 eine 0, wie folget:

439	2549361	Endlich gehet weiter,
Quot. 580	354..	machet einen Punkt
	31.	unter die 1, und zäh-

let 3 Stellen nach der Linken, kommen die 4 des Divisoris in 31 zu suchen. Saget also: 4 in 31 ist 7 mal (welche ihr abermal wie vorhin überschlagen und richtig befinden könnet), schreibet solche 7 im Quotient neben die vorige Nulle, und subtrahiret sodann 7 mal den Divisorem 439 von diesem letzten Dividuo 3161, bleiben 88, welchen Haupt-Rest, weil keine Stelle in dem Dividendo weiter folget, man von den vorigen Resten durch eine Linie unterscheidet, als folget:

439	2549361
Quot. 5807	354...
	31..

Rest 88 derowegen ist der genaue Quotient allhier $5807\frac{88}{439}$ (§. 225.) welcher denn anzeiget, daß so vielmal die 439 in 2549361 enthalten sind.

Beweis.

Beweis.

Der Beweis ist gleich dem Beweise §. 215. Also kann man auch die z. E. gegebene Zahl 2549361, wie §. 216. gezeiget, zergliedern, so wird man befinden, daß

2195000 in 439 div. geben 5000 (§. 212.)
351200 in 439 = geben 800
3073 in 439 = geben 7 Ergo muß

die Sum. 2549273 in 439 = geben 5807 (§. 214.); folgends giebt die Zahl 2549273 + 88, das ist 2549361, in 439 dividiret, im Quotienten 5807 und Rest 88, wie vorhin. Aus welcher Zergliederung der vorige Proceß klar vor Augen lieget.

§. 244. Nur ist zu merken, weil man aus dem verkehrten Einmal Eins (§. 210.), das insgemein nur auf die Producte der einzelnen Ziffern gestellet ist, nicht wissen kann, wie oft ein großer Divisor in seinem Dividuo enthalten sey, und solches dahero durch Versuchen, wie zuvor gezeiget, gefunden werden muß; so scheinet diese Division, den Anfängern insonderheit etwas beschwerlich zu seyn. Allein, wenn ihr so wohl die gegebene Regel, als absonderlich die Auflösung des vorigen Exempels (welche zu diesem Ende mit Fleiß weitläuftig erkläret habe) gründlich erweget, so wird sich die vermeynte Schwierigkeit von selbsten heben. Denn

I. ist der Quotient aus jedem Dividuo allezeit dermassen eingeschränket, daß er sich nicht lange bergen kann. Denn gleichwie man überhaupt versichert ist, daß er nur eine einzelne Ziffer, und also unter 10 seyn müsse (§. 219.); also ist man insonderheit auch verzewissert, daß solche einzelne Ziffer niemals gröser seyn könne, als oft die Ziffer zur Linken des Divisoris in der einen oder

zweyen ersten Ziffern zur Linken des Dividui enthalten ist; welches denn aus dem verkehrten Einmal Eins ohnevieles Suchen zu finden. Und daferne dieser Quotient ja noch zu groß, so kann derselbe von dem wahren Quotienten doch nicht über eine oder etliche Unitäten differiren, folgends darf man ihn nur um eine oder etliche vermindern, so muß sich der wahre Quotient bald zeigen.

II. Kann man die Größe solcher einzelnen Ziffer in dem Quotienten, auch bey den größesten Divisoribus mehrentheils nur aus seinen etlichen Ziffern zur Linken, in den Gedanken durch einen kleinen Ueberschlag finden, wie vorhin gezeiget, ohne daß man nöthig habe, den Versuch mit allen seinen Ziffern anzustellen. Dieses eben hat die alten Rechner auf die Gedanken gebracht, daß sie auch die wirkliche Multiplication und Subtraction im dividiren zur Linken angefangen (§. 197.): Allein man muß dasjenige, was Kürze halber nur zu einem bloßen Ueberschlag in Gedanken dienet, von dem, was man wirklich thun muß, wie billig unterscheiden; derowegen fanget die wirkliche Multiplication und Subtraction, den Regeln dieser Specierum gemäß, viel lieber zur Rechten an (nach Anzeigung §. 193. und 194.).

III. Kann bey dem allen, wenn man auch in Gedanken bey einem Ueberschlage schon gefehlet hätte, dennoch niemand in Irrthum verleitet werden, indem die wirkliche Probe gleich darauf angestellet wird, wenn man nämlich den ganzen Divisorem von dem Dividuo wirklich so vielmal subtrahiret, als der gefundene Quotient andeutet; da es sich dann in der That zeigen muß, ob der gefundene Quotient zu groß oder zu klein sey (§. 209.). Also ist auch

IV.

IV. Oben schon (§. 196.) dargethan worden, daß die wirkliche Multiplication und Subtraction nach der beschriebenen Manier auf einmal zu verrichten, keinesweges einige Schwierigkeit verursachen könne. Ja, es lehret

V. Die Erfahrung selbsten, daß diejenigen, welche sich hierinnen eine Weile geübet, so wohl den Ueberschlag in den Gedanken, als überhaupt den ganzen Proceß solcher Division sehr geschwinde anstellen und verrichten können. Diesemnach bestehet die vermeynte Schwierigkeit bloß in einer Einbildung, in der That aber gehet es gar leicht von statten; und wird von einem Anfänger nur erfordert, daß er sich in Exempeln fleißig übe.

§. 245. Sollte aber jemanden das Multipliciren und Subtrahiren beschriebenermaßen auf einmal zu verrichten, ja noch schwer fallen, derselbe kann, wenn ihm ja nicht besser zu helfen ist, folgender schlechteren Art zu dividiren sich bedienen.

Die 18. Aufgabe.

§. 246. Auf eine andere Art zu dividiren.

I. Verfahret in allen Stücken nach Anzeigung §. 243. Artik. I. II. und III. Ziehet so denn

II. unter den Quotienten eine Linie, unter welche ihr das Factum aus jeder Ziffer des Quoti und des ganzen Divisoris, und zwar allezeit gerade unter derselben Quots-Ziffer, mit welcher man den Divisorem ordentlich multipliciret, anfangend, hinschreibet, und von seinem zugehörigen Dividuo, wie gewöhnlich (§. 130.) subtrahiret. Auf welche Weise das angezogene Exempel also zu stehen kommt:

Divis. 439
Quot. 5807 Dividend.

5 mal 439 ist = = 2195 ... von = = 2549361
8 mal 439 = = = = 3512 .. von = = = 354 ...
7 mal 439 = = = = = 3073 von = = = = 31 ..
Rest = = 88

§. 247. Weil nun das Haupt-Factum aus dem gegebenen Divisore und dem gefundenen Quotienten, allezeit den ganzen Dividendum herstellen muß, (§. 208.); so hat man bey dieser Manier den Vortheil, daß man durch die bloße Addition eine Probe anstellen kann, ob in solcher Division nichts versehen sey. Denn wenn man alle unter den Quotienten geschriebene Facta partialia addiret, und den Rest (so einer geblieben) darzu nimmt, muß nothwendig der ganze Dividendus wiederum zum Vorschein kommen. Als addiret die Zahlen

2195...
3512..
3073 zu 88

kommt 2549361 der ganze Dividendus.

§. 248. Jedoch recommendire ich einem jeden lieber die vorhergehende Manier (§. 243.) als diese andere Art (§. 246.). Zu dem Ende habe noch verschiedene Exempel zur Uebung vorstellen, und solche nach jener Manier auflösen wollen.

N°. 1. Eine gewisse Zahl ist oben (§. 170.) mit 2357 multipliciret worden, daraus das Product 1032366 entstanden. Die Frage ist: Welches wohl die gewisse Zahl gewesen seyn müsse? Wenn ihr bedenket, daß die gesuchte gewisse Zahl, vermöge der Aufgabe,

be, so viele Einheiten enthalten müsse, als oft das Product 1032366 die Zahl 2357 in sich begreifet (§. 137); so könnet ihr schließen, daß dieselbe durch die Division zu finden sey. Denn diese eben findet diejenige Zahl, welche so viele Einheiten enthält, als oft der Divisor in dem Dividendo begriffen ist (§. 199 und wie hiervon oben im §. 210 bereits erwehnet worden). Derowegen procediret als folget.

2357	1032366
Quot. 438, die verlangte gewisse Zahl.	895 ..
	1885.
	000

No. 2. Eine gewisse Zahl ist mit 438 multipliciret worden, und hat im Product gebracht, wie vorhin, 1032366; wie viel ist dieselbe Zahl gewesen? Also:

438	1032366
Antwort 2357, die verlangte Zahl	156 . . .
	249 . .
	306.
	00

No. 3. Dividiret in 67 die Zahl 1000000. Also:

Quot. 14925	33 . . . .
	62 . . .
	17 . .
	36.
	Rest 25

No. 4. Dividiret in 7358 die Zahl 62987354. Also:

Quot. 8560	4123 . . .
	4443 . .
	Rest 2874

No. 5. Dividiret in 13579 die Zahl 1234567890. Also:

Quot. 90917

1245....
2367..
10100.

Rest 5947

No. 6. Dividiret in 2468 die Zahl 123456789. Also:

Quot. 50023

005....
741.

Rest 25

No. 7. Dividiret in 5879. 000 die Zahl 9651287.543

Quot. 1641

3772...
2448..
972.

Rest 3848543

No. 8. Dividiret in 197300 die Zahl 1435700000. Also:

1973|00 14357000|00

Quot. 7276

546...
1514..
1329.

Rest 145200

So man aber nur den Quotienten zu wissen verlanget, kann man die 2 Nullen des Dividendi gar hinweg streichen (§. 241), und ist derselbe $7276\frac{1452}{1973}$.

No. 9. Theilet 6897354 fl. in 1573 gleiche Theile. Wie viel beträget ein solcher Theil? Also:

1573

Antwort 4384 fl.
25 ℋ $3\frac{1311}{1573}$ ℛ

6897354 fl.
605...
334..
761.

Rest fl. 1322 zu ℋ à 30 (§. 226)

39660 ℋ
820.

Rest ℋ 335 zu ℛ à 18
2680

6030 ℛ

Rest ℛ 1311

§. 249.

§. 249. Man nennet insonderheit diejenigen ganzen Zahlen, welche eine andere gerade aufmessen, oder, welches einerley (§. 207.), ohne Rest dividiren, die **Maaße** von solcher andern.

Z. E. 12 heißet man eine **Mensur** oder ein **Maaß** von 48 indem 12 eine ganze Zahl ist, welche die 48 auch gerade aufmessen, denn 48 in 12 dividiret geben in dem Quoto 4, und bleibet nichts übrig.

§. 250. Demnach hat jede ganze Zahl aufs mindeste zweyerley Maaße, nämlich die Unität, und die ganze Zahl selbst: Wie z. E. eine Länge von 48 Zoll durch eine Länge von 1 Zoll als auch durch eine Länge von 48 Zoll gerade aufgemessen werden kann, und ist der Quotient im ersten Falle die Zahl selbst, und im andern allezeit 1. Ueber diese 2 Maaße aber, hat öfters eine Zahl noch viele andere Maaße. Als z. E. die Zahl 48, kann auch durch 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, und 24, gerade aufgemessen werden.

§. 251. Alle Maaße die kleiner sind, als die Zahl, von welcher sie die Maaße heißen, werden (als Theile, wie §. 46. erkläret worden) die **Partes aliquotä**, oder **gerade aufmessende Theile** genannt. Hingegen heisset eine jede Zahl zwar das Maaß von sich selbst (§. 250), aber nicht ein Pars aliquota. Also kann man z. E. von der Zahl 48 sagen, daß sie zehnerley Maaße, als nämlich 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, und 48; aber nur 9 Partes aliquotas habe, weil 48 nicht ein Pars aus 48 heißen kann.

§. 252. Wenn eine Zahl das Maaß ist zu etlichen verschiedenen Zahlen, so wird jene Mensura communis, oder ein **gemeines Maaß**, von diesen verschiedenen genannt. Z. E. die Zahl 3 heißet ein gemeines Maaß von den Zahlen 12 und 27, indem diese beyde in 3 gemessen

oder dividiret, gerade aufgehen: Hingegen sind die Zahlen 2, 4, 6, und 12, nur von der Zahl 12 allein; und die Zahlen 9 und 27 nur von der Zahl 27 allein, die Maaße; aber nicht zu beyden Zahlen, 12 und 27, gemein.

§. 253. Diejenigen Zahlen, welche keine Zahl in Ganzen zu ihrem gemeinen Maaße haben, heißen primi inter se, das ist Anfangszahlen (§. 165.) unter sich, nämlich in ihrer Vergleichung, wenn sie gegen einander gehalten und verglichen werden. Z. E. 8 und 27 sind primi inter se, indem keine ganze Zahl zu finden ist, welche zu diesen beyden Zahlen ein gemeines Maaß seyn könnte.

§. 254. Zwar ist die Unität das allgemeine Maaß zu allen ganzen Zahlen: Allein es wird durch das gemeine Maaß allezeit eine Zahl verstanden, als welche durch ihr Messen die Zahlen verkleinern kann; da hingegen 1 ein solches Maaß ist, welches die Zahlen ohne Veränderung stehen läßt. Z. E. Wenn oben (§. 252.) die Zahlen 12 und 27 jede durch drey dividiret oder gemessen werden, kommen andere kleinere Zahlen, nämlich 4 und 9: Hingegen wenn sie durch 1 gemessen oder dividiret werden, so bleiben die Zahlen 12 und 27 nach als vor ohne Veränderung.

Zum Beschluß der Division sind nachfolgende Betrachtungen dienlich zu merken.

§. 255. Daß oben gelehret worden den Divisorem neben den Dividendum zu schreiben, solches ist zu verstehen (wie bey der Multiplication §. 184. schon angemerket), wenn derselbe in einer gegebenen Rechnung, in welcher was zu dividiren vorkommt, nicht vorhin schon stehet.

§. 256. Gleichergestalt ist leicht zu erachten, daß die §. 243. angewiesene viele Punkte unter einander zu machen, keine Nothwen-

wendigkeit, sondern (wie daselbst bereits erwehnet) nur darzu dienlich sind, damit alles fein gerade unter einander komme; zumal da öfters die Anfänger im Schreiben die Ziffern unter einander sehr schief und krumm zu setzen pflegen.

§. 257. Daß man die Division allezeit zur Linken des Dividendi anfänget, ist die Ursache, damit man dasjenige, was bey jedem Dividuo übrig bleibt, so fort zu dem nachfolgenden Dividuo der kleinern Einheiten nehmen möge; da es hingegen öfters sehr weitläuftig fallen würde, wenn man die Division zur Rechten des Dividendi anfangen sollte.

§. 258. Hieraus folget, wenn vermischte (§. 81.), oder mehrerley namige Zahlen (§. 83.) zu dividiren sind, daß man die Division bey den Ganzen oder der größten Sorte anfangen müsse.

§. 259. Weil jede Einheit aus einer höhern Stelle immerfort 10 Einheiten in der folgenden niedrigern Stelle ausmachet (§. 65.), so wird jede gebliebene Unität, in dem nächst nachfolgenden Dividuo vor 10 gezählet. Sollte aber eine 1 aus dem vorhergehenden Dividuo der höhern Einheiten mehr oder minder, als 10 Unitäten, in dem nächst folgenden Dividuo der kleinern Einheiten ausmachen, so müßte das bleibende aus jenem, in diesem Dividuo vor eben so viel kleinere Einheiten gerechnet werden, als es derselben wirklich in sich enthält.

Summarische Betrachtungen der sämmtlichen 4 Specierum.

§. 260.

Wenn man eine ganze Zahl zu einer ganzen Zahl addiret, oder von einer ganzen Zahl subtrahiret,

ret, muß im 1sten Falle die Summe, und im andern der Rest eine ganze Zahl seyn.

§. 261. Da nun Multipliciren nichts anders als eine kurze Addition ist, nämlich als sollte man einen Factorem so oft unter einander setzen, als der andere Factor Unitäten hat, und solche unter einander gesetzte Zahlen addiren (§. 139): So können auch niemals in einem Product Brüche kommen, wenn beyde Factores ganze Zahlen sind. Dahero verstehet man durch componirte Zahlen §. 164. allezeit ganze Zahlen, indem die Factores gleichfalls ganze Zahlen sind.

§. 262. Wiederum folget zurück, wenn eine Zahl Brüche hat, so kann dieselbe unmöglich ein Factum seyn, das aus lauter ganzen Factoribus entstehen könte, sondern es müßte wenigstens doch einer von den Factoribus auch Brüche haben.

§. 263. Wenn demnach ein Dividendus Brüche hat, und der Divisor ist eine ganze Zahl, so kann der Quotient keine ganze Zahl seyn.

Beweis.

Das Factum aus dem Divisore und Quotienten muß dem Dividendo gleich seyn (§. 208). Folgends wenn ein Dividendus, als das gedachte Factum, Brüche hat, so muß wenigstens einer von dessen Factoribus, nämlich entweder der Divisor, oder der Quotient, Brüche haben (§. 262). Da nun, vemöge des Satzes der Divisor eine ganze Zahl ist, so muß allerdings der Quotient Brüche haben, wenn der Dividendus Brüche hat.

§. 264. Eine Zahl kann durch die Addition einer Unität größer, als durch die Subtraction einer Unität kleiner werden (§. 38). Hingegen kann eine Unität weder multipliciren noch dividiren.

Z. E.

Z. E. Die Zahl 6 mit 1 multipliciret, oder in 1 dividiret, bleibet im ersten Falle das Product, und im andern Falle der Quotient unverändert 6.

§. 265. Was die Addition zusammen genommen, kann durch die Subtraction wieder getrennet werden (§. 39).

Z. E. 3 zu 5 addiret geben 8. Wenn nun von solcher 8 die 3 oder 5 subtrahiret werden, so bleibet im ersten Falle die 5, und im zweyten die 3 übrig.

§. 266. Was die Subtraction von einander genommen, kann durch die Addition wiederum zusammen gebracht werden (ibid.), wenn man nämlich den Subtractorem und Rest zusammen addiret (§. 120.).

§. 267. Was die Multiplication zusammen nimmt, löset die Division wieder auf.

Z. E. 12 mit 4 multipliciret, geben in dem Product 48. Wenn nun die 48 in 4 oder 12 dividiret werden, so kommet im ersten Falle die 12, und im andern die 4.

Beweis.

Jeder Factor nimmt den andern Factorem so oft zusammen, als er Einheiten hat (§. 137). Wie oft aber eine Zahl in einer andern enthalten sey, zeiget der Quotient durch die Division (§. 199). Derowegen wenn ein Product in einen seiner Factorum dividiret wird, so muß allerdings im Quoto der andere Factor heraus kommen (wie hiervon auch §. 248. N°. 1 und 2 zu ersehen ist).

§. 268. Hieraus ist abermal dasjenige klar, was oben §. 227 gelehret worden. Denn nach Anzeigung §. 226. müßte man die restirenden ℔ zu Loth, und die restirende fl. zu ʒℓ machen, alsdenn das kommende in den gegebenen Divisorem dividiren. Wenn nun dieser in jenem Falle 32, und in diesem just 30 ist; so würde man den Rest in jenem Falle mit 32 multipliciren, und hernach in 32 wieder dividiren, und in diesem mit 30 multipliciren, und hernach wiederum in 30 dividiren müssen, durch welche Berech-

nung

nung nothwendig eben der vorige Quotient wieder zum Vorschein kommen muß (§. 267).

§. 269. Was die Division auseinander nimmt oder auflöset, kann durch die Multiplication wiederum zusammen genommen werden, wenn man nämlich den Quotienten und Divisorem mit einander multipliciret; da denn im Product allezeit der Dividendus wieder herauskommen muß (§. 208.)

§. 270. Also ist die Addition der Rückweg von der Subtraction (§. 266), hingegen die Subtraction der Rückweg von der Addition (§. 265), desgleichen die Multiplication der Rückweg von der Division (§. 269), hingegen die Division der Rückweg von der Multiplication (§. 267), in welchen Rückwegen man allezeit wiederum auf die erste Zahl kommen muß, von der man im Herwege erstlich abgegangen ist.

§. 271. Folgends muß eine componirte Zahl (§. 164) in allen ihren Factoribus theilbar seyn (§. 223). Denn wenn sie in einen Factorem dividiret wird, muß im Quotient der andere Factor kommen (§. 267): Da nun die Factores der componirten Zahlen lauter ganze Zahlen sind; so muß besagter Quotient allerdings eine ganze Zahl ohne Rest oder Bruch seyn.

§. 272. Dannenhero sind alle Factores von einer componirten Zahl, die Maaße (§. 249.) oder vielmehr (weil sie kleiner als die ganze Zahl selbst) die partes aliquotae (§. 251.) von derselben componirten Zahl.

§. 273. Wenn man zu der Summe zweyer ungleichen Zahlen ihre Differenz (§. 119.) addiret, so muß die größere doppelt kommen.

Z. E. Die Summe von 5 und 8 ist 13. So nun hierzu die Differenz zwischen 5 und 8, nämlich 3 addiret wird, kommet 16, das ist 2 mal die 8.

Beweis.

Die größere (8) bestehet aus 2 Theilen, nämlich aus der kleinern Zahl (5) und der Differenz (3). Demnach bestehet die Summe beyder Zahlen (13) aus 2 mal der kleinern Zahl (das ist aus 2 mal 5) und einmal der Differenz (3). Wenn nun zu solcher Summe noch einmal die Differenz zugeleget wird, so enthält diese Summe (16) 2 mal die kleinere und 2 mal die Differenz in sich, das ist 2 mal jeden Theil der größern; folglich ist solche Summe das Duplum der größern (§.47).

§. 274. Derowegen wenn man von der Summe (wie z. E. 13) zweyer ungleichen Zahlen (5 und 8) ihre Differenz (3) abnimmt, so muß das Duplum von der kleinern Zahl (2 mal 5) übrig bleiben.

§. 275. Folgends auch, wenn man der halben Summe zweyer ungleichen Zahlen, ihre halbe Differenz addiret, oder subtrahiret, so muß im ersten Falle just die größere, und im andern Falle, just die kleinere Zahl herauskommen.

§. 276. Wenn man eine gegebene Zahl mit 2 ungleichen Zahlen insbesondere multipliciret, so wird das Product, das aus dem größern Factore entstehet, größer, als das andere, und dieses kleinere Product eben so viel mal in jenem größern enthalten seyn, als oft der kleinere Factor in dem größern Factore begriffen ist.

Z. E. Wenn man eine gegebene Zahl mit 2, und besonders mit 6 multipliciret, so muß dieses andere Factum 3 mal so groß seyn, als jenes erste Factum, oder, welches einerley, so muß jenes erste Factum nur der dritte Theil oder $\frac{1}{3}$ aus dem andern Facto seyn; weil der Factor 6 ebenfalls 3 mal so groß ist, als der Factor 2.

Beweis.

Ein jeder Factor nimmt die gegebene Zahl so vielmal zusam-

zusammen, als er Einheiten hat (§. 137). Wenn er nun 2 mal so viel Einheiten hat als der andere, so nimmt er allerdings die gegebene Zahl auch 2 mal so oft, als sie der andere Factor nimmt. Hat er nun 3 mal so viel Einheiten als der andere, so nimmt er die gegebene Zahl nothwendig auch 3 mal so oft, als sie der andere nimmt, u. s. w. Folgends sind solche Facta in einander allezeit eben so vielmal, als die differenten Factores in einander, enthalten.

§. 277. Da nun das Product von einer gegebenen Zahl immerfort desto kleiner wird, je kleiner die Zahl ist, mit der man jene gegebene multipliciret; am allerkleinsten aber in ganzen Zahlen, wenn man solche gegebene Zahl mit 1 multipliciret, weil solchergestalt die gegebene Zahl selbst gleichsam das Product abgiebt (§. 264): So muß nothwendig das Product noch weniger, als die gegebene Zahl selbst werden, wenn sie mit weniger als 1, das ist mit Theilen oder Brüchen aus der 1 (§. 48.) multipliciret wird.

§ 278. Wenn es sich demnach in einer Rechnung zuträgt, daß etliche Zahlen mit einander zu multipliciren sind, da das kommende Product 2, 3, oder 4 mal ꝛc. oder auch $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ mal ꝛc. so groß begehret wird: So darf man nur gleich anfangs einen von den gegebenen Factoribus, welchen man will, um so viel größer oder kleiner nehmen, und mit diesem gegrößerten oder gekleinerten Factore den andern gegebenen Factorem multiplicirен, so kommet eben dasselbe was verlanget wird.

Z. E. Man soll 4 und 6 mit einander multipliciren, und das kommende Product, 24, ferner mit 2 vermehren; so größert entweder die 4 oder die 6 mit 2, und multipliciret entweder 8 mit 6, oder 4 mit 12. (Nota: Hierdurch kann abermal der obige Satz §. 163 erwiesen werden). Also kleinert auch, wenn das

gedachte

gedachte Product 24 in 2 zu dividiren ist, die 4 oder die 6 in 2, und multipliciret so denn 2 mit 6, oder 4 mit 3, so erlanget ihr im ersten Falle in allewege die begehrte 48; und im andern die begehrte 12.

§. 279. Folgends, wenn man an stat gegebener zweyen Zahlen, andere nimmt, deren eine 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so groß, als eine der gegebenen, die andere aber nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{4}$ ꝛc. mal so groß, als die andere von den gegebenen, das ist, wenn man einen Factorem mit so viel als man immer will multipliciret, den andern hingegen in eben so viel dividiret; und multipliciret diese kommenden Zahlen mit einander, so muß eben dasselbe Product entstehen, welches aus den gegebenen Zahlen kommet, indem solchergestalt die Vergrößerung des einen von den gegebenen zweyen Factoribus, das Product just so vielmal größer macht, als oftmal es hingegen durch die Verkleinerung des andern Factoris kleiner gemacht wird.

Z. E. Wenn man an stat 10 mit 12, 2 mal 10 mit halb 12, nämlich 20 mit 6; oder 3 mal 10 mit $\frac{1}{3}$ aus 12, nämlich 30 mit 4; oder 4 mal 10 mit $\frac{1}{4}$ aus 12, nämlich 40 mit 3, u. s. w. multipliciret, so kommet in alle Wege das verlangte Product 120.

§. 280. Anderergestalt, wenn nämlich einer von den gegebenen zweyen Factoribus nicht just so vielmal größer genommen wird, als oftmal man den andern gegebenen Factorem kleiner nimmt, können die entstehenden Producte unmöglich einander gleich seyn. Dannenhero folget wiederum zurück, wenn zwey Producte aus ungleichen Factoribus erwachsen, und dennoch einander gleich sind, daß nothwendig ein Factor des einen Products um so vielmal größer, als ein Factor des andern Products seyn müsse, als oftmal hingegen jenes anderer Factor kleiner als dieses anderer Factor ist.

§. 281. Wenn man aber an stat zweyer zu multipliciren gegebenen Zahlen, zwey andere Zahlen nimmt, als z. E. wenn man an stat gegebener 10 und 12, die Zahlen 20 und 36 nimmt, deren eine 2 mal und die andere 3 mal so groß, als die gegebenen; und multipliciret diese mit einander, so wird das Product 6 mal so groß kommen müssen, als das Product, der gegebenen Zahlen 10 und 12, weil die Größerungszahlen 2 und 3 mit einander multipliciret 6 geben.

Beweis.

Wenn nur ein gegebener Factor 2 mal so groß genommen wird, kommet das Product 2 mal so groß, als aus den gegebenen Zahlen (§. 276.). Nimmt man nun auch den andern gegebenen Factorem 3 mal so groß, so kommet das Product 3 mal so groß, als das nächst gedachte Product, folgends denn (§. 160.) 6 mal so groß, als das Product der gegebenen Zahlen.

§. 282. Gleichergestalt, wenn man an stat zu multipliciren gegebener zweyen Zahlen zwey andere (z. E. an stat 10 und 12, die Zahlen 5 und 4) nimmt, deren eine nur $\frac{1}{2}$ mal, und die andere $\frac{1}{3}$ mal so groß als jene, und diese mit einander multipliciret, so muß ein solches Product entstehen, welches 6 mal in dem Product der gegebenen Zahlen enthalten ist; oder, so einerley, welches nur $\frac{1}{6}$ aus dem Product der gegebenen Zahlen ist.

§. 283. Im dividiren zeiget der Quotient nicht allein, daß der Divisor so vielmal in dem Dividendo enthalten sey, als er, der Quotient Unitäten hat (§. 199.); sondern auch, daß er selbst so oft in dem Dividendo enthalten sey, als der Divisor Unitäten hat.

Beweis.

Beweis.

Der Dividendus ist gleich dem Facto aus dem Divisore und Quotienten (§. 208.). Demnach kann man jeden Dividendum als ein Factum betrachten, dessen Factores sind der Divisor und der Quotient. Indessen zeiget jeder Factor durch seine Unitäten an, wie vielmal der andere Factor in dem Facto enthalten sey (§. 137.); derowegen muß der Divisor so vielmal, als der Quotient Unitäten hat; und der Quotient so vielmal, als der Divisor Unitäten hat, in dem Dividendo enthalten seyn.

§. 284. Folgends wenn man einen Dividendum durch den gefundenen Quotienten dividiret, muß der vorige Divisor wieder heraus kommen, als welcher andeutet, wie vielmal der itzige Divisor, oder vorige Quotient in dem Dividendo begriffen sey.

Z. E. 36230528 in 4 dividiret, geben im Quotienten (§. 215.) 9057632. Hieraus könnet ihr zugleich wissen, daß 36230528 in 9057632 dividiret, im Quotient wiederum 4 bringen müssen.

§. 285. Wenn man eine größere und eine kleinere Zahl in gleiche Zahlen dividiret, so kommt der erste Quotient größer als der andere, und zwar muß dieser kleinere Quotient eben so vielmal in jenem größern Quotienten enthalten seyn, als oft der kleinere Dividendus in dem größern Dividendo begriffen ist.

Z. E. Wenn man 20 und 10 in gleiche Zahlen dividiret, so muß der Quotient aus 20, 2 mal so groß seyn, als der Quotient aus 10; oder, so einerley, es muß der Quotient aus 10 nur halb so viel seyn, als der Quotient aus 20; weil der Dividendus 20 gleichfalls 2 mal so groß ist, als der Dividendus 10.

Beweis.

Wenn ihr den Divisorem und Quotienten, als Factores, und den Dividendum als das Factum ansehet (§. 208.), so könnet ihr aus dem, was §. 276. dargethan worden, gar leicht schließen, daß hier (da der eine Factor oder der Divisor in beyden Divisionibus einerley ist) ein Quotient in dem andern so oft, als der eine Dividendus in dem andern enthalten seyn müsse. Allein man kann die Richtigkeit dieses Satzes aus der Natur der Division selbsten ohne Umwege finden. Denn je größer die Quantität ist, die in eine gewisse Anzahl gleicher Theile zertheilet wird, eben um so viel größer kömmt jeder Theil: Wenn nun eine Quantität 2, 3, oder 4 mal ꝛc. so groß ist, als eine andere, und beyde in eine gleiche Anzahl Theile, das ist in einen gleichen Divisorem getheilet werden, so muß allerdings der erste Quotient ebenfalls 2, 3, oder 4 mal ꝛc. so groß kommen, als der andere Quotient.

§. 286. Demnach kann man auf solche Weise aus einem gefundenen Quotienten, den Quotienten eines grössern oder kleinern Dividendi, wenn solcher in vorigen Divisorem zu dividiren ist, herleiten.

Z. E. Wenn ihr gefunden, daß 20 in 5 dividiret, 4 bringen: So könnet ihr hieraus ferner schließen, daß 10 in 5 dividiret, 2 (als halb 4); und 120 in 5 dividiret, 24 (als 6 mal 4) geben, weil 10 ist die Hälfte aus 20, und 120 ist 6 mal 20.

§. 287. Folgends wenn man einen Dividendum in verschiedene Stücke zerstreuet, den Quotienten des 1sten Stückes suchet, die Quotienten der übrigen Stücke einen aus dem andern herleitet, wie nächst vorhin gezeiget, und alle gefundenen Quotienten zusammen addiret, so muß allerdings der begehrte Hauptquotient kommen.

Z. E.

Z. E. Es sollen 150 in 5 dividiret werden, so kann man, wenn es beliebet wird, die 150 in 20 + 120 + 10 zerstreuen, und also nur 20 in 5 dividiren, kommen 4. Hieraus kann man schliessen, daß der Quotient von 120, 6 mal 4; und von 10, die Hälfte aus 4 seyn müsse. Wenn nun diese Quotienten von 4 + 24 + 2 addiret werden, muß die Summe den Hauptquotienten von 150 in 5 dividiret, herstellen (§. 214), nämlich 30.

§. 288. Wenn man aber zwey gleiche Zahlen, eine in einen größern, und die andere in einen kleinern Divisorem dividiret, so muß zwar eben wie vorhin (§. 285.) der kleinere Quotient in dem größern so vielmal enthalten seyn, als oft der kleinere Divisor in dem größern Divisore begriffen ist: Allein es ist bey diesem Falle noch dieses zu merken, daß der Quotient des größern Divisoris kleiner kommt, als der Quotient des kleinern Divisoris.

Z. E. Wenn man eine Zahl in 20, und besonders in 10 dividiret, so muß der erste Quotient nur halb so groß als der andere seyn, weil der Divisor 20, 2 mal so groß ist, als der Divisor 10.

Beweis.

Wenn ihr abermal (wie vorhin im Beweise §. 285 gedacht) den Divisorem und Quotienten als Factores, und den Dividendum als das Factum betrachtet; so könnet ihr die Richtigkeit dieses Satzes aus dem, was oben §. 280 gelehret worden, herleiten. Denn wenn beyde Facta oder beyde dividirte Zahlen gleich, und der Divisor oder Factor in einer Division, 2, 3, oder 4 mal ꝛc. so groß ist, als der Divisor in der andern Division, so muß nothwendig der Quotient, als der andere Factor, in der ersten Division nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{4}$ mal ꝛc. so groß seyn, als der Quotient in der andern Division. Ihr könnet aber dieses auch aus der Natur der Division selbst finden. Denn je mehr Theile aus einer gewissen Quan-

tität gemachet werden, desto kleiner kommt jeder Theil: Wenn nun ein Divisor, wie z. E. 2 mal so groß als der andere, so wird der Dividendus in 2 mal so viel Theile abgetheilet, als in der andern Division, und da der Dividendus in beyden Divisionen gleich ist, so muß allerdings der Quotient, das ist jeder Theil in der ersten Division nur halb so groß kommen, als in der andern Division.

§. 289. Da nun der Quotient aus einem gegebenen Dividendo immerfort desto größer kommt, je kleiner der Divisor genommen wird; am allergrößesten aber in ganzen Zahlen, wenn der Divisor 1 ist; und am allerkleinsten in ganzen Zahlen, wenn der Divisor mit dem Dividendo gleich groß ist, weil solchergestalt im ersten Falle der Dividendus selbst, und im andern Falle allezeit 1 in dem Quotient kommt (§. 250.): So folget, daß der Quotient größer als der Dividendus kommen müsse, wenn der Divisor weniger als 1, nämlich nur ein Bruch oder ein Theil aus 1 (§. 48.); hingegen kleiner als 1, wenn der Divisor größer als der Dividendus ist.

§. 290. Wenn es sich demnach in einer Rechnung zuträgt, daß eine Zahl in eine andere zu dividiren ist, da der kommende Quotient, 2, 3, 4 mal ꝛc. oder auch $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ mal ꝛc. so groß begehret wird, so darf man nur anfangs gleich, entweder den Dividendum eben um so viel größer oder kleiner nehmen, und solchen gegrößerten oder gekleinerten Dividendum, in den gegebenen Divisorem dividiren (§. 285.); oder man kann den Divisorem nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{4}$ mal ꝛc. so groß nehmen, wenn man den Quotienten 2, 3, oder 4 mal ꝛc. größer verlanget; hingegen 2, 3, oder 4 mal ꝛc. so groß, wenn man den Quotienten nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{4}$ mal so groß begehret (§. 288.),

und

und den gegebenen Dividendum in solchen gegrößerten oder gekleinerten Divisorem dividiren: So kommet in allewege eben dasselbe, was verlanget wird.

Z. E. Man solle 48 in 6 dividiren, und den Quotienten 8 ferner mit 2 multipliciren, so könnet ihr entweder 2 mal 48, das ist 96, in den gegebenen Divisorem 6, oder den gegebenen Dividendum 48 in $\frac{1}{2}$ aus 6, das ist in 3, dividiren, so kommen in allewege die begehrte 16. Also könnet ihr auch, wenn der gedachte Quotient 8 ferner in 2 zu dividiren wäre, entweder $\frac{1}{2}$ aus 48, das ist 24, in den gegebenen Divisorem 6, oder den gegebenen Dividendum 48, in 2 mal 6, das ist in 12, dividiren, so muß immerfort die verlangte 4 herauskommen.

§. 291. Ihr könnet auch hieraus wahrnehmen, wenn in einer Rechnung ein Divisor und Dividendus zum dividiren, und eine dritte Zahl, mit welcher man den Quotienten multipliciren solle, gegeben ist, daß man auch nach Belieben an stat des gegebenen Dividendi, die gegebene dritte Zahl in den gegebenen Divisorem dividiren, und den hieraus entstehenden Quotienten mit dem gegebenen Dividendo multipliciren könne.

Z. E. Es sey gegeben 48 in 6 zu dividiren, und den kommenden Quotienten 8 ferner mit 12 zu multipliciren, so könnet ihr an stat 48, die 12 in 6 dividiren, und die kommenden 2 mit 48 multipliciren, so müssen endlich die verlangte 96 herauskommen.

Beweis.

Vermöge §. 290. darf man in diesem Falle den gegebenen Dividendum (48) anfangs gleich mit der gegebenen dritten Zahl (12) multipliciren, und das entstehende Product hernach in den gegebenen Divisorem (6) dividiren. Indessen dürfet ihr auch in itztgedachtem Falle, da zwey Zahlen mit einander zu multipliciren, und das kommende Product ferner in einen gewissen

Divisorem zu dividiren ist, vermöge §. 278. erstlich einen von den Factoribus, welchen man will, in den Divisorem dividiren, und den Quotienten alsdenn mit dem andern Factore multipliciren: Derowegen folget, daß man auch in jenem Falle die dritte Zahl (12) in den gegebenen Divisorem (6) dividiren, und diesen Quotienten (2) mit dem gegebenen Dividendo (48) multipliciren darf.

§. 292. Auf gleiche Weise ist hieraus zu erweisen, wenn Rechnungen vorkommen, bey welchen zwey Zahlen mit einander zu multipliciren, das kommende Product in eine dritte Zahl zu dividiren, der kommende Quotient wiederum mit einer 4ten Zahl zu multipliciren, dieses kommende andere Product abermal in eine 5te Zahl zu dividiren, u. s. w. daß man so fort alle Multiplicatores, desgleichen ins besondere alle Divisores mit einander multipliciren, und jenes Product durch dieses Product auf einmal dividiren darf.

Z. E. Es sey gegeben 6 mit 8 zu multipliciren, das kommende Product 48 in 4 zu dividiren, den herauskommenden Quotienten 12 wiederum mit 10 zu multipliciren, und das Product 120 ferner in 15 zu dividiren, so dürfet ihr nur so fort alle Multiplicatores 6, 8 und 10, desgleichen die Divisores 4 und 15 mit einander multipliciren, und jenes Product, nämlich 480, auf einmal in dieses, nämlich in 60, dividiren, so erlanget ihr eben dasjenige, welches gesuchet worden.

Beweis.

Wenn nichts mehr angegeben wäre, als nur das Product der erstern beyden Factorum (z. E. die 48) in eine 3te Zahl (4) zu dividiren, und das kommende (12) mit einer 4ten Zahl (10) zu multipliciren; so ist aus §. 290 klar, daß man auch verkehrt jenes Product (48) erstlich

mit

mit der vierten Zahl (10) multipliciren, und das kommende (480) hernach in die 3te Zahl (4) dividiren darf. Demnach kann man sich eben dieser Ordnung auch in der, vermöge des Satzes eigentlich begehrten Rechnung bedienen, und also das Product der gegebenen beyden erstern Factorum (6 und 8) mit der 4ten Zahl (10) multipliciren, das kommende, nämlich das Product (480) so aus allen dreyen Factoribus bestehet, in die 3te Zahl (4) und ferner hernach in die 5te Zahl (15) dividiren. Indessen, wenn man eine Zahl in eine andere dividiren, und den kommenden Quotienten hernach abermal in eine Zahl dividiren soll, ist so wohl aus §. 290, als aus §. 236 klar, daß man beyde Divisores mit einander multipliciren, und jene 1ste Zahl auf einmal in das Product der Divisorum dividiren möge. Derowegen folget, daß in der allhier begehrten Rechnung, die gesuchte Antwort allerdings kommen muß, wenn man alle gegebenen Multiplicatores, und besonders die Divisores mit einander multipliciret, und jenes Product auf einmal in dieses Product dividiret. Gleiche Bewandniß hat es, wenn auch viel mehrere Multiplicatores und Divisores gegeben wären; welches ein jeder ferner von sich selbst leichtlich begreifen kann, wenn er es nur auf vorige Weise nach und nach betrachtet.

§. 293. Also erhellet auch, wenn man einen gegebenen Divisorem und Dividendum mit gleichen Zahlen multipliciret, oder in gleiche Zahlen dividiret, und man die verlangte Division an den gegrößerten oder gekleinerten Zahlen verrichtet, daß eben derselbe Quotient kommen muß, gleich als wenn die gegebenen Zahlen selbst in einander dividiret werden.

Z. E. Es sey gegeben 48 in 6 zu dividiren; so könnet

ihr 2 mal 48 in 2 mal 6, das ist 96 in 12; oder 3 mal 48 in 3 mal 6, das ist 144 in 18 ꝛc. Oder auch halb 48 in halb 6, das ist 24 in 3; oder den dritten Theil aus 48 in den dritten Theil aus 6, das ist 16 in 2, u. s. w. dividiren: So kommt in allewege der begehrte Quotient 8.

Beweis.

Wenn man den Dividendum allein 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so groß nimmt, so wird der Quotient dieses gegrößerten Dividendi eben so vielmal größer (§. 285.); und so man den Divisorem allein 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so groß nimmt, wird der Quotient dieses gegrößerten Divisoris eben um so vielmal kleiner, nämlich nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ mal ꝛc. so groß (§. 288.). Folgends muß der Quotient unverändert bleiben, wenn man so wohl den Dividendum als Divisorem 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so groß nimmt, das ist, mit gleichen Zahlen multipliciret, indem solchergestalt der Quotient einerseits so viel anwächset, als er hingegen andererseits abnimmt. Gleiche Bewandniß hat es auch, wenn man den gegebenen Dividendum und Divisorem in gleiche Zahlen dividiret.

§. 294. Eben hierauf gründet sich die Lehre in §. 241. Denn wenn man dem Dividendo so wohl, als dem Divisori eine 0 abschneidet, so werden beyde in 10 dividiret. Schneidet man jedem 2 Nullen ab, werden sie in 100 dividiret, u. s. w. (§. 235.) Da nun solchergestalt beyde in gleiche Zahlen dividiret werden, so müssen die bleibenden Zahlen, nach dem gedachten Abschnitt, in einander dividiret, allerdings den verlangten Quotient geben (§. 293.). Auf solche Weise könnet ihr allezeit einen Dividendum und Divisorem nach Belieben mit gleichen Zahlen vergrößern, oder in gleiche Zahlen verkleinern.

§. 295.

§. 295. Nur ist dasjenige zu merken, was bereits im §. 242 gedacht worden, nämlich, wo die Absicht auf die Ausfindung des Rests aus einer Division ist, daß man in solchem Falle den gegebenen Dividendum und Divisorem selbst, und ohne Veränderung in einander dividiren muß.

Von der Regula Proportionum, insgemein Regel Detri genannt.

§. 296.

Von dieser fürtrefflichen Regel, wissen ihrer viele zu reden, von ihrem Ursprung und Grund aber, geschweige denn, von derselben sonderbaren Eigenschaften, haben die allerwenigsten eine rechte Erkenntniß. Es suchen zwar einige Rechenbücher den Grund dieser Regel durch Linien und sonst geometrische Figuren, nach der Weise des Euclidis darzuthun, und führen zu diesem Ende verschiedene Propositiones aus demselben an. Allein es kann solches den Anfängern der Arithmetik, die mehrentheils, weder von der Geometrie, noch geometrischen Figuren einige Kenntniß haben, nicht anders, als fremd oder wenigstens doch schwer zu begreifen fallen. Es ist auch (ohnmaßgeblich) meines Bedünkens eine seltsame Lehrart, wenn man einen Lehrsatz in der Arithmetik, als erstern Theile der Mathesis, durch die Geometrie, welche der andere Theil, und also jenem nachfolget, demonstriret; zumal wenn es ohne Noth geschiehet, indem die Arithmetik vor sich selbst zulänglich genug ist, die Regel Detri ohne Hülfe einer andern Wissenschaft gründlich zu erweisen, wie solches mit mehrern bald gezeiget werden soll. Ich habe demnach nicht undienlich erachtet, vorhero einen Bericht von der **Verhältniß und Proportion**, was nämlich dieselben, und ihre vornehmsten Eigenschaften sind, (denn weiter unten sollen derselben vielmehr angezeiget werden, die ich voritzo alle zu melden nicht nöthig geachtet habe) abzustatten.

Von

Von der Verhältniß und Proportion insonderheit.

§. 297.

Wenn zwey Größen von einerley Art ihrer Größe halber gegen einander gehalten und verglichen werden, kann man ihren Gehalt nach zweyerley Wegen betrachten und determiniren: Nämlich man kann entweder durch die Subtraction suchen, um wieviel eine größer oder mehr als die andere; oder durch die Division, wie viel mal eine die andere in sich enthält.

Z. E. Wenn man 2 fl. und 6 fl. gegen einander hält, und vergleichen will, so kann man entweder auf ihren Unterscheid, der durch die Subtraction gefunden wird, sehen, und sagen: Die 6 fl. sind um 4 fl. größer oder mehr als die 2 fl.; oder auch die 2 fl. sind um 4 fl. kleiner oder weniger als die 6 fl.: Oder man kann auf den Quotienten sehen, welcher durch die Division gefunden wird, und sagen: Die 6 fl. sind 3 mal so groß als die 2 fl.; oder auch die 2 fl. sind $\frac{1}{3}$ aus 6 fl. Wodurch zugleich angedeutet wird, mit wie viel oder wie viel mal die kleinere Größe zu vermehren sey, damit sie der größern gleich werde.

§. 298. Wenn eine solche Vergleichung zweyer Grössen angestellet wird, so nennet man die Relation oder Beziehung, welche sie gegen einander haben, **eine Verhältniß**, (ratio) und zwar, wenn man auf ihren Unterscheid durch die Subtraction siehet, eine **arithmetische Verhältniß**; wenn man aber auf den Quotienten durch die Division siehet, eine **geometrische Verhältniß**. Der Quotient selbst, welcher andeutet, wie viel mal eine Größe die andere in sich begreifet, heißt der **Name der Verhältniß**, oder der **Angeber** (nomen rationis oder **Exponent**).

§. 299. Es ist demnach gleich viel, ob man saget: Eine Zahl

von

von der andern subtrahiren, oder ihre arithmetische Verhältniß suchen. Also ist es auch gleich viel, ob man spricht: Eine Zahl in eine andere zu dividiren, oder ihre geometrische Verhältniß suchen. Derowegen ist alles dasjenige, welches oben in der Subtraction gelehret worden, auf die arithmetische; und dasjenige, welches in der Division gelehret worden, auf die geometrische Verhältniß zu ziehen.

§. 300. Also gehören zu einer Verhältniß allezeit 2 Größen oder Glieder, von welchen die erste, so gegen die andere gehalten wird, das Antecedens oder das **Vorhergehende**; die andere aber, das Consequens, oder das **Nachfolgende**, genennet wird. Und muß man in solcher Gegeneinanderhaltung und Vergleichung zugleich beobachten, ob das Vorhergehende die größere, und das Nachfolgende die kleinere Größe (wie z. E. wenn man 6 gegen 2 hält) in welchem Falle es ratio maioris inaequalitatis, oder **eine Verhältniß einer grössern Ungleichheit** genennet wird; oder aber, ob das Nachfolgende die größere (als z. E. wenn man 2 gegen 6 hält), da es alsdenn ratio minoris inaequalitatis, oder **eine Verhältniß einer kleinern Ungleichheit** benamet wird. Da hingegen wenn sie beyde gleich groß, heißt es ratio aequalitatis, oder **eine Verhältniß einer Gleichheit.**

§. 301. Weil nun eine Verhältniß in Betrachtung der Größe und Kleinheit eines Dinges, oder in dem mehr, weniger, und gleich bestehet, so ist klar, daß nur diejenigen Dinge eine Verhältniß gegen einander haben, welche zu vermehren und zu vermindern möglich sind; dergestalt, daß von ihnen gesaget werden möge, wenn man die kleinere mit so und so viel vermehret, daß sie der größern gleich (§. 297.), oder auch größer als dieselbe werde.

§. 302.

§. 302. Dannenhero müssen die 2 Größen, welche man gegen einander halten will, ihrem Wesen nach von einerley Art und Gattung seyn (wie hiervon oben im §. 202 etwas bereits berühret worden). Als: Zahlen können gegen Zahlen; Münzen gegen Münzen; Maaße gegen Maaße; Gewichte gegen Gewichte; Zeit gegen Zeit, ꝛc. gehalten werden: Hingegen haben z. E. 2 fl gegen 6 Ellen, 6 ℔ oder 6 Jahre keine Verhältniß zu einander, denn man mag die 2 fl mit so viel als man will vermehren, so können doch keine 6 oder mehr Ellen, ℔ oder Jahre daraus werden.

§. 303. Zwar wird unterweilen auch von ungleichen Dingen, wie z. E. von 2 fl. und 6 Ellen, ℔ oder Jahren gesaget, daß sie eine Verhältniß haben: Allein es geschiehet solches nur in dem Falle, wenn man auf die äußerliche Benennung, das ist (§. 36) auf die Dinge oder auf das Wesen der Sachen selbst, welche gezählet werden, als auf die Ellen, ℔ oder Jahre nicht zu sehen hat, und wird dannenhero solche Verhältniß nur ihren Zahlen nach, als bloß von 2 und 6, verstanden.

§. 304. Es geschiehet auch gar oft, daß zwey Dinge von gleicher Art selbst ihrem Wesen nach gegen einander zu halten vorkommen, und aber die Zahlen, durch welche ihre Größen angegeben werden, eine andere Verhältniß, als die Dinge selbst, gegen einander haben; welches sich denn ereignet, wenn die Zahlen nicht alle von gleich großen Einheiten sind. Z. E. Wenn eine Größe von 2 fl. gegen eine Größe von 17 ₰ oder 17 Dreyßigstel fl. zu halten gegeben werden, da ist zwischen den Zahlen 2 und 17 eine andere Verhältniß, als zwischen den Dingen selbst, nämlich einer Größe von 2 fl. das ist 60 ₰ oder 30tel fl. und einer Größe von 17 ₰ oder 30tel fl.

In

In solchem Falle ist nöthig zu beobachten, daß man die verlangte Verhältniß der Dinge nicht so fort aus den gegebenen Zahlen beurtheile, sondern dieselbe zuförderst zu einerley Art Einheiten, das ist unter gleiche Namen (wie beym gedachten Exempel die 2 fl. zu ℳ. oder 3otei fl; oder auch die 17 ℳ zu Theile eines fl.) bringe, und alsdenn aus solchen kommenden Zahlen (als z. E. 60 und 17, oder 2 und $\frac{17}{30}$) die verlangte Verhältniß suche.

§. 305. Jedoch ist allhier keinesweges die Meynung, daß man in diesem Falle beyde gegebenen Zahlen allezeit wirklich unter gleiche Namen bringen müsse, wie es nach der gemeinen Art immerfort zu geschehen pfleget. Vielmehr können diejenigen, welche mit Vortheil (wie hernach gezeiget werden soll) zu rechnen wissen, solchen Umschweif öfters ersparen, und ist genug, wenn man nur selbige Dinge unter gleichen Namen in den Gedanken beurtheilet. Als beym gegebenen Exempel, wenn 2 fl. gegen 17 ℳ gehalten werden, so kann man es in den Gedanken, als 60 ℳ gegen 17 ℳ, oder als 2 fl. gegen $\frac{17}{30}$ fl. ansehen, ohne daß man die 60 ℳ oder die $\frac{17}{30}$ wirklich hinschreiben dürfte.

§. 306. Im übrigen, wenn die gegebenen 2 Größen nur einmal von gleicher Gattung und gleicher Art Einheiten sind, oder doch (wie §. 305. gedacht) unter gleichen Einheiten betrachtet werden, so gilt es ferner gleich viel, was dieselben immerhin vor Namen haben z. E. die geometrische Verhältniß von 2 ℔ zu 6 ℔, von 2 ℳ zu 6 ℳ, von 2 ℛ zu 6 ℛ; oder auch von 2 Zehentel, u. s. w. ist eben so wohl, als von 2 fl. zu 6 fl. (§. 297.) die Zahl 3. Wie hiervon §. 202. bereits angemerket worden.

§. 307. Wenn in zweyen oder mehrern arithmetischen Verhältnissen der Unterscheid der Glieder, in geometrischen der Name der Verhältniß, nach der Ordnung wie sie auf einander folgen, einerley ist, so nennet man sie

ähnlich,

ähnlich, oder gleichförmig, und solche Gleichförmigkeit eine **Proportion.**

Z. E. Die Zahlen 2, 6, und 5, 9 haben eine arithmetische Proportion, indem die Differenz zwischen 2 und 6 gleich ist der Differenz zwischen 5 und 9, und schreibet man sie also 2, 6 ∴ 5, 9, oder 2 − 6 = 5 − 9. Die Zahlen aber 2, 6, und 4, 12 haben eine geometrische Proportion, denn wenn jedes Antecedens in sein Consequens, nämlich die 2 in 6, und die 4 in 12 dividiret wird, sind beyde Quotienten, das ist beyde Namen der Verhältnisse (§. 298.) einander gleich; oder auch umgekehrt, wenn man jedes Consequens in sein Antecedens, nämlich die 6 in 2, und die 12 in 4 dividiret, so kommet ebenfalls einerley, und wird dieselbe folgender gestalt beschrieben 2. 6 :: 4. 12 oder 2 : 6 = 4 : 12

§. 308. In beyden Fällen, nämlich so wohl bey einer arithmetischen als geometrischen Proportion, spricht man: **Wie sich verhält die erste Größe zu der andern, also die dritte zu der vierten.** Wodurch in dem ersten Falle verstanden wird: Um wieviel die erste Größe mehr als die andere, eben um so viel ist die dritte mehr als die vierte; oder (wenn jedes Antecedens kleiner als sein Consequens): Um wieviel die erste Größe weniger als die andere, eben um so viel ist die dritte weniger als die vierte. In dem andern Falle aber verstehet man: So vielmal als die erste Größe die andere in sich begreifet, eben so vielmal begreifet die dritte Größe die vierte in sich; oder: So vielmal als die erste Größe in der andern begriffen ist, eben so vielmal ist die dritte in der vierten begriffen.

§. 309. Folgends wenn in einer Proportion das 1ste Glied größer als das andere, so muß auch das 3te Glied

grös-

größer als das vierte seyn. So aber das erste kleiner als das andere, muß auch das dritte kleiner als das vierte seyn.

§. 310. Demnach ist obiges Exempel (§. 307) auch umgewandt proportionirt, als nämlich 6 — 2 = 9 — 5; item 6 : 2 = 12 : 4.

§. 311. So aber in einer Verhältniß das Antecedens (§. 300) und in der andern das Consequens die größere Größe ist, wie z. E. wenn man 6, 2, und 5, 9, oder 6, 2, und 4, 12, gegen einander hält, so saget man: Sie sind (nicht gleichförmig, sondern) **wiederkehrlich** proportionirt; indem sich die erste zu der andern, nicht nach der Ordnung wie die 3te zu der 4ten, sondern verkehrt, wie die 4te zu der 3ten verhält. Z. E. Im obigen Satze §. 285 könnet ihr sagen: Die Quotienten sind den Dividendis geometrisch proportional, denn je oftmal ein Dividendus größer als der andere ist, eben so viel mal muß der Quotient des größern Dividendi größer als der andere Quotient seyn. Hingegen in dem Satze §. 288 könnet ihr nicht sagen, daß die Quotienten den Divisoribus geometrisch proportional sind; denn je oftmal ein Divisor größer als der andere ist, eben so vielmal ist der Quotient des größern Divisoris desto kleiner als der andere Quotient; derowegen saget man in solchem Falle, sie sind **wiederkehrlich proportionirt**, und nennet man eine solche Proportion: **Proportionem reciprocam**, oder eine **wiederkehrliche Proportion.**

§. 312. Wenn man demnach eine solche wiederkehrliche Proportion umkehret, damit beyde Antecedentia entweder größer, oder beyde kleiner, als ihre Consequentia werden, so hat man dieselbe Proportion in gehöriger Ordnung (§. 309).

§. 313. Indessen siehet man hieraus, daß eine Proportion aufs mindeste 4 Glieder haben müsse, nämlich das erste Antecedens und sein Consequens, hernach das andere Antecedens und dessen Consequens. Wenn aber das andere Glied zugleich das dritte Glied abgiebt, wie z. E. in arithmetischer Proportion 2 – 6 = 6 – 10, und in geometrischer 2 : 6 = 6 : 18; so schreibet man es im ersten Falle also ∴ 2 . 6 . 10, und im andern Falle folgender gestalt ∷ 2 . 6 . 18. Eine dergleichen Proportion hat dem Schein nach zwar nur drey Glieder; in der That aber bestehet solche ebenfalls aus 4 Gliedern, indem das andere Glied (als die 6) zugleich auch die Stelle des dritten Gliedes vertritt. Und nennet man eine solche Proportion: **Proportionem continuam**, das ist **eine stete oder durchgängige Proportion**; das mittlere Glied aber vor sich (wie z. E. die 6) das **Medium proportionale**, oder die **Mittelproportionalgröße**, und zwar im ersten Falle, das **arithmetische**; im andern aber das **geometrische Medium.**

§. 314. Wenn eine Reihe Größen in einer durchgängigen Proportion (§. 313) fortgehen, wie z. E. in arithmetischer Proportion ∴ 2. 6. 10. 14. 18. 22. ꝛc. oder in geometrischer ∷ 2. 6. 18. 54. 162. ꝛc. so nennet man es eine **Progreßion**, und zwar im ersten Falle eine **arithmetische**, und im andern eine **geometrische** Progreßion.

§. 315. Es würde aber allzu weitläuftig fallen, wenn ich alles dasjenige, was bisher von der arithmetischen und geometrischen Ration und Proportion mit wenigen gleichsam nur berühret, nach ihren vielen sonderbaren und merkwürdigen Eigenschaften allhier umständlich ausführen und erklären sollte. Dannenhero werde ich vorjetzo nur von der geometrischen Ration und Proportion zu-

sammt

sammt etlicher Eigenschaften derselben, als welche fürnemlich zu gegenwärtigem Absehen dienen, Meldung thun; das übrige aber nach und nach ein jedes an seinem gehörigen Orte anführen. Nur dieses habe noch erinnern wollen, daß ich hinkünftig durch Verhältniß, Proportion und Medium proportionale, wo nicht dabey exprimiret wird, daß sie arithmetisch sind, allezeit geometrischer Art verstehen werde.

§. 316. In dem Euclide und sonst verschiedenen andern Büchern, ist man gewohnt, den Namen der Verhältniß (§. 298) mit demjenigen Quotienten zu benennen, welcher heraus kommt, so die größere Größe durch die kleinere dividiret wird; und damit man zugleich erkennen möge, ob es eine Verhältniß einer größern oder kleinern Ungleichheit (§. 300), das ist, ob das vorher- oder nachgehende Glied größer sey, so wird im letztern Falle das Wörtlein *sub* oder **unter** beygesetzet. Z. E. Der Name der Verhältniß von 6 zu 2 wird benennet Ratio tripla, oder 3fach. Hingegen von 2 zu 6 heißt es Ratio subtripla, oder unter 3fach. Einige Autores aber dividiren allezeit das Antecedens durch das Consequens, und benennen solchen Quotienten: **Exponens.**

§. 317. Ich erachte aber insonderheit zu gegenwärtigem Vorhaben, da wir vornemlich auf die Regel Detri zielen, es viel dienlicher zu seyn, daß man in einer Verhältniß allezeit das vorhergehende zur Linken, als Divisorem, das nachgehende aber als Dividendum betrachte, und nach dem aus solcher Division kommenden Quotienten den Namen der Verhältniß benenne. Im übrigen gilt es uns gleich viel, ob man solchen Quotienten, den **Namen der Verhältniß**, oder **Exponenten** heißen will. Solcher gestalt ist der Name der Verhältniß oder der Exponent von 2 zu 6 : 3fach; hingegen von 6 zu 2 : $\frac{1}{3}$ (§. 232) oder $\frac{1}{3}$fach.

§. 318. Weil nun jeder Dividendus gleich ist dem Facto aus dem Divisore und Quotienten (§. 208), so hat man demnach das Consequens allezeit als ein Factum anzusehen, dessen Factores sind sein Antecedens und der

Exponent. Dannenhero kann man aus einem gegebenen Antecedente und Exponenten durch die Multiplication dieser beyden mit einander, so fort das Consequens finden. Nicht minder folget auch, wenn man ein gegebenes Consequens durch den Exponenten dividiret, daß in dem Quotient sein Antecedens kommen muß (§. 284).

§. 319. Wenn man zwey gegebene Zahlen, jede besonders mit gleichen Zahlen multipliciret, oder in gleiche Zahlen dividiret, so verhalten sich im ersten Falle die zwey Producte, oder im andern Falle, die zwey Quotienten gegen einander, wie die gegebenen Zahlen. Und auf solche Weise behalten die kommenden Zahlen allezeit unverrückt ihre vorige Verhältniß.

Z. E. Wenn man die zwey Zahlen 2 und 6 mit 4 multipliciret, kommen die Producte: 8 und 24, und ist 8:24 = 2:6. Item, wenn man die 2 und 6 in 2 dividiret, kommen die Quotienten 1 und 3, da denn 1:3 = 3:6.

Beweis.

Die Größe oder der Name der Verhältniß zweyer Zahlen bestehet aus dem Quotient, welcher durch die Division kommt (§. 298). Indessen wenn man einen Divisorem und seinen Dividendum mit gleichen Zahlen multipliciret, oder in gleiche Zahlen dividiret, und die verlangte Division an den kommenden Zahlen verrichtet, muß eben derselbe Quotient kommen, welcher aus der Division der gegebenen Zahlen kommt (§. 293). Derowegen müssen die auf solche Weise kommende Producte oder Quotienten eben dieselbe Verhältniß zu einander, als die gegebenen Zahlen selbsten haben.

§. 320. Wenn von zweyen Zahlen einer Verhältniß gesaget wird: **Dieselbe zu größern**; so verstehe ich,

daß

daß man an statt dieser zweyen Glieder andere setzen solle, welche eben die vorige Verhältniß zu einander haben, und mit größern, jedoch aber ganzen Zahlen geschrieben werden, welches denn geschiehet, wenn man jene beyde mit gleichen Zahlen multipliciret (§. 319), und zwar mit einem solchen Multiplicatore, welcher in beyden Producten ganze Zahlen bringet.

Z. E. Wenn man die Glieder der Verhältniß von 2 und 6 mit 5 größert, kommen 10 und 30, und ist 2:6 = 10:30.

§. 321. Also auch wenn von zweyen Zahlen einer Verhältniß gesaget wird: **Dieselbe zu kleinern** (oder nach gemeiner Redensart, **aufzuheben**); so verstehe ich, daß man an statt dieser, andere zwey Zahlen setzen solle, die gleichfalls die vorige Verhältniß gegen einander haben, und mit kleinern, jedoch aber ganzen Zahlen geschrieben werden. Dieses geschiehet, wenn man jene beyde in gleiche Zahlen (§. 319), und zwar in ihr gemeines Maaß (§. 252) dividiret, daß also die Quotienten in ganzen Zahlen kommen.

Z. E. Wenn man die Glieder der Verhältniß von 8 und 24, in ihre gemeine Maaße 2, 4 oder 8 kleinert, kommen 4 und 12, oder 2 und 6, oder 1 und 3, und ist 8:24 = 4:12 = 2:6 = 1:3.

§. 322. Weil nun die Verhältniß zweyer Zahlen, welche kein gemeines Maaß haben, oder primi inter se sind (§. 253), in keinen kleinern ganzen Zahlen, wie nächst vorhin erwehnet, fürgestellet werden kann, so nennet man solche 2 Zahlen **die kleinesten in ihrer Verhältniß.**

Z. E. Die Verhältniß von 8 zu 15, oder 4 zu 21 kann unmöglich durch kleinere ganze Zahlen angegeben werden, weil 8 mit 15, oder 4 mit 21 kein gemeines Maaß haben. Derowegen sind solche Zahlen die kleinsten in ihrer Verhältniß.

§. 323. Wenn demnach die zwey gegebenen Zahlen einer Verhältniß verschiedene gemeine Maaße haben, so kommen solche Zahlen immerfort desto kleiner heraus, je größer das gemeine Maaß ist, durch welches sie gekleinert werden (§. 289). Dannenhero muß man sie entweder auf einmal, durch ihr größestes gemeines Maaß, oder doch nach und nach so lange, als möglich, kleinern, wenn man die kleinesten Zahlen in derselben Verhältniß haben will (§. 322).

§. 324. Es dienet solches größern (§. 320) und kleinern (§. 321) nicht nur in der Division (wie §. 294 in etwas berühret worden), sondern auch zum Grunde, und öfters zu sonderbarem Vortheile vieler anderweitigen Rechnungen, wenn nämlich etwas zu berechnen vorkommt, welches sich auf eine Verhältniß etlicher gegebenen Zahlen gründet, da man denn durch das Grössern öfters bequemere Zahlen, und durch das Kleinern, desto kleinere Zahlen, in eben derselben Verhältniß haben, und in solchen bequemern oder kleinern Zahlen, die verlangte Ausrechnung anstellen kann. Wie man aber wissen könne, ob die Zahlen ein gemeines Maaß zum Kleinern haben, und welche sie sind, dieses soll unten an seinem Orte gezeiget werden.

§. 325. Wenn zwey Verhältnisse einer dritten gleich sind, so sind sie einander selber gleich.

Z. E. 2:4=6:12, und 2:4=5:10; dannenhero ist auch 6:12=5:10.

§. 326. Wenn 4 Größen proportionirt sind, so verhält sich auch wechselsweise die 1ste Größe zu der 3ten, wie die 2te zu der 4ten.

Z. E. In der Proportion 2:6=4:12, ist auch 2:4=6:12.

Beweis.

Das 2te Glied erwächset, wenn man das 1ste Glied mit

mit dem Exponenten multipliciret; das 4te aber, wenn man das 3te Glied mit eben demselben Exponenten multipliciret (§. 317). Demnach ist das 2te und 4te Glied nichts anders als zwey Producte, die aus 2 verschiedenen Zahlen, nämlich dem ersten und dritten Gliede, jedoch aber durch gleiche Multiplicatores, nämlich durch die Multiplication mit dem Exponenten entstehen. Indessen müssen solchergestalt die 2 Producte eben dieselbe Verhältniß haben, welche die 2 multiplicirten Zahlen zu einander haben (§. 319): Derowegen verhält sich in einer Proportion das 2te zum 4ten, wie das 1ste zum 3ten.

§. 327. Dannenhero wenn das 1ste Glied größer, kleiner, oder gleich ist dem 3ten, so muß das 2te ebenfalls größer, kleiner, oder gleich seyn dem 4ten (§. 309).

§. 328. Wenn 4 Größen proportioniret sind, muß das Product des 1sten Gliedes mit dem 4ten multipliciret, gleich seyn dem Product des 2ten Gliedes mit dem 3ten multipliciret.

Z. E. In der Proportion 2 : 6 = 4 : 12, ist das Product aus 2 mal 12, gleich dem Product aus 6 mal 4.

Beweis.

Das 2te Glied ist ein Factum aus dem Exponenten mit dem 1sten Gliede; und das 4te ein Factum aus eben demselben Exponenten mit dem 3ten Gliede multipliciret (§. 317). Wenn demnach das 2te Glied mit dem 3ten multipliciret wird, entstehet ein Factum, dessen Factores sind der Exponent und das 1ste Glied (wie gedacht), auch das dritte Glied. Also auch wenn man das 4te Glied mit dem ersten multipliciret, erwächset ein Factum, dessen Factores sind, der vorige Expo-

nent und das 3te Glied, auch das 1ste Glied. Derowegen müssen solche Facta nothwendig einander gleich seyn (§. 163).

Oder es kann dieser Satz daher erwiesen werden. Denn in einer Proportion verhält sich das erste Glied zu dem andern, wie das 3te zum 4ten (§. 307). Folgends ist das größere Glied in der ersten Verhältniß eben so vielmal größer weder sein kleiner Glied, als oftmal das kleinere Glied in der andern Verhältniß kleiner weder sein größer Glied ist. Dannenhero wenn man das größere Glied aus der ersten Verhältniß mit dem kleinern aus der andern multipliciret, muß nothwendig eben dasselbe Product entstehen, als wenn man das kleinere Glied aus jener mit dem größern aus dieser multipliciret (§. 279).

§. 329. Eben aus diesem Beweise folget auch, wenn von 4 Zahlen das Product der beyden mittelsten Glieder gleich ist, dem Product der beyden äußersten, so müssen solche 4 Zahlen proportioniret seyn, weil anderergestalt solche zwey Producte unmöglich einander gleich seyn können (§. 280).

§. 330. Wenn demnach eine Proportion aus 3 Gliedern bestehet, also, daß das andere Glied zugleich die Stelle des 3ten Gliedes vertritt (§. 313), so ist das Product aus dem 1sten Gliede mit dem 3ten multipliciret, gleich dem Quadrat (§. 181) des mittlern Gliedes (§. 328). Hinwiederum wenn das Product der beyden äußersten Glieder gleich ist dem Quadrat des mittlern Gliedes, so müssen solche 3 Zahlen eine durchgängige **Proportion** haben (§. 329).

Die

Die 19. Aufgabe.

§. 331. Zu drey gegebenen Zahlen die vierte Proportionalzahl zu finden. Das ist, wenn zu einer gegebenen Verhältniß, so in zwey Gliedern bestehet (§. 300), noch eine Größe von einer ähnlichen Verhältniß (§. 307) gegeben wird, und man verlanget zu dieser das darzu gehörige andere Glied auszufinden.

I. Schreibet die gegebenen drey Glieder ordentlich, wie sonst eine Proportion zu schreiben gelehret worden (§. 307 und 308), von der Linken zur Rechten neben einander, damit es heiße: **Wie sich verhält das erste Glied zum andern, also das dritte zu dem gesuchten vierten.**

II. Multipliciret das 2te und 3te Glied mit einander, und dividiret

III. Das kommende Product in das 1ste Glied, so kommet das verlangte 4te Glied.

Z.E. N°. 1. Es sey bekannt gegeben die Verhältniß 2 zu 6, und man verlanget in einer ähnlichen Verhältniß, zu der gegebenen kleineren Größe 4, ihre größere zu finden, so setzet es folgendergestalt:

2 : 6 = 4 : —

Damit es heiße: Wie sich verhält die kleinere Größe 2 zu ihrer größeren 6, in der gegebenen Verhältniß, also verhält sich in der ähnlichen Verhältniß die kleinere Größe 4 zu ihrer gesuchten größeren. Hierauf multipliciret die 6 mit 4, und dividiret die kommenden 24 in 2, kommt die verlangte 4te Proportionalzahl 12.

N°. 2. Wäre aber zu der gegebenen Verhältniß von 2 zu 6, die größere Größe 12 von einer ähnlichen

Verhältniß bekannt gegeben, und man verlanget zu dieser ihre kleinere zu finden, so müsset ihr es folgendergestalt aufsetzen:

6 : 2 = 12 : —

Damit es abermal ordentlich (wie §. 308 erkläret) heiße: Wie sich verhält das erste größere Glied 6 zu seinem kleinern 2, also verhält sich auch das andere größere Glied 12, zu seinem kleinern so gesuchet wird. Ferner procediret wie vorhin, nämlich multipliciret 12 mit 2, und dividiret die kommenden 24 in 6, so kommet die begehrte 4te Proportionalzahl 4.

Beweis.

Wenn die Glieder beschriebener maßen aufgesetzet werden, sind sie sammt dem gesuchten 4ten Gliede ordentlich proportioniret (§. 308). Demnach muß das Product aus dem 2ten und 3ten Gliede gleich seyn dem Producte aus dem 1sten und 4ten Gliede, welches gesuchet wird (§. 328). Folglich, wenn man solches Product durch das 1ste Glied dividiret, so muß nothwendig das verlangte 4te Glied herauskommen (§. 267).

§. 332. Wer den Grund von dieser Sache verstehet, der kann, nachdem er die gegebenen drey Zahlen beschriebener maßen (§. 331) recht aufgesetzet, die gesuchte 4te Proportionalzahl noch auf zweyerley andere Art finden, nämlich

I. Wenn man das 2te Glied durch das erste dividiret und den Quotienten mit dem 3ten Gliede multipliciret. Als im gedachten Exempel N°. 1,

2 : 6 = 4 : —

Dividiret 6 in 2, kommen 3, diese multipliciret mit 4, komint die gesuchte Zahl 12.

Item

Item in dem erwehnten Exempel N°. 2,

6 : 2 = 12 : —

Dividiret 2 in 6, kommen im Quoto (§. 231) $\frac{2}{6}$ oder $\frac{1}{3}$, dieses multipliciret mit 12, kommt die gesuchte Antwort 4, wie solches hernach bey den Brüchen gezeiget werden soll.

II. Wenn man das 3te Glied durch das 1ste dividiret, und den Quotienten mit dem 2ten Gliede multipliciret. Als in mehr erwehntem Exempel N°. 1,

2 : 6 = 4 : —

Dividiret 4 in 2, kommen 2, diese multipliciret mit 6, kommt die verlangte Zahl 12.

Item in dem Exempel N°. 2,

6 : 2 = 12 : —

Dividiret 12 in 6 kommen 2, diese multipliciret mit 2, kommen die begehrte 4.

Beweis
der nächstgedachten 1sten Art:

Wenn das zweyte Glied als Consequens durch sein Antecedens, das ist durch das 1ste Glied dividiret wird, so kommet der Name der gegebenen Verhältniß oder der Exponent (§. 317). Wenn man nun mit solchem Exponenten das andere Antecedens von einer ähnlichen Verhältniß, das ist das 3te Glied multipliciret, so muß allerdings sein Consequens, nämlich das gesuchte 4te Glied herauskommen (§. 318).

Beweis
der gedachten 2ten Art:

In dieser wird auf die verwechselte Verhältniß (§. 326), welche das 1ste Glied zum 3ten Gliede hat, gesehen. Im übrigen ist der Beweis dieses Processes

ganz

ganz gleich dem vorigen. Denn durch die Division des 3ten Gliedes in das 1ste, erlanget man den Namen der gegebenen Verhältniß des 1sten Gliedes zum 3ten Gliede. Nun soll das 2te Glied zu dem gesuchten 4ten ebenfalls diese Verhältniß haben (ibid.): Derowegen muß solches 4te Glied herauskommen, wenn man den gedachten Namen der Verhältniß und das 2te Glied mit einander multipliciret (§. 318).

§. 333. Man kann auch die Beweise dieser zweyerley Arten (§. 332) aus der gegebenen Hauptart (§. 331) herleiten. Denn wenn man alle diese 3 Arten gegen einander hält und betrachtet, so wird man wahrnehmen, daß nach allen dreyen Arten, immer das 1ste Glied der Divisor, und die übrigen zwey gegebenen Glieder die Factores zu der Multiplication sind. Nur allein mit dem Unterscheide, daß in der Hauptart erstlich die Multiplication an den erwehnten Factoribus, und hernach die Division an dem entstehenden Product geschiehet; Da hingegen nach den andern Arten, einer der gedachten Factorum in das 1ste Glied dividiret, und der Quotient hernach mit dem andern Factore multipliciret wird. Wenn nun die Richtigkeit der Hauptart (ibid.) erwiesen worden, so ist aus dieser ferner nach Anzeigung §. 278. klar, daß man auch nach den andern beyden Arten verfahren möge. Gleichergestalt wenn eine von diesen beyden Arten (§. 332) erwiesen worden, so erhellet daraus ferner so wohl die Richtigkeit der andern (nach Lehre §. 291), als auch der Hauptart (nach Anweisung §. 290).

§. 334. Da nun solchergestalt in einer Rechnung, in welcher zu multipliciren und dividiren ist, allezeit einerley Antwort herauskommt, man möge erstlich multipliciren,

ren, und das Product hernach durch den Divisorem dividiren; oder aber erstlich einen von den Factoribus dividiren, und den Quotienten hernach mit dem andern Factore multipliciren: So ist leicht zu erachten, daß man der Kürze halben diese Manier billig jener vorziehen solle, weil in dieser die Ausrechnung mit kleinern Zahlen geschiehet, als in jener.

§. 335. Allein wenn die Division bey den Factoribus nicht gerade aufgehet, und also die nachgehende Multiplication mit gebrochenen Zahlen geschehen müßte (wie oben §. 332 in der ersten Art bey dem Exempel N°. 2. zu ersehen), so verfährt man lieber nach jener Manier, nämlich erstlich die Multiplication und hernach die Division anzustellen.

Zu desto mehrerer Erläuterung will ich allhier ein besonderes Exempel geben, als folget:

Es sey in einer Proportion gegeben 5 zu 49, wie 38 zu einer gesuchten Zahl. Wenn man in solchem Falle (nach der 1ten Art ibid.) erstlich die 49 in 5 dividiren sollte, so würde man hernach die 38 mit $9\frac{4}{5}$ zu multipliciren haben. Also auch, wenn man (nach der 2ten Art ibid.) die 38. erstlich in 5 dividiren sollte, würden hernach die 49 mit $7\frac{3}{5}$ zu multiplicieen seyn. Um nun die Berechnung in Brüchen zu vermeiden, so multipliciret man viel lieber nach der Hauptart (§. 331) erstlich die 49 mit 38, und dividiret die kommenden 1862 in 5.

§. 336. Weil nun in dergleichen Aufgaben die Division eines Factoris mehrentheils nicht gerade aufgehet, und daferne dieselbe schon aufgehen kann, es öfters doch nicht so fort zu voraus zu sehen, und zu erkennen ist; so hat man insgemein die gedachte Art §. 331, durch welche die Berechnung in Brüchen am sichersten vermieden wird, vor eine allgemeine Regel und Hauptart angenommen. Wobey wir es auch, in so weit, wenn man

nicht

nicht im ersten Ansehen so fort merket, daß die Division eines Factoris gerade aufgehen kann (in welchem Falle die andern Arten aus §. 332 allerdings besser als diese sind) allhier in der gemeinen Rechnungsart, ehe wir an die Practicam kommen, bewendet seyn lassen.

Von der Regel Detri.

§. 337.

Diejenige Regel, durch welche zu dreyen gegebenen Größen die 4te Proportionalgröße gefunden wird, von welcher vorher von §. 331 bis hierher Meldung geschehen, nennet man insgemein die **Regel Detri**; (oder de tribus numeris, das ist von dreyen Zahlen). Theils aber heißen sie: Regulam Proportionum, indem dieselbe sich auf die Proportion gründet. Noch andere legen ihr, in Ansehung ihres großen Nutzens, so wohl in dem gemeinen Leben, als in allen Wissenschaften, den Namen Regulae aureae oder der **güldenen Regel** bey. Die 4te Proportionalzahl aber wird nach gemeinem Gebrauch das **Facit** genannt, wie denn überhaupt die Antworten aller Rechnungsaufgaben, die **Facite** genennet zu werden pflegen.

§. 338. Und solchergestalt verstehet man insgemein durch die Regel Detri eben denjenigen Proceß, welcher oben im §. 331. angewiesen worden, als welcher eigentlich die allgemeine Hauptregel ist (§. 336).

§. 339. Indessen ist hieraus offenbar, daß die Regel Detri nirgend angebracht werden kann, es sey denn, wo man aus der Beschaffenheit der Sachen vorher versichert ist, daß unter ihnen eine geometrische Proportion anzutreffen. Wie z. E. im gemeinen Handel der Werth der Waare, so lange man nicht einen andern

Preis

Preis bedungen, jederzeit proportional ist ihrer (nämlich der Waaren) Größe. Denn wenn man 2 mal so viel Waaren nimmt, zahlet man doppelt. Nimmt man 3 mal so viel Waaren, so zahlet man 3 fach. Dahero kann man aus dem gegebenen Werth von einer gewissen Größe einer Waare, den Werth einer andern gegebenen Größe von eben dieser Waare, oder auch die Größe derselben Waare, von einem andern gegebenen Werthe finden.

Z. E. N°. 1. Wenn 6 Ellen gewisser Waare kosten 8 fl, wieviel kosten nach diesem Preis 15 dergleichen Ellen von solcher Waare? Hier ist klar, weil das Ellen-Maaß gleich, und auch der Preis gleich seyn soll, daß man vor die 15 Ellen so vielmal 8 fl, als den Werth von 6 Ellen zahlen müsse, als oft die 6 Ellen in der Größe von 15 Ellen enthalten sind. Folgends ist man versichert, daß wie vielmal 6 Ellen in 15 Ellen enthalten sind, eben so vielmal die 8 fl in dem gesuchten Werthe von 15 Ellen enthalten seyn müssen, das ist (§. 307): Wie sich verhält 6 Ellen zu 15 Ellen, also müssen sich 8 fl zu dem gesuchten Facit verhalten. Derowegen kann solches Facit durch die Regel Detri gesucht, und wie folget gefunden werden:

Ellen 6 : 15 Ellen = 8 fl : Facit fl.

120

Fac. 20 fl. Nämlich multipliciret 15 mit 8 und dividiret das Product 120 in 6, so kommen 20 fl. die 4te Proportionalzahl, oder der Werth von 15 Ellen.

N°. 2. So die Aufgabe also ist: Wenn man für 8 fl. bekommt 6 Ellen von einer gewissen Waare; wieviel Ellen muß man von solcher Waare vor 20

der-

dergleichen fl. bekommen? Hier ist abermal klar, daß wie viel mal der Werth von 6 Ellen, nämlich die 8 fl., in dem Werthe der gesuchten Ellen, nämlich in den 20 fl., enthalten sind, eben so viel mal müssen die 6 Ellen in den gesuchten Ellen enthalten seyn. Demnach kann man solche verlangte Ellen durch die Regel Detri suchen, und folgender gestalt finden.

fl. 8 : 20 fl. = 6 Ell. : Facit Ellen

120

Facit 15 Ellen, nämlich multipliciret 20 mit 6, und dividiret das Product in 8, so kommen 15 Ellen, die 4te Proportionalzahl, oder die gesuchten Ellen von 20 fl.

§. 340. Gleiche Bewandniß hat es mit dem Wechsel und Tausch einer Münze gegen eine andere, oder auch einer Waare gegen eine andere, indem dieses alles nicht anders, als ein Waarenhandel anzusehen ist, immaßen es gleich viel ist, ob man eine Münze, oder eine andere Sache, für eine Münze, oder auch für eine andere Sache, verkaufet, verwechselt oder vertauschet; und ist in allewege doch die Größe der Dinge, die man empfängt, der andern Größe der Dinge, welche man giebt, (wie §. 339 erkläret) proportional. Derowegen können folgende Aufgaben nach der Regel Detri aufgelöset werden.

Z. E. N°. 1. Wenn man vor 100 Thl. Polnisch giebt 103 Thl. Brandenburgisch, und wird gefragt, wie viel Thl. Brandenburgisch demnach vor 2475 Thl. Pol. zu zahlen sind? Dieses findet man nach der Regel Detri also:

Thl. Pol. Thl. Pol. Thl. Brandb.

100 : 2475 = 103 : Fac. Thl. Brandb.

7425

Fac. 2549|25 (oder $\frac{1}{4}$) Thl. Brandb.

100

Allhier

Allhier sind die 2475 mit 103 nach Art §. 174 multiplicirer, und das Product 254925 in 100 nach Anzeigung §. 235 dividiret worden.

N°. 2. Wenn man vor 10 Ellen gewisser Waare bekommt im Tausch 25 ℔ anderer Waare; wie viel dergleichen ℔ dieser Waare bekommt man demnach vor 32 dergleichen Ellen von jener? Dieses ist gleichfalls durch die Regel Detri zu finden. Also:

Ell. 10 : 32 Ell. = 25 ℔ : Fac. ℔.

das Fac. aber ist ℔ 80

§. 341. Eben also proportioniret sich die Interesse oder der Zins von einem ausgeliehenen Capital, so lange der Preis nicht anders bedungen wird, nach ihrer (der Capitalien) Größe, wenn sie gleiche Zeit ausgestanden; oder auch nach der Größe der Zeiten, in welchen sie ausgestanden, wenn die Capitalien gleich sind. Denn wenn man 2 oder 3 mal so viel, als ein ander Capital, jedoch aber mit diesem auf gleiche Zeit ausleihet; oder auch wenn ein Capital 2 oder 3 mal so lange als ein ander gleich großes Capital ausgestanden, so muß in allewege auch die Belohnung oder Interesse 2 oder 3fältig seyn. Dannenhero kann man aus dem bekannt gegebenen Zins eines gewissen Capitals, den Zins eines andern Capitals; oder auch das Capital eines andern Zinses, im Falle beyde Capitalien gleiche Zeit ausgestanden; ingleichen aus dem bekannt gegebenen Zins einer gewissen Zeit, den Zins von einer andern Zeit, oder auch die Größe der Zeit, welche zu einem andern Zinse erfordert wird, im Falle beyde ausgeliehene Capitalien gleich groß sind, durch die Regel Detri, wie aus nachfolgenden Exempeln zu ersehen, suchen und finden.

Z. E. N°. 1. Wenn man von 100 fl. Capital des Jahrs, oder sonst auf eine gewisse Zeit, 6 fl. Zins bedungen; wie viel Zins kommt nach solchem Preis und in eben solcher Zeit von

650 fl. Capital? Hier heißt es: Wie sich verhält 100 fl. Capital zu dem Capital 650 fl. also muß sich der Zins von jenem Capital, nämlich die 6 fl. zu dem gesuchten Zins von 650 fl. Capital verhalten. Demnach stehet solches nach der Regel Detri also:

fl. Cap. 100 : 650 fl. Cap. = 6 fl. Zins : Fac. fl. Zins.

das Fac. aber ist fl. 39|00 Zins.

N°. 2. So die Aufgabe also ist: Wenn zu 6 fl. Zins ein Capital von 100 fl. auf eine gewisse Zeit erfordert wird, wie groß müsse nach solchem Preis dasjenige Capital seyn, welches in eben derselben Zeit fl. 39 Zins verdienen möge? Hier heißt es abermal: Wie sich verhält 6 fl. Zins zu dem Zins 39 fl. also muß sich das Capital von jenem Zins, nämlich die 100 fl. zu dem gesuchten Capital von 39 fl. Zins verhalten. Derowegen stehet es berechnet durch die Regel Detri als folget:

fl. Zins		fl. Zins		fl. Cap.		
6	:	39..	=	100	:	Fac. fl. Cap.

das Fac. aber ist 650 fl. Cap.

N°. 3. Wenn von einem gewissen Capital des Jahrs 6 fl. vor Zins bedungen worden; wie viel Zins trägt nach solchem Preis dieses oder ein gleich großes Capital in 8 Jahren? Hier liegt die Proportion vor Augen, nämlich: Wie sich verhält die Zeit von 1 Jahr zu der Zeit von 8 Jahren, also muß sich verhalten der Zins eines Jahres, nämlich die 6 fl. zu dem gesuchten Zins einer 8 jährigen Zeit. Folglich wird dasselbe Facit durch die Regel Detri gefunden, also:

Jahr 1 : 8 Jahre = 6 fl. Zins : Fac. fl. Zins.

das Fac. aber ist 48 fl. Zins.

Denn weil im 1sten Gliede 1 stehet, das nicht dividiren kann (§. 264), so bleiben die 48 fl. das Facit.

N°. 4. So die Aufgabe also ist: Wenn mit einem gewissen Capital in einem Jahre 6 fl. Zins verdienet werden, wie lange muß nach diesem Preise ein solches Capital ausstehen, damit es 48 fl trage? Hier lieget ebenfalls die Proportion vor Augen, nämlich: Wie sich verhält 6 fl. Zins zu 48 fl. Zins,

also muß sich verhalten die Zeit von jenem Zins, nämlich 1 Jahr, zu der gesuchten Zeit, welche 48 fl. Zins trägt. Mithin findet sich dieses Facit durch die Regel Detri, als folget:

fl. Zins 6 : 48 fl. Zins = 1 Jahr : Fac. Jahre.

das Fac. aber ist 8 Jahre.

Denn weil das dritte Glied 1 ist, das nicht multipliciren kann (ibid.), so werden die 48 nur in 6 dividiret.

§. 342. Gleiche Bewandniß hat es mit dem Zins oder Lohn eines vermietheten Hauses, Guthes, Arbeiters, oder sonst einer andern Sache; immaßen es gleich viel ist, ob ich mein Geld, oder sonst meine Sachen, oder auch mich selbst auf eine bedungene gewisse Zeit, vor eine gewisse Belohnung, zu des andern Dienste gebe, so ist doch in allewege die Belohnung proportional der Größe oder Vielheit der vermietheten Dinge, wenn die Zeiten gleich; oder auch der Größe der Zeiten, wenn die vermietheten Dinge gleich groß, oder solcher gleich viel sind. Dannenhero können die nachfolgenden Exempel durch die Regel Detri solviret werden.

Z. E. N°. 1. Wenn man ein Haus, Hof, oder sonst eine Sache, oder auch sich selbst zu eines andern Dienste auf 6 Monath vor 34 fl. Zins, oder Lohn vermiethet; wie viel kommt nach solchem Bedinge vor eine Zeit von 9 Monath? Also:

Monath 6 : 9 Monath = 34 fl. Lohn : Facit fl.

306

Fac. 51 fl. Lohn.

N°. 2. So die Aufgabe also ist: Wenn vor ein vermiethetes Ding auf eine Zeit von 6 Monath 34 fl. bedungen werden; wie lange Zeit müsse solches vermiethete Ding zu des Miethers Dienste stehen, wenn der Lohn 51 dergleichen fl. seyn sollte: Also:

fl. Lohn fl. Lohn Monath

34 : 51 = 6 : Facit Monath.

Fac. 9 306

Monath Rest 0

N°. 3. Einer bedinget 24 Arbeiter oder Diener solchergestalt, daß er ihnen insgesammt wöchentlich 60 fl. zahlen soll, schaffet aber hernach ihrer 10 ab; wieviel hat er den übrigen 14 nach vorigem Bedinge wöchentlich zu zahlen? Also:

Mann Mann fl. Lohn
24 : 14 = 60 : Facit fl. Lohn

Fac. 35 fl. 840
Lohn 12.
0

N°. 4. So die Aufgabe also ist: Wenn mit 60 fl. 24 Knechte bedungen werden; wie viel Knechte können nach solchem Bedinge vor 35 fl. Lohn gehalten werden? Also:

fl. 60 : 35 fl. = 24 Knechte : Facit Knechte
840
Fac. 14 Knechte.

§. 343. Bisweilen werden auch Arbeiter nicht nach einer gewissen Zeit, sondern nach der Größe der zu verrichten seyenden Arbeit bedungen, alsdenn verhält sich der Lohn, wie die Größe der verrichteten Arbeit.

Z. E. N°. 1. Ein Feldherr bedinget bey einem Schneider wegen einer Montur von 10000 Mann, daß ihm vor jede Compagnie von 125 Mann, 472 fl. Schneiderlohn bezahlet werden soll: Wie viel ist demnach in Summa die Zahlung? Also:

Mann 125 : 10000 Mann = fl. 472 .... : Fac. fl.
97 ....
95 ...
75 ..
Fac. 37760 fl.
000

N°. 2. So die Aufgabe also ist: Wenn vor 472 fl. 125 Kleider zu verfertigen bedungen werden; wie viel Kleider sind nach diesem Accord vor 37760 dergleichen fl. zu verfertigen? Also: fl 472 : 37760 fl. = 125 Kleid. : Fac. Kleid.

Fac. 10000 4720000
Kleid. 00 ....

§. 344.

§. 344. Nicht minder proportioniret sich die Größe der verrichteten Arbeit, nach der Anzahl der Arbeiter, wenn einer so viel arbeitet als der andere; oder auch nach der Zeit in welcher die Arbeit vollbracht wird, wenn man in einer Stunde so viel arbeitet, als wie in der andern. Demnach können nachfolgende Exempel nach der Regel Detri betrachtet werden.

Z. E. N°. 1. Es offeriren sich 6 Schuster, in gewisser Zeit 500 paar Schuhe fertig zu liefern, wieviel paar Schuhe können demnach 21 Schuster (wenn sie alle gleich arbeiten) in solcher Zeit verfertigen? Also:

Schust. Schust. paar Schuhe
6 : 21 = 500 : Facit paar Schuhe.

10500

Fac. 1750 paar Schuhe.

N°. 2. So aber die Aufgabe also ist: Wenn 6 Schuster 500 paar Schuhe verfertigen; wieviel Schuster werden demnach erfordert zu 1750 paar Schuhen, wenn sie alle gleich arbeiten, und in eben solcher gewissen Zeit damit fertig seyn sollen? Also:

paar Schuhe paar Schuhe Schust.
500 : 1750 = 6 : Facit Schust.

10500

Fac. 21 Schuster.

N°. 3. Einer copiret ein Buch, und schreibet in 3 Stunden 4 Bogen: Wie viel Bogen schreibet er demnach (wenn er in allen Stunden gleichviel schreibet) in 42 Stunden? Also:

St. 3 : 42 St. = 4 Bog. : Fac. Bog.

168

Fac. 56 Bogen.

N°. 4. So aber die Aufgabe also ist: Wenn einer in 3 Stunden 4 Bogen abschreibet; in wie viel Stunden wird er (so er in jeder Stunde gleichviel schreibet) 56 Bogen abschreiben? Also:

Bogen 4 : 56 Bogen = 3 Stunden : Facit Stunden.

168

Fac. 42 Stunden

§. 345. Alles was in der Welt anzutreffen, hat seinen Schranken, und läßt sich dannenhero mit andern Dingen von seiner Art vergleichen, und folgends als etwas, so vermehret oder vermindert werden kann, das ist, als eine Größe (§. 30) betrachten. Derowegen ist alles dasjenige, was von der Ration und Proportion gesaget wird, auf alle endliche Dinge zu appliciren (§. 301). In solcher Absicht benennet ein gewisser Mathematicus die Proportion eine Seele nicht nur der ganzen Mathesis, sondern bey nahe aller Dinge in der Welt, und sonderlich alles menschlichen Thun und Lassens. Demnach ist leicht zu erachten, daß es fast unmöglich, oder doch nicht eines Mannes Arbeit sey, alle Dinge anzuführen, dabey die Regel Detri angebracht werden kann. Es wird aber hoffentlich aus den vorhin fürgestellten Exempeln und derer umständlichen Erklärungen zur Genüge zu ersehen seyn, wie man jede Rechnungsaufgabe betrachten, und ob unter den angegebenen Sachen, eine Proportion sey, zu voraus beurtheilen müsse, ehe man die Regel Detri anbringen kann (§. 339).

§. 346. Damit ich aber auch das Gegentheil zeige, so will noch einige andere Exempel fürstellen, welche zwar das Ansehen haben, als sollten sie nach der Regel Detri aufzulösen seyn, (wie den einige Autores selbst, die ich Ehrenhalber verschweigen wollen, in ihren ausgegebenen Schriften, wo nicht aus Unwissenheit, jedoch nicht ohne Uebereilung dergleichen Exempel wirklich durch diese Regel berechnet, und auf solche Art die wahre Antwort heraus gebracht zu haben, vermeynet); da doch dieselben Exempel in der That gar nicht zu dieser Regel gehören, wie aus folgenden zu ersehen.

Z. E. N°. 1. Einer gräbt einen Brunnen in Zeit von 4 Stunden 3 Fuß tief in die Erde. Die Frage ist: In wie viel Stunden er demnach 100 Fuß tief graben wird? Hier sind 3 Zahlen gegeben, die 4te soll man finden. Folgends hat es den Schein, als sollte es wie die vorigen Exempel durch die Regel Detri aufgelöset werden können. Allein, wenn man bedenket, daß diese Arbeit, je tiefer man hinunter kommet, desto langsamer von statten gehet, indem die Erde immerfort desto höher aus der Tiefe

zu

zu bringen ist, und also immer mehrere Zeit erfordert; so erhellet klar, daß die Tiefe der ausgegrabenen Füsse, der Zeit, in welcher solche Arbeit verrichtet wird, keinesweges proportional ist. Derowegen kann man dieses Exempel nicht durch die Regel Detri auflösen (§. 339).

N°. 2. Es ist ein Gefäße mit Wasser angefüllt, unten an dem Boden ist ein kleines Löchlein, dadurch es heraus laufen kann. Man hat befunden, daß in 2 Minuten 3 Stofen heraus gelaufen. Nun wird gefragt: In wie viel Zeit 100 Stofen auslaufen werden? Hier sind abermal 3 Zahlen gegeben, und die 4te wird gesuchet. Allein, es ist so wohl aus der Natur als auch aus der Erfahrung bekannt, daß das Wasser anfangs geschwinde, hernach immer langsamer laufet, folglich ist die Zahl der heraus gelaufenen Stofen, der Zeit, in welcher sie heraus gelaufen, nicht proportional. Demnach läßt sich auch dieses Exempel nicht durch die Regel Detri solviren.

N°. 3. Wenn ein Mühlstein, den man sonst durch probiren (z. E.) befunden, daß er in einer Secunde 20 Schuhe gefallen, sollte aus einer Wolke, welche 3 Meilen (jede Meile à 1600 Ruthen, jede Ruthe à 15 Fuß gerechnet,) oder 72000 Schuhe hoch über die Erde erhaben, herunter auf die Erde fallen; fraget sichs, wie lange er fallen müßte, ehe er zur Erden käme? Allhier hat man gleichfalls 3 gegebene, und eine gesuchte 4te Zahl. Allein es zeiget die unleugbare Erfahrung, daß, wenn ein schwerer Körper herunter fällt, seine Bewegung oder Geschwindigkeit im Fallen, immerfort je mehr und mehr zunehme, und also die Höhe, oder der Raum, durch welchen der Körper gefallen, keinesweges der Zeit, in welcher er gefallen, und solchen Raum durchgelaufen, proportional ist. Dannenhero kann auch diese Frage nicht durch die Regel Detri aufgelöset werden.

Wir wollen uns wiederum zu solchen Exempeln wenden, welche unter die Regel Detri gehören; worzu denn nachfolgende Betracht- und Unterweisungen dienen.

§. 347. In dem Aufsatze eines Exempels der Regel Detri, da die Absicht fürnemlich ist die 4te Proportionalzahl zu suchen, gilt es gleich viel, ob man die drey Glie-

der nach Art der Beschreibung proportionirter Dinge (§. 307), wie bisher bey den angeführten Exempeln geschehen; oder aber ob man das 2te mit dem 3ten Gliede unwechsele, und dieses vor jenem hinschreibe. Als das obige Exempel (§. 339. N°. 1), da es heißet:

Ellen 6 : 15 Ellen = 8 fl. : Facit fl.

Könte auch folgendergestalt aufgesetzet werden:

Ellen 6 : 8 fl. = 15 Ellen : Facit fl.

zumal da man auch auf die verwechselte Proportion (§. 326) sehen, und es hier (wiewohl nur den Zahlen nach, §. 303) ebenfalls heißen kann: Wie sich verhält die Zahl 6 zu der Zahl 8, also müsse sich die Zahl 15 zu der gesuchten Zahl verhalten. Worzu es auch aller Art Regeln nach (§. 331. und 332), welche lehren das 2te und 3te Glied mit einander zu multipliciren, oder eins von diesen beyden erstlich zu dividiren, gleich viel ist, ob dieses oder jenes in dem Aufsatze vor oder nachstehet. Es ist aber die nächst gezeigte andere Art im Aufsetzen insgemein gebräuchlicher als die 1te Art, und von Alters her vermuthlich deswegen eingeführet worden, weil dieselbe der gemeinen Redensart gemäß ist, da es heißet: Wenn 6 Ellen kosten 8 fl. was kosten demnach dergleichen 15 Ellen? Und eben darum, um alle unnöthige Neuerung zu vermeiden, werde ich fernerhin bey solchem alten Gebrauch verbleiben.

§. 348. Solchemnach gilt es in der Auflösung eines Exempels der Regel Detri in ganzen Zahlen gleich viel, wenn man z. E. fraget: 6 Ellen kosten 8 fl, was 15 Ellen? Oder 6 Ellen kosten 15 fl, was 8 Ellen? Und muß dannenhero in beyden Fragen ein gleiches Facit kommen, nämlich 20 fl. Derowegen kann man die eine Frage an stat der andern annehmen, und auf solche Weise öfters

einen

einen Vortheil erlangen, wie hiervon hernach bey den Vortheilen in der Regel Detri angezeiget werden soll.

Die 20. Aufgabe.

§. 349. **Ein Exempel der Regel Detri nach gewöhnlicher Art richtig aufzusetzen.**

Bey schlechten Aufgaben dürfet ihr es nur der gemeinen Redensart gemäß aufsetzen, da es heißt: So viel geben so viel, was geben so und so viel? (§. 347). Allein bey gekünstelten Aufgaben, da es öfters mit Fleiß verkehrt und verwirrt vorgetragen wird, hat man folgende Regel zu merken:

I. Setzet die Fragezahl (wie bey dem gedachten Exempel (ibid.), die 15 Ellen) in die 3te Stelle zur Rechten; und

II. dasjenige, welches mit der Fragezahl dem Wesen nach (§. 302), wie auch in allen andern gegebenen Umständen gleich geartet ist, (wie vorhin die 6 dergleichen Ellen) in die erste Stelle zur Linken. Endlich

III. schreibet die noch übrige Größe, welche mit der gesuchten 4ten Größe eben so gleicher Art ist, gleichwie die 1te mit der 3ten Größe (als vorhin die 8 fl.) in die 2te Stelle oder in die Mitten, zwischen vorige beyde Stellen. Diese 3 Glieder nun werden durch ein Strichlein oder Punkte, oder auch durch bloße Spatia unterschieden.

§. 350. Den Anfängern zum besten, will ich den nächst gedachten Unterricht in etwas weitläuftiger mit einigen Exempeln erklären, als:

N°. 1. Einer bekommet für 100 fl. alte Münzen 105 fl. neue schlechtere Münze; die Frage ist: Wie viel er

vor 945 fl. dergleichen alte Münze an dergleichen neuen Münze zu empfangen habe? Demnach setzet die Frage 945 fl. in die 3te Stelle. Nun sind zwar dem Wesen nach beyde übrige Zahlen mit dieser Zahl gleich, indem sie alle fl. bedeuten; allein den dabey gegebenen Umständen nach sind die 105 fl. mit den 945 fl. nicht gleich geartet, denn diese bedeuten alte, jene aber neue Münze. Derowegen müssen in die erste Stelle die 100 fl. welche dergleichen alte Münze, wie die Frage 945, bedeuten, und folgends in die Mitten die 105 fl. gesetzet werden, also:

fl. Alt 100 — 105 fl. Neu — 945 fl. Alt.

Und so man dieses ferner nach der Regel berechnet, so bedeutet das Facit eben dergleichen neue Münze als das mittlere Glied andeutet.

N°. 2. Offters kommen auch Exempel vor, da keine von den andern beyden Zahlen mit der Frage, den gegebenen Umständen nach, gleich geartet ist, ob sie schon gleiche Namen haben. Z. E. Einer bedinget 6 Danziger Ellen vor 8 fl, und man fragete: Wieviel demnach vor 15 Brabander Ellen zu zahlen sey? Allhier ist der gegebene Umstand der 6 Ellen nicht gleich dem Umstande der 15 Ellen, indem diese Brabander, und jene Danziger Ellen bedeuten. Da ist es nöthig, daß beyde Ellen-Maaße zuförderst unter gleiche Umstände gebracht werden (§. 304), das ist, daß man vorher vermittelst einer besondern Ausrechnung entweder die 6 Danziger zu Brabander, oder die 15 Brabander Ellen zu Danziger machen müsse, ehe man die Regel Detri anbringen kann. Und weil 5 Brabander gleich gerechnet werden 6 Danziger Ellen, so muß man in diesem Falle durch einen besondern Aufsatz der Regel Detri berechnen:

5 Brab. Ell. geben 6 Danz. Ell. was 15 Brab.? Fac. 18

Danziger Ellen. Oder 6 Danziger geben 5 Brab. was 6 Danz.? Facit 5 Brabander.

Ferner stehet die vorige Aufgabe als folget:

6 Danz. Ell. kosten 8 fl. was 18 Danz. Ellen?

Oder 5 Brab. Ell. kosten 8 fl. was 15 Brab. Ellen?

Jedoch von dieser Art Aufgaben und wie dieselbe durch die Regel Multipler in einem einzigen Aufsatze zu solviren, soll hernach ausführlich gezeiget werden.

N°. 3. Bisweilen kommen auch Exempel vor, in welchen mehr als 3 Zahlen, die doch zu der Auflösung nichts beytragen, bekannt gegeben werden, und da ist es nöthig, alle gegebene Zahlen wohl zu betrachten, eine von der andern nach ihren Umständen zu unterscheiden, und alsdenn diejenigen 3 Zahlen, welche fürnemlich zu der Auflösung gehören, nach vorigem Unterricht aufzusetzen.

Z. E. Ein Kaufmann in Danzig findet in seinem Buche, wie er einst, als der Ducaten in Holland 5 fl. 5 Stüber, und in Danzig 8 fl. 2 ℔ gegolten, 1940 Stück Ducaten aus Holland hierher kommen lassen, die Valute davor nach damaligem Wechselcours à 276 ℔ Pol. pro 1 l. Vls. B°. remittiret, und solche Valute just aus 1840 Stück Duc. in Danzig wiederum gelöset, also daß ihm über sein vorgeschossenes Geld die übrigen 100 Stück Duc. zum Gewinn geblieben. Nun ereignet es sich, daß in einer Zeit der Duc. eben wie vorhin, so wohl in Holland, als in Danzig gilt, und der Wechselcours ebenfalls dem vorigen gleich ist; deswegen der Kaufmann wiederum den vorigen Handel vornimmt, und auf solche Weise 4850 Stück Duc. aus Holland bekommet: So wird gefraget 1): Wieviel er von selbigen in Danzig verkaufen müsse, bis er sein vorgeschossenes Geld haben werde?

werde? Und 2): Wie viel Stück Duc. alsdenn ihm zum Gewinn übrig bleiben werden? Bey diesem Exempel hat man zu erwegen:

a) Daß die Zahlen 5 fl. 5 St. item 8 fl. 2 ß und 276 ß pro 1 £. Vls. weil diese Preise der #, als auch dieser Wechselcours, in der andern Zeit so wohl, als vormals, unverändert ist, nichts zur Ausrechnung beytragen können. Demnach bleiben noch übrig die 4 Zahlen, nämlich 1940 #, 1840 #, 100 #, und die Frage 4850 #, welche 4850 # in der 3ten Stelle gesetzet werden.

b) Daß unter den übrigen Zahlen, ob dieselben schon alle mit der Frage 4850 # gleiches Wesens, nämlich #, nur allein die 1940 # auch in den Umständen mit der Frage gleich geartet sind, indem diese Zahl so wohl als die Fragezahl 4850, jede die ganze Quantität der aus Holland gekommenen # fürstellet; da hingegen die 1840 nur den allhier verkauften, und die 100 den übrig gebliebenen Theil von der ganzen Quantität andeuten. Demnach gehören die 1940 # in die 1te Stelle (wie zu ersehen vorhin N°. 1).

c) Nun bleiben noch übrig 2 Zahlen, nämlich 1840 und 100, da man doch zu der Regel Detri nur noch eine brauchet: Allein es ist zu merken, daß allhier auch 2 Fragen sind, nämlich wie viel von den 4850 in Danzig verkaufet, und wieviel übrig bleiben werden? Da man denn zur Auflösung der 1ten Frage sich der Zahl 1840; der andern Frage aber der Zahl 100 zu bedienen hat. Denn weil das Facit mit dem mittlern Gliede von gleicher Art ist, und zwar eben auf die Weise, wie das 1te mit dem 3ten Gliede (§. 349), so ist leicht zu erachten, daß, wenn man zum Facit den zu verkaufen seyenden Theil haben

ben will, man in die mittlere Stelle die 1840 #, welche ebenfalls den verkauften Theil andeuten, setzen müsse. Hingegen wenn man den bleibenden Theil zum Facit verlanget, die 100 #, welche den gebliebenen Theil andeuten, in die mittlere Stelle zu schreiben sind. Folgends stehet die Berechnung der 1ten Frage also:

1940 # — 1840 # — 4850 #

Fac. 4600 # sind von den 8924000
4850 # zu verkaufen. 116...
00

Die andere Frage aber also:

1940 # — 100 # — # 4850 . .

Fac. 250 # bleiben übrig 97 .
zum Gewinn. 00

§. 351. Wiewohl man bey dergleichen Aufgaben (wie allernächste N°. 3 ist) daferne die Solution nicht absolut, wie vorhin gezeiget, begehret wird, nicht nöthig hat, jede Frage durch einen besondern Aufsatz der Regel Detri aufzulösen, und ist es genug, wenn man nur eine derselben durch diese Regel berechnet, da denn aus dem heraus gebrachten Facit ferner auch die Antwort der andern Frage viel leichter als durch die Regel Detri gefunden werden kann. Als wenn beym vorigen Exempel das erste Facit 4600 # gefunden, so darf man dieses von der ganzen Summe 4850 # nur subtrahiren, so bleibet der übrige Theil 250 #. Desgleichen, wenn man das Facit 250 # gefunden, so darf dieses nur von 4850 # abgezogen werden, so bleibet der zu verkaufen seyende Theil 4600 #.

§. 352. Bisweilen kommen Exempel, in welchen das 2te Glied (§. 349) eine aus 2 Theilen zusammen gesetzte Zahl ist, von welcher nur ein Theil derselben eine geometrische Proportion mit den andern Gliedern hat. In solchem Falle muß man den proportionirten Theil von dem unproportionirten erstlich durch die Subtraction

ction separiren, bevor man die Regel Detri anbringen kann, und also derselben Berechnung nur auf jenen Theil stellen.

Z. E. Wenn die obige Aufgabe (§. 341. N°. 3) also gegeben wäre: Ein gewisses Capital bringet nach 1 Jahr an Capital und Zins zusammen 106 fl: Wieviel wird demnach vor solches Capital nach 8 Jahren an Capital und Zins zu zahlen seyn? Allhier sind 3 Zahlen gegeben, welche dem Ansehen nach durch die Regel Detri also zu setzen wären:

Jahr 1 — 106 fl. Cap. und Zins — 8 Jahre

Allein wenn ihr bedenket (§. 339) ob zwischen diesen Dingen eine geometrische Proportion sey, so findet ihr, daß zwar der Zins, nicht aber das Capital mit der Zeit proportional sey. Denn wenn 2 gleiche Capitalien eines 1 Jahr, und das andere 8 Jahre ausstehen, so träget dieses wohl 8 mal so viel Zins, als jenes; aber deswegen bringet es in der Bezahlung nicht auch 8 mal das Capital. Derowegen ist dieses Exempel nicht anders zu solviren, es sey denn es müsse in der Aufgabe das Capital besonders gegeben werden; als z. E. wenn gesaget wird, daß von den 106 fl. das Capital 100 fl. und der Zins 6 fl. sey, so subtrahiret die 100 fl. Capital von 106 fl. und setzet:

Jahr 1 —— 6 fl. Zins —— 8 Jahre

Fac. 48 fl. Zins.

Weil aber die Antwort an Capital und Zins begehret wird, so dürfet ihr zu diesem Facit nur das Capital 100 fl. wiederum addiren, kommt die begehrte Antwort: 148 fl. Capital und Zins.

§. 353.

§. 353. Beliebter Kürze halber werde ich hinführo die Stellen der gegebenen dreyen Zahlen und der 4ten gesuchten Zahl, durch die 4 Buchstaben A. B. C und D und zwar in solcher Ordnung, wie §. 349 angewiesen, dergestalt bemerken, daß ich durch A verstehe die 1ste Stelle zur Linken; durch B die nachfolgende 2te oder mittlere Stelle; durch C die 3te Stelle zur Rechten; und durch D die gesuchte 4te Stelle. Auf solche Weise sage ich mit wenigen (nach eben diesem §.) A mit C, desgleichen B mit D müssen gleicher Art seyn.

§. 354. Was im übrigen die Ordnung betrifft, welche bey der nach der Regel Detri erforderlichen Multiplication und Division selbst am dienlichsten zu halten sey; so kann man aus den solvirten Exempeln zur Genüge absehen, daß ich die Multiplication bald unter B und bald unter C setze. Denn da es gleich viel gilt, ob B mit C, oder C mit B multipliciret wird (§. 148); so nimmt man diejenige Zahl allezeit für den Multiplicatorem, mit welcher am geschwindesten die Multiplication zu verrichten ist (§. 149.). Wenn nun solches Product gefunden, und ferner in A dividiret wird, so setze ich den Quotienten nach Bewandniß des Divisoris entweder unter das Product, oder unter den Divisorem A auf die Weise, wie oben in der Division (§. 215. 238. 243) gelehret worden. Im übrigen ist allhier unnöthig den Multiplicatorem neben den Multiplicandum, noch den Divisorem neben den Dividendum, aufs neue hinzuschreiben, weil selbige vorhin schon vor euch geschrieben stehen (§. 184 und 255).

§. 355. Wenn man ein Facit von einer Aufgabe der Regel Detri nur andeuten, und es nicht wirklich berechnen will, so darf man nur das 1ste Glied unter das 2te bruchsweise setzen (§. 232), und das 3te Glied darneben vermittelst des Zeichens ✕ (§. 183.) hinschreiben.

Z. E. N°. 1. Wenn 6 Ellen kosten 8 fl. was kosten 15 Ellen? Wenn ihr dieses nicht wirklich berechnen (§. 339 N°. 1), und das Facit nur andeuten wollet, so setzet zum Facit $\frac{8}{6}$ ✕ 15, das heist $\frac{8}{6}$ mal 15, oder 15 mal $\frac{8}{6}$ fl. welches nach der 2ten Art §. 332. in der That auch das wahre Facit ist.

N°. 2.

N°. 2. Wenn 6 Danziger Ellen kosten 8 fl. was kosten 15 Brabander Ellen? Dieses Exempel muß 2 mal nach der Regel Detri berechnet werden, als nämlich (§ 350. N°. 2):

5 Brab. Ell. geben 6 Danz. Ell. was 15 Brab. Ellen?
Facit 18 Danz. Ell.

Ferner 6 Danz. Ell. kosten 8 fl. was 18 Danz. Ellen? Fac. 24 fl. Wollet ihr nun diese Facite nicht wirklich ausrechnen, sondern nur andeuten, so könnet ihr das erste Facit bemerken mit $\frac{6}{5} \times 15$. Demnach heißt es im andern Aufsatze: 6 Danziger Ellen kosten 8 fl. was $\frac{6}{5} \times 15$ Danziger Ellen? Facit $\frac{8}{6} \times \frac{6}{5} \times 15$ fl. das heißt $\frac{8}{6}$ mal $\frac{6}{5}$ mal 15 fl. Und so auch mit allen andern.

§. 356. Oder ihr könnet das 1ste Glied unter das 3te bruchsweise setzen, und das 2te Glied darneben hinschreiben.

Als beym vorigen Exempel (§. 355 N°. 1) könnet ihr das Facit folgendergestalt andeuten: $\frac{1}{6}^{5} \times 8$, das heißt $\frac{1}{6}^{5}$ mal 8 fl. welches nach der 1sten Art §. 332. in der That auch das wahre Facit ist. Gleichergestalt könnet ihr das Facit vom nächst gedachten Exempel N°. 2 also andeuten: $\frac{8}{6} \times \frac{1}{5}^{5} \times 6$ fl.

§. 357. Alles was in der Division gelehret worden, ist auf die geometrische Verhältniß zu ziehen (§. 299). Derowegen kann man den Namen der Verhältniß (§. 298) auch eben auf solche Art finden, wie oben §. 287. im dividiren angewiesen worden. Solchergestalt gilt es gleich viel, wenn ihr den Namen der Verhältniß z. E. von 5 und 150 angeben wollet, ob ihr auf einmal saget: Es ist 5 in 150, 30 mal enthalten, oder ob ihr den Dividendum zerstreuet, in 20 + 120 + 10, und saget (nach Anzeigung gedachten §. 287): Es ist 5 in 150, 4 mal + 6 × 4 mal (= 24 mal) + $\frac{1}{2} \times 4$ mal (= 2 mal) enthalten.

Zum Beschluß der Regel Detri sind nachfolgende Betrachtungen zu beobachten.

§. 358.

§. 358. Nach Erforderung der Regel Detri wird B mit C multipliciret, und das Product in A dividiret. Da aber die Unität oder 1 weder multipliciren noch dividiren kann (§. 264), so werden alle Exempel der Regel Detri, in welchen A eine unveränderliche Unität ist, durch die Multiplication allein; und in welchen B oder C eine unveränderliche 1 ist, durch die Division allein, solviret. Dahero pflegen theils Rechner die Exempel der Regel Detri in 3 Classen zu theilen. Die 1ste nennen sie **Multiplications**-Exempel (in welchen nämlich A 1 ist), die 2te **Divisions**- (in welchen nämlich B oder C 1 ist, und die 3te **Proportionsexempel** (in welchen A, B und C lauter Zahlen und nicht 1 sind).

§. 359. Ich rede aber hier von unveränderlichen Unitäten, das ist von solchen Unitäten, welche in der Ausrechnung Unitäten bleiben. Denn sonst werden in verschiedenen Exempeln zuweilen wohl Unitäten angegeben, die aber nach Erforderung öfters allererst zu kleineren Sorten oder Theilen gemacht (§. 304), und also in Zahlen verwandelt (§. 33) werden müssen, bevor man die Regel Detri bey ihnen anbringen kann. Und dergleichen Exempel gehören allerdings unter die gedachte 3te Classe.

§. 360. Indessen dienet dasjenige, was oben (§. 331. 347 und 349.) wegen des Auffetzens der Exempel, so nach der Regel Detri zu berechnen angewiesen worden, fürnemlich nur zur bequemen Ordnung. Uebrigens aber ist es keine Nothwendigkeit, daß man die Zahlen nach der beschriebenen Ordnung jederzeit mit Fleiß allererst auffetzen müsse, wenn man nur sonst den Grund der Sache verstehet, und die rechten Zahlen weiß, welche mit einander zu multipliciren sind, und welche der Divisor sey.

§. 361. Dannenhero ist es in der Praxi (denn in der Theorie geschiehet der ordentliche Auffatz öfters nur zu desto besserer Erklärung der Aufgabe) allerdings ein

unnöthiger Ueberfluß, die Multiplications- und Divisionsexempel (§. 358) allererst in einen Aufsatz der Regel Detri zu bringen, indem man doch ihre Facite so fort durch die Multiplication oder Division allein finden kann.

Z. E. N°. 1. Einer kauft 13 ℔ gewisser Waare, bedinget jedes ℔ a 6 fl.: Wie viel ist zu zahlen? Allhier darf man nur so fort die 13 mit 6 multipliciren, kommet das begehrte Facit 78 fl.

N°. 2. Einer kaufet 13 ℔ gewisser Waare zusammen vor 78 fl.: Wie theuer kommet das ℔ zu stehen? Hier darf man nur die 78 in 13 dividiren, so kommet das gesuchte Facit 6 fl.

N°. 3. Einer bedinget eine gewisse Waare, das ℔ à 6 fl.; Wieviel ℔ kommen für 78 fl.? Hier darf man abermals die 78 nur in 6 dividiren, so kommet das verlangte Facit 13 ℔.

§. 362. Ja bey den Proportionsexempeln selbst, muß man nicht auf die Gedanken gerathen, als sollte nicht nach der Regel Detri verfahren werden, wenn der Aufsatz nicht beschriebener maßen geschiehet. Denn die Regel bestehet in der eigentlichen Ausrechnung, wodurch das gesuchte Facit gefunden wird, nicht aber in dem Aufschreiben der Zahlen, wie ich denn oben bey den 4 Speciebus bereits angemerket, daß ein geübter Rechner sich niemals an eine Ordnung des gewöhnlichen Aufsatzes zu binden. Derowegen gilt es oben §. 347 auch gleichviel, wenn das Exempel daselbst auch also stünde:

was? 8 fl.? Oder Ellen 6 — 15 Ellen,
Ellen 6 — 15 Ellen. was 8 fl.?

Und kommt es hauptsächlich nur darauf an, daß man die 8 und 15 mit einander multiplicire, und das kommende in 6 dividire; und wenn man solchergestalt procediret, so wird die eigentliche Regel Detri, als welche, wie schon gedacht, fürnemlich nur in dem 2ten und 3ten Artikel in §. 331 bestehet, allerdings richtig angebracht, ob man sich schon nicht des gewöhnlichen Aufsatzes bedienet.

§. 363. Im Aufsatze ist in acht zu nehmen, daß A und C gleicher Art seyn müsse (§. 349); und so dieses ist, gilt es weiter gleich viel, von was Art oder Namen sie

seyn

seyn mögen (§. 306). Als im erwehnten Exempel (§. 347) gilt es gleich viel, ob es heiße:

Ell. 6 — 8 fl. — 15 Ell? oder ℔ 6 — 8 fl. — 15 ℔?

oder

Mañ 6 — 8 fl. — 15 Mañ? oder Tage 6 — 8 fl. — 15 T.?

So kommet gleichwohl nach der Ausrechnung das verlangte Facit immerfort 20 fl. Demnach ist es keine Nothwendigkeit, das Wesen oder den äußerlichen Namen von A und C, wenn man nur sonst versichert ist, daß dieselben von gleicher Art sind, allererst über oder neben die Zahlen zu notiren. Hingegen wird das Wesen oder der Name von B deswegen allezeit darüber oder darneben notiret, damit man daraus das Wesen oder den Namen von D oder dem Facit hernach zu benennen wissen möge, indem D und B allezeit von gleicher Art sind (§. 349).

§. 364. Jedoch wenn C eine mehrerley namige Zahl ist, da ist es freylich nothwendig, das Wesen oder die äußerlichen Namen von A und C mit Fleiß zu notiren, und wohl zu beobachten, weil die Eintheilung der verschiedenen Sorten nicht immer einerley ist. Denn einen andern Partem aus 1 fl. bedeuten 8 ℋ, und wieder einen andern aus 1 ℔ bedeuten 8 Schott. Wovon weiter unten, insonderheit aber bey der 3ten Art der addirten Zerstreuung eine deutlichere Erklärung sich zeigen wird.

§. 365. Indessen wird C allezeit nur als eine bloße unbenamte Zahl angesehen, solchergestalt, daß man B so vielmal zusammen, das ist so vielfach, nehmen muß, als C Einheiten in sich enthält (§. 142), und zwar solche Einheiten, welche gleich groß sind den Einheiten in A

(§. 304). Derowegen müssen alle diejenigen kleinen Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte, welche in C stehen, und kleiner sind als die Einheiten in A, allerdings als unbenamte Brüche oder Theile angesehen werden (§. 53), welche denn als bloße Zahlen zu allen Dingen gemein sind (§. 51). Also heißet in benamten Zahlen C allezeit der Multiplicator (§. 143).

§. 366. Hingegen können die kleinern Sorten in B auch nach ihren eigenen Einheiten betrachtet werden (§. 53), und kommet das Product ebenfalls unter solchen Namen der Einheiten. Z. E. Es sey gegeben 6 Ellen kosten 8ℋ, was 15 Ellen, so könnet ihr sagen das Product sey 15 mal 8 ℋ, oder 120 ℋ, folgends das gesuchte Facit 20 ℋ. Oder ihr könnet die 8 ℋ als Theile eines Guldens, nämlich als $\frac{8}{30}$ fl. ansehen, so wird das Product heißen (wie hernach in Brüchen gelehret werden soll): 15 mal $\frac{8}{30}$ fl. das ist 4 fl. folgends das Facit $\frac{4}{6}$ fl. oder $\frac{2}{3}$ fl.

§. 367. Wenn man das Facit nach der Regel Detri, das ist (§. 339) die 4te Proportionalzahl gefunden, so könnet ihr aus diesem ferner die Facite anderer Fragen, welche sich auf die gegebene Verhältniß gründen, herleiten. Und muß auf solche Weise eben dasselbe wahre Facit kommen, als wenn ihr es aus der gegebenen Verhältniß selbst gesuchet.

Z. E. Es sey gegeben 6 Ellen kosten 8 fl. was kosten 15 Ellen, und man hat gefunden, daß 15 Ellen 20 fl. kosten, so könnet ihr ferner, wenn ihr z. E. wissen wollet, was demnach 10 Ellen kosten, solches aus dem vorhin gefundenen Facit herleiten, und berechnen: 15 Ellen kosten 20 fl. was 10 Ellen? Und muß alsdenn eben dieselbe Antwort kommen, als wenn ihr es nach der gegebenen

gebenen Verhältniß selbst suchet, und setzet: 6 Ellen kosten 8 fl. was 10 Ellen?

Beweis.

Nach der erstern Ausrechnung ist die gegebene Verhältniß (6 zu 8), gleich der Verhältniß, so die erste Frage (15) zu ihrem Facit (20) hat (§ 307). Wenn ihr ferner aus dieser Verhältniß (15 zu 20) das Facit von einer andern Frage (10) suchet, kommet eine solche Zahl ($13\frac{1}{3}$), zu welcher ihre Frage (10) sich verhalten muß, wie jene Frage (15) zu ihrem Facit (20). Demnach muß die Verhältniß der andern Frage zu ihrem Facit (als 10 zu $13\frac{1}{3}$), gleich seyn der gegebenen Verhältniß (§. 325). Folgends sind die Facite aller andern Fragen, welche aus dem erst gefundenen Facit hergeleitet werden, allerdings so richtig, als sollten sie aus der erstgegebenen Verhältniß selbst gefunden werden.

Von der gemeinen Probe der vier Specierum und Regel Detri.

§. 368.

Durch eine **Probe** wird allhier eine solche Untersuchung verstanden, durch welche man ein gefundenes Facit in so weit probiret, ob nämlich bey dessen Ausfindung im Rechnen nichts gefehlet sey.

§. 369. Wenn aber die Richtigkeit derer Regeln selbst, nach welcher ein Facit gefunden worden, untersuchet wird, solche heisset eine **Demonstration** oder **Beweis**, wovon oben (§. 15 und 16) schon gemeldet worden. Und habe ich dieses nur deswegen allhier wiederholet, damit man den Unterscheid zwischen einer Probe und einer Demonstration desto besser erkennen, und dieselben nicht, wie in verschiedenen Rechenbüchern geschehen, mit einander vermengen möge.

§. 370. Alle gegebene Regeln der 4 Rechnungsarten so wohl, als der Regel Detri, sind (wie aus ihrer gründlichen Demonstration erhellet) so gewiß, daß wenn denselben gemäß verfahren, und im Rechnen nichts gefehlet wird, man an der Richtigkeit der gefundenen Zahlen nicht zweifeln darf. Derowegen wenn man eine Rechnung probiren will (§. 368), so darf man dieselbe entweder selbst, oder (wie es auf Contoiren gewöhnlich) durch einen andern, nur noch einmal aufs neue, nach dero erforderlichen Regeln, und mit guter Vorsicht berechnen: Trifft es denn mit voriger genau überein, so kann man wohl trauen, daß recht verfahren, und die gefundenen Zahlen richtig sind.

§. 371. Will aber dieses jemand dennoch in Zweifel ziehen, und besorgen, ob nicht in beyden Ausrechnungen gleiche Fehler begangen worden, so kann er eine jede Rechnung (wenn er nur in jeder Rechnungsart ihrer Regel gemäß verfähret) durch ihren Rückweg (§. 270) probiren, und auf solche Weise wahrnehmen, ob er wiederum dasjenige findet, von welchem er in der erstern Ausrechnung den Hinweg genommen: Findet er dieses nun wiederum zurück, so darf er um so viel weniger an der Richtigkeit mehr zweifeln, zumal da der Rückweg immer ein anderer und contrairer Proceß als der Hinweg ist; wie mit mehrern aus folgenden zu ersehen.

Die 21. Aufgabe.

§. 372. Die gefundene Summe in der Addition nach gemeiner Art zu probiren.

Subtrahiret von der Summe eine der summirenden Zahlen (welche ihr wollet) so muß der Rest gleich seyn

der

der andern summirenden Zahl (§. 265) oder, wo mehr als zwey summirende Zahlen, gleich allen übrigen summirenden Zahlen zusammen; und auf solche Art wird die Addition durch die Subtraction probiret.

Z. E. Die obige Addition §. 105 kommet allhier sammt der Probe also zu stehen.

3597	Nämlich subtrahiret von der Summe
154	12904 (z. E.) die zwischen 2 Linien
9068	eingeschlossene Zahl 9068, bleiben
85	3836. Dieser Rest muß gleich seyn
Summe 12904	allen übrigen summirenden Zahlen, als
3836	3597+154+85. Demnach addiret

diese übrige Zahlen zusammen, so muß deren Summe mit der Zahl 3836 just überein treffen.

Die 22. Aufgabe.

§. 373. Den gefundenen Rest in der Subtraction nach gemeiner Art zu probiren.

Addiret den Rest zum Subtractore, so muß deren Summe gleich seyn dem Subtrahendo (§. 266); und solchergestalt wird die Subtraction durch die Addition probiret.

Z. E. Die obige Subtraction §. 126 kommt allhier sammt der Probe, wie folget zu stehen.

130042965	Nämlich addiret den Rest zu der ab-
90168063	gezogenen Zahl, so muß der Subtra-
Rest 39874902	hendus 130042965 wieder heraus
130042965	kommen.

Die 23. Aufgabe.

§. 374. Das gefundene Product in der Multiplication nach gemeiner Art zu probiren.

Dividiret das Product durch einen von beyden Factoribus, so muß der Quotient gleich seyn dem andern Factore (§. 267); und auf solche Art wird die Multiplication durch die Division probiret.

Ein Exempel hiervon findet ihr oben §. 248. N°. 1 und 2, welches nachgesehen werden kann.

Die 24. Aufgabe.

§. 375. Den gefundenen Quotient, in der Division nach gemeiner Art zu probiren.

Multipliciret den Divisorem mit dem Quotienten, und daferne dieser nicht ganz genau ausgefunden worden, sondern noch ein unabgetheilter Rest geblieben (§. 223), addiret solchen Rest zum gedachten Product des Divisoris und Quoti, so muß der Dividendus wiederum heraus kommen (§. 269); und solchergestalt wird die Division durch die Multiplication probiret.

Z. E. Oben §. 215 ist die Zahl 36230528 in 4 dividiret, und im Quotienten 9057632 gebracht worden. Diesen multipliciret wiederum mit 4, so müssen die 36230528 wieder herauskommen (§. 155).

Item oben §. 243 ist die Zahl 2549361 in 439 dividiret, und im Quotient 5807 nebst einem Rest 88 gebracht worden. Demnach multipliciret den Quot. 5807 mit dem Divisore 439, und nehmet den Rest 88 darzu (§. 191), so muß der Dividendus 2549361 wiederum zum Vorschein kommen, wie hiervon §. 247 schon gemeldet worden.

Die

Die 25. Aufgabe.

§. 376. Das gefundene Facit bey der Regel Detri auf gemeine Art zu probiren.

Nehmet das gefundene Facit, sammt zwey andern Gliedern von den gegebenen, welche man will, als bekannt gegebene drey Glieder an, und suchet zu diesen nach der Regel Detri die 4te Proportionalzahl, so muß, daferne das vorhin gefundene Facit richtig, und also die 4 Zahlen A. B. C. und D recht proportioniret sind, in dem itzigen Facit das übrige vierte Glied wieder heraus kommen.

Z. E. Es sey gegeben 6 Ellen kosten fl. 8, was 15 Ellen? und zum Facit (§. 339) heraus gebracht fl. 20; so setzet wiederum zurück vor 8 fl. bekommet man 6 Ell. wieviel vor 20 fl?

120

kommen wieder zum Facit die 15 Ellen.

Woraus erhellet, daß das vorhin gefundene Facit 20 fl. recht seyn müsse.

Oder setzet: 15 Ellen kosten 20 fl. was 6 Ellen?

kommen zum Facit die 8 fl. 120

0

Oder setzet: Vor 20 fl. bekommt man 15 Ell. wie viel vor 8 fl.?

120

kommen wieder zum Facit die 6 Ell.

§. 377. Hieraus siehet man zugleich, daß man jedes Exempel der Regel Detri dreymal umwenden kann, das ist so vielmal, als die Glieder sind, welche bekannt gegeben werden.

§. 378. Jedoch ist dieses nur von der gemeinen Probe der Regel Detri geredet. Denn sonst kann man das Facit vermittelst obgegebener Gründe der geometrischen Proportion auch anders probiren, wenn man nämlich die Proportionalität solcher 4 Zahlen (als der gegebenen A. B. C. und des nunmehro gefundenen D.)

durch eine von den oben beschriebenen Eigenschaften einer Proportion untersuchet. Und dahero kann man solche Probe noch auf zerley Art anstellen, als nämlich

I. Könnet ihr durch die Division untersuchen, ob der Name der Verhältniß (§. 298) von A zu C gleich sey dem Namen der Verhältniß von B zu D. Denn, wo diese gleich sind, so sind auch die 4 Zahlen proportioniret (§. 307), folgends ist das gefundene Facit nothwendig die rechte Proportionalzahl. Als es sey z. E. wie vorhin gegeben: 6 Ell. kosten 8 fl. was 15 Ell.? und zum Facit heraus gebracht 20 fl. Dieses stehet zu probiren, als folget:

A. B. C D

6 — 8 — 15 — 20

$2\frac{3}{6}$ das ist $2\frac{1}{2}$ = $2\frac{4}{8}$ das ist $2\frac{1}{2}$

Nämlich 15 in 6 dividiret geben eben so viel, als 20 in 8 dividiret; woraus erhellet, daß 20 das rechte Facit sey.

II. Könnet ihr (gleichfalls wie vorhin durch die Division) untersuchen, ob der Name der Verhältniß von A zu B gleich sey dem Namen der Verhältniß von C zu D. Denn, wenn diese gleich sind, so ist man abermal versichert, daß die 4 Zahlen proportioniret, und folgends das Facit die rechte Proportionalzahl sey. Welchergestalt die Probe des vorigen Exempels also zu stehen kommet: 6 — 8 — 15 — 20

$1\frac{3}{6}$ das ist $2\frac{1}{3}$ = $1\frac{5}{15}$ das ist $1\frac{1}{3}$

Nämlich 8 in 6 dividiret geben eben so viel, als 20 in 15 dividiret; folgends muß 20 das rechte Facit seyn.

III. Dürfet ihr auch nur durch die Multiplication untersuchen, ob das Product aus B mit C multipliciret, gleich sey dem Product aus A mit D multipliciret. Denn wo diese Producte einander gleich sind, so müssen die 4 Zahlen nothwendig proportional seyn (§. 329); folgends ist man daraus vergewissert, daß das gefundene Facit recht sey. Und auf solche Weise kommt die Probe des vorigen Exempels wie folget zu stehen:

6 — 8 — 15 — 20

120

120

Nämlich

Nämlich 8 mit 15 multipliciret, geben eben so viel, als 6 mit 20 multipliciret; folgends muß die 20 das wahre Facit seyn.

Von den Theilen eines ganzen Dinges, wie auch von vermischten und mehrerley namigen Zahlen.

§. 379.

Es ist ein ganz falscher Wahn, wenn mancher Lehrling, im Anfange vermeynet, daß die Rechnung mit Brüchen schwer wäre. Zumal da die Brüche eines Ganzen, und die kleinen Sorten der Münzen, Maaße oder Gewichte, in der That einerley sind, wie solches oben (§. 51) bereits erkläret worden. Diesemnach habe vor gut befunden, die Lehren der kleinen Sorten mit den Lehren der Theile eines Ganzen, das ist der gebrochenen Zahlen (§ 48), unter obigen Titel zu vereinigen, zuförderst aber die Brüche, als woraus die Lehren der kleinen Sorten hergeleitet werden, gründl. zu erklären. Ihr werdet auch mit der Zeit befinden, daß solche Vereinigung der Brüche mit den kleinen Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte ꝛc. nicht von geringem nützlichem Effecte sey.

§. 380. Wenn der Zähler und Nenner eines Bruchs (§. 77) gleich groß sind, so bedeutet solcher Bruch just ein Ganzes. Z. E. $\frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}, \frac{10}{10}, \frac{100}{100}$, ꝛc. ist jeder Bruch für sich ein Ganzes (§. 49). Demnach bedeutet ein Bruch 2 Ganze, wenn der Zähler 2 mal so groß als der Nenner, wie z. E. $\frac{4}{2}$, $\frac{6}{3}$, $\frac{8}{4}$ ꝛc; drey Ganze aber, wenn der Zähler 3 mal so groß als sein Nenner, wie z. E. $\frac{6}{2}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{12}{4}$, ꝛc. Kurz, so oft als der Nenner in dem Zähler begriffen ist, so viel Ganze bedeutet derselbe Bruch. Wiederum auch, wenn ein Zähler just die Hälfte des Nenners ist, so bedeutet solcher Bruch just ein Halbes; als $\frac{1}{2}, \frac{2}{4}, \frac{3}{6}, \frac{4}{8}, \frac{5}{10}$ ꝛc. Ist aber der Zähler just 3 mal in dem Nenner begriffen, das ist der dritte Theil des Nenners, so bedeutet derselbe Bruch netto ein Drittel; als $\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}$, ꝛc. §. 381.

§. 381. Demnach erkennet man die Größe, oder den Gehalt eines Bruchs, aus der Verhältniß des Zählers und Nenners zu einander (§. 298). Denn je mehr mal ein Nenner in seinem Zähler begriffen ist, desto mehr Ganze enthält solcher Bruch in sich, und je mehr mal ein Zähler in seinem Nenner begriffen ist, desto minder beveutet derselbe Bruch.

§. 382. Folgends sind alle diejenigen Brüche, deren Zähler zu ihren Nennern gleiche Verhältnisse haben, auch gleich groß. Als $\frac{1}{2}$ ist gleich $\frac{2}{4} = \frac{8}{16} = \frac{12}{24}$ ꝛc. Item $\frac{1}{3}$ ist gleich $\frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{15}{45}$ ꝛc. Wiederum auch müssen die Zähler zu ihren Nennern aller solchen Brüche, welche gleich groß sind, gleiche Verhältnisse haben, das ist, proportioniret seyn (§. 307): Nämlich, wie sich der eine Zähler zu seinem Nenner verhält, also muß sich der andere Zähler zu seinem Nenner verhalten. Als die Brüche $\frac{2}{4}$, $\frac{8}{16}$ oder $\frac{12}{24}$ sind gleich groß, so ist auch 2 : 4 = 8 : 16 = 12 : 24.

§. 383. Solchergestalt müssen alle Brüche, welche gleich groß sind, auch wechselsweise proportioniret seyn (§. 326), nämlich es müssen sich die Zähler zu einander eben also verhalten, wie die Nenner zu einander. Als die Brüche $\frac{2}{4}$ und $\frac{8}{16}$ sind gleich groß, so ist auch 2 : 8 = 4 : 16. Wiederum sind alle diejenigen Brüche gleich groß, welche in solcher Verhältniß stehen, wie hier nächst erwehnet.

§. 384. Dannenhero, wenn man den Zähler und Nenner eines Bruchs mit gleichen Zahlen multipliciret, oder durch gleiche Zahlen dividiret, das ist, nach gewöhnlicher Redensart, größert (§. 320) oder kleinert (§. 321), so müssen die kommenden Brüche dem gegebenen Bruch am Werthe gleich seyn, indem die durch

sol-

solche Vergrößerung oder Verkleinerung kommenden neuen Zähler und Nenner in ihrer vorigen Verhältniß bleiben (§. 319).

Z. E. Wenn man $\frac{15}{24}$ kleinert in 3, oder größert mit 3, das ist so wohl die 15 als die 24, jede ins besondere durch 3 dividiret, oder mit 3 multipliciret, so formiren die heraus kommenden Zahlen 5 und 8, oder 45 und 72, andere neue Brüche $\frac{5}{8}$ oder $\frac{45}{72}$, und sind diese dem Werthe nach eben so groß, als der gegebene Bruch $\frac{15}{24}$.

§. 385. Das Kleinern der Brüche pfleget man im Schreiben solcher gestalt zu bemerken; als $\frac{15}{24}|\overset{3}{\frown}\frac{5}{8}$. Da deuten die über der Perpendicularscheidelinie stehende 3 an, daß der zur Linken dieser Linien stehende Bruch in 3 gekleinert worden, und dahero der kleinere Bruch zur Rechten besagter Linie entstanden sey.

§. 386. Es ist nicht undienlich, daß man sich befleißige, alle diejenigen Brüche, deren Zähler und Nenner ein gemeines Maaß haben (§. 252, und zwar in so weit, daferne es nicht anderer Absichten wegen zu unterlassen) nach Möglichkeit zu kleinern, und geschiehet solches darum gerne auch nach Endigung einer Rechnung, weil man solchergestalt die Verhältniß des Zählers und Nenners in kleinere Zahlen bringet, und also den Werth des Bruchs desto begreiflicher und erkenntlicher machet.

§. 387. In solcher Absicht nun nenne ich denselben Bruch den **kleinsten**, wenn dessen Zählers und Nenners Verhältniß in keinen kleinern ganzen Zahlen möglich anzugeben ist, das ist, wenn dessen Zähler und Nenner primi inter se sind (§. 322).

§. 388. Wenn etliche Brüche eines gewissen Ganzen gleiche Nenner, aber ungleiche Zähler haben, so ist derjenige Bruch am Werthe der größeste, welcher den größesten Zähler hat. Denn da die Nenner, das ist, die An-

zahl

zahl der Theile des Ganzen, (§. 77), bey jedem Bruche gleich viel, und folgends solche Theile selbst gleich groß sind, so muß allerdings derjenige Bruch der größeste am Werthe seyn, der am meisten derselbigen Theile enthält, das ist, welcher den größesten Zähler hat.

§. 389. Dannenhero verhalten sich alle solche Brüche, welche gleiche Nenner haben, zu einander, wie ihre Zähler. Nämlich wenn ein Zähler 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so groß als der andere Zähler, so ist selbiger Bruch am Werthe auch 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so groß, als der andere Bruch.

Z. E. $\frac{6}{1\frac{1}{3}}$ verhalten sich zu $\frac{8}{1\frac{1}{3}}$, wie 6 zu 8; und weil $6 : 8 = 1 : 1\frac{1}{3}$, so ist auch der Bruch $\frac{8}{1\frac{1}{3}}$, $1\frac{1}{3}$ mal so groß, als der Bruch $\frac{6}{1\frac{1}{3}}$.

§. 390. Eine jede Größe kann in so viel gleiche Theile, als man immer will, eingetheilet werden. Die allergeringste Anzahl solcher gleichen Theile aber ist 2; denn in gleichen Theilen ist unmöglich weniger als 2 Theile aus einem Dinge zu machen. Demnach ist der kleinste Nenner in Brüchen 2.

§. 391. Je mehr man aber gleiche Theile aus einem Dinge machet, desto kleiner werden solche Theile seyn müssen (§. 288). Folglich wenn etliche Brüche eines gewissen Ganzen gleiche Zähler, aber ungleiche Nenner haben, so ist derjenige Bruch am Werthe der größeste, der den kleinsten Nenner hat, und also die größesten Theile in sich enthält.

§. 392. Solchemnach verhalten sich die Brüche, welche gleiche Zähler haben, zu einander, reciproce oder wiederkehrlich (§. 311) wie ihre Nenner. Denn wenn ein Nenner 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so groß, als der andere, so bedeutet solcher Bruch nicht darum auch 2, 3 oder

4 mal

4 mal so viel als der andere (wie §. 389 oder sonst nach ordentlicher Proportion) sondern vielmehr wiederkehrlich nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ mal ꝛc. so viel als der andere.

Z. E. Der Bruch $\frac{5}{8}$ verhält sich zu $\frac{5}{12}$ nicht wie 8 zu 12, sondern wie 12 zu 8; und da 12 : 8 = 1 : $\frac{2}{3}$, so ist auch der Bruch $\frac{5}{12}$ nur $\frac{2}{3}$ aus $\frac{5}{8}$, oder welches einerley $\frac{2}{3}$ mal so groß, als $\frac{5}{8}$.

§. 393. Alles was bisher von den Brüchen und ihren Verhältnissen gesaget ist, hat gleiche Bewandniß mit allen demjenigen, so oben §. 258 bis §. 294 von dem Divisore und Dividendo fürgestellet worden, indem ihr bey Brüchen den Zähler als Dividendum, und den Nenner als Divisorem ansehen könnet (§. 231).

§. 394. Wenn man einen Bruch angiebt, muß man nothwendig dabey auch die Größe seines Ganzen, woraus er ein Bruch ist, angeben. Denn z. E. Man setzet $\frac{1}{4}$, saget auch schon dabey, daß dieser Bruch fl. Thl. ℔. oder Ellen ꝛc. bedeutet, meldet aber nicht, wie groß das Ganze sey, daraus er der vierte Theil ist; so kann man auch noch nicht wissen, ob es der vierte Theil aus 1. 2. 3. 4 Ganzen ꝛc. oder aus einem halben, dritten, vierten Theile ꝛc. eines Ganzen. Jedoch weil in ganzen Zahlen nichts geringers als 1 Ganzes, und was nicht vollkommen ein Ganzes erreichet, ein Bruch ist, so ist man gewohnt, die Brüche aus 1 Ganzen nur schlechthin anzugeben, und werden dannenhero alle die Brüche, wobey nicht ein anders angedeutet wird, allezeit aus 1 Ganzen verstanden. Solchergestalt verstehet man durch $\frac{1}{4}$ fl. den vierten Theil eines einzigen ganzen Guldens, durch $\frac{1}{5}$ ℔, den fünften Theil eines einzigen ganzen Pfundes u. s. w. Hingegen aber, wenn man einen Bruch aus mehr oder weniger, als aus 1 Ganzen angeben will, so muß man die Größe des Ganzen, daraus derselbe Bruch ein Theil ist, zugleich andeuten.

Z. E.

Z. E. Wenn man den vierten Theil aus 100 fl. beschreiben will, so muß man setzen: $\frac{1}{4}$ aus 100 fl. Item wann man den vierten Theil aus einem halben fl. angeben will, so muß man setzen $\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ fl. u. s. w.

§. 395. Man nennet diejenigen Brüche, welcher Theile aus einem oder mehr Ganzen genommen, einfache **Brüche**, oder auch schlechthin **Brüche**. Diejenigen aber, deren Theile aus andern Theilen oder aus einer vermischten Zahl (§. 81) genommen, **gebrochene Brüche**, oder **Brüche aus Brüchen**. Und wird diese letztere Art Brüche von theils Rechnern, nach Art der Beschreibung der einfachen Brüche, unter einander gesetzet; als $\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ fl. wird bemerket mit $\frac{1}{4}$. Item $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$, also: $\frac{1}{\frac{3}{4}}$. Item $\frac{3}{4}$ aus $4\frac{1}{6}$, also: $\frac{\frac{3}{4}}{4\frac{1}{6}}$, u. s. w.

§. 396. Im übrigen hat es bey den Brüchen gleichen Verstand, ob man saget: Ein Theil oder Bruch aus einer Größe; oder **von** (jedoch wenn man nicht mit Fleiß die Subtraction verstanden haben will) einer Größe; oder **mal** einer Größe. Denn es gleich viel gilt, ob man saget (z. E.) $\frac{1}{3}$ **aus** 1 fl; oder $\frac{1}{3}$, nämlich den dritten Theil, **von** 1 fl; oder $\frac{1}{3}$ **mal** 1 fl. das ist so viel gesaget, daß man den 1 fl. nicht 1 ganzes mal, sondern nur $\frac{1}{3}$ mal nehmen solle. Also ist es auch bey Brüchen aus Brüchen gleich viel, ob man saget (z. E.) $\frac{1}{4}$ **aus** $\frac{1}{2}$, oder $\frac{1}{4}$ **von** $\frac{1}{2}$, oder auch $\frac{1}{4}$ **mal** $\frac{1}{2}$.

§. 397. Wenn etliche Brüche, die aus ungleichen Ganzen genommen, gleiche Zähler auch gleiche Nenner haben, so verhalten sich dieselben zu einander, wie ihre Ganze.

Z. E. $\frac{1}{4}$ aus 100 zu $\frac{1}{4}$ aus 200; oder auch $\frac{3}{4}$ aus 100 zu $\frac{3}{4}$ aus 200, verhalten sich, wie 100 zu 200. Und

ist

ist demnach $\frac{1}{4}$ aus 200, 2 mal so groß, als $\frac{1}{4}$ aus 100; desgleichen $\frac{3}{4}$ aus 200, 2 mal so groß, als $\frac{3}{4}$ aus 100.

Beweis.

Wenn man aus einer Größe einen gewissen Theil nehmen will, dividiret man dieselbe Größe in des begehrten Theils Nenner, so ist der Quotient der begehrte Theil (§. 201). Wenn man demnach z. E. $\frac{1}{4}$ aus 100, und besonders aus 200 nehmen will, so werden die 100 und 200 jedes in 4 dividiret. Indessen verhalten sich die Quotienten gleicher Divisorum, wie ein Dividendus zu dem andern (§. 285). Derowegen verhält sich auch $\frac{1}{4}$ aus 100, das ist der Quotient welcher kommt, wenn 100 in 4 dividiret werden, zu $\frac{1}{4}$ aus 200, das ist zu dem Quotient, welcher heraus kommt, so man 200 in 4 dividiret, wie der Dividendus 100 zu 200. Hieraus folget ferner, daß auch z. E. $\frac{3}{4}$ aus 100 zu $\frac{3}{4}$ aus 200 sich verhalten, wie 100 zu 200. Denn vermöge des vorigen ist $\frac{1}{4}$ aus 100 zu $\frac{1}{4}$ aus 200, wie 100 zu 200. Nun ist aber $\frac{3}{4}$ aus 100, zu $\frac{3}{4}$ aus 200, das ist 3 mal $\frac{1}{4}$ aus 100, zu 3 mal $\frac{1}{4}$ aus 200, weil beyde Größen gleich mit 3 gegrößert werden, wie $\frac{1}{4}$ aus 100 zu $\frac{1}{4}$ aus 200 (§. 319): Derowegen ist auch $\frac{3}{4}$ aus 100, zu $\frac{3}{4}$ aus 200, wie 100 zu 200 (§. 325). Auf gleiche Weise ist $\frac{1}{2}$ aus $\frac{2}{4}$, 2 mal so viel, als $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{4}$, und $\frac{1}{2}$ aus $\frac{3}{4}$ ist 3 mal so viel, als $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{4}$ u. s. w.

§. 398. Damit man aber von den gebrochenen Brüchen (§. 395) einen desto deutlichern Begriff erlangen möge, so beliebe man (auf die Art, wie oben §. 236 im Beweise geschehen) nachfolgende Betrachtung anzustellen: Wenn man z. E. eine Elle in 2 gleiche Theile, und jeden solcher Theile ferner in 4 gleiche Theile eintheilet, so heißt dieses vierte Theilchen: $\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ Elle. Indessen ist auf solche Weise jede halbe Elle in 4, folgends die ganze Elle in

2 mal 4, das ist in 8 gleiche Theile vertheilet; derowegen ist solches $\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ Elle nichts anders, als $\frac{1}{8}$ aus einer ganzen Elle. Also auch wenn man eine ganze Elle erstlich in 4 gleiche Theile, und jedes dieser Theile ferner in 2 gleiche Theile, eintheilet, so heißt solches halbe Theilchen; $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{4}$ Elle, oder 1 halb viertel Elle: In der That aber ist es nichts anders, als $\frac{1}{8}$ aus einer ganzen Elle, indem solchergestalt jede viertel Elle in 2, folglich die ganze Elle in 4 mal 2, das ist in 8 gleiche Theile vertheilet worden. Demnach ist $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{4}$, oder umgekehrt $\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ allezeit nichts anders, als $\frac{1}{8}$ aus dem Ganzen. Gleiche Bewandniß hat es mit mehr als 2 Brüchen aus Brüchen. Z. E. Wenn man 1 fl. in 30 Theile (das ist in ℋ), jeden dieser Theile ferner in 3 Theile (das ist in ß), und jeden solcher Theile weiter in 6 Theile (das ist in ℜ), eintheilet; so heißt dieses letztere kleine Theilchen: $\frac{1}{6}$ aus $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{30}$ fl. und ist eigentlich nichts anders als $\frac{1}{540}$ fl. Denn auf solche Weise ist durch die andere Vertheilung, da jedes 30tel (oder jeder ℋ) in 3 Theile getheilet wird, der ganze fl. in 30 mal 3, nämlich in 90 Theile (oder ß), und ferner durch die letztere Vertheilung, da jedes 90tel wiederum in 6 Theile getheilet wird, der ganze fl. endlich in 90 mal 6, nämlich in 540 Theile (oder ℜ) getheilet worden. Auf solche Art ist auch $\frac{1}{30}$ aus $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{6}$, oder $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{30}$ aus $\frac{1}{6}$ ꝛc. allezeit nichts anders, als $\frac{1}{540}$ aus dem Ganzen.

Die 26. Aufgabe.

§. 399. Gebrochene Brüche zu einfachen Brüchen zu machen.

Multipliciret ihre Zähler, wie auch besonders ihre Nenner mit einander, so formiren die beyden Producte den Zähler und Nenner des verlangten einfachen Bruchs.

Z. E. N°. 1. $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$, ist $\frac{1}{12}$ aus dem Ganzen. Denn das Product der Zähler ist 1 mal 1, und das Product der Nenner ist 3 mal 4, nämlich 12.

N°. 2. $\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{4}$, ist $\frac{6}{12}$ (oder gekleinert in 6, §. 384, kommt $\frac{1}{2}$) aus dem Ganzen. Denn 2 mal 3 geben 6, und 3 mal 4 geben 12.

N°. 3. $\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ fl. ist $\frac{6}{24}$ fl. oder gekleinert in 6, kom-

kommet $\frac{1}{4}$ fl. Denn das Product der Zähler ist 2 mal 3 mal 1, nämlich 6; und das Product der Nenner 3 mal 4 mal 2, nämlich 24. Nicht minder ist auch in anderer Ordnung $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{2}$ aus $\frac{3}{4}$, oder $\frac{3}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ aus $\frac{2}{3}$, oder $\frac{1}{2}$ aus $\frac{3}{4}$ aus $\frac{2}{3}$ fl. ꝛc. ebenfalls $\frac{6}{24}$, oder $\frac{1}{4}$.

Beweis.

Wenn die Zähler, als beym gedachten erstern Exempel, nur 1, ist vorhin schon (§. 398) dargethan worden, daß ihr einfacher Bruch zum Zähler 1, und zum Nenner das Product der gegebenen Nenner habe. Und derowegen ist $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$, nichts anders, als $\frac{1}{12}$ aus dem Ganzen. Wenn nun z. E. zu $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ noch $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ genommen wird, so hat man daran $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{4}$, und folgends 2 mal so viel, als $\frac{1}{3}$ aus $\frac{1}{4}$, nämlich $\frac{2}{12}$ aus dem Ganzen. Indessen ist $\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{4}$, 3 mal so viel, als $\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ (§. 397); derowegen ist $\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{4}$ so viel als 3 mal $\frac{2}{12}$, das ist $\frac{6}{12}$. Solchergestalt giebt allezeit bey Brüchen aus Brüchen, das Product der Zähler den begehrten Zähler, und das Product der Nenner den begehrten Nenner des einfachen Bruchs aus dem Ganzen.

§. 400. Eine andere weit kürzere Auflösung zu voriger Aufgabe.

Kleinert erstlich einen Zähler auch gegen eines andern Bruchs Nenner, wenn sie ein gemeines Maaß haben, alsdenn procediret nach voriger Regel (§. 399).

Als beym vorigen Exempel N°. 2, da der einfache Bruch von $\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{4}$ gesuchet wird, so darf man erstlich den Zähler 2 gegen den andern Nenner 4, in 2; und den Nenner 3 gegen den andern Zähler 3, in 3 kleinern, so kommen die Zähler 1 und 1; die Nenner aber 1 und 2, welche nach voriger Anweisung ins be-

sondere multipliciret, geben den begehrten Zähler 1 mal 1, und den begehrten Nenner 1 mal 2, das ist $\frac{1}{2}$, den verlangten einfachen Bruch, und stehet dieser Proceß, als folget:

$\frac{\mathfrak{A}.1}{\mathfrak{B}.1}$ aus $\frac{\mathfrak{B}.1}{\mathfrak{A}.2}$ Facit $\frac{1}{2}$

Beweis.

Vermöge der gegebenen Regel (§. 399) ist der Zähler des verlangten einfachen Bruchs ein Factum, dessen Factores sind, die gegebenen Zähler; desgleichen der Nenner des einfachen Bruchs ein Factum, dessen Factores sind die gegebenen Nenner. Wenn man nun einen der Factorum nur halb, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ mal ꝛc. so groß annimmt, als er wirklich ist, so müsse das daraus entstehende Factum gleichfalls nur halb, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ ꝛc. so groß herauskommen (§. 276). Folgends wenn man so wohl einen Factorem der Zähler, als einen Factorem der Nenner, das ist eine der obern und eine der untern Zahlen, gleich kleinert, so müssen die aus solchen verkleinerten Factoribus beyderseits entstehende Producte ebenfalls nach solcher Proportion um ein gleiches kleiner heraus kommen. Demnach wird auf solche Weise der einfache Zähler gegen den einfachen Nenner gleich gekleinert, und behält dannenhero der kommende kleinere einfache Bruch unverrückt seinen Werth (§. 384).

§. 401. Weil nun 1 nicht multipliciren kann (§. 264), so darf man bey der gedachten Verkleinerung diejenigen Factores, welche selbst die gemeinen Maaße sind, gar hinwegstreichen; indem auf solche Weise der kommende kleinere Factor 1 ist, der zu der fernern Multiplication nichts beytragen kann.

Demnach

Demnach kommt vorerwehntes Exempel also zu stehen:

$\frac{4}{5}$ aus $\frac{5}{4 \cdot 2}$ Facit $\frac{1}{2}$ aus dem Ganzen.

Nämlich saget: Die obere 3 gegen die untere 3 gehen auf. Derowegen streichet beyde aus. Ferner saget: Die obere 2 gegen die untere 4 gehen auf in 2; demnach streichet die 2 aus, und kleinert die 4 in 2, so bleibet unten der einfache Nenner 2, und oben nichts, anzeigende, daß die obern verkleinerten Zahlen lauter Einer sind, welche Kürze halber, wie gedacht, hinweggelassen worden, und folgends entstehet der einfache Zähler aus 1 mal 1.

§. 402. Noch verschiedene Exempel zur Uebung.

N°. 1. Wie viel ist $\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ fl? Also:

$\frac{2}{3} = \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$ Facit $\frac{1}{4}$ fl.

Nämlich saget: Oben und unten 3 gehen hinweg: Oben und unten 2 gehen auch hinweg. Bleibet demnach oben 1, und unten 4, der verlangte einfache Bruch.

N°. 2. Einer hat an einem Guthe $\frac{3}{8}$, davon erbet ein anderer $\frac{3}{5}$, und von diesem erbet ein Dritter $\frac{2}{3}$. Die Frage ist: Wie viel diesem Dritten vom ganzen Guthe gehöre? Also:

$\frac{3}{8 \cdot 4} = \frac{3}{5} = \frac{2}{3}$ Facit $\frac{3}{20}$.

N°. 3. Einer hat an einem Schiff $\frac{4}{9}$, verkaufet davon $\frac{3}{5}$; dieser verkaufet von seinem Part ferner $\frac{3}{4}$; und dieser weiter an einen vierten $\frac{5}{8}$. Frage: Wie viel besitzet dieser letztere vom ganzen Schiffe? Also:

$\frac{4}{9 \cdot 5} = \frac{3}{8} = \frac{3}{4} = \frac{5}{8}$ Facit $\frac{1}{8}$

Denn unten bleiben 8, und oben nichts, anzeigende, daß der Zähler 1 sey (§. 401).

N°. 4. Wie viel ist $\frac{7}{20}$ aus $\frac{4}{5}\frac{5}{6}$ aus $\frac{8}{8}\frac{0}{1}$ aus $\frac{1}{2}\frac{3}{2}$ aus $\frac{2}{2}\frac{4}{5}$?

Also:

$$\frac{7}{20} \text{ " } \frac{48.8}{56.8} \text{ " } \frac{80}{81.9.3.} \text{ " } \frac{13}{22.11} \text{ " } \frac{24.8.4.2}{28.5} \quad \text{Fac.} \frac{26}{165}$$

Denn oben bleiben 2 mal 13, und unten 3 mal 11 mal 5.

§. 403. Es ist insonderheit bey dergleichen Rechnungen, um alle Confusion zwischen den obern und untern Zahlen zu verhüten, wohl in acht zu nehmen, daß man die gegebenen Brüche dergestalt fein gerade neben einander setze, damit oben alle Zähler, als auch darunter alle Nenner in einer Reihe und zwar räumlich nach einander zu stehen kommen. Um aber allen Besorgungen desto besser vorzubauen, so setze ich bey dergleichen Fällen lieber alle gegebene Zähler, und ihre Nenner besonders in einer Columne gerade unter einander, und zwar (weil man die Zähler als Dividendos, die Nenner aber, als Divisores ansehen kann (§. 231), und ein Divisor gewöhnlicher maßen dem Dividendo zur Linken gesetzet wird) jene zur Rechten, und diese darneben in gnugsamer Weite zur Linken. Demnach kommt die Ausrechnung des vorigen Exempels §. 402 N°. 4, als folget zu stehen:

20	7
56.8	8.48
81.9.3	80
22.11	13
28.5	2.4.8.24

bleiben 3 × 11 × 5, und 2 × 13, das ist $1\frac{2}{6}\frac{6}{5}$ wie vorhin.

§. 404.

§. 404. Zwar scheinen dergleichen weitläuftige Aufgaben, wie insonderheit die nächst angeführte N°. 4 ist, eben so wohl als viele andere Dinge, welche öfters in den Rechenbüchern vorgetragen werden, nur unnütze Grillen zu seyn: Allein gleichwie ich in gegenwärtigem Werke (den letztern Theil ausgenommen, in welchem verschiedene Sachen nur zur Curiosität fürgestellet werden) niemals eine Lehre vorgetragen, die nicht ihren gewissen Nutzen hat; also werdet ihr im folgenden erfahren, daß auch vorhergehender Vortrag nicht ohne Nutzen sey. Und will ich allhier nur dieses noch anmerken, daß, weil das Kleinern nur zum Vortheil dienet, man auch nicht so genau daran gebunden sey; und muß dannenhero die wahre Antwort heraus kommen, wenn gleich nicht alles aufs genaueste gekleinert wird.

Die 27. Aufgabe.

§. 405. **Eine vermischte oder mehrerley namige Zahl (§. 81 und 83) unter gleichen Namen, und zwar unter den Namen der Theile zu bringen.**

Multipliciret die Ganzen mit dem Namen solcher kleinen Theile, das ist, bey Brüchen, mit dem Nenner, und bey kleinern Sorten, mit der Anzahl, so viel derselben auf die größere Sorte gehen (wie solches oben §. 157. N°. 1. und 2. bereits erkläret worden), und addiret zum Product die neben stehenden kleinern Theile nach Anzeigung §. 190 und 191, so ist die Summe die Anzahl der verlangten kleinern Einheiten.

Z. E. $11\frac{3}{4}$ zu lauter 4teln zu machen, so multipliciret die 11 Ganzen mit dem Nenner 4, und addiret zum Product den Zähler 3, kommen $\frac{47}{4}$. Item $17\frac{13}{30}$ fl. oder 17 fl. 13 ℔ zu lauter 30tel fl. oder, so einerley, zu lauter ℔ zu machen, so multipliciret die 17 Ganzen mit 30, weil jedes Ganze 30 Dreyßigstel oder ℔ in sich enthält, und addiret zum Product die beystehen-

den 13, so kommen $5\frac{23}{30}$ fl. oder 523 ℋ. Auf gleiche Weise verfahret, wenn die gegebene Zahl auch mehr als 2erley Einheiten hat.

§. 406. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 49 fl. 17 ℋ 12 ℛ zu lauter ℛ zu machen. Also:

49 (30
1487 ℋ
11896 (18
26778 ℛ

Nämlich multipliciret die 49 mit 30, addiret darzu die 17 ℋ, kommen 1487 ℋ. Ferner multipliciret solche 1487 ℋ mit 18, weil jeder ℋ 18 ℛ in sich enthält, und addiret darzu die 12 ℛ, so kommen die verlangten 26778 ℛ.

N°. 2. 68 fl. 15 ℋ $13\frac{5}{7}$ ℛ zu lauter 7tel ℛ zu machen.

Also: 2055 ℋ (30
16440 (18
37003 ℛ (7

Antw. 259026 Siebentel ℛ, welche (§. 232) also $\frac{259026}{7}$ ℛ; oder (§. 80) auch also 259026(7tel geschrieben werden können.

N°. 3. 1379 ℔ = — Loth — Qu. , 3 ℛ zu lauter ℛ zu machen.

Also: 2758 (32
4137
44128 Loth (4
176512 Qu. (4

Antw. 706051 ℛ.

Oder weil allhier keine Loth noch Quentchen gegeben worden, so kann man die 1379 ganze ℔, so fort mit der Anzahl der ℛ, so viel deren auf 1 ℔ gehen, das ist, mit 512 (wie §. 180 N°. 10 geschehen) multipliciren, und zu dem Product die 3 ℛ addiren, also:

1379 ℔ = Loth = — Qu. = 3 ℛ.
2758 (512
6895 ..

Antw. 706051 ℛ wie vorhin.

N°. 4.

N°. 4. $237\frac{9}{10}$ zu lauter 1otel zu machen. Allhier könnet ihr das Facit ohne einige Berechnung (nach Anzeigung §. 190 N°. 3) so fort hinschreiben, nämlich $\frac{2379}{10}$. Desgleichen

N°. 5. 28 ℔. 37 ß Holl. oder $28\frac{37}{100}$ ℔. zu lauter ß oder 100tel ℔. zu machen. Facit 2837 ß oder $\frac{2837}{100}$ ℔.

N°. 6. $68\frac{243}{1000}$ zu lauter 1000tel zu machen. Fac. $\frac{68243}{1000}$.

§. 407. Wenn gesaget wird, eine vermischte oder mehrerley namige Zahl **einzurichten**, so verstehe ich eben dasselbige, was nächst vorhin gezeiget worden, daß man nämlich selbige Zahl unter den Namen ihrer kleinsten Einheiten bringen solle. Als wenn gesagt wird: $11\frac{3}{4}$ einzurichten, so macht man alles zu 4tel (§. 405), kommen $\frac{47}{4}$. Item: Wenn gesagt wird 17 fl. 13 ß. einzurichten, so machet alles zu ß. kommen 573 ß. Wenn aber bey einer ganzen Zahl, bey welcher keine Theile oder Brüche stehen, gesagt wird, dieselbe einzurichten, so verstehe ich, daß solcher ganzen Zahl nur die Gestalt eines Bruchs gegeben werde, das ist, daß man sie bruchsweise schreiben und für ihren Nenner 1 setzen solle. Z. E. Die Zahl 25 einzurichten, so setzet $\frac{25}{1}$. Denn da der Nenner 1 nur ein fingirtes Ding (§. 264), so behalten die 25 nach als vor ihren Werth, und bekommen dadurch nur die verlangte Form eines Bruchs.

Die 28. Aufgabe.

§. 408. **Verschiedene Brüche, welche ungleiche Nenner haben, nach gemeiner Art unter einerley Namen oder Nenner zu bringen.**

Größert den Zähler und Nenner jedes Bruchs mit des andern Bruchs Nenner, oder wo mehr als 2 Brüche ge-

geben, mit allen andern Nennern entweder nach und nach, oder auch, so einerley (§. 162), mit dem Product der Nenner der andern Brüche, so kommen an stat der gegebenen, neue Brüche, welche einen general- oder allgemeinen Nenner haben, und dem gegebenen am Werthe doch gleich sind.

Z. E. N°. 1. $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$ unter gleiche Namen zu bringen, so größert die 2 und 3 mit dem andern Nenner 5; hingegen die 4 und 5 mit jenem Nenner 3, kommen $\frac{10}{15}$ und $\frac{12}{15}$, welche am Werthe den gegebenen $\frac{2}{3}$ und $\frac{4}{5}$ gleich, und haben einen gleichen Namen 15tel.

N°. 2. $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$ und $\frac{6}{7}$ unter gleiche Namen zu bringen, so größert die $\frac{3}{4}$ mit 5 und 7, oder auf einmal mit 5 mal 7, nämlich mit 35; also auch die $\frac{2}{5}$ mit 4 und 7, oder mit 28; und endlich die $\frac{6}{7}$ mit 4 und 5 oder mit 20, so kommen an stat der gegebenen Brüche, die folgende: $\frac{105}{140}$, $\frac{56}{140}$ und $\frac{120}{140}$, welche den Generalnenner 140 haben, und den gegebenen Brüchen gleich am Werthe sind.

Beweis.

Der Beweis dieser Operation lieget klar vor Augen. Denn es werden nach diesem Proceß die Zähler und Nenner eines jeden Bruchs mit gleichem gegrößert, folgends behalten sie ihren vorigen Werth (§. 384), und bekommet auf solche Weise jeder Bruch das Product aller gegebenen Nenner zum Nenner; demnach stehen sie unter gleichen Namen, wie begehret.

§. 409. Wenn man demnach bey 2 Brüchen, welche ungleiche Zähler auch Nenner haben, nur zu wissen verlanget, welcher der größte ist, so darf man nicht erst ihren

ren gemeinen Nenner suchen, wieviel derselbe sey, sondern nur jeden Zähler mit des andern Bruchs Nenner multipliciren, so kommen solche Zähler, die gleiche Nenner haben; folgends ist derjenige der größte, der in gedachter Multiplication am meisten bringet (§. 388).

Die 29. Aufgabe.

§. 410. **Einen Bruch unter eine andere gegebene Benennung zu bringen, das ist, zu einem gegebenen Nenner einen solchen Zähler zu finden, daß der auf solche Weise kommende Bruch einem andern gegebenen Bruch am Werthe gleich sey.**

I. Multipliciret den gegebenen Nenner, zu welchem der Zähler gesucht wird, mit dem Zähler des gegebenen Bruchs, und dividiret

II. das kommende Product in desselben Nenner, so kommet der verlangte Zähler.

Z. E. Es sey gegeben der Bruch $\frac{3}{5}$, man verlanget aber an stat 5 den Nenner 30, und zu diesen Namen 30tel einen solchen Zähler zu finden, der so viel sey, als der Bruch $\frac{3}{5}$. So multipliciret den Nenner 30 mit dem Zähler 3, und dividiret das Product 90 in den Nenner 5, so kommet der gesuchte Zähler 18, und ist also $\frac{18}{30}=\frac{3}{5}$.

Beweis.

Vermöge des Satzes soll der verlangte Bruch dem gegebenen gleich seyn, folgends müssen die Zähler zu ihren Nennern gleiche Verhältnisse haben (§. 382). Als beym gedachten Exempel muß sich der Nenner 5 zu seinem Zähler 3 verhalten, wie der Nenner 30 zu seinem

ge-

gesuchten Zähler. Demnach hat man in dieser Aufgabe 4 proportionirte Größen, von welchen 3 derselben bekannt gegeben, und die 4te gesuchet wird, welche Rechnung nach der Regel Detri folgendergestalt aufgesetzet

A. B. C. D.

5 : 3 = 30 : — alsdenn das 2te Glied mit dem 3ten multipliciret, und das kommende in das 1ste Glied dividiret werden müsse (§. 331). Derowegen ist es klar, wenn man aus diesem Grunde, auch ohne besondern Aufsatz der Regel Detri (§. 360), nur dieser Regel gemäß procediret, nämlich beym gedachten Exempel die 30 mit 3 multipliciret, und die kommenden 90 in 5 dividiret, daß der verlangte Zähler zum Facit kommen müsse.

§. 411. Zwar könnte man dieses auch etwas kürzer verrichten, nämlich, wenn man nur durch die Division untersuchet, um wie vielmal der gegebene Nenner größer, als der Nenner des gegebenen Bruchs sey, und alsdenn den gegebenen Zähler eben so vielmal größer nimmt: Als beym vorigen Exempel ist der Nenner 30, 6 mal so groß, als der Nenner 5; derowegen darf man nur den Zähler 3 ebenfalls mit 6 größern, so kommen $\frac{18}{30} = \frac{3}{5}$. Denn solchergestalt wird der Zähler und Nenner des Bruchs $\frac{3}{5}$ gleich gegrößert, und muß er dannenhero seinen Werth behalten (§. 384). Wie denn diese Manier auch aus dem vorigen Beweise hergeleitet werden könnte, nach Anzeigung der 2ten Art §. 332. Allein es ist oben schon (§. 335) angemerket worden, daß man in dergleichen Fällen lieber bey der gegebenen Regel (§. 410) bleibet, weil die Division nicht allezeit, wie hier 30 in 5, gerade aufgehet, und man nach dieser itzigen Manier den Zähler des gegebenen Bruchs öfters hernach mit Brüchen würde multipliciren müssen, welches man gerne vermeidet. Als z. E. Den Bruch $\frac{1}{\frac{1}{3}}$ unter den Namen 30tel

zu

zu bringen; da ist der Quotient von 30 in 13 dividiret: $2\frac{4}{13}$, folgends müßte man die 11 mit $2\frac{4}{13}$ multipliciren, und also in Brüchen procediren: Hingegen nach der vorigen Manier multipliciret man die 30 mit 11, und dividiret das Product 330 in 13, kommen $25\frac{5}{13}$, und ist also $\frac{25\frac{5}{13}}{30} = \frac{11}{13}$, dabey immer nur ganze Zahlen zu berechnen sind.

§. 412. Indessen wenn man bey einer dergleichen Aufgabe zu voraus versichert ist, daß der gegebene Nenner in den Nenner des gegebenen Bruchs gerade aufgehet, so ist diese allernächst beschriebene Manier (§. 411) ohnstreitig jener gegebenen Regel (§. 410) vorzuziehen, wie bereits oben §. 334 erinnert worden.

§. 413. Wenn man einen Bruch einer größern Einheit der Münzen, Maaße oder Gewichte ꝛc. ad vulgarem valorem, das ist, zu dem Werth ihrer gemeinen und gebräuchlichen Einheiten bringen will (als, zu finden, wie viel der Bruch $\frac{3}{4}$ fl. an ℳ; der Bruch $\frac{7}{9}$ ℔ an Schott sey) so nennet man es den Bruch **resolviren** oder **auflösen.**

Die 30. Aufgabe.

§. 414. Einen Bruch zu resolviren.

I. Multipliciret die Anzahl der verlangten kleinern Sorten oder Einheiten, als so viel derselben auf des gegebenen Bruchs Ganze gehen, mit dem Zähler, und dividiret

II. das Product in den Nenner, so kommt, was begehret worden.

Z. E. $\frac{3}{4}$ fl. in ℳ. zu resolviren, so multipliciret 30

(weil

(weil 30 ℔. auf einen fl. gehen) mit 3, und dividiret die kommenden 90 in 4, kommen (§. 225) $22\frac{1}{2}$ ℔. das ist (§. 384) $22\frac{1}{2}$ ℔. oder (nach §. 226) 22 ℔. 9 ß.

Beweis.

Die kleinen Sorten der Münzen, Maaße oder Gewichte ꝛc. sind in der That nichts anders, als Brüche aus ihrer größern Sorte, deren Nenner so groß ist, als die Anzahl derselben kleinern Sorten, so viel ihrer auf eine größere Sorte gehen (§. 51), wie z. E. 1 ℔. nichts anders ist, als $\frac{1}{30}$ fl.; 7 ℔. nichts anders als $\frac{7}{30}$ fl. u.s.w. Diesemnach ist einen Bruch resolviren auch nichts anders, als an stat des gegebenen Bruchs einen andern zu finden, welcher am Werthe dem gegebenen Bruche gleich sey, und zum Nenner den Namen der gewöhnlichen Theile haben sollte: Derowegen muß nach der gegebenen Regel der gesuchte Zähler kommen (§. 410), und ist also $\frac{22\frac{1}{2}}{30}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl. Folgends wird auf solche Weise der Bruch recht resolviret (§. 413).

§. 415. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. $\frac{7}{9}$ ß zu Schott, das ist eigentlich, wie vorhin erkläret, zu 24tel ß zu machen; so multipliciret die 24 mit 7, und dividiret das Product 168 in 9, kommen $18\frac{2}{3}$ Schott, oder 18 Schott 8 ß.

N°. 2. $\frac{38}{45}$ ℔. zu resolviren; so multipliciret 32 Loth mit 38, und dividiret das Product 1216 in 45, kommen $27\frac{1}{45}$ Loth, oder 27 Loth und $\frac{16}{45}$ ß

N°. 3. $\frac{77}{900}$ fl. in ℔. zu resolviren; so multipliciret die 77 mit 30, und dividiret das Product 2310 in 900, kommen $2\frac{17}{30}$ ℔.

N°. 4. $\frac{17}{900}$ fl. in ℔ zu resolviren; so multipliciret die 17 mit 30, kommen 510, diese in 900 dividiret (§. 231), kommet der Bruch $\frac{510}{900}$ ℔., oder gekleinert in 10 und 3, oder auch auf einmal (§. 236) in 30, kommt $\frac{17}{30}$ ℔ $= \frac{17}{900}$ fl.

§. 416.

§. 416. Auf gleiche Weise ist zu procediren, wenn man einen Bruch, dessen Ganzes aus mehr als einer einzigen Unität bestehet, auf selbige Unitäten resolviren will.

Z. E. N°. 1. Man begehret zu wissen, wie viel Unitäten $\frac{2}{3}$ aus 100 Unitäten sind, so multipliciret die 100 mit 2, und dividiret das Product 200 in 3, kommen $66\frac{2}{3}$, die begehrte Antwort.

N°. 2. $\frac{3}{4}$ aus 16 fl; wieviel sind es fl? So multipliciret die 16 mit 3, und dividiret das Product 48 in 4, kommen 12, die gesuchte Antwort. Jedoch in diesem Falle, da man bald siehet, daß 16 in 4 aufgehen, bedienet man sich viel lieber der oben gedachten andern Manier (§. 411). Demnach dividiret man die 16 erstlich in 4, und multipliciret den kommenden Quotient 4 hernach mit 3, so kommet die begehrte Antwort 12, wie hiervon §. 412 schon Meldung geschehen.

§. 417. Da nun der Werth z. E. von $\frac{3}{4}$ aus 30 gefunden wird, wenn man 3 mal 30 in 4 dividiret (§. 414); item der Werth von $\frac{2}{3}$ aus 100 wird gefunden, wenn man 2 mal 100 in 3 dividiret (§. 416): So folget, daß es gleich viel sey, ob man saget $\frac{3}{4}$ aus 30, oder $\frac{1}{4}$ aus 90, das ist aus 3 mal 30; item ob man saget $\frac{2}{3}$ aus 100, oder $\frac{1}{3}$ aus 200, und hat man in allewege im ersten Exempel die 90 in 4; im andern aber die 200 in 3 zu dividiren. Folgends ist $\frac{3}{4}$ aus 30 ℳ oder aus 1 fl. eben so viel, als $\frac{1}{4}$ aus 90 ℳ oder 3 fl; und $\frac{2}{3}$ aus 100 enthalten eben so viel in sich, als $\frac{1}{3}$ aus 200.

§. 418. Ich könnte hier auch Exempel geben, wie der Werth eines Bruchs aus einer vermischten Zahl zu finden sey, als z. E. wenn gefraget wird: Wie viel ist $\frac{2}{3}$ aus $8\frac{1}{4}$? Allein da das Wörtlein **aus** mit dem Wörtlein **mal** in Brüchen gleichen Verstand hat (§. 396), so sparen wir dergleichen Exempel lieber bis in die Multiplication, allwo dieses alles umständlicher ausgeführet werden soll.

§. 419. Wenn man einige kleine Sorten der Münzen,

zen, Maaße oder Gewichte, zu Theilen oder Brüchen ihrer größern Sorte machen will (als den Bruch eines Pfundes zu finden, welcher so viel sey als 20 Loth; item den Bruch eines Guldens, welcher enthält 22½ ℋ oder 22 ℋ 9 ₰), so heißet man es insgemein einen gegebenen Werth in einen Bruch reduciren oder einführen.

Die 31. Aufgabe.

§. 420. Einen gegebenen Werth in einen Bruch, oder Theil aus einem gewissen Ganzen zu reduciren.

I. Merket, daß solcher gegebene Werth eine einzig benamte Zahl sey; im widrigen Falle, nämlich daferne selbiger eine vermischte oder mehrerley namige Zahl ist, so richtet ihn zuförderst ein, das ist (§. 407), bringet die gegebene Zahl unter den Namen ihrer kleinsten Einheiten (§. 405). Alsdenn

II. setzet diesen Werth über, und den gleichnamigen Werth des Ganzen, aus welchem der gesuchte Bruch ein Theil seyn soll, unter eine Linie bruchsweise, so ist dieser Bruch eben derselbe Bruch, so verlanget worden, welcher wie gewöhnlich, und daferne es angehet, gekleinert werden mag (§. 384).

Z. E. 20 Loth in einen Bruch eines Pfundes zu reduciren; setzet 20 über, und 32, das ist so viel als Loth auf ein ganzes ℔ gehen, unter eine Linie bruchsweise, kommet die Antwort $\frac{20}{32}$ ℔, oder durch die Verkleinerung in 4: $\frac{5}{8}$ ℔.

Item 22 ½ ℋ in einen Bruch eines Guldens zu reduciren, so machet zuförderst die 22 ½ ℋ zu lauter halben ℋ, kommen 45 halbe ℋ. Demnach setzet solche 45 über, und 2 mal 30, nämlich 60, das ist so viel, als

halbe

halbe ℋ auf einen fl. gehen, unter eine Linie, so kommet der begehrte Bruch $\frac{45}{60}$ fl. welcher gekleinert in 5 und 3, oder auf einmal in 15, kommen $\frac{3}{4}$ fl.

Beweis.

Es ist alles klar aus §. 51, wie auch aus dem Beweise §. 414, aus welchem bereits zu ersehen, daß z. E. 20 Loth oder $\frac{20}{32}$ ℔; item 45 halbe ℋ oder $\frac{45}{60}$ fl. in der That einerley Werth sey. Also ist auch ferner $\frac{20}{32}$ ℔ $= \frac{5}{8}$ ℔, und $\frac{45}{60}$ fl. $= \frac{3}{4}$ fl. (§. 384). Und eben solche Bewandniß hat es auch mit allen folgenden und sonst dergleichen Exempeln.

§. 421. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 13 ℛ zu Theilen eines Florins zu machen; so setzet 13 über, und 30 mal 18, nämlich 540, das ist so viel, als ℛ auf einen fl. gehen, unter eine Linie, kommen $\frac{13}{540}$ fl. der begehrte Bruch.

N°. 2. 18 ℋ 12 ℛ in Theile eines Guldens zu reduciren; so machet die 18 ℋ 12 ℛ zu lauter ℛ, kommen 336 ℛ: Setzet diese über, und 540, als den Werth eines Guldens an ℛ, unter eine Linie, kommen $\frac{336}{540}$ fl. welcher Bruch gekleinert in 6 und 2, oder auf einmal in 12, kommt $\frac{28}{45}$ fl. der gesuchte Bruch.

N°. 3. $2\frac{17}{30}$ ℋ, das ist $\frac{77}{30}$ ℋ, zu Theilen eines fl. zu machen; so machet einen fl. gleichfalls zu 30tel ℋ, so kommen 900. Demnach ist der begehrte Bruch $\frac{77}{900}$ fl.

N°. 4. 13 Schott 7 Gr. in Theile einer Mark zu reduciren; so machet so wohl die 13 Schott 7 Gr. als eine ganze Mark zu lauter Gr. und setzet die kommenden Zahlen gehöriger maßen bruchsweise, kommet der begehrte Bruch $\frac{163}{288}$ Mark.

N°. 5. 19 Loth 2 Qu. $1\frac{3}{8}$ ℛ in Theile eines Pfundes zu reduciren; so machet erstlich alles zu 8tel, kommen 2507, 8tel ℛ. Desgleichen machet ein ganzes ℔ zu 8tel ℛ, kommen 4096. Demnach ist der verlangte Bruch $\frac{2507}{4096}$ ℔.

§. 422. Auf gleiche Weise wird verfahren, wenn man sonst eine kleinere Zahl in einen Bruch aus einer größern Zahl reduciren will.

Z. E. N°. 1. Die Zahl 23 zu einem Bruch aus 100 zu machen, setzet die 23 über, und die 100 unter eine Linie bruchsweise, so bekommet ihr den verlangten Bruch $\frac{23}{100}$.

N°. 2. Die Zahl $66\frac{2}{3}$ zu einem Bruch aus 100 zu machen, so bringet zuförderst nach voriger Weise (§. 420) so wohl die gegebene Zahl $66\frac{2}{3}$, als auch den Werth des Ganzen, aus welchem der Bruch begehret wird, nämlich die 100, unter gleiche Namen, das ist, machet alles zu 3tel, und setzet alsdenn die kommenden gleichnamigen Zahlen bruchsweise also $\frac{200}{300}$, welcher Bruch ferner in 100 gekleinert, kommt zur Antwort: $\frac{2}{3}$, anzeigende, daß $66\frac{2}{3}$ gleich sey $\frac{2}{3}$ aus 100.

N°. 3. 7 zu einem Bruch aus $12\frac{1}{4}$ zu machen, so machet zuförderst, wie vorhin, alles zu 4tel, und setzet die kommenden Zahlen gehöriger maßen bruchsweise, so kommen $\frac{28}{49}$, welcher Bruch in 7 gekleinert, kommen $\frac{4}{7}$.

N°. 4. $5\frac{1}{2}$ in einen Bruch aus $8\frac{1}{4}$ zu reduciren, so richtet dieselben Zahlen erstlich ein (§. 407), kommen $\frac{11}{2}$ und $\frac{33}{4}$, ferner, bringet diese Brüche unter gleiche Namen, so kommen (nach der gemeinen Regel §. 408) $\frac{44}{8}$ in einen Bruch aus $\frac{66}{8}$ zu reduciren. Diese nunmehro unter gleiche Namen (nämlich 8tel) gebrachte Zahlen, setzet alsdenn gehöriger maßen bruchsweise, so habt ihr den Bruch $\frac{44}{66}$, welcher in 11 und 2, oder auf einmal in 22 gekleinert, kommet $\frac{2}{3}$, anzeigende, daß $5\frac{1}{2}$ gleich sey $\frac{2}{3}$ aus $8\frac{1}{4}$.

§. 423. Es ist also die Reduction (§. 419 sequ.) der Rückweg von der Resolution (§. 413 sequ.). Wiederum ist die Resolution der Rückweg von der Reduction. Derowegen kann man jene durch diese, und diese durch jene probiren (§. 371); wie solches mit mehrern aus den vorhin gegebenen Exempeln zu ersehen ist.

Von

Von der Addition der Theile eines Ganzen, als auch der vermischten und mehrerley namigen Zahlen.

§. 424.

Gleichwie bey der Addition und Subtraction in ganzen Zahlen, die gegebenen Zahlen einerley Art Einheiten, das ist, gleiche Namen, haben müssen, und denn bekommet die Summe und der Rest, eben denselben Namen (§. 103 und 123): Also ist es auch bey der Addition und Subtraction in Theilen eines Ganzen, das ist (§. 51) so wohl in Brüchen, als sonst in kleinern Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte ꝛc. Nämlich es können die Zahlen, welche Theile oder kleine Sorten bedeuten, nicht anders zusammen, noch von einander gezählet werden, es sey denn, wenn sie von gleicher Art, und also gleiche Namen haben.

Die 32. Aufgabe.

§. 425. Die Brüche zu addiren.

I. Setzet dieselben gerade unter einander, und nehmet wahr, ob sie alle gleiche Nenner haben, und daferne ihr ungleiche Nenner findet, so bringet sie alle unter gleiche Benennung (§. 408).

II. Addiret alsdenn die Zähler, und setzet unter solche Summe den gemeinen Nenner.

III. Ist nun die Summe solcher Theile mehr als ein Ganzes, das ist (§. 380) größer, als der gemeine Nenner, so machet dieselben (daferne ihr sie anderer Absichten wegen nicht viel lieber also wollet stehen lassen) durch die Division in ihren Nenner, zu Ganzen.

Z. E. N°. 1. Zu addiren $\frac{2}{7}$

$\frac{1}{7}$

und $\frac{3}{7}$, so addiret, weil die Nenner gleich sind, nur die Zähler, — so kommt die Summe $\frac{6}{7}$

N°. 2. Man soll addiren $\frac{2}{3}$ und $\frac{1}{5}$. Diese Brüche bringet zuförderst unter gleiche Namen (§. 408. N°. 1), und setzet es als folget:

$$\begin{array}{r|l} & 15 \\ \hline \frac{2}{3} & 10 \\ \frac{1}{5} & 3 \\ \hline \text{Sum. } \frac{13}{15} & \end{array}$$

Nämlich den gefundenen general Nenner 15 notiret ein vor allemal oben an (§. 80) und setzet ordentlich darunter die gefundenen neuen Zähler 10, und 3, diese addiret, wie vorhin, kommet die verlangte Summe $\frac{13}{15}$.

Beweis.

Die Nenner sind nichts anders, als bloße Namen (§. 77). Derowegen geschiehet die Addition, wenn man nur die Zähler zusammen zählet. Da aber keine andere als gleichnamige Zahlen zusammen gezählet werden können (§. 424); so müssen nothwendig die Brüche, wenn sie verschiedene Nenner haben, zuförderst unter einerley Nenner gebracht werden.

§. 426. Noch verschiedene Exempel zur Uebung.

N°. 1. Man soll addiren $\frac{27}{100}$ fl. + $\frac{23}{100}$ fl. + $\frac{19}{100}$ fl.; oder, so einerley, 27 ℔ + 23 ℔ + 19 ℔. Weil allhier die Nenner gleich sind, so könnet ihr die Zähler nur so fort addiren. Derowegen setzet es als folget:

30tel fl.	oder	ℋ
27		27
23		23
19		19
Sum. 2 $\frac{9}{30}$ fl.		Sum. 2 fl. 9. ℋ.

Denn die Summe ist $\frac{69}{30}$ fl. oder 69 ℋ. Diese machet zu Ganzen (§. 222. N°. 1), so habt ihr 2 $\frac{9}{30}$ fl. oder 2 fl. 9 ℋ.

N°. 2. Zu addiren $\frac{1}{16} + \frac{3}{16} + \frac{5}{16} + \frac{7}{16} + \frac{9}{16} + \frac{11}{16} + \frac{13}{16} + \frac{15}{16}$ ℔; oder so einerley 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 Loth. Also:

16tel ℔	oder	Loth
1		1
3		3
5		5
7		7
9		9
11		11
13		13
15		15
Sum. 4 ℔		Sum. 4 ℔.

Denn die Summe ist $\frac{64}{16}$ ℔, oder 64 Loth, diese thun 4 ℔.

N°. 3. Zu addiren $\frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{6}{7}$. Also:

140 (§. 408. N°. 2.)

$\frac{3}{4}$	105
$\frac{4}{5}$	112
$\frac{6}{7}$	120
Sum. $\frac{337}{140}$, das ist	$2\,1\frac{57}{140}$

Die 33. Aufgabe.

§. 427. Vermischte und mehrerley namige Zahlen zu addiren.

I. Setzet die gegebenen Zahlen (nach Anzeigung §. 84) ihren Namen gemäß fein ordentlich unter einander, und merket, wie vorhin, daß die Brüche, so sich welche befinden, gleiche Namen haben, oder doch zu gleichen Namen gemachet werden müssen.

II. Alsdenn fanget zur Rechten bey den kleinsten Einheiten an (§. 114), und procediret, wie in der Addition der ganzen Zahlen gelehret worden. Nur allein, weil allhier öfters mehr oder weniger als 10 kleinere Einheiten auf eine nächst folgende größere Einheit gehen (§. 85, so hat man fürnemlich nur dasjenige in acht zu nehmen, welches oben §. 115 bereits angemerket worden. Dahero erachte unnöthig, allhier einen besondern Beweis zu geben, und folgen demnach nur Exempel zur Uebung.

N°. 1. Mann soll addiren 276 fl. 23 ℋ, + 19 fl. 21 ℋ, 1374 fl. 27 ℋ; oder, so einerley, $276\frac{23}{30}$ fl. + $19\frac{21}{30}$ fl. + $1374\frac{27}{30}$ fl. Also:

fl.	ℋ	oder fl.	30tel fl.
276	23	276	23
19	21	19	21
1374	27	1374	27
S. 1671	11	Sum. 1671	$\frac{11}{30}$ fl.

Nämlich addiret erstlich die Columne der ℋ oder 30tel fl. kommen 71. Diese setzet noch nicht so fort darunter, sondern notiret sie nur beyseite, und untersuchet durch die Division in 30, wie viel dieselben an ganzen fl. in sich enthalten; oder weil die Summe klein,

und

und also die Division gar leichte im Kopfe geschehen kann, so dürfet ihr solche Summe nicht allererst beyseite notiren, sondern nur so fort in den Gedanken berechnen, wie vielmal 30 in den 71 begriffen sind, so werdet ihr finden 2 ganze fl. und darüber 11 ℋ oder 30tel fl. Demnach setzet solche 11 gerade darunter, und zählet an stat 60 ℋ oder 30tel fl. 2 ganze fl. zu den folgenden fl. deren Summe ihr gehöriger maßen unter die Columne der ganzen fl. setzet, so habt ihr die verlangte Antwort fl. 1671 = 11 ℋ, oder 1671$\frac{1}{30}$ fl.

N°. 2. Zu addiren 328 fl. 25 ℋ 6 ℜ + 2465 fl. 13 ℋ 12 ℜ + 27 ℋ 9 ℜ + 207 fl. 4 ℜ. Also:

fl.	ℋ	ℜ	oder fl.	30tel fl.	18tel aus $\frac{1}{30}$ fl.
328 =	25 =	6	328	25	6
2465 =	13 =	12	2465	13	12
— =	27 =	9	—	27	9
207 =	— =	4	207	—	4
3002 =	6 =	13.	3002 + $\frac{6}{30}$ +	$\frac{13}{18}$ aus	$\frac{1}{30}$ fl.

Denn die Summe der ℜ, oder der 18tel aus $\frac{1}{30}$ fl. ist 31. Diese enthalten in sich 1 ℋ oder $\frac{1}{30}$ fl. und darüber noch 13 ℜ oder 18tel aus $\frac{1}{30}$ fl. Demnach setzet solche 13 gerade darunter, und zählet den 1 ℋ oder das $\frac{1}{30}$ fl. zu den folgenden ℋ oder 30tel fl. kommt deren Summe 66. Mit dieser Summe verfahret ferner wie vorhin N°. 1. so erlanget ihr endlich die begehrte Antwort.

N°. 3. Man soll addiren 38$\frac{11}{24}$ + 137$\frac{5}{24}$ + 73$\frac{19}{24}$ + $\frac{23}{24}$ + 105$\frac{17}{24}$ + 216 + 187$\frac{13}{24}$ + 205$\frac{7}{24}$; oder, so einerley, 38 Thl. 11 Gℋ (deren 24 auf 1 Thl. gehen) + 137 Thl. 5 Gℋ + 73 Thl. 19 Gℋ + 23 Gℋ + 105 Thl. 17 Gℋ + 216 Thl. + 187 Thl. 13 Gℋ + 205 Thl. 7 Gℋ. Weil nun die Nenner oder Namen gleich sind, setzet es also:

		24tel
	38	11
	137	5
	73	19
	—	23
	105	17
	216	—
	187	13
	205	7
Sum.	964	$\frac{23}{24}$

$\frac{24}{95}$

Quot. 3 Rest 23

Nämlich die Summe der Brüche ist $\frac{95}{24}$. Diese 95 dividiret beyseite in 24 kommen 3 Ganze, und restiren noch $\frac{23}{24}$. Demnach setzet die $\frac{23}{24}$ gerade unter die Linie, und zählet die 3 Ganzen zu den Ganzen, kommt die begehrte Summe $964\frac{23}{24}$. Gleiche Beschaffenheit hat es, wenn die gegebenen Ganzen, **Thaler**, und die gegebenen Theile **gute Groschen** bedeuten sollten, und würde die gedachte Summe alsdenn 964 Thl. 23 ggr. heißen.

N°. 4. Zu addiren $357\frac{3}{4} + 1798\frac{4}{5} + 149\frac{6}{7}$. Dieses setzet, weil die Nenner ungleich, nach Anzeigung §. 426. N°. 3, also:

		140
357	$\frac{3}{4}$	105
1798	$\frac{4}{5}$	112
149	$\frac{6}{7}$	120
		337

S. $2306\frac{57}{140}$

Solche 337 dividiret in 140, kommen 2 und restiren 57.

N°. 5.

N°. 5 Zu addiren.

327	℔.	23	Loth.	3	Qu.	1 R.
837	=	29	=	—	=	3
25	=	27	=	3	=	2
137	=	31	=	1	=	—
273	=	—	=	2	=	3
69	=	29	=	—	=	1
354	=	—	=	—	=	2
—	=	30	=	—	=	3
587	=	19	=	3	=	1
2615	=	—	=	—	=	—

Loth
32 | 192
Quot. 6 ℔. | 00

Nämlich die Columne der R thut 16 R. Diese enthalten in sich 4 Qu. die ihr zu der Columne der Qu. zählet, kommen 16 Qu. Diese machen 4 Loth, welche ihr zu der Columne der Loth zählet, kommen 192 Loth. Diese dividiret beyseite in 32, kommen just 6 ℔, welche zu der Columne der ℔ genommen werden.

N°. 6. Zu addiren.

45	℔.	17	Car.	11	$\frac{3}{32}$	Gr.
19	=	21	=	7	$\frac{29}{32}$	
7	=	23	=	9	$\frac{17}{32}$	
1	=	20	=	10	$\frac{31}{32}$	
10	=	14	=	9	—	
86	=	3	=	—	$\frac{1}{2}$	

Sum. 32tel
32 | 80
Quot. 2 Gr. | R. $\frac{16}{32}$

Sum. Grän.
12 | 48
Quot. 4 Car. | 0

Sum. Carat.
24 | 99
Quot. 4 ℔. | R. 3 Car.

Nämlich die Summe der 32tel Grän ist 80, solche in 32 dividiret, geben 2 Grän und $\frac{16}{32}$, welcher Bruch gekleinert in 16, kommet $\frac{1}{2}$, u. s. w. wie vorhin gelehret worden.

§. 428. Wenn ihr das obige Exempel §. 427. N°. 2 betrachtet, so könnet ihr wahrnehmen, daß die A nichts anders, als 18tel aus $\frac{1}{30}$ fl. sind, das ist, Brüche aus Brüchen (§. 395). Allein weil sie alle gleich große Einheiten sind, indem sie alle aus $\frac{1}{30}$ fl. genommen werden, so darf man nur ihre Zähler, wie bey einfachen Brüchen addiren.

§. 429. Wenn aber Brüche aus Brüchen zu addiren vorkommen, welche aus ungleichen Größen genommen sind, als z. E. wenn man $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{4}$; oder auch $\frac{1}{2}$, und $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{5}$ zusammen addiren soll; da ist es nöthig, daß man sie zuförderst zu einfachen Brüchen mache (§. 399 bis 402), alsdenn können die kommenden einfachen Brüche nach voriger Anweisung addiret werden.

Z. E. N°. 1. Man soll addiren $\frac{1}{5}$ oder in einfachen Brüchen $\frac{1}{5}$

$\frac{2}{5}$ $\frac{2}{5}$

$\frac{1}{9}$ aus $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{45}$

Demnach bringet solche einfache Brüche unter gleiche Namen, und addiret alsdenn ihre kommende Zähler, kommen $\frac{8}{45}$ die begehrte Summe.

N°. 2. Zu addiren $15\frac{3}{4}$ oder in einfachen Brüchen $\frac{3}{4}$

$8+(\frac{1}{4}$ aus $\frac{3}{4})$ $\frac{3}{16}$

$27+(\frac{2}{3}$ aus $\frac{1}{4}$ aus $\frac{3}{4})$ $\frac{1}{8}$

$43+(\frac{1}{2}$ aus $\frac{2}{3}$ aus $4\frac{1}{8})$ $1\frac{3}{8}$

Sum. $95\frac{7}{16}$ thun $2\frac{7}{16}$

welche 2 zu den andern Ganzen genommen werden.

§. 430. Den Nutzen der nächst vorigen Lehre (§. 429) werdet ihr inskünftige finden. Indessen habe ich den Proceß der Addition von $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+\frac{1}{4\frac{1}{5}}$, als auch von $\frac{3}{4}+\frac{3}{16}+\frac{1}{8}+1\frac{3}{8}$ vorjetzo mit Fleiß hinweggelassen, weil selbiger nach der gemeinen Art allzu weitläuftig: da hingegen unten allererst gezeiget werden soll, wie man den kleinsten Generalnenner finden, und also die ungleichnamigen Brüche viel kürzer addiren kann.

Von

Von der Subtraction der Theile eines Ganzen, als auch der vermischten und mehrerley namigen Zahlen.

Die 34. Aufgabe.

§. 431. Die Brüche zu subtrahiren.

I. Wenn sie nicht vorhin schon einerley Nenner haben, so bringet sie unter gleiche Benennung (§. 408). Alsdenn

II. subtrahiret den Zähler des gegebenen Subtractoris von dem Zähler des gegebenen Subtrahendi, und schreibet bruchsweise unter den Rest, so einer bleibet, den gemeinen Nenner. Der Beweis hiervon ist ganz gleich dem Beweise der Addition (§. 425).

Z. E. N°. 1. Von $\frac{5}{7}$ zu subtrahiren $\frac{3}{7}$. So subtrahiret, weil die Nenner gleich sind, nur die Zähler.

$$\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \text{Rest } \frac{2}{7}$$

N°. 2. Von $\frac{2}{3}$ zu subtrahiren $\frac{3}{5}$. Diese Brüche bringet zuförderst unter gleiche Namen (§. 408), und setzet es auf die Art, wie §. 425 N°. 2 gezeiget worden. Ferner procediret, wie vorhin. Also:

$$\begin{array}{r|l} & 15 \\ \hline \frac{2}{3} & 10 \\ \frac{3}{5} & 9 \\ \hline \text{Rest } \frac{1}{15} & \end{array}$$

§. 432. Weil die wirkliche Subtraction nicht anders geschehen kann, es sey denn, daß der Subtrahendus

größer

größer oder wenigstens doch so groß sey, als der Subtractor (§. 134), so muß auch in Brüchen, wenn ein Bruch nur von einem Bruche zu subtrahiren gegeben wird, der Zähler des Subtrahendi, nachdem beyde Brüche unter gleicher Benennung stehen, größer, oder doch so groß, als des Subtractoris Zähler seyn.

Die 35. Aufgabe.

§. 433. Einen Bruch von seinem Ganzen abzuziehen.

Subtrahiret den Zähler von dem Nenner, und setzet unter den Rest bruchsweise eben denselben Nenner.

Z. E. N°. 1. $\frac{3}{8}$ von 1 zu subtrahiren, saget: 3 von 8 bleiben 5. Hierunter setzet den Nenner 8, so habt ihr den verlangten Rest $\frac{5}{8}$.

N°. 2. $\frac{17}{100}$ fl. von 1 fl., oder, so einerley, 17 ℋ von 1 fl. zu subtrahiren, Rest $\frac{13}{100}$ fl. oder 13 ℋ.

Beweis.

Wenn der Zähler dem Nenner gleich ist, so bedeutet der Bruch just das Ganze (§. 380), folgends fehlen an dem Bruch, dessen Zähler weniger als der Nenner ist, zum Ganzen noch so viel Theile, als der Zähler weniger Unitäten in sich enthält weder der Nenner. Derowegen zeiget die Differenz zwischen dem Zähler und Nenner die restirenden Theile an, welche zum Ganzen noch fehlen.

Die 36. Aufgabe.

§. 434. Vermischte und mehrerley namige Zahlen, von einander zu subtrahiren.

I. Setzet dieselbe (nach Anzeigung §. 84) ihren Namen gemäß ordentlich unter einander, und habt

Acht,

Acht, daß die Brüche, so sich welche befinden, gleiche Namen haben, oder doch bekommen. Alsdenn

II. fanget zur Rechten bey den kleinsten Einheiten an (§. 133), und procediret, wie in der Subtraction der ganzen Zahlen angewiesen. Nur allein, weil hier öfters mehr oder weniger als 10 kleinere Einheiten auf eine nächst größere Einheit gehen (§. 85), so ist fürnemlich nur dasjenige zu merken, welches oben §. 136 schon erinnert worden.

Z. E. N°. 1.

Man subtrahire 276 fl. 23 ₰ von 534 fl. 27 ₰;
oder, so einerley, $276\frac{23}{30}$ fl. von $534\frac{27}{30}$ fl.

Also:	fl.	₰.	oder	fl.	30tel
	534	27		534	27
	276	23		276	23
Rest	258	4	Rest	258	$\frac{4}{30}$

Nämlich subtrahiret 23 ₰ oder 30tel fl. von 27 ₰ oder 30tel fl., bleiben 4 ₰ oder 30tel fl.; desgleichen 276 ganze fl. von 534 ganzen fl. bleiben 258 ganze fl. Demnach ist die verlangte Antwort 258 fl. 4 ₰ oder $258\frac{4}{30}$ fl.

N°. 2. Zu subtrahiren 47 fl. 21 ₰ von 123 fl. 6. ₰;
oder, so einerley, $47\frac{21}{30}$ fl. von $123\frac{6}{30}$ fl.

Also:	fl.	₰.	oder	fl.	30tel fl.
	123	6		123	6
	47	21		47	21
Rest	75	15	Rest	75	$\frac{15}{30}$ fl., oder (gekleinert in 15) $75\frac{1}{2}$ fl.

Denn,

Denn, ob allhier die kleinere Einheiten des Subtractoris mehr sind, als in dem Subtrahendo, so hat es bey diesem Falle, da in dem Subtrahendo auch größere Einheiten folgen, nichts zu sagen, (§. 134), weil man 1 Ganzes aus den größern Einheiten nehmen, oder (nach gemeiner Redensart) borgen, und an selbigen die verlangte Subtraction verrichten kann, wie folget: Nämlich weil 21 von 6 nicht abgezogen werden können, so borget (wie sonst in der Subtraction, §. 126) einen ganzen fl. leget denselben zu den ℔ oder 30tel fl. allwo er 30 ausmachet, und subtrahiret alsdenn die 21 ℔ oder 30tel fl. von 30 + 6, das ist von 36 ℔ oder 30tel fl, so restiren 15 ℔ oder 30tel fl.

Nota. Diese Methode ist zwar ganz gleich der angewiesenen Subtraction §. 126, indem man die geborgte größere Einheit zu den kleinern leget, und an deren Summe die Subtraction verrichtet. Allein es ist bey den vermischten und mehrerley namigen Zahlen etwas bequemer, die kleinern Einheiten des Subtractoris sofort von der geborgten größern Einheit abzuziehen, und den Rest zu den kleinern Einheiten des Subtrahendi zu legen, weil auf solche Weise die Rechnung an kleinern Zahlen, als nach jener Methode geschiehet. Demnach saget viel lieber: 21 ℔ oder 30tel fl. von dem geborgten 1 fl. lassen 9 ℔ oder 30tel fl. übrig, diese thun, sammt den vorhin stehenden 6 ℔ oder 30tel fl. 15 ℔ oder 30tel fl. Ferner setzet solche 15 ℔ oder 30tel fl. unter die Linie, und subtrahiret so dann die 47 ganze fl. zusammt den geborgten 1 fl. das ist 48 ganze fl. von den 123 ganzen fl. bleiben 75. Folgends ist der gesuchte Rest 75 fl. 15 ℔ oder 75 $\frac{1}{2}$ fl.

N°. 3. Man subtrahire 697 fl. 21 ß 12 ₰, von 1234 fl. 12 ß 9 ₰. Also:

fl.	ß	₰	oder	fl.	30tel fl.	18tel aus $\frac{1}{30}$ fl.
1234	12	9		1234	12	9
697	21	12		697	21	12
536	20	15		536	$+\frac{20}{30}$ fl.	$+\frac{15}{18}$ aus $\frac{1}{30}$ fl.

Nämlich saget (weil 12 ₰ von 9 ₰ nicht können abgezogen werden): 12 von 1 ß oder vielmehr von 18 ₰, bleiben 6 ₰. Diese thun sammt den vorhin schon befindlichen 9 ₰, 15 ₰. Solche schreibet unter die Linie. Ferner saget: 22 ß (als die 21 und das geborgte 1) von 1 ganzen fl. (weil es von 12 ß nicht abzuziehen ist), lassen 8 ß übrig. Solche machen sammt den vorhin stehenden 12 ß, 20 ß, die ihr abermal unter die Linie setzet. Endlich subtrahiret 698 ganze fl. (als die 697 + 1, das geborgt worden) von den 1234 ganzen fl. so habt ihr den verlangten Rest unter der Linie.

N°. 4. Zu subtrahiren $83\frac{9}{16}$ von $237\frac{3}{16}$. Weil die Nenner gleich sind, setzet es also:

	16tel
237	3
83	9
Rest 153	$\frac{10}{16}$, oder (gekleinert in 2) $153\frac{5}{8}$.

Nämlich saget (weil 9 von 3 nicht zu nehmen sind): 9 von 1 Ganzen, das ist von $\frac{16}{16}$ bleiben 7. Diese thun sammt den $7\frac{3}{16}$, $\frac{10}{16}$. Ferner subtrahiret 84 (als 83 + 1, das geborget worden) von den 237, restiren 153.

N°. 5. Zu subtrahiren $146\frac{2}{3}$ von $400\frac{3}{5}$. Dieses setzet, weil die Nenner ungleich, nach Anweisung §. 431 N°. 2, also:

$400\frac{3}{5}$

			15
400	$\frac{3}{5}$		9
146	$\frac{2}{3}$		10
Rest 253	$\frac{14}{15}$		

Nämlich weil 10 von 9 nicht können abgezogen werden, so nehmet 10 von 1 Ganzen, das ist von $\frac{1}{1}\frac{5}{5}$, bleiben 5, diese thun sammt den vorhin befindlichen 9, $\frac{1}{1}\frac{4}{5}$. Ferner subtrahiret 147 von 400.

No. 6. Von 127 ℔ 13 Loth 3 Qu. $2_1\frac{7}{8}$ ℞
zu subtrahiren 39 = 25 = 2 = $3\frac{1}{1}\frac{1}{8}$

Rest 87 = 20 = — = $2\frac{1}{1}\frac{2}{8}$, oder
(gekleinert in 4) $\frac{3}{4}$ ℞.

Nämlich saget: $\frac{1}{1}\frac{1}{8}$ ℞ von 1 ℞, lassen $_1\frac{5}{8}$ ℞. Diese thun sammt $_1\frac{7}{8}$, $\frac{1}{1}\frac{2}{8}$ ℞. Ferner sprechet (an stat 3, nunmehr): 4 ℞ von 1 Qu. lassen nichts übrig. Derowegen setzet im Rest nur die vorhin schon befindliche 2 ℞. Weiter saget: 3 Qu. (an stat der 2 Q.) von 3 Qu. lassen nichts übrig: 25 Loth von 1 ℔ lassen 7 Loth, welche sammt den 13 Loth 20 Loth ausmachen. Endlich nehmet 40 ℔ (an stat der 39 ℔) von 127 ℔, so habt ihr den gesuchten Rest unter der Linie.

				12
No. 7. Von fl. 384	=	ℋ —	℞ 9	$\frac{2}{3}$ | 8
zu subtrahiren 195	=	13	= 16	$\frac{3}{4}$ | 9
Rest 188	=	16	= 10	$\frac{1}{1}\frac{1}{2}$

Nämlich, weil die Nenner ungleich, bringet sie unter gleiche Namen, subtrahiret so dann $_1\frac{9}{12}$ von $_1\frac{8}{12}$ nach voriger Anweisung, bleiben $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$. Ferner saget: 17 ℞ (an stat der 16 ℞) von 1 ℋ (ohngeachtet, daß in dem Subtrahendo kein ℋ vorhanden) bleiben 1 + 9, das ist 10 ℞. Weiter sprechet; 14 ℋ (an stat der 13) von 1 fl. lassen

16 ℋ

16 ℔ übrig. Und weil keine ℔ mehr in dem Subtrahendo stehen, setzet nur solche 16 ℔ unter die Linie. Endlich subtrahiret 196 fl. (an statt 195) von 384 fl.

N°. 8. Von	583 ℔	— Schott	— Grän
zu subtrahiren	234 =	— =	$9\frac{3}{4}$
Rest	348 =	23 =	$2\frac{1}{4}$

Nämlich saget: $\frac{3}{4}$ Grän von 1 Grän, (ohngeachtet, daß weder Grän noch Schott in dem Subtrahendo stehen,) bleibt $\frac{1}{4}$ Grän. Ferner 10 Grän von 1 Schott, bleiben 2 Gr. Weiter 1 Schott (nämlich das geborgte, weil sonst in dem Subtractore keine Schott mehr vorhanden) von 1 ℔, bleiben 23 Schott. Endlich subtrahiret 235 ℔ von 583 ℔.

§. 435. Wenn in der Subtraction solche Brüche aus Brüchen vorkommen, wie oben bey der Addition (§. 429) gedacht worden, so werden dieselben zu einfachen Brüchen gemacht.

Z. E. N°. 1. Von	$\frac{2}{4}\frac{8}{5}$, d. i. in einfach. Brüchen, von	$\frac{2}{4}\frac{8}{5}$
zu subtrahiren	$\frac{2}{9}$ aus $\frac{1}{5}$ aus $\frac{1}{2}$ =	$\frac{1}{45}$
Rest		$\frac{27}{45}$ oder $\frac{3}{5}$

N°. 2. Von	1	das ist, von 1
zu subtrahiren	$\frac{1}{4}$ aus $\frac{1}{6}$	zu subtrahiren $\frac{1}{24}$
Rest		$\frac{23}{24}$

			60
N°. 3. Von	$13+(\frac{5}{8}$ aus $\frac{2}{3})$	das ist, von $13\frac{5}{12}$	25
zu subtrahiren	$7+(\frac{3}{4}$ aus $\frac{4}{5})$ =	$7\frac{3}{5}$	36
Rest		$5\frac{49}{60}$.	

Von der Multiplication der Theile eines Ganzen, als auch der vermischten und mehrerley namigen Zahlen.

§. 436.

Bey der Multiplication in Brüchen, hat man 5 unterschiedene Fälle, nämlich

1. zu multipliciren Brüche mit Brüchen.
2. Brüche mit Ganzen.
3. vermischte Zahlen mit Ganzen.
4. vermischte Zahlen mit Brüchen.
5. vermischte Zahlen mit vermischten Zahlen.

§. 437. Es können zwar alle diese 5 Fälle unter eine einzige allgemeine Regel gebracht werden (wie hernach gezeiget werden soll): Allein es kommen sehr oft Exempel vor, welche weit kürzer, als nach dieser allgemeinen Regel aufzulösen sind. Aus dieser Ursache, wie auch deswegen, damit man von der Beschaffenheit eines jeden Falles, einen desto deutlichern Begriff erlangen möge, habe nöthig erachtet, diese gedachten 5 Fälle in eben so viel Aufgaben zu erklären, und was bey jedem zu thun sey, anzuzeigen. Es lasse sich aber niemand abschrecken, wenn eine Auflösung, absonderlich, wenn in selbiger Brüche, die ungleiche Nenner haben, zu addiren vorkommen, zuweilen etwas weitläuftig oder mühsam fallen dürfte; indem man mit denselben sich nur so lange zu behelfen hat, bis wir unten an die Practicam kommen werden, da alsdenn (wie schon §. 430 angemerket) mehr als nur ein Vortheil gezeiget werden soll, wie derselben Ausrechnung, wenn man nur erstlich die Sache selbst verstehet, öfters viel kürzer und bequemer anzustellen sey.

Die

Die 37. Aufgabe.

§. 438. Einen Bruch mit einem Bruche zu multipliciren.

Multipliciret die Zähler, wie auch besonders die Nenner mit einander, so formiren beyde Producte den Zähler und Nenner der verlangten Antwort. Und da dieser Proceß ganz gleich ist der Regel §. 399, so könnet ihr euch allhier auch des Verkleinerns bedienen, wie oben §. 400 und 401 angezeiget worden.

Z. E. N°. 1. $\frac{1}{3}$ mit $\frac{1}{4}$ zu multipliciren; ist das Product $\frac{1}{12}$.

N°. 2. $\frac{3}{5}$ mit $\frac{7}{8}$ zu multipliciren. Antw. $\frac{21}{40}$.

N°. 3. $\frac{2}{3}$ mit $\frac{3}{4}$; stehet nach Anweisung §. 401 also:

$$\frac{\text{A}2}{\text{B}} \text{ mit } \frac{\text{B}}{4.2} \text{ Antw. } \frac{1}{2}$$

Beweis.

Wenn ein Factor weniger als 1, nämlich ein Bruch ist, so wird nicht der andere ganze Factor, sondern nur ein Theil oder Stück desselben verlanget (§. 277). Derowegen ist (z. E.) $\frac{1}{3}$ mit $\frac{1}{4}$ zu multipliciren, nichts anders, als den dritten Theil aus $\frac{1}{4}$ zu nehmen; und eben deswegen gilt es gleich viel, ob man saget: $\frac{1}{3}$ **aus** $\frac{1}{4}$, oder $\frac{1}{3}$ mal $\frac{1}{4}$ (§. 396). Folgends ist auch die Regel dieser Multiplication ganz gleich der Regel von Brüchen aus Brüchen, wenn sie zu einfachen Brüchen gemacht werden.

§. 439. Noch andere Exempel zur Uebung.

N°. 1. Zu multipliciren $\frac{11}{30}$ mit $\frac{7}{30}$. Antw. $\frac{77}{900}$.

N°. 2. Man multiplicire $\frac{3}{4}$ mit $\frac{5}{7}$. Dieses stehet also:

$$\frac{3}{4.2} \text{ mit } \frac{5.3}{7} \text{ Antw. } \frac{9}{14}$$

N°. 3. Zu multipliciren $\frac{3}{8}$ mit $\frac{2}{3}$. Dieses stehet also:

$$\frac{\cancel{3}}{8.4} \text{ mit } \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}} \text{ Antw. } \frac{1}{4}$$

N°. 4. Zu multipliciren $\frac{2}{3}$ mit $\frac{5}{8}$. Dieses stehet also:

$$\frac{\cancel{2}}{3} \text{ mit } \frac{5}{8.4} \text{ Antw. } \frac{5}{12}$$

§. 440. Hieraus folget, wenn ein Bruch mit einem andern multipliciret wird, daß die Antwort allezeit weniger als jeder der gegebenen Brüche seyn müsse.

Z. E. $\frac{2}{3}$ mit $\frac{5}{8}$ zu multipliciren, kommen zur Antwort $\frac{5}{12}$, das ist ein solcher Bruch, der weniger als $\frac{2}{3}$, auch weniger als $\frac{5}{8}$ ist; indem jeder Factor nicht den andern ganzen Factorem, sondern nur ein Stück oder Theil desselben verlanget (§. 277).

§. 441. Es wollen zwar einige dahero erinnern, daß das Wort **multipliciren**, das ist **vielfältigen** oder **vermehren**, sich allhier nicht wohl schicke; sintemal in dem Facto allezeit weniger und nicht mehr heraus kommt: Allein es mag darüber critisiren, wer da will, so erachte doch unnöthig, uns um solches Wortgezänke viel zu bekümmern.

Die 38. Aufgabe.

§. 442. Einen Bruch mit einer ganzen Zahl, oder so einerley (§. 148): Eine ganze Zahl mit einem Bruche zu multipliciren.

I. Multipliciret den Zähler des Bruchs mit der ganzen Zahl, und setzet unter das Product des Bruchs Nenner.

II. Ist aber das gedachte Product grösser als der Nenner, so machet dasselbe (daferne ihr es nicht lieber also, wie es ist, lassen wollet) durch die Division in den Nenner, zu Ganzen.

Z. E.

Z. E. N°. 1. $\frac{2}{7}$ mit 3, oder 3 mit $\frac{2}{7}$ zu multipliciren. So saget: 2 mal 3 ist 6. Hierunter setzet den Nenner 7, so habt ihr die verlangte Antwort $\frac{6}{7}$.

N°. 2. $\frac{11}{30}$ mit 7, oder 7 mit $\frac{11}{30}$ zu multipliciren, ist die Antwort, wie vorhin gezeiget, $\frac{77}{30}$; allein weil 30 in 77, 2mal ist, so betragen die $\frac{77}{30}$ so viel, als $2\frac{17}{30}$.

Beweis.

Diesen Beweis kann man gleich dem vorigen §. 438 geben. Denn wenn man (z. E.) 3 mit $\frac{2}{7}$ multipliciret, so werden nicht die ganzen 3, sondern nur ein Stück, nämlich $\frac{2}{7}$, aus 3 verlanget. Demnach ist die Regel nothwendig gleich der Regel §. 416; indem es gleich viel gilt, ob man saget: 3 mit $\frac{2}{7}$ zu multipliciren, oder $\frac{2}{7}$ aus 3 zu resolviren (§. 396).

Oder es kann allhier der Beweis, gleichwie bey der Addition (§. 425) gegeben werden. Denn da der Nenner des Bruchs nur der bloße Name von dem Zähler ist (§. 77), so geschiehet allerdings die Multiplication, wenn man den Zähler (2), das ist, die gegebene Anzahl der Einheiten (sie seyn benamt, wie sie immer wollen) so vielmal zusammen nimmt, als der andere Factor (3) Unitäten hat.

§. 443. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. Zu multiplicirеn 100 mit $\frac{2}{3}$. Antwort $\frac{200}{3}$, oder $66\frac{2}{3}$ (wie §. 416).

N°. 2. 16 mit $\frac{3}{4}$ zu multipliciren. Antwort $\frac{48}{4}$, oder 12. Oder ihr dürfet allhier, weil die 16 in 4 aufgehen, erstlich die Division, und hernach die Multiplication verrichten, nämlich saget: $\frac{1}{4}$ mal (oder aus) 16 ist 4, diese 4, 3 mal genommen, kommen 12 (wie ibid. zu ersehen).

N°. 3. Zu multipliciren $\frac{2}{5}$ mit 13. Antwort $\frac{26}{5}$, oder $8\frac{2}{5}$.

N°. 4. $\frac{7}{30}$ mit 23 zu multipliciren. Antw. $\frac{161}{30}$, oder $5\frac{11}{30}$.
N°. 5. $\frac{7}{8}$ mit 5. Antw. $\frac{35}{8}$, oder $4\frac{3}{8}$.
N°. 6. 83 mit $\frac{25}{32}$ zu multipliciren. Also:

	83 mit 25
in 32	2075
Antw. $64\frac{27}{32}$	15.
	27

§. 444. Wenn demnach ein Bruch mit so viel zu multipliciren ist, als der Nenner Unitäten hat, so muß das Product just so viele ganze Einheiten seyn, als der Zähler Unitäten hat.

Z. E. $\frac{2}{7}$ mit 7, oder 7 mit $\frac{2}{7}$ multipliciret, geben in dem Product 2 Ganze. Denn vermöge voriger Regel (§. 442) müßte man den Zähler (2) mit der ganzen Zahl (7) multipliciren, und das Product wiederum in den Nenner (7) dividiren. Da aber der Divisor gleich ist dem vorigen Factori der geschehenen Multiplication, so muß in dem Quotienten nothwendig der Zähler (2), als der andere Factor aus der Multiplication, wiederum heraus kommen (§. 267).

§. 445. Derowegen, wenn man einen Bruch mit so viel, als sein Nenner ist, multipliciren will, so darf man den Nenner nur hinwegstreichen oder fahren lassen, und den Zähler als eine ganze Zahl ansehen.

Z. E. N°. 1. $\frac{17}{30}$ mit 30 zu multipliciren. Antwort (ohne Berechnung) 17.

N°. 2. $\frac{23}{24}$ mit 24 zu multipliciren. Antw. 23.

§. 446. Also folget auch, wenn eine Zahl mit einem solchen Bruche zu multipliciren, dessen Zähler 1 ist, so nicht multipliciren kan, daß man solche Zahl nur durch den Nenner dividiren darf.

Z. E. 25 mit $\frac{1}{3}$ zu multipliciren; so dividiret 25 in 3, kommt das verlangte Product $8\frac{1}{3}$. §. 447.

§. 447. Eben aus dieser Ursache benenne ich in der Multiplication diejenigen Brüche **bequeme Brüche**, welche in dem Zähler nur 1 haben, als $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ &c.; und zwar insonderheit, wenn auch der Nenner nur eine einzelne Ziffer, als in welche leicht und bequem zu dividiren ist.

Die 39. Aufgabe.

§. 448. Eine vermischte Zahl, mit einer ganzen, oder eine ganze Zahl mit einer vermischten zu multipliciren.

I. Fanget die Multiplication zur Rechten bey den kleinsten Einheiten von der vermischten Zahl an (§. 186), das ist, bey dem Bruche, und multipliciret solchen (nach Anzeigung §. 442) mit der gegebenen ganzen Zahl. Dieses Product schreibet unter eine gezogene Linie, oder, daferne solches Product eine oder mehr ganze Unitäten in sich enthält, so machet es zu Ganzen, und schreibet unter die Linie nur dasjenige, was übrig bleibet, und kein Ganzes beträgt. Die Ganzen aber behaltet zu dem folgenden Product der Ganzen. Alsdenn

II. multipliciret auch die in der vermischten Zahl gegebenen Ganzen mit der gegebenen ganzen Zahl, und zählet zu dem kommenden Product die aus dem vorigen Producte behaltenen Ganzen (wenn einige behalten worden); so erlanget ihr das gesuchte Haupt-Product.

Es ist demnach die Ordnung dieses Processes eben also, wie in der Multiplication bey ganzen Zahlen. Nur allein, weil hier öfters auch mehr oder minder, als 10 kleinere Einheiten, auf eine größere Einheit gehen, so hat man insonderheit nur dasjenige zu merken, das oben §. 187 schon erinnert worden.

Z. E. N°. 1. Man solle multipliciren $13\frac{5}{8}$ mit 7, oder 7 mit $13\frac{5}{8}$. Dieses stehet also:

$13\frac{5}{8}$ mit 7

Prod. $95\frac{3}{8}$.

Nämlich saget: 7 mal $\frac{5}{8}$ geben $\frac{35}{8}$. Diese thun (welches leichtlich im Kopfe zu berechnen) $4\frac{3}{8}$. Demnach setzet unter die Linie $\frac{3}{8}$ und behaltet die 4 Ganzen zu dem folgenden Product der Ganzen. Hierauf multipliciret die 13 mit 7, und zählet die behaltenen 4 sofort darzu, kommen 95. Derowegen ist das verlangte Hauptproduct $95\frac{3}{8}$.

N° 2. $23\frac{11}{30}$ mit 7 zu multipliciren.

Antw. $163\frac{17}{30}$.

Nämlich 7 mal $\frac{11}{30}$ geben $\frac{77}{30}$, diese thun $2\frac{17}{30}$. Derowegen setzet unter die Linie $\frac{17}{30}$. Ferner multiplicirt die 23 mit 7, und zählet die vorigen 2 darzu, so habt ihr die Antwort $163\frac{17}{30}$.

N°. 3. $9\frac{1}{12}$ mit 3 zu multipliciren.

Antw. $27\frac{1}{4}$.

Nämlich 3 mal $\frac{1}{12}$ geben $\frac{3}{12}$, welches in 3 gekleinert, kommt $\frac{1}{4}$. Ferner saget: 3 mal 9 geben 27.

N°. 4. Zu multipliciren $11\frac{3}{4}$ mit 4.

Antw. 47.

Nämlich multipliciret nur die 11 mit 4, und nehmet den Zähler 3 (§. 445) darzu, so kommet das gesuchte Product 47.

Nota. Es ist demnach die Ausrechnung dieses Exempels ganz gleich dem obigen Proceß, als wenn man die $11\frac{3}{4}$ einzurichten sagte (§. 407). Nur allein ist der Unterscheid, daß hier die kommenden 47, Ganze bedeuten; da sie aber dorten noch 4tel heißen.

Und

Und so ist es auch mit allen dergleichen andern Exempeln beschaffen, da man eine vermischte Zahl, mit so viel als der Nenner ist, multipliciren will.

N°. 5. $327\frac{28}{45}$ mit 8 zu multipliciren. | 45 | 224

Antw. $2620\frac{44}{45}$. | Quot. 4 | R. 44

Nämlich multipliciret die $\frac{28}{45}$ mit 8, und zwar, weil diese Zahlen groß, und die Ausrechnung nicht so leicht, als bey den vorigen Exempeln, aus dem Kopfe geschehen mag, so notiret das kommende Product aus 8 mal 28, nämlich die 224, wie vorhin zu ersehen, beyseite, und dividiret solches in den Nenner 45, so kommen $4\frac{44}{45}$. Ferner procediret, wie gelehret worden, nämlich setzet die $\frac{44}{45}$ unter die Linie, und die 4 Ganzen zählet zu dem Product der Ganzen.

N°. 6 Zu multipliciren $194\frac{3}{4}$ mit 100. | 4 | 300

Antw. 19475 | Quot. 75 | 0

Allhier sind die 100 mal $\frac{3}{4}$ beyseite, wie nächst vorhin, berechnet worden. Ihr könnet solches aber kürzer, auch wohl gar leicht aus dem Kopfe verrichten, nämlich saget (wie schon §. 438 N°. 2. erinnert): $\frac{1}{4}$ aus (oder mal) 100 ist 25. Diese 3 mal, kommen 75, welche dem Product aus 100 mal 194 beygeleget werden.

N°. 7. 1000 mit $487\frac{1}{4}$ zu multipliciren.

Antw. 487250.

Denn $\frac{1}{4}$ aus (oder mal) 1000, ist 250, diese zu 1000 mal 487 geleget, kommen 487250.

N°. 8. $547\frac{25}{32}$ mit 83 zu multipl. | 32 | 2075

Also: 1641 | Quot. 64 | 15

4376 | Rest 27

Pr. $45465\frac{27}{32}$

Nämlich multipliciret beyseite die 83 mit 25, und dividiret das Product 2075 in 32. Alsdenn multipliciret die 547 mit 83, und nehmet (§. 191) das vorige Product $64\frac{27}{32}$ darzu, so kommt die gesuchte Antwort.

N°. 9. $639\frac{11}{16}$ mit 184 zu multipl.

Also:
5112
2556
Prod. $117702\frac{1}{2}$

16 | 2024
Quot. 126 | 4..
10.
8

Dieser Proceß ist gleich dem vorigen in N°. 8. Nur daß allhier die Multiplication nach Anzeigung §. 174 geschehen.

N°. 10. $65\frac{19}{24}$ mit 2347 zu multipl.

Also:
11735
14082
Prod. $154413\frac{1}{24}$.

2347.
21123
24 | 44593
Q. 1858 | 20...
13..
19.
Rest 1

Dieser Proceß ist abermal dem vorigen gleich, außer allein, daß hier, Bequemlichkeit wegen, die $65\frac{19}{24}$ für den Multiplicatorem angenommen (§. 149), und also die Ausrechnung unter die ganze Zahl gesetzet worden.

§. 449. Aus dem was oben §. 444. 445. und 448 N°. 4 gemeldet worden, erhellet, daß die Brüche jederzeit hinweg fallen, wenn sie mit so viel als der Nenner ist, multipliciret werden. Derowegen wenn bey zweyen Zahlen einer Verhältniß gesaget wird, dieselbe zu größern (§. 320), und eine von solchen Zahlen ein

Bruch,

Bruch, oder eine vermischte Zahl ist, so verstehet man, daß beyde mit dem Nenner multipliciret werden sollen, damit lauter ganze Zahlen herauskommen.

Z. E. N°. 1. Die Verhältniß von $\frac{3}{4}$ gegen 2 zu größern. So multipliciret beyde mit 4, kommen ganze Zahlen 3 und 8.

N°. 2. Die Verhältniß von $6\frac{2}{3}$ gegen 9 zu grösfern. So multipliciret beyde mit 3, kommen 20 und 27.

Auf gleiche Weise thut man, wenn auch die andere Zahl ein Bruch oder eine vermischte Zahl ist.

Z. E. N°. 3. Die Verhältniß von $\frac{3}{4}$ gegen $\frac{2}{5}$ zu größern. So multipliciret dieselben mit 4, kommen 3 und $\frac{8}{5}$: Ferner multipliciret solche 3 und $\frac{8}{5}$ mit 5, kommen 15 und 8.

N°. 4. Die Verhältniß von $6\frac{2}{3}$ gegen $9\frac{1}{2}$, zu grösfern. So multipliciret beyde mit 3 und 2, kommen die ganzen Zahlen 40 und 57.

Die 40. Aufgabe.

§. 450. Eine vermischte Zahl mit einem Bruche, oder einen Bruch mit einer vermischten Zahl zu multipliciren.

Diese Auflösung kann nach zweyerley Wegen geschehen.

Erste Art:

I. Multipliciret die Ganzen und den Bruch von der vermischten Zahl, jedes besonders, mit dem gegebenen andern Bruche (nach Anzeigung §. 442 und 438), und schreibet solche Facta partialia (§. 169) gehöriger maßen unter einander; und zwar, weil das Product beyder Brüche mit einander multipliciret kein Ganzes

in

in sich enthalten kann (§. 440), folgends auch die Raison (§. 186), weswegen in der vorigen Aufgabe (§. 448.) bey dem Bruche der vermischten Zahl die Multiplication anzufangen gelehret worden, allhier keine stat findet; so dürfet ihr (wie es denn in dem gemeinen Gebrauch wirklich also zu geschehen pfleget) auch erstlich die Ganzen und hernach den Bruch multipliciren.

II. Addiret die gefundene Facta partialia zusammen, kommt das verlangte Hauptproduct.

Z. E. N°. 1. $13\frac{5}{8}$ mit $\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Also:

$8\frac{2}{3}$. das Factum aus $\frac{2}{3}$ mal 13 (§. 443. N°. 3.)
$\frac{5}{12}$. das Factum aus $\frac{2}{3}$ mal $\frac{5}{8}$ (§. 439. N°. 4.)

Hauptfact. $9\frac{1}{12}$.

N°. 2. $\frac{7}{30}$ mit $23\frac{11}{30}$. Also:

$5\frac{11}{30}$ (wie zu ersehen §. 443. N°. 4.)
$\frac{77}{900}$ (wie zu ersehen §. 439. N°. 1.)

Antw. $5\frac{407}{900}$.

Andere Art.

I. Multipliciret die vermischte Zahl, mit des andern Bruchs Zähler (nach Anweisung §. 448).

II. Dividiret das kommende Product in desselben Bruchs Nenner (wovon jedoch hernach im Dividiren allererst Meldung geschehen soll), so kommt das begehrte Product.

Z. E. N°. 1. $13\frac{5}{8}$ mit $\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Also:

$27\frac{1}{4}$. das Factum aus 2 mal $13\frac{5}{8}$.

Antwort $3)\overline{9\frac{1}{12}}$.

N° 2. $\frac{7}{30}$ mit $23\frac{11}{30}$. Also:

$163\frac{17}{30}$. das Factum aus $7 \times 23\frac{11}{30}$ (§. 448. N°. 2.)

Antw. $30)\overline{5\frac{407}{900}}$.

Beweis.

Beweis.

Die 1ste Art hat keinen Beweis nöthig, indem die Ausfindung solcher Factorum partialium vorhin bereits erkläret ist. Die 2te aber gründet sich auf den 1sten Beweis §. 442; woraus erhellet, daß, wenn eine Größe, sie sey beschaffen, wie sie wolle, mit einem Bruche zu multipliciren ist, man allezeit selbige Größe mit des Bruchs Zähler multipliciren, und das Product in den Nenner dividiren darf, so muß das verlangte Product heraus kommen.

§. 451. Diese 2te Art wird jener 1sten Art deswegen vorgezogen, weil in jener die Brüche (wie in den angeführten Exempeln $\frac{5}{12}$ und $\frac{2}{3}$; oder auch $\frac{77}{900}$ und $\frac{11}{30}$ zu addiren öfters verdrießlich fällt; da man hingegen nach dieser 2ten Art solche Addition vermeidet.

Die 41. Aufgabe.

§. 452. Eine vermischte Zahl mit einer vermischten Zahl zu multipliciren.

I. Multipliciret die eine vermischte Zahl, einmal mit der ganzen Zahl des andern Factoris, nach Anzeigung §. 448; und das andere mal auch mit dieses Factoris Bruche, nach Anzeigung §. 450, und setzet solche Facta partialia gerade unter einander.

II. Addiret alle Facta partialia zusammen, kommt das Hauptfactum.

Z. E. N°. 1. $13\frac{5}{8}$ mit $7\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Also:

95 $\frac{3}{8}$. das Factum aus 7mal $13\frac{5}{8}$ (§. 448. N°. 1)

8 $\frac{2}{3}$] die Facta aus $\frac{2}{3}$ mal $13\frac{5}{8}$ (§. 450. N°. 1. nach der 1sten Art.)

1 $\frac{5}{12}$]

Hauptfact. $104\frac{11}{24}$

N°. 2.

N°. 2. $7\frac{7}{30}$ mit $23\frac{11}{30}$ zu multipliciren. Also:

163 $\frac{17}{30}$. das Fact. aus $7 \times 23\frac{11}{30}$ (448 N. 2.)

5 $\frac{11}{30}$, $\frac{77}{900}$ die Facta aus $\frac{7}{30} \times 23\frac{11}{30}$ (§. 450 N°. 2 nach der ersten Art.)

Hauptfact. $169\frac{17}{900}$

§. 453. Die 2te Art aus §. 450 wird im gegenwärtigen Falle nicht geachtet. Denn, da allhier ohnedem andere Zahlen addiret werden müssen, so bleibet man lieber bey der 1sten Art, und addiret in eins alle Facta partialia zusammen.

§. 454. Wenn ihr demnach eine Zahl (z. E.) mit $1\frac{1}{3}$ multipliciren sollet, so dürft ihr nur zu dem Einfachen das $\frac{1}{3}$ fache addiren;

als 2958 mit $1\frac{1}{3}$. Also: 3) +986

Antw. 3944

Ist. 3789 mit $1\frac{5}{8}$. Also:

8) $+473\frac{5}{8}$

Antw. $4262\frac{5}{8}$

Und hieraus ist klar, wenn man einen gewissen Theil aus einer Zahl zu ihr addiret, daß solches nichts anders sey, als solche Zahl mit 1 + eben einen solchen Theil multipliciret.

§. 455. Wenn ihr die 5 Fälle (§. 436) welche in den nächst vorhergehenden 5 Aufgaben erkläret worden, gegen einander haltet, so werdet ihr gar leicht wahrnehmen, daß dieselben zwar in 5 verschiedenen Fällen bestehen, aber nicht darum auch 5 unterschiedene Regeln haben, immaßen ihre Hauptregeln eigentlich in dem 1sten und 2ten Falle (§. 438 und 442) liegen, woraus die Auflösungen der übrigen Fälle herfließen und nur durch Zusammensetzung der Factorum partialium geschehen. Jedoch will ich allhier noch zeigen, wie man diese 5 Fälle durch eine einzige Regel (von welcher bereits §. 437 erwehnet worden) auflösen kann.

Die 42. Aufgabe.

§. 456. Eine allgemeine Regel zu allen 5 Fällen der Multiplication in Brüchen.

I. Wenn

I. Wenn beyde Factores nicht nur Brüche allein sind, so richtet sie ein (§. 407) so bekommt ihr in allewege einen Bruch mit einem Bruche zu multipliciren. Demnach procediret

II. allezeit nur nach der im ersten Fall §. 438 gegebenen Regel; wie aus folgenden Exempeln, welche auf alle vorkommende Fälle gerichtet, und (außer ein einziges) im vorhergehenden schon solviret sind, alles klar zu ersehen ist.

N°. 1. $\frac{2}{3}$ mit $\frac{5}{8}$ zu multipliciren. Also:

$\frac{2}{3}$ mit $\frac{5}{8}$. Antw. $\frac{5}{12}$ (§. 439. N°. 4.)

N°. 2. $\frac{7}{3\,0}$ mit 23 zu multipliciren. Dieses stehet eingerichtet $\frac{7}{3\,0}$ mit $\frac{23}{1}$. Antwort $\frac{161}{3\,0}$, das ist $5\frac{1}{3\,0}$ (§. 443. N°. 4.)

N°. 3. 7 mit $13\frac{5}{8}$ zu multipliciren. Dieses stehet eingerichtet $\frac{7}{1}$ mit $\frac{109}{8}$. Antwort $\frac{763}{8}$, das ist $95\frac{3}{8}$. (§. 448. N°. 1.)

N°. 4. $13\frac{5}{8}$ mit $\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Also:

$\frac{109}{8.4}$ $\frac{2}{3}$. Antwort $\frac{109}{12}$, das ist $9\frac{1}{1\,2}$ (§. 450. N°. 1.)

N°. 5. $13\frac{5}{8}$ mit $7\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Also:

$\frac{109}{8}$ $\frac{23}{3}$. Antw. $\frac{2507}{24}$, das ist $104\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ (§. 452. N°. 1.)

N°. 6. $6\frac{2}{3}$ mit $7\frac{1}{2}$ zu multipliciren. Also:

$\frac{20.10}{3}$ $\frac{15.5}{2}$ Antw. $\frac{50}{1}$ (§. 401), d. i. 50.

§. 457. Solchergestalt gehet diese allgemeine Regel bey kleinen Zahlen sehr bequemlich von statten. Allein bey großen Zahlen, bey welchen die erforderlichen Multiplicationes und nachgehende

Division

Division nicht so leicht aus dem Kopfe geschehen können, und deswegen insbesondere beyseite verrichtet werden müssen, (wie einiger maßen bey dem vorigen Exempel N°. 5 schon wahrzunehmen ist), fällt sie öfters viel weitläuftiger, als die andern Arten, wie oben (§. 437) bereits erwehnet.

Die 43. Aufgabe.

§. 458. **Wie die vorige allgemeine Regel bey der Resolution eines Bruchs (§. 413) anzubringen sey.**

Weil einen Bruch in den Werth einer gewissen Größe zu resolviren eben so viel heißt, als, solchen Bruch mit demselben Werthe zu multipliciren (§. 396); so darf man bey der Resolution nur eben also, wie vorhin bey der Multiplication (§. 456), verfahren.

Diesemnach kommen die Auflösungen der oben §. 414 und 415 angeführten Exempel nach der allgemeinen Regel folgender gestalt:

N°. 1. $\frac{3}{4}$ fl. zu ℋ zu machen; so setzet $\frac{3}{4}$ aus oder mal $\frac{3^{0}}{1}$ ℋ, und procediret ferner wie vorhin. Also:

$\frac{3}{4.2}$ aus $\frac{\text{ℬ}\emptyset.15}{1}$ Antw. $\frac{45}{2}$ das ist $22\frac{1}{2}$ ℋ.

N°. 2. $\frac{7}{9}$ ℔ zu Schott; stehet also:

$\frac{7}{\emptyset 3}$ aus $\frac{8.\text{ℬ}4}{1}$ Sch. Antw. $\frac{56}{3}$, d. i. $18\frac{2}{3}$ Schott.

Und also auch bey den andern Exempeln.

§. 459. Insonderheit hat man durch solche allgemeine Regel diesen Vortheil, daß man selbige nicht minder auch bey den Brüchen aus Brüchen (§. 395), wenn deren zu multipliciren vorkommen, anbringen kann, ohne, daß dieselben allererst zu einfachen Brüchen gemacht werden dürfen. Denn wenn ihr den Grund dieser allgemeinen Regel, das ist, den Beweis §. 438, und dasjenige, so vor-

vorhin §. 458 gesaget worden, insonderheit aber die Erklärung §. 396 selbst betrachtet, so könnet ihr gar leichtlich schließen, daß es gleich viel sey, ob ich §. 399 N°. 3 frage: Wie viel ist $\frac{2}{3}$ **aus** $\frac{3}{4}$ **aus** $\frac{1}{2}$? Oder aber ob die Frage also lautet: Wie viel ist $\frac{2}{3}$ **mal** $\frac{3}{4}$ aus $\frac{1}{2}$? Oder auch: Wie viel ist $\frac{2}{3}$ **aus** $\frac{3}{4}$ **mal** $\frac{1}{2}$? Oder auch: Wie viel ist $\frac{2}{3}$ **mal** $\frac{3}{4}$ **mal** $\frac{1}{2}$? So zielen doch alle diese Fragen auf einerley Antwort. Derowegen ist die gegebene allgemeine Regel auch zu der Multiplication in Brüchen aus Brüchen gemein.

Z. E. N°. 1. Man soll $\frac{2}{3}$ mit $\frac{3}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ multipliciren. Dieses stehet also:

$$\frac{2}{3} \quad \frac{3}{4} \quad \frac{1}{2} \qquad \text{Antw. } \frac{1}{4}$$

N°. 2. Zu multipliciren $3\frac{1}{2}$ mit $\frac{1}{3}$ aus $2\frac{5}{6}$. Dieses stehet eingerichtet also:

$$\frac{7}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{17}{6}$$

Antw. $\frac{119}{36}$, das ist $3\frac{1}{3}\frac{1}{6}$.

N°. 3. Zu multipliciren $\frac{3}{4}$ aus $4\frac{1}{6}$ mit $\frac{4}{5}$ aus $7\frac{3}{8}$.

Also: $\frac{3}{4} \quad \frac{28.5}{6.2} \quad \frac{4}{8} \quad \frac{59}{8}$

Antw. $\frac{295}{16}$, das ist $18\frac{7}{16}$.

§. 460. Jedoch ist leicht zu erachten, wenn das allernächste gegebene Exempel verkehrt und also ist: $4 + (\frac{1}{6}$ aus $\frac{3}{4})$ mit $7 + (\frac{3}{8}$ aus $\frac{4}{5})$, da die 4 nicht aus oder mal $\frac{3}{4}$, desgleichen die 7 nicht aus oder mal $\frac{4}{5}$, sondern jene 4 ganze, und diese 7 ganze Unitäten bedeuten, daß man in solchem Falle nicht so schlechterdings, wie vorhin, verfahren kann, sondern es müssen die gebrochenen Brüche zuförderst ins besondere zu einfachen Brüchen gemacht, und alsdenn die begehrte Multiplication vollzogen werden, wie folget:

$\frac{1}{6.2}$

$\frac{1}{\text{ß.2}}$ aus $\frac{\text{ß}}{4}$ thut $\frac{1}{8}$. Item $\frac{3}{\text{ß.2}}$ aus $\frac{4}{5}$ thut $\frac{3}{10}$

Folgends heißt es $4\frac{1}{8}$ mit $7+\frac{3}{10}$ zu multipliciren; mit welchen ferner nach der allgemeinen Regel procediret werden kann. Also:

$\frac{33}{8}$ mit $\frac{73}{10}$ Antw. $\frac{2409}{80}$, das ist $30\frac{9}{80}$.

§. 461. Wer nun die vorhergehenden Lehren von der Multiplication in Brüchen, das ist in Theilen eines Ganzen, verstehet, dem wird es nicht schwer fallen, alle solche Lehren auch auf die kleinen Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte zu appliciren, welche in der That nichts anders als Theile aus ihren größern Sorten sind (§. 51). Denn was en general von allen Theilen eines ganzen Dinges gelehret und erwiesen worden, darf nicht von einigen gewissen Theilen (als die kleinen Sorten sind), allererst ins besondere aufs neue erkläret und dargethan werden (§. 19). Allein dieses ist insonderheit bey den kleinen Sorten zu merken, daß selbige schlechterdings, wenn nicht die Umstände dabey gegeben werden, aus welchen die Ursache der verlangten Multiplication zu ersehen ist, nicht multipliciret werden können. Denn zu dem, was bereits oben (§. 145) von den benamten Zahlen überhaupt erinnert worden, so kann man absonderlich hier, bey den kleinern Sorten, ohne zulängliche Umstände auch nicht wissen, ob man in der Ausrechnung dieselbe als Theile aus einer größern Sorte, oder nach ihren eigenen Einheiten als ganze Zahlen ansehen solle (§. 53). Z. E. Wenn eine Größe mit 7 ß zu multipliciren gegeben worden, man sagte aber keine Umstände dabey, woher solche Multiplication entstehe, so kann man auch keine gewisse Antwort heraus bringen, indem

man

man noch nicht weiß, ob die 7 ℋ, als 7 ganze Unitäten zu betrachten, und folglich die zu multipliciren gegebene Größe, 7mal so groß zu nehmen sey; oder aber, ob solche 7 ℋ, als ein Theil eines Guldens, das ist als $\frac{7}{100}$ fl. verstanden, und folgends die gegebene Größe nicht 1, geschweige mehrmal, sondern nur $\frac{7}{100}$ mal so groß (§. 277) genommen werden solle. Die Umstände von einer solchen begehrten Rechnung aber heben von sich selbst diesen Zweifel. Denn wenn die Aufgabe (Z. E.) ist: Vor 1ℋ bekommet man eine gewisse Sache, wieviel bekomt man demnach von solcher Sache vor 7ℋ? Hier ist klar (§. 339) weil vor 7 ℋ 7 mal so viel zu bekommen ist, als vor 1 ℋ, daß man solche 7 ℋ als eine bloße Zahl von 7 ganzen Unitäten ansehen, und folgends die Größe der gewissen Sache mit der ganzen Zahl 7 multipliciren müsse. Hingegen wenn es in der Aufgabe heißt: Vor 1 fl. bekommet man eine gewisse Sache, wieviel bekommet man von dieser Sache vor 7 ℋ? So siehet man bald, weil 7 ℋ nur ein Theil eines Guldens, nämlich $\frac{7}{100}$ fl. und folgbar nach solcher Proportion vor 7 ℋ auch nur $\frac{7}{100}$ aus derjenigen Sache, welche vor 1 ganzen fl. gegeben wird, zu bekommen ist, daß man die 7 ℋ nicht wie 7, sondern nur als den Bruch $\frac{7}{100}$ ansehen, und also die Größe der gewissen Sache mit dem Bruch $\frac{7}{100}$ multipliciren müsse.

§. 462. Es ist dannenhero ein unnützer Streit, wenn einige Rechner z. E. 4ℋ 6ℛ mit 3ℋ 9ℛ. zu multipliciren aufgeben, und jeder ein ander Product herausbringen will; da doch dieser vermeynte curieuse Streit, so bald man die Umstände und Ursache von der verlangten Multiplication angiebt, von selbsten hinwegfället. Denn wenn man z. E. saget: An 1 ℋ. sind 4 ℋ 6 ℛ gewonnen; wie viel ist der Gewinn von 3 ℋ 9 ℛ? so ist klar, daß man die 4 ℋ. 6 ℛ $3\frac{1}{2}$ mal nehmen muß,

weil 3 ℋ. 9 ℜ = 3½ ℋ. Saget man aber: An 1 fl. sind 4 ℋ 6 ℜ gewonnen; was an 3 ℋ. 9 ℜ? so ist abermal gewiß, daß man die 4 ℋ. 6 ℜ, $\frac{7}{60}$ mal nehmen muß, weil 3 ℋ. 9 ℜ = $\frac{7}{60}$ fl. Hingegen wenn es heißet: An 1 ℜ ist der Gewinn 4 ℋ. 6 ℜ; was an 3 ℋ 9 ℜ? so muß man die 4 ℋ. 6 ℜ. allerdings 63 mal nehmen, weil 3 ℋ. 9 ℜ = 63 ℜ. u. s. w. Wie solches hernach am gehörigen Orte mit mehrern gezeiget werden soll. Ein anders ist es in der Geometrie, da man auf Flächen und Körper siehet (§. 147), und wieder ein anders in der Arithmetik, da man die Zahlen nur nach einer Dimension betrachtet, folgends den Factorem 3 ℋ. 9 ℜ. allezeit nur als eine bloße Zahl annehmen (§. 365), und dessen Größe allererst aus dem 1sten Gliede der gegebenen 3 Glieder der Regel Detri, wie vorhin gedacht, erkannt werden muß.

§. 463. Indessen, da die zu der Multiplication der kleinen Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte, erforderliche Umstände (wie vorhin erkläret) in einer bekannt gegebenen Verhältniß bestehen, so lässet sich die Application der gezeigten 5 Fälle von der Multiplication in Brüchen, auf die kleinen Sorten zwar besser hernach bey der Regel Detri der Theile eines Ganzen anbringen, weil in derselben die bekannt gegebenen 3 Glieder allezeit dasjenige zur Genüge anzeigen, was man (wie zuvor gedacht) zu wissen nöthig hat (§. 365). Allein um eines und das andere noch anzumerken, so habe nicht ermangeln wollen, die erwehnte Application durch besondere Aufgaben, und zwar durch bloße Exempel, nebst ihren zulänglichen Umständen, in folgender Ordnung fürstellig zu machen.

Als 1: Zu multipliciren eine einzigbenamte Zahl kleiner Sorten, mit einer einzigbenamten Zahl kleiner Sorten.

2. eine einzigbenamte Zahl kleiner Sorten, mit einer einzigbenamten ganzen Zahl, vice versa,

3. eine

3. eine mehrerley namige Zahl, mit einer einzigbenamten ganzen Zahl, vice versa.
4. eine mehrerley namige Zahl, mit einer einzigbenamten Zahl kleiner Sorten, vice versa.
5. eine mehrerley namige Zahl, mit einer mehrerley namigen Zahl.

Jedoch werde ich allhier nur von solchen Exempeln handeln, in welchen der Multiplicator entweder eine bloße Zahl, oder doch von gleicher Art mit dem Multiplicando ist; die andern Exempel aber, bey welchen die Factores ganz ungleicher Art, bis in die Regel Detri verspahren.

Die 44. Aufgabe.

§. 464. **Eine einzig benamte Zahl kleiner Sorten, mit einer einzigbenamten Zahl kleiner Sorten, zu multipliciren.**

Z. E. Einer kaufet eine Parthey Waaren, die er wiederum verkaufet, und befindet an jedem fl. 7 ℋ Gewinn: Wieviel ist demnach der Gewinn an 11 ℋ? Allhier müssen die 11 ℋ als ein Bruch eines Guldens, nämlich $\frac{11}{30}$ fl. angesehen, folgends die 7 ℋ mit $\frac{11}{30}$ multipliciret werden, das ist, es müsse die Antwort $\frac{11}{30}$ mal die 7 ℋ enthalten. Derowegen ist dieselbe (§. 442. N°. 2.) $\frac{77}{30}$ ℋ oder $2\frac{17}{30}$ ℋ. Will man aber die Antwort so fort unter den Namen Gulden haben, so darf man die 7 ℋ. nur ebenfalls als Theile eines Guldens, nämlich als $\frac{7}{30}$ fl. ansehen, und solche $\frac{7}{30}$ fl. $\frac{11}{30}$ mal zusammen nehmen, so kommet die begehrte Antwort (§. 439. N°. 1.) $\frac{77}{900}$ fl. Daß aber die gedachten beyden Antworten einerley sind, so dürfet ihr nur die $\frac{77}{900}$ fl. in ℋ resolviren, so kommen (§. 415. N°. 3.)

$2\frac{17}{100}$ ℋ die erste Antwort. Oder ihr könnet die $2\frac{17}{100}$ ℋ in fl. reduciren, so kommt (§. 417. N°. 3) $\frac{777}{1000}$ fl. die andere Antwort.

Die 45. Aufgabe.

§. 465. **Eine einzigbenamte Zahl kleiner Sorten, und eine einzigbenamte ganze Zahl, mit einander zu multipliciren.**

Z. E. N°. 1. Wenn 1 fl. gewinnet 7 fl; wie viel ist demnach der Gewinn an 11 ℋ? Allhier ist nothwendig die Antwort $\frac{11}{100}$ mal 7 fl. das ist (§. 442. N°. 2) $\frac{77}{100}$ fl. oder $2\frac{17}{100}$ fl; oder auch, weil $\frac{11}{100}$ fl. und 1 ℋ. einerley (§. 51), 2 fl. 17 ℋ.

N°. 2. Wenn 1 fl. gewinnet 7 ℋ; wie viel ist der Gewinn von 11 fl? Allhier ist die Antwort allerdings 11 mal 7 ℋ, das ist 77 ℋ, oder 2 fl. 17 ℋ.

Will man aber die Antwort so fort unter den Namen fl. haben, so darf man (wie vorhin §. 464. schon gedacht) die 7 ℋ. nur als $\frac{7}{100}$ fl. ansehen, und solche 11 mal zusammen nehmen, so kommt (nach Anzeigung §. 442. N°. 2.) $\frac{77}{100}$ fl, oder $2\frac{17}{100}$ fl, das ist ebenfalls 2 fl. 17 ℋ, wie in der vorigen Antwort.

§. 466. Aus diesen 2 Exempeln (N°. 1. und 2.) sehet ihr klar, daß es gleichviel sey, ob man saget $\frac{11}{100}$ mal 7 fl. oder 7 mal $\frac{11}{100}$ fl. so kommet in allewege gleichviel.

Die 46. Aufgabe.

§. 467. **Eine mehrerley namige Zahl, und eine einzigbenamte ganze Zahl, mit einander zu multipliciren.**

Z. E. N°. 1. Wenn 1 fl. gewinnet 23 fl. 11 ℋ; wie viel

ist

ist der Gewinn an 7 fl? Hier ist klar, daß die Antwort 7 mal 23 fl. 11 ß seyn müsse. Demnach verfahret nach Anzeigung §. 443. N°. 2, als folget:

23 fl. 11 ß. 7 mal

Antwort 163 : 17

Nämlich multipliciret erstlich die 11 ß mit 7, kommen 77 ß. Diese enthalten in sich 2 fl. und 17 ß. Derowegen setzet die 17. ß unter die Linie. Ferner multipliciret die 23 fl. mit 7, und nehmet die vorigen 2 fl. darzu, kommen 163 fl.

N°. 2. Wenn 1 fl. gewinnet 7 fl; wie viel ist der Gewinn an 23 fl. 11 ß? Allhier ist abermal klar, daß die Antwort in sich enthalten müsse erstlich 23 mal die 7 fl. und dann noch (wie §. 465. N°. 1 zu ersehen) $\frac{1}{3}\frac{1}{0}$ mal die 7 fl. das ist zusammen 23 $\frac{1}{3}\frac{1}{0}$ mal 7 fl. oder, so einerley, (§. 466.) 7 mal 23 $\frac{1}{3}\frac{1}{0}$ fl. Indessen ist $\frac{1}{3}\frac{1}{0}$ fl. nichts anders als 11 ß: Derowegen verfähret man eben also, wie im nächst vorigen Exempel, und ist allhier die Antwort gleichfalls 163 fl. 17 ß. So aber die 7 nicht fl. sondern (z. E.) ℔ wären, also, daß dieses Exempel heißen sollte: **Wenn man für 1 fl. bekommet 7 ℔; wie viel bekommet man für 23 fl. 11 ß?** Da müsten in der Antwort die 7 ℔, 23 $\frac{1}{3}\frac{1}{0}$ mal enthalten seyn, und folgends nicht 163 fl. 17 ß, sondern 163 $\frac{1}{3}\frac{7}{0}$ ℔ heißen. Wovon oben §. 365 in etwas erwehnet, jedoch fernerhin ein mehrers gemeldet werden soll.

N°. 3. Wie viel ist 5 mal 327 fl. 18 ß 12 ₰? Allhier verfahret, wie vorhin. Also:

327 fl. 18 ß 12 ₰ (5

Antw. 1638 = 3 = 6

Nämlich das Product der ₰ ist 60 ₰. Diese enthal-

ten 3 ℋ 6 ₰. Derowegen schreibet unter die Linie 6 ₰. Weiter ist das Product der ℋ: 90 ℋ, worzu die vorigen 3 ℋ genommen werden, kommen 93 ℋ. Diese enthalten in sich 3 fl. 3 ℋ. Demnach setzet unter die Linie 3 ℋ. Endlich multipliciret die 327 fl. mit 5, und zählet die vorigen 3 fl. darzu, kommen 1638 fl.

N°. 4. Wie viel ist das Product aus 6 mal 327 fl. 18 ℋ 12 ₰? Also:

fl. 327 = ℋ 18 = ₰ 12 (6

Antw. 1965 = 22 = —

Nämlich das Product der ₰ ist 72 ₰. Diese enthalten in sich just 4 ℋ. Derowegen machet unter die Linie in die Stelle der ₰ nur ein Strichlein, und behaltet die 4 ℋ zu dem folgenden Product der ℋ. Ferner procediret wie in den vorigen Exempeln.

N°. 5. 327 fl. 18 ℋ 12 ₰ 3 mal zu nehmen.

Antw. 982 = 26 = —

N°. 6. 327 fl. 18 ℋ 12 ₰ 8 mal zu nehmen.

Antw. 2620 = 29 = 6

N°. 7. 327 fl. 18 ℋ 12 ₰ 9 mal zu nehmen.

Antw. 2948 = 18 = —

N°. 8. 537 ℔ 23 Loth 2 Qu. 3 ₰ 2 mal.

Antw. 1075 = 15 = 1 = 2

N°. 9. 537 ℔ 23 Loth 2 Qu. 3 ₰ 3 mal.

Antw. 1613 = 7 = — = 1

N°. 10. 537 ℔ 23 Loth 2 Qu. 3 ₰ 8 mal.

Antw. 4301 = 29 = 2 = —

N°. 11. 479 ℔ 13 Schott $6\frac{7}{8}$ Gr. 15 mal.

Antw. 2397 = 19 = $10\frac{3}{8}$ Gr.

Näm-

Nämlich fanget bey den $\frac{7}{8}$ an mit 5 zu multipliciren, kommen (§. 443. N°. 5) $\frac{35}{8}$, das ist $4\frac{3}{8}$. Demnach setzet in der verlangten Antwort $\frac{3}{8}$ Gr. und behaltet die 4 Gr. zu dem folgenden Product der Gr. Hierauf multipliciret die 6 ganzen Gr., hernach die 13 Schott, und endlich die 479 ℔, alles nach vorhin gegebenem Unterricht, so kommt die begehrte Antwort 2397 ℔ 19 Sch. $10\frac{3}{8}$ Gr.

N°. 12. 479 ℔ 13 Sch. $6\frac{7}{8}$ Gr. 6 mal.

Antwort 2877 = 9 = $5\frac{2}{8}$ oder $\frac{1}{4}$ Gr.

N°. 13. 479 ℔ 13 Sch. $6\frac{7}{8}$ Gr. 7 mal.

Antwort 3356 = 23 = $\frac{1}{8}$ Gr.

N°. 14. Leipz. Thl. 83 = 17 Gℊ $9\frac{1}{2}$ ₰ 10 mal.

Antwort 837 = 9 = 11

N°. 15. Wie viel ist 56 mal 327 fl. 18 ℊ 12 ₰?

Also:

327 fl. 18 ℊ 12 ₰ (56

1962

1635

Antw. 18346 = 25 = 6

Nämlich: 56 mit 12 ₰ | 56 mit 18 ℊ

112 | 448

18 | 672 | 1045 ℊ

Quot. 37 | 13. | 30) 1045 ℊ

Rest 6 ₰ | Quot. 34 = 25 ℊ

Dieser Proceß ist ganz gleich dem vorigen. Nur allein, daß man hier, da der Multiplicator aus etlichen Ziffern bestehet, die erforderliche Ausrechnung der kleinen Sorten (wie oben §. 448. N°. 5 schon erwehnet) bey seite verrichten müsse. Nämlich multipliciret a part erstlich

die 12 ℛ mit 56, und machet die kommenden 672 ℛ, durch die Division in 18, zu ℋ, so kommen 37 ℋ 6 ℛ. Desgleichen multipliciret ferner die 18 ℋ mit 56, und zählet die aus dem vorigen Product der ℛ entstandenen 37 ℋ darzu, kommen 1045 ℋ, welche durch die Division in 30 zu fl. gemachet, bringen 34 fl. 25 ℋ. Endlich multipliciret die 327 fl. mit 56, wie ordinair, und leget zu dem Product die vorigen 34 fl. nebst den übrigen 25 ℋ und 6 ℛ, so habt ihr das gesuchte Product 18346 fl. 25 ℋ 6 ℛ.

§. 468. Es ist demnach die nächst angewiesene Manier die mehrerley namigen Zahlen zu multipliciren, in so weit der Multiplicator nur eine einzelne Ziffer oder 10 ist, ohnstreitig kurz und bequem, indem solchergestalt die Producte der kleinern Sorten nicht so groß kommen können, und folgends gar leicht, ja mehrentheils gar wohl aus dem Kopfe sehr geschwinde zu ihren größern Sorten zu machen sind, wie solches aus den vorhin §. 467 angeführten ersten 14 Exempeln zu ersehen, und mit mehrern die Erfahrung selbst, wenn man sich auch nur ein wenig hierinnen geübet, zur Genüge anzeiget. Hingegen bey einem Multiplicatore, der aus etlichen Ziffern über 10 bestehet, ist diese Manier insonderheit deswegen beschwer- und verdrüßlich, weil die kleineren Sorten sich durch die Multiplication allzustark anhäufen, folglich dieselben ohne weitläuftige Nebenrechnungen (wie aus dem nächsten 15 ten Exempel zu ersehen) sich nicht so geschwinde in ihre größere Sorten bringen lassen. Allein man beliebe sich mit dieser gemeinen Art (wie schon §. 437 erinnert) so lange zu behelfen, bis unten in der Practia andere Wege werden gezeiget werden.

§. 469. Jedoch an stat daß ich allhier noch von einer andern uralten gemeinen Manier hätte erwehnen können, da man nämlich die gegebene mehrerley namige Zahl ohne Noth allererst unter den Namen der kleinsten Einheiten bringet (§. 405), das kommende alsdenn mit dem gegebenen Multiplicatore multipliciret, und hernach wiederum durch die Division zu ihren größeren Sorten machet (welche Art noch viel weitläuftiger als die vorige ist); so will vielmehr einen kürzern Weg zeigen, nach welchem

chem die Multiplication mit einem großen Multiplicatore, dennoch nur wie mit einzelnen Ziffern verrichtet wird.

Die 47. Aufgabe.

§. 470. **Eine mehrerley namige Zahl mit einer einzigbenamten ganzen Zahl, die aus etlichen Ziffern bestehet, auf eine andere Art (als vorhin §. 467. N°. 15 geschehen) zu multipliciren.**

I. Multipliciret den ganzen Multiplicandum mit jeder Ziffer des Multiplicatoris ins besondere, eben also, wie vorhin (ibid.) gezeiget worden, und schreibet die Facta partialia unter jede Sorte, eben auf die Weise, wie es in der ordinairen Multiplication (besage des 3ten Artic. §. 170) erfordert wird.

II. Addiret solche Facta zusammen nach Anzeigung §. 427, so kommet das verlangte Hauptfactum.

Als das gedachte 15te Exempel (§. 467) kommt folgendergestalt zu stehen:

327 fl. 18 ℔ 12 ₰ 56 mal.

1965	22	0
1638.	3.	6.
Antw. 18346	25	6

Nämlich multipliciret die 327 fl. 18 ℔ 12 ₰ erstlich mit 6, nach der Weise wie oben (ibid.) N°. 4 zu ersehen, kommen fl. 1965, 22 ℔, 0 ₰. Desgleichen multipliciret ferner die gegebenen 327 fl. 18 ℔ 12 ₰ mit 5 ebenfalls wie oben (ibid.) N°. 3 geschehen, so kommen 1638 fl. 3 ℔ 6 ₰. Allein weil diese 5 in der andern Stelle des Multiplicatoris stehet, und folgends Zehener bedeutet, so setzet ihr Product, nämlich die kommenden

Zah-

Zahlen, so wohl an ℛ und ℋ als an fl. unter das erste Factum partiale gleichfalls in die 2te Stelle. Endlich addiret beyde Facta zusammen, kommt die Summe der ℛ: 60 ℛ. Diese enthalten in sich 3 ℋ und 6 ℛ, welche 6 ℛ unter die Linie in das Hauptfactum geschrieben werden. Weiter ist die Summe der ℋ: 52 ℋ. Hierzu die vorigen 3 ℋ, bringen 55 ℋ. Solche enthalten in sich 1 fl. 25 ℋ. Derowegen setzet in das Hauptfactum die 25 ℋ, und zählet den 1 fl. zu der Summe der folgenden fl. so habt ihr das begehrte Product 18346 fl. 25 ℋ 6 ℛ.

§. 471. Diese Manier ist, wie jeder von sich selbst ersehen kann, zwar kürzer als die gemeine Art (§. 467. N°. 15), weil man nach solcher in Ausfindung der Factorum partialium immerfort nur mit einer einzelnen Ziffer multipliciren darf, welche Multiplication, wie schon §. 468 erinnert worden, leichtlich von statten gehet. Allein ich habe dieselbe deswegen allhier, und nicht unten in der Practica vortragen wollen, weil durch solche Art gleichwohl nicht die gänzliche Schwierigkeit gehoben wird, indem die kleineren Sorten, absonderlich, wenn der Multiplicator noch mehr als zwey Ziffern hat, sich gleichwohl in der Addition öfters allzustark anhäufen, die nicht so geschwinde in ihre größeren Sorten gebracht werden mögen.

§. 472. Indessen habe nicht undienlich erachtet, noch einige Exempel, welche unten in der Practica weit vortheilhaftiger solviret werden sollen, allhier so wohl nach Art N°. 15. §. 467, als nach nächst beschriebener Art §. 470 aufzulösen, und zwar eines Theils deswegen, um die Sinnen der Anfänger desto mehr aufzumuntern, und dadurch zu anderweitigen Rechnungen desto geschickter zu machen; andern Theils auch, damit man die untenfolgenden vortheilhaftigen Arten gegen diese beyde Manieren durch genaueres Einsehen, desto besser erkennen möge.

N°. 1. Wie viel betragen 369 mal 327 fl. 18 ℋ 12 ℛ?
Nach Art §. 467 N°. 15. Also:

327

327 fl. 18 ℋ 12 ℛ (369
2943
1962
981

Antw. 120892 = 18 = —

Nämlich: 369 mit 12 ℛ
738
18
4428 ℛ
Qu. 246 ℋ 8..
10.
0

369 mit 18 ℋ
2952
688.8
30)
229 fl. 18 ℋ

Oder nach Art §. 470. Also:

327 fl. 18 ℋ 12 ℛ

2948 18 .0 das 9fache (§. 467. N°. 7)
1965. 22. 0. das 6. fache (ibid. N° 4)
982.. 26.. 0.. das 3..fache (ibid. N°. 5)

Antw. 120892 = 18 = —

Summe ℋ 283.8
30)
94 fl. 18 ℋ

N°. 2. Wie viel sind 328 mal 537 ℔ 23 Loth 2 Qu. 3 ℛ?
Nach Art §. 467 N°. 15. Also:

537 ℔ 23 L. 2 Qu. 3 ℛ (328
4296
1074
1611

Antw. 176378 = 25 = 2 = —

Nämlich:

Prod. der ℛ
984 ℛ
4) —
246 Qu.

Prod. der Qu.
902 Qu.
4)
225 L. 2 Qu.

Prod. der L.
984
656
32
7769 L.
Qu. 242 ℔ 13..
8.
Rest 25 L.

Oder

Oder nach Art §. 465. Also:

537 ℔ 23 ℔. 2 Qu. 3 ₰

4301	29	2	0 das	8 fache (§. 467. N. 10)
1075.	15.	1.	2. das	2. fache (ibid. N°. 8)
1613..	7..	—	1 .. das	3 .. fache (ibid. N°. 9)

Antw. 176378 = 25 = 2 = —

Summe ₰	Summe Qu.		Summe Loth.
120 ₰	42	32	889
4) 30 Qu.	4) 10 ℔. 2 Qu.	Quot. 27 ℔	24.
			Rest 25 ℔.

N°. 3. Wie viel ist 567 mal 479 ℔ 13 Schott $6\frac{7}{8}$ Gr?
oder, so einerley, 479 Thl. 13 Ggl. $6\frac{7}{8}$ ₰
Brandenburgisch Geld?

Nach Art N°. 15. §. 467. Also:

479 Thl. 13 Ggl $6\frac{7}{8}$ ₰ (567

3353
2874
2395

271913 = 15 = $10\frac{1}{8}$

Nämlich: Prod. der 8tel ₰

3969
8) 3969
$496\frac{1}{8}$ ₰

24
Quot. 320 Thl.

Prod. der ₰

12
Qu. 324 Ggl

3898
2..
5.
10 ₰

Prod. der Ggl.

567 × 13
1701
567
7695 Ggl.
4..
Rest 15 Ggl.

Oder

Oder nach Art §. 470. Also:

479 Thl. 13 Sgr 6 ₰ 7(8tel ₰

3356	23	0	1 das	7 fa. (§. 467. N° 13)
2877.	9.	5.	2. das	6. fache (ib. N°. 12)
2397..	19..	10..	3.. das	5.. fache (ib. N°. 11)

Antw. 271913 = 15 = 10 1

Summe 8tel ₰ | 12 | Summe ₰
321 | | 1090
8) | Qu. 90 Sgr | Rest 10 ₰
40 1/8 ₰ | Summe Sgr | 2013 + 90 oder
| | 2103 Sgr.
24 | 18.
Quot. 87 Thlr. | Rest 15 Sgr.

Die 48. Aufgabe.

§. 473. **Eine mehrerley namige Zahl, und eine einzigbenamte Zahl kleiner Sorten, mit einander zu multipliciren.**

Z. E. N°. 1. Wenn 1 fl. gewinnet 23 fl. 11 ℔; wie viel ist Gewinn an 7 ℔? Allhier ist unwidersprechlich die Antwort 7/30 mal 23 fl. 11 ℔; und bedienet man sich (der §. 451 gegebenen Ursache wegen) in diesem Falle, absonderlich da öfters die mehrerley namige Zahl aus mehr als zweyerley Sorten bestehet, der 2ten Art aus §. 450. Also:

23 fl. 11 ℔ 7/30 mal

30) 163 = 17 = das Factum aus 7 mal 23 fl. 11 ℔ (§. 467. N°. 1.)

Antw. 5 = 13 17/30

Von dieser Division aber folget hernach im Dividiren.

N°. 2. Wenn 1 fl. gewinnet 7 ℔; wie viel gewinnen 23 fl. 11 ℔? Allhier muß die Antwort (wie bereits §. 467

§.467.N°.2 erkläret) 23 $\frac{1}{3}\frac{1}{0}$ mal 7 ℳ seyn, das ist (§.448. N°.2) 163 $\frac{1}{3}\frac{7}{0}$ ℳ, oder 5 fl. 13 $\frac{1}{3}\frac{7}{0}$ ℳ, wie im nächst vorigen Exempel. So aber die 7 (z. E.) ℔ wären, müßte die Antwort auch 23 $\frac{1}{3}\frac{1}{0}$ mal 7 ℔, nämlich 163 $\frac{1}{3}\frac{7}{0}$ ℔ seyn.

N°. 3. Wenn 1 ℔ kostet 37 fl. 19 ℳ 16 ₰; was kosten 24 Loth. Allhier ist nothwendig die Antwort $\frac{2}{3}\frac{4}{2}$, oder (so einerley §. 384)

$\frac{3}{4}$ mal 37 fl. 19 ℳ 16 ₰. (3 Demnach verfahret wie vorhin N°. 1.

Also: 112 = 29 = 12 | 4

Antw. 28 = 7 = $7\frac{1}{2}$

Die 49. Aufgabe.

§. 474. **Eine mehrerley namige Zahl mit einer mehrerley namigen Zahl zu multipliciren.**

Z. E. Wenn 1 fl. gewinnet 23 fl. 11 ℳ; wie viel gewinnen 7 fl. 7 ℳ? Allhier muß die Antwort allerdings 7 $\frac{7}{3}\frac{7}{0}$ mal 23 fl. 11 ℳ seyn. Demnach stehet die Berechnung, als folget:

23 fl. 11 ℳ . 7 $\frac{7}{3}\frac{7}{0}$ mal

163 = 17 das 7 fache (§.467.N°.1)
5 = 13 $\frac{17}{30}$ das $\frac{7}{30}$ fache (§.473.N°.1)

Antw. 169 = $\frac{17}{30}$

§. 475. Alles, was oben §. 436 und 455 erinnert worden, ist nicht minder auch von den erwehnten 5 Fallen in kleinern Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte zu verstehen. Insonderheit auch, daß man solche 5 Fälle durch die allgemeine Regel (§. 456) solviren könne; dieses will ich nur an dem nächst vorigen Exempel §. 474 darthun. Nämlich, weil man allda die 23 fl. 11 ℳ, 7 $\frac{7}{3}\frac{7}{0}$ mal zusammen nehmen soll, so könnet ihr beyde Fa-

ctores

ctores einrichten (§. 407), kommen 701 ℋ oder $\frac{701}{30}$ fl. mit $\frac{217}{30}$ zu multipliciren, und folglich zur Antwort $\frac{152117}{900}$, oder $169\frac{17}{900}$ fl. das ist (§. 415. N°. 4) 169 fl. $-\frac{17}{30}$ ℋ, wie vorhin (§. 474). Allein eben dieser Proceß ist der uralten gemeinen Manier gleich, von der oben §. 469 erwehnet worden; welche desto mehr verworfen wird, je mehrerley verschiedene kleine Sorten (die nach solcher Manier ohne Noth immerfort unter den Namen der kleinsten Sorten gebracht werden müssen) in den Factoribus enthalten sind.

Von der Division der Theile eines Ganzen, als auch der vermischten und mehrerley namigen Zahlen.

§. 476.

Bey der Division in Brüchen hat man gleichfalls, wie in der Multiplication (§. 436), 5 unterschiedene Hauptfälle, nämlich

1. zu dividiren Brüche durch Brüche.
2. Brüche durch Ganze.
3. vermischte Zahlen durch Ganze.
4. ganze oder auch vermischte Zahlen durch Brüche.
5. Ganze oder Brüche allein, oder auch vermischte Zahlen durch vermischte Zahlen,

welche Fälle ebenfalls unter eine allgemeine Regel, wie hernach gezeiget werden soll, gebracht werden können; allein der (§. 437) gegebenen Ursache wegen, habe dienlich erachtet, jeden dieser 5 Fälle in einer besondern Aufgabe, als folget, zu erklären.

Die 50. Aufgabe.

§. 477. Einen Bruch durch einen Bruch zu dividiren.

In diesem Hauptfall ereignen sich wiederum zwey besondere Fälle. Nämlich 1) wenn ihre Nenner gleich, 2), wenn dieselben ungleich.

Im ersten Falle:

Lasset die Nenner fahren, und dividiret des Dividendi Zähler, durch des Divisoris Zähler.

Z. E. N°. 1. $\frac{2}{3}\frac{7}{2}$ in $\frac{1}{3}\frac{3}{2}$ zu dividiren; so dividiret die 27 in 3, kommet der verlangte Quotient 9.

N°. 2. $\frac{1}{5}\frac{9}{0}$ in $\frac{1}{3}\frac{7}{0}$ zu dividiren; so dividiret die 19 in 7, kommet der begehrte Quotient $2\frac{5}{7}$.

N°. 3. $\frac{3}{8}$ in $\frac{5}{8}$ zu dividiren; so dividiret die 3 in 5 (§. 231), kommt der gesuchte Quotient $\frac{3}{5}$.

Beweis.

Dieser kann so wohl aus der Beschaffenheit der Division selbst, als aus der Lehre der geometrischen Verhältnisse hergeleitet werden. Denn einen Bruch durch einen Bruch zu dividiren, ist so viel gesaget, als zu suchen, wie oft dieser in jenem enthalten sey (§. 199); oder, so einerley (§. 297), die geometrische Verhältniß dieses Bruchs zu jenem zu finden. Wenn nun ihre Nenner gleich sind, so hat man auf selbige, als auf den gemeinen Namen der gegebenen Zähler, oder (§. 77) eigentlichen Zahlen, nicht zu sehen (§. 202 und 306), und verhalten sich solche Brüche gegen einander, wie ihre Zähler (§. 389). Derowegen geschiehet die verlangte Division nur in die Zähler, und läßt man ihren gemeinen Nenner fahren.

Oder

Oder es kann dieser Satz auch daher erwiesen werden. Denn wenn man den Nenner eines Bruchs wegstreichet oder fahren läßt, und den Zähler als eine ganze Zahl annimmt, so wird solcher Bruch dadurch mit dem Nenner multipliciret oder gegrößert (§. 445). Wenn nun die in einander zu dividiren gegebenen Brüche gleiche Nenner haben, und man beyderseits solche Nenner fahren läßt, so werden beyde Brüche dadurch mit gleichen Zahlen gegrößert, folgends wenn man ferner die verlangte Division an solchen gegrößerten Zahlen verrichtet, das ist nämlich, wenn man die Zähler, als ganze Zahlen annimmt, und selbige, wie sonst ganze Zahlen, in einander dividiret, so muß nothwendig der verlangte Quotient kommen (§. 293).

Im andern Falle:

I. Kehret den Divisorem um, nämlich setzet die Zahl des Zählers unter, und die Zahl des Nenners über die Linie, alsdenn

II. multipliciret diesen kommenden Bruch mit dem gegebenen Dividendo, wie in der Multiplication §. 438 gelehret worden; so ist das kommende Product der verlangte Quotient.

Z. E. N°. 4. $\frac{2}{5}$ in $\frac{3}{4}$ zu dividiren; so verkehret die $\frac{3}{4}$ solchergestalt $\frac{4}{3}$, und multipliciret demnach diese $\frac{4}{3}$ mit $\frac{2}{5}$ (ibid.), kommen $1\frac{3}{15}$, der gesuchte Quotient.

N°. 5. $\frac{3}{4}$ in $\frac{2}{5}$ zu dividiren; so verkehret die $\frac{2}{5}$, und multipliciret demnach $\frac{5}{2}$ mit $\frac{3}{4}$, kommen $\frac{15}{8}$, oder $1\frac{7}{8}$, der gesuchte Quotient.

Beweis.

Wenn ihr nur dasjenige bedenket, was oben §. 449 und sonderlich N°. 3. erkläret worden, so könnet ihr die

Richtigkeit dieser Regel eben auf die Weise finden, wie die Regel des erstern Falles, durch den vorigen andern Beweis. Jedoch will ich allhier noch einen besondern Beweis geben, als folget:

Wenn man die zwey Brüche unter einerley Nenner bringet, und ihre gleichnamige neue Zähler gefunden, so hat man ferner (laut des 1ten Falles) auf den gemeinen Nenner nicht zu sehen, sondern nur den neuen Zähler des Dividendi durch den neuen Zähler des Divisoris zu dividiren. Indessen wenn die gegebenen zwey Brüche unter gleiche Nenner gebracht werden (§. 408), erwächset des Dividendi neuer Zähler, wenn man seinen gegebenen Zähler mit des Divisoris gegebenen Nenner multipliciret; und des Divisoris neuer Zähler, wenn man seinen gegebenen Zähler mit des Dividendi gegebenen Nenner multipliciret: Folgends bekommet man nach der gezeigten Regel, wenn man nämlich den Divisorem umkehret, und solchen umgekehrten Bruch mit dem andern Bruch multipliciret, die begehrten gleichnamigen neuen Zähler, und zwar gehörigermaßen (§. 231 und 232) des Dividendi über, und des Divisoris unter der Linie; welche ferner wo der gesuchte Quotient mehr als ein Ganzes ist (wie im vorigen andern Exempel die $\frac{15}{8}$) nach Erforderung wirklich dividiret werden kann.

§. 478. Man siehet hieraus, daß das gedachte Umkehren keine Nothwendigkeit sey, wenn man nur die gehörigen Zahlen mit einander, nämlich des Dividendi Zähler mit des Divisoris Nenner, hingegen dieses Zähler mit jenes Nenner multipliciret (wie §. 409 schon angewiesen worden), und das erste Product in das andere Product dividiret. Allein es wird das Umkehren deswegen beliebet, weil man solchergestalt allhier eben so wol, als in der Multiplication (§. 438), nur bey der einzigen Regel in §. 399 sequ. verbleiben kann, und also keine besondere Regel mehr beobach-

ten

ten darf. Das fürnehmste aber, was bey solchem Umkehren zu merken, ist dieses, (wovon oben §. 204 bereits erinnert worden) daß man den Divisorem fleißig wahrnehmen müsse, damit man nicht an statt dieses den Dividendum umkehre, und also eine falsche Antwort heraus bringe.

§. 479. Noch etliche Exempel zur Uebung; als welche (nach Anzeigung §. 374) auch zu Proben der Multiplicationsexempel §. 439 dienen können.

N°. 1. $\frac{77}{900}$ in $\frac{7}{30}$ zu dividiren. Also:

$\frac{77.11}{900.30}$	$\frac{30}{7}$	Antw. $\frac{11}{30}$

N°. 2. $\frac{9}{14}$ in $\frac{3}{4}$ zu dividiren. Also:

$\frac{9.3}{14.7}$	$\frac{4.2}{3}$	Antw. $\frac{6}{7}$

N°. 3. $\frac{1}{4}$ in $\frac{2}{3}$ zu dividiren. Also:

$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{2}$	Antw. $\frac{3}{8}$

N°. 4. $1\frac{5}{2}$ in $\frac{1}{8}$ zu dividiren. Also:

$\frac{8}{12.3}$	$\frac{8.2}{8}$	Antw. $\frac{2}{3}$

Die 51. Aufgabe.

§. 480. Einen Bruch durch eine ganze Zahl zu dividiren.

In diesem Hauptfalle ereignen sich abermals zwey besondere Fälle, nämlich 1) wenn der Zähler des Bruchs in den gegebenen Divisorem **untheilbar** (§. 223), 2tens wenn er **theilbar**.

Im ersten Falle:

Schreibet den gegebenen Zähler über, und das Product, welches entstehet aus dem Nenner und Divisore, mit einander multipliciret, unter eine Linie bruchsweise, so ist solcher kommende Bruch der begehrte Quotient.

Z. E. N°. 1. $\frac{19}{30}$ in 6 zu dividiren; so multipliciret (weil der Zähler 19 in 6 nicht aufgehet) den Nenner 30 mit 6, kommen 180. Setzet demnach die 19 über, und 180 unter eine Linie, also: $\frac{19}{180}$. Dieser Bruch ist der verlangte Quotient.

N°. 2. $\frac{3}{8}$ in 5 zu dividiren, ist der Quotient $\frac{3}{40}$.

N°. 3. $\frac{1}{4}$ in 3 zu dividiren, ist der Quotient $\frac{1}{12}$.

Beweis.

Wenn man die gegebene Ganze (wie z. E. N°. 1 die 6) mit des Bruchs Nenner (30) multipliciret, so bedeutet das Product (180) eben solche Theile, als der Zähler des gegebenen Bruchs (§. 157. N°. 1 und 2). Derowegen darf man ferner (nach Anzeigung §. 477 im 1ten Falle) nur solche gleichnamige Zahlen in einander, nämlich des Dividendi Zähler (19) durch den Zähler des Divisoris (180) dividiren, welches denn (§. 231) durch bloßes unter einander setzen geschiehet; so bekommet man allerdings den begehrten Quotienten.

Oder es kann dieser Beweis gleich dem andern Beweise des 1ten Falles §. 477 gegeben werden. Denn wenn man einerseits die gegebene ganze Zahl mit des Bruchs Nenner multipliciret, und anderseits den Nenner fahren läßt (§. 445), so werden dadurch der Divisor und Dividendus mit gleichen Zahlen gegrößert. Folgends wenn man ferner solche gegrößerte Zahlen gehörigermaßen, wie sonst ganze Zahlen, in einander dividiret, muß der verlangte Quotient kommen (§. 293).

Im andern Falle:

Dividiret des Bruchs Zähler in den gegebenen Divisorem, und schreibet unter den kommenden Quotienten, des

Bruchs

Bruchs gegebenen Nenner, so ist solcher kommende Bruch der gesuchte Quotient.

Z. E. N°. 4. $\frac{6}{7}$ in 3 zu dividiren; so dividiret (weil der Zähler 6 in 3 aufgehet) die 6 in 3, kommen 2. Hierunter schreibet den Nenner 7, so habt ihr $\frac{2}{7}$ den verlangten Quotienten.

N°. 5. $\frac{28}{30}$ in 4 zu dividiren, ist der Quotient (weil 4 in 28 ist 7 mal) $\frac{7}{30}$.

Beweis.

Wenn man eine Größe in eine Anzahl gleiche Theile theilet, ist der Quotient eben von derselben Art, was der Dividendus ist (§. 211). Derowegen folget, wenn man z. E. 6, welche 7tel heißen, in 3 gleiche Theile theilet, daß der Quotient 2 ebenfalls 7tel heißen, und also $\frac{2}{7}$ seyn müsse.

Oder es kann dieser Beweis aus der Regel des 1 ten Falles hergeleitet werden. Denn nach selbiger müßte man den Divisorem (wie Z. E. N°. 4 die 3) mit des Bruchs Nenner (7) multipliciren, und des Bruchs Zähler (6) darüber setzen (also $\frac{6}{21}$). Folglich würde der kommende neue Nenner (21) in die gegebene ganze Zahl (3), als in seinen Factorem ohnstreitig theilbar (§. 271), und also die gegebene ganze Zahl (3) das Maaß zu dem neuen Nenner (21) seyn müssen (§. 272). Wenn nun der Zähler (6) vermöge dieses andern Falles, ebenfalls in die gegebene ganze Zahl (3) theilbar ist, so würde solche ganze Zahl (3) das gemeine Maaß seyn (§. 252) zu dem auf vorige Weise kommenden Zähler und Nenner (als zu 6 und 21). Demnach würde solcher entstehende Bruch ($\frac{6}{21}$) in die gegebene ganze Zahl (3) gekleinert werden können (§. 384 und 320), und nach solcher Verkleinerung, in dem Nenner wiederum den gege-

benen Nenner (7), als den andern Factorem (§. 267); in dem Zähler aber denjenigen Quotienten (2), welcher entstehet, so der gegebene Zähler (6) in die ganze Zahl (3) dividiret wird, bringen müssen. Da man nun dieses alles allhier zum voraus vergewissert ist, so gehet man in diesem Falle viel lieber den kürzesten Weg, und setzet dasjenige so fort zur Antwort, welches nach der Regel des 1ten Falles durch eine Multiplication und nachmalige Verkleinerung allererst gesuchet werden müßte. Und dieses geschiehet, wenn man den gegebenen Zähler (6) so fort in die ganze Zahl (3) dividiret oder gleichsam kleinert, und unter das kommende (als unter die 2) den gegebenen Nenner (7) hinschreibet.

§. 481. Ich habe diesen nächsten Beweis insonderheit wohl zu merken recommandiren wollen, weil man aus dessen Grunde in vielen Rechnungen öfters einen Vortheil erlangen kann, indem diejenigen, welche dieses nicht wissen, sich gar oft mit unnöthigen Multiplicationen und Divisionen bemühen, und dasjenige in der Ferne suchen müssen, was sie in der Nähe finden können.

§. 482. Also könnet ihr auch hieraus wahrnehmen, daß die Regel des 1ten Falles auch zum andern Falle gemein sey, und dienet die in diesem Falle gegebene besondere Regel nur zur Kürze. Sonsten aber kann man in selbigem auch nach jener Regel den wahren Quotienten finden. Derowegen darf man insonderheit bey solchen Zahlen, von welchen man nicht so geschwinde wissen kann, ob der Zähler in den Divisorem theil- oder untheilbar sey, allezeit nur nach der ersten Regel procediren.

Die 52. Aufgabe.

§. 483. Eine vermischte Zahl durch eine ganze Zahl zu dividiren.

I. Fanget die Division zur Linken des Dividendi bey der größesten Art Einheiten (§. 258) an, das ist bey den Gan-

Ganzen, und dividiret dieselben (wenn sie nämlich mehr als der Divisor), wie sonst bey ganzen Zahlen gewöhnlich. Alsdenn

II. dividiret auch den Bruch in den gegebenen Divisorem nach Anzeigung §. 480. So aber bey der vorigen Division etliche Ganze übrig geblieben, oder auch, wenn die Ganzen in der vermischten Zahl weniger als der Divisor, so bringet selbige Ganze mit dem gegebenen Bruche erstlich unter gleiche Benennung (§. 407), und dividiret solche gleichnamige Theile auf einmal durch den Divisorem, so kommet der begehrte Quotient.

Es ist demnach die Ordnung dieses Processes gleich der Ordnung in ganzen Zahlen. Nur allein, weil hier eine ganze Einheit öfters mehr oder minder als 10 kleinere Einheiten der Theile in sich enthält, so hat man dasjenige nur noch insonderheit zu beobachten, davon oben §. 259 bereits Erinnerung geschehen.

Z. E. N°. 1. $564\frac{19}{30}$ in 6 zu dividiren. Dieses stehet also: Qu. $94_{1}\frac{19}{180}$.

Nämlich dividiret die 564 in 6, kommen 94. Ferner die $\frac{19}{30}$ in 6, kommen (§. 480. N°. 1) $_{1}\frac{19}{180}$. Demnach ist der verlangte Quotient: $94_{1}\frac{19}{180}$.

N°. 2. $741\frac{6}{7}$ in 3 zu dividiren. Also:

Quot. $247\frac{2}{7}$.

Nämlich dividiret die 741 in 3, kommen 247. Ferner auch die $\frac{6}{7}$ in 3, kommen (ibid. N°. 4) $\frac{2}{7}$.

N°. 3. $2\frac{17}{30}$ in 7 zu dividiren. Also:

Quot. $\frac{11}{30}$.

Nämlich, weil hier 2 in 7 nicht können dividiret werden, so machet solche 2 Ganze zu 30tel, und leget sie zu

den $\frac{17}{30}$, nämlich saget: 2 mal 30 ist 60, zu 17, ist $\frac{77}{30}$. Diese dividiret alsdenn in den Divisorem 7 (nach dem andern Falle, ibid. weil 77 in 7 aufgehen) kommet der begehrte Quotient $\frac{11}{30}$.

N°. 4. $4\frac{3}{8}$ in 7 zu dividiren; so saget (nach nächst voriger Erklärung) 4mal 8 ist 32, zu 3, ist $\frac{35}{8}$, welche in 7 dividiret, wie vorhin, bringen den verlangten Quotienten $\frac{5}{8}$.

N°. 5. $8\frac{17}{30}$ in 9 zu dividiren. Multipliciret die 8 mit 30, und nehmet die 17 darzu, so habt ihr $\frac{257}{30}$. Diese dividiret alsdenn in 9 (nach dem 1ten Falle, ibid. weil 257 in 9 nicht aufgehen) kommt der gesuchte Quotient $\frac{257}{270}$.

N°. 6. $1\frac{1}{4}$ in 2 zu dividiren, oder, so einerley (§. 222 N°. 2. in Nota), wie viel ist die Hälfte aus $1\frac{1}{4}$? Saget: 1 mal 4 ist 4, zu 1, ist $\frac{5}{4}$. Diese in 2 dividiret (nach nächst voriger Erklärung) geben den verlangten Quotienten $\frac{5}{8}$.

N°. 7. $7\frac{2}{3}$ in 9 zu dividiren. Saget: 3 mal 7, ist 21, zu 2, ist $\frac{23}{3}$. Solche in 9 dividiret, wie vorhin, bringen den Quotienten $\frac{23}{27}$.

N°. 8. $37\frac{5}{6}$ in 136 zu dividiren. Multipliciret die 37 mit 6, und nehmet die 5 darzu, kommen $\frac{227}{6}$. Solche in 136 dividiret, geben $\frac{227}{816}$.

N°. 9. $95\frac{3}{8}$ in 7 zu dividiren. Also:

Quot. $13\frac{5}{8}$.

Nämlich dividiret die 95 in 7, kommen 13, und bleiben noch 4 übrig. Diesen Rest nehmet zu dem Bruch $\frac{3}{8}$, und dividiret folglich $4\frac{3}{8}$ in 7 (wie vorhin N°. 4) kommen $\frac{5}{8}$. Demnach ist der begehrte Quotient: $13\frac{5}{8}$.

N°. 10.

N°. 10. $539\frac{1}{3}\frac{7}{0}$ in 9 zu dividiren. Also:

Quot. $59\frac{2}{2}\frac{5}{7}\frac{7}{0}$.

Nämlich der Quotient aus 539 ist 59, und bleiben 8 übrig. Demnach dividiret ferner $8\frac{1}{3}\frac{7}{0}$ in 9 (wie vorhin N°. 5), kommen $\frac{2}{2}\frac{5}{7}\frac{7}{0}$.

N°. 11. $27\frac{1}{4}$ in 2 zu dividiren. Also:

Quot. $13\frac{5}{8}$.

Denn der Rest aus 27 ist 1. Dieses $1+\frac{1}{4}$, nämlich $1\frac{1}{4}$, in 2 dividiret, geben (wie vorhin N°. 6) $\frac{5}{8}$.

N° 12. $27\frac{1}{4}$ in 3 zu dividiren. Also:

Quot. $9\,1\frac{1}{2}$.

Denn der Quotient aus 27 ist 9, und aus $\frac{1}{4}$ (§. 480. N°. 3) $1\frac{1}{2}$.

N°. 13. $173\frac{5}{6}$ in 136 zu dividiren. Also:

$$\begin{array}{l|l} 136 & 173\frac{5}{6} \\ \hline \text{Quot. } 1\,\frac{2}{8}\,\frac{2}{1}\,\frac{7}{6} & 37 \end{array}$$

Nämlich weil der Divisor eine große Zahl, so setzet denselben zur Linken des Dividendi, und procediret nach Lehre §. 243, kommt im Quotient 1, und bleiben 37 übrig. Diese $37+\frac{5}{6}$ in 136 dividiret, geben (wie vorhin N°. 8) $\frac{2}{8}\,\frac{2}{1}\,\frac{7}{6}$.

N°. 14. $655\frac{2}{3}$ in 9 zu dividiren. Also:

Quot. $72\frac{2}{2}\frac{3}{7}$.

Denn der Rest aus 655 ist 7. Diese $7+\frac{2}{3}$, nämlich $7\frac{2}{3}$, in 9 dividiret, bringen (wie vorhin N°. 7) $\frac{2}{2}\frac{3}{7}$.

N°. 15. $2620\frac{4}{4}\frac{4}{5}$ in 8 zu dividiren. Also:

Quot. $327\frac{2}{4}\frac{8}{5}$.

Rest 4

8) 224 (45

28

Nämlich

Nämlich der Rest aus 2620, ist 4. Diese multiplicirt (beyseite, wenn euch die Zahlen zu groß seyn, es im Kopfe zu berechnen) mit 45, und nehmet die 44 darzu, kommen $\frac{224}{45}$. Ihr könnet aber durch einen kleinern Ueberschlag gar bald sehen, daß die 224 in 8 theilbar sind. Demnach verfahret nach dem andern Falle §. 480, kommt $\frac{28}{45}$.

Oder, wenn ihr nicht erst untersuchen wollet, ob die 224 in 8 aufgehen, so dürfet ihr (§. 482) so fort nur nach dem 1sten Falle §. 480 procediren, so kommen $\frac{2240}{360}$. Es ist aber dieser Bruch $\frac{2240}{360}$ eben so viel, als $\frac{28}{45}$.

Denn $\frac{2240}{360}$ | ist $\frac{28}{45}$ (§. 384).

N°. 16. 163 $\frac{17}{30}$ in 30 zu dividiren. Also:

Quot. $5\frac{407}{900}$. | Rest 13 / 407 (30

Denn der Rest aus 163 ist 13. Diese mit dem Nenner 30 multipliciret, und die 17 darzu genommen (wie allhier beyseite zu ersehen), geben $\frac{407}{30}$, und da 407 in den Divisorem 30 nicht aufgehen, so verfahret nach dem ersten Falle §. 480, kommt $\frac{407}{900}$.

N°. 17. 43800 $\frac{700}{1523}$ in 100 zu dividiren. Dieses stehet (nach Lehre §. 235) also: 438|00 $\frac{700}{1523}$; und ist demnach der Quotient $438\frac{7}{1523}$.

N°. 18. 43817 $\frac{700}{1523}$ in 100 zu dividiren. Also:

Quot. $438\frac{26591}{23300}$. | 1523 mit 17
10661
26591 (+700

N°. 19.

N°. 19. $43817\frac{709}{1523}$ in 100 zu dividiren. Also;

Quot. $438\frac{266}{1523}$. | 1523 mit 17
10661
———(+709
26600 diese gehen in 100 auf.

N°. 20. Wie viel ist $\frac{1}{426}$ aus $138795\frac{53}{137}$? Dieses heißt, wenn ihr $138795\frac{53}{137}$ in 426 gleiche Theile theilet; wie groß wird jeder Theil derselben komen? Also:

426 | $138795\frac{53}{137}$ | 426 × 137
1278
2982
58362
Quot. $325\frac{4731}{5836}\frac{8}{2}$, | 109..
oder $325\frac{2365}{2918}\frac{9}{1}$. | 247.
———(137
345
1035
2415
———
47318

Nämlich der Quotient aus 138795 ist 325, und bleiben 345 übrig. Diese machet zu 137tel, und nehmet die 53 darzu, kommen 47318, nämlich 137tel in 426 zu dividiren. Demnach multipliciret (nach Anzeigung §. 480 im ersten Falle) die 426 mit 137, so habt ihr den Bruch in dem Quoto $\frac{47318}{58362}$, oder (gekleinert in 2) $\frac{23659}{29181}$. Ihr habet demnach hieraus zu ersehen, daß bey dergleichen großen Exempeln, wegen Größe der Zahlen nur mehrere Bemühung ist; im übrigen aber nicht anders, als bey den vorigen Exempeln zu procediren sey.

Die 53. Aufgabe.

§. 484. **Eine ganze oder auch vermischte Zahl durch einen Bruch zu dividiren.**

I. Mul-

I. Multipliciret den Dividendum mit des Divisoris Nenner, und

II. dividiret das Product in desselben Zähler, so kommt der gesuchte Quotient.

Z. E. N°. 1. 19 in $\frac{7}{30}$ zu dividiren; so multipliciret die 19 mit 30 kommen 570. Diese dividiret in 7, kommen $81\frac{3}{7}$ der verlangte Quotient.

N°. 2. $9\frac{1}{2}$ in $\frac{2}{3}$ zu dividiren; so multipliciret die $9\frac{1}{2}$ mit 3, kommen (§. 448 N°. 3) $27\frac{1}{4}$. Dieses Product dividiret in 2, so kommen (§. 483. N°. 11) $13\frac{5}{8}$, der begehrte Quotient.

Beweis.

Es ist zwar unnöthig allhier einen besondern Beweis zu geben, zumal da dieser Satz so wohl aus dem ersten als auch andern Beweise des ersten Falles §. 480, wie es jeder von sich selbst nachdenken kann, klar genug ist. Jedoch habe den Anfängern nachfolgenden Beweis zu betrachten recommandiren wollen.

Die Multiplication ist der Rückweg von der Division, und die Division der Rückweg von der Multiplication (§. 270). Folgends wenn man eine Zahl mit einer andern multipliciret, auch in eine andere ferner dividiret, und man das endlich entstehende wiederum zurück mit derjenigen Zahl multipliciret, durch welche zuvor dividiret worden, und hingegen in diejenige dividiret, mit welcher zuvor multipliciret worden; so muß die allererste Zahl wiederum heraus kommen. Nun wird eine Zahl mit einem Bruche multipliciret, wenn man sie mit des Bruchs Zähler multipliciret, und das kommende in desselben Nenner dividiret (Beweis §. 450): Derowegen folget, wenn man das auf solche Weise entstehende

Factum,

Factum, das ist einen Dividendum, der nichts anders als das Factum Divisoris und Quoti ist (§. 208), wiederum zurück mit des Divisoris Nenner multipliciret, und das kommende in den Zähler dividiret, daß der andere Factor, nämlich der begehrte Quotient, heraus kommen muß. Eben auf solche Art kann man auch §. 477. den andern Fall erweisen.

Die 54. Aufgabe.

§. 485. **Eine ganze Zahl, oder einen Bruch, oder auch eine vermischte Zahl, durch eine vermischte Zahl zu dividiren.**

I. Richtet den Divisorem ein (§. 407), so wird er ein Bruch. Alsdenn

II. dividiret den gegebenen Dividendum in solchen gekommenen Bruch, nach vorigen Lehren, so kommt der verlangte Quotient.

Z. E. N°. 1. 25 in $2\frac{1}{3}$ zu dividiren; so richtet die $2\frac{1}{3}$ ein, so habt ihr 25 in $\frac{7}{3}$ zu dividiren. Demnach procediret nach Anzeigung §. 484, also:

$$\begin{array}{r|l} 25 & \\ \hline & (3 \\ 75 & \\ \hline 7) & \\ \hline \text{Antw. } 10\frac{5}{7}. & \end{array}$$

N°. 2. $\frac{1}{3}\frac{9}{0}$ in $2\frac{1}{3}\frac{7}{0}$ zu dividiren, das ist, wenn ihr den Divisorem einrichtet $\frac{1}{3}\frac{9}{0}$ in $\frac{7}{3}\frac{7}{0}$ zu dividiren. Demnach ist der verlangte Quotient (nach dem ersten Falle §. 477. und nach §. 231) $\frac{1}{7}\frac{9}{7}$.

N°. 3. $\frac{4}{5}$ in $1\frac{3}{8}$ zu dividiren, das ist $\frac{4}{5}$ in $\frac{11}{8}$. Demnach verfahret nach Anzeigung §. 477 im andern Falle, näm-

nämlich multipliciret die 4 mit 8, und die 5 mit 11, kommt der begehrte Quotient $\frac{3}{5}\frac{7}{5}$.

N°. 4. $95\frac{3}{8}$ in $13\frac{5}{8}$, so dividiret die $95\frac{3}{8}$ in $\frac{109}{8}$ nach Lehre §. 484. Also:

$13\frac{5}{8}$	$95\frac{3}{8}$
109	763
Antw. 7	0

N°. 5. $327\frac{5}{6}$ in $4\frac{1}{2}$. Also:

$327\ \frac{5}{6}$	in	$4\frac{1}{2}$
(2		(2
$655\ \frac{2}{3}$		9 halbe
9)		

Antw. $72\frac{2}{2}\frac{3}{7}$.

Nämlich 2mal $327\frac{5}{6}$ ist $655\frac{4}{6}$, das ist (gekleinert in 2) $655\frac{2}{3}$. Diese dividiret in 9, kommt (§. 483. N°. 14) $72\frac{2}{2}\frac{3}{7}$.

§. 486. Ohngeachtet, daß ich alle vorkommende Fälle der Division ins besondere erkläret habe, so dürfet ihr doch fürnemlich nur diejenigen Gründe, welche euch die andern Beweise der ersten Fälle §. 477 und §. 480 an die Hand geben, merken, so werdet ihr aus diesen und sonderlich durch Hülfe desjenigen, das §. 449 gelehret worden, gar bald wahrnehmen, wie ihr in allen Fällen den Divisorem und Dividendum grössern könnet, damit die Brüche abfallen mögen. Jedoch, wenn der Divisor eine ganze Zahl ist, oder durch die gedachte Vergrößerung eine ganze Zahl worden, und aber der Dividendus eine solche vermischte Zahl, deren Ganze mehr als der Divisor sind, so bleibet man Kürze halber lieber bey der Regel §. 483, nach welcher die Ganzen zuerst besonders dividiret werden. Und demnach hat man hauptsächlich nur zwey verschiedene Fälle zu beobachten, nämlich den nächst gedachten Fall, und denn alle übrige Vorfälle insgesammt für einen. Die folgende allgemeine Regel aber ist, wie schon gedacht (§. 457), und ihr selbst bald sehen werdet, nicht allezeit so bequem zu gebrauchen.

Die

Die 55. Aufgabe.

§. 487. Eine allgemeine Regel zu allen Vorfällen der Division in Brüchen.

I. Wenn der Divisor und Dividendus nicht vorhin nur Brüche sind, richtet sie ein (§. 407), so bekommet ihr in allewege einen Bruch durch einen Bruch zu dividiren. Demnach procediret

II. allezeit nur nach der einzigen Regel, welche §. 477 im andern Falle gegeben, und sonderlich wie dieselbe §. 479 mit Exempeln erkläret worden.

Zu desto mehrerer Erläuterung, auch zur Uebung, folgen allhier Exempel, welche auf alle vorkommende Fälle gerichtet, auch im vorhergehenden schon solviret sind.

N°. 1. $\frac{2}{5}$ in $\frac{3}{4}$ zu dividiren. Also

$\frac{2}{5}$ $\frac{4}{3}$ Antw. $1\frac{3}{5}$ (§. 477. N°. 4).

N°. 2. $\frac{3}{8}$ in 5 zu dividiren. Also:

$\frac{3}{8}$ $\frac{1}{5}$. Antw. $\frac{3}{40}$ (§. 480. N°. 2).

N°. 3. $4\frac{3}{8}$ in 7 zu dividiren. Also:

$\frac{35.5}{8}$ $\frac{1}{7}$ Antw. $\frac{5}{8}$ (§. 483. N°. 4).

N°. 4. 19 in $\frac{7}{30}$ zu dividiren. Also:

$\frac{19}{1}$ $\frac{30}{7}$ Antw. $\frac{570}{7}$, d. i. $81\frac{3}{7}$ (. 484. N°. 1).

N°. 5. $9\frac{1}{2}$ in $\frac{2}{5}$ zu dividiren. Also:

$\frac{109}{12.4}$ $\frac{5}{2}$ Antw. $\frac{109}{8}$, d. i. $13\frac{5}{8}$ (ib. N°. 2).

N°. 6. 25 in $2\frac{1}{3}$ zu dividiren. Also:

$\frac{25}{1}$ $\frac{3}{7}$ Antw. $\frac{75}{7}$, d. i. $10\frac{5}{7}$ (§. 485. N°. 1).

N°. 7. $\frac{4}{5}$ in $1\frac{3}{8}$ zu dividiren. Also:

$\frac{4}{5}$. $\frac{8}{11}$ Antw. $\frac{3}{5}\frac{2}{5}$ (ibid. N°. 3).

N°. 8. $95\frac{3}{8}$ in $13\frac{5}{8}$ zu dividiren. Also:

$\frac{763}{8}$ $\frac{8}{109}$ Antw. $\frac{763}{109}$ d. i. 7 (ibid. N°. 4).

§. 488. Dasjenige, welches oben (§. 459) gemeldet worden, findet auch allhier statt, also, daß man die erwehnte allgemeine Regel, insonderheit bey Brüchen aus Brüchen (§. 395) mit Vortheil anbringen kann, ohne daß man diese allererst zu einfachen Brüchen machen dürfte. Denn an statt, daß man des Divisoris Brüche aus Brüchen (wenn derselbe nicht ein einfacher Bruch ist) erstlich zu einem einfachen Bruch machen, welches gleichergestalt durch die Multiplication der obern, und besonders der untern Zahlen mit einander, geschehen müßte (§. 399), und alsdenn solchen einfachen Bruch zu dem fernern Proceß umkehren sollte; so darf man nur alle gegebene Brüche des Divisoris so fort umkehren, und ferner eben also, wie §. 459, oder 399 sequ. procediren.

Z. E. N°. 1. $\frac{1}{4}$ in $\frac{3}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ zu dividiren, so kehret die $\frac{3}{4}$ und $\frac{1}{2}$ um, und verfahret ferner, wie oben (ibid.) gezeiget worden. Also: $\frac{1}{4}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{2}{1}$ Antw. $\frac{2}{3}$ (§. 459. N°. 1.)

N°. 2. $3\frac{11}{16}$ in $\frac{1}{3}$ aus $2\frac{5}{6}$ zu dividiren. Dieses stehet eingerichtet und umgekehrt also:

$\frac{119}{\text{BG.G.2}}$ $\frac{\text{B}}{1}$ $\frac{\text{G}}{17}$ Antw. $\frac{119}{43}$ d. i. $3\frac{17}{34}$ oder $3\frac{1}{2}$ (ibid. N°. 2).

N°. 3. $\frac{2}{3}$ aus $\frac{4}{5}$ in $\frac{3}{4}$ aus $\frac{3}{7}$ zu dividiren. Also:

$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{7}{2}$ Antw. $\frac{112}{45}$ das ist $2\frac{22}{45}$.

N°. 4.

N°. 4. $\frac{3}{4}$ aus $4\frac{3}{8}$ in $\frac{7}{16}$ aus 12 zu dividiren. Also:

$$\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}\cdot 2} \quad \frac{\cancel{35}\cdot 5}{\cancel{8}} \quad \frac{\cancel{16}\cdot\cancel{2}}{\cancel{7}} \quad \frac{1}{\cancel{12}\cdot 4} \text{ Antw. } \frac{5}{8}$$

§. 489. Nicht minder ist auch dasjenige hieher zu ziehen, welches oben §. 460 erinnert worden. Demnach, wenn z. E. $4+(\frac{3}{8}$ aus $\frac{3}{4})$ in $6+(\frac{9}{16}$ aus $\frac{2}{3})$ zu dividiren vorkommen, so müssen die Brüche aus Brüchen erstlich zu einfachen Brüchen gemacht werden, und alsdenn kann man ferner, wie vorhin procediren, als folget:

$4+(\frac{3}{8}$ aus $\frac{3}{4})$ in $6+(\frac{9}{16}$ aus $\frac{2}{3})$, das ist in einfachen Brüchen $4\frac{9}{12}$ in $6\frac{3}{8}$ Hiemit procediret nach der gemeinen Regel also:

$$\frac{137}{\cancel{12}\cdot 4} \quad \frac{8}{51} \text{ Antw. } \frac{137}{204}$$

§. 490. Wenn man die kleinern Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte immer als Theile oder Brüche aus ihren größern Sorten ansehen wollte, so könnte man (wie jeder von sich selbst leichtlich erachten kann), allhier in der Division so wohl, als oben in der Multiplication geschehen, alle gedachte Fälle, auf die kleinen Sorten appliciren. Allein es werden die in der Division vorkommenden kleinen Sorten lieber nach ihren eigenen Einheiten betrachtet, und folgends mit denselben, wie in der Division bey ganzen Zahlen gelehret, procediret; wie solches mit mehrern hernach in der Regel Detri, als in welcher sich alle vorkommende Fälle besser fürstellen lassen (§. 461 und 463), gründlich angezeiget werden soll. Jedoch habe ich allhier nicht undienlich erachtet, insonderheit den 3ten Hauptfall (§. 476), das ist die gegebene Regel in §. 483, auf die kleinen Sorten, und zwar durch bloße Exempel, in folgender Aufgabe zu appliciren. Ich werde aber allhier nur von solchen Exem-

peln reden, in welchen der Quotient unter des Dividendi Namen gesucht wird.

Die 56. Aufgabe.

§. 491. **Eine mehrerley namige Zahl in eine Anzahl gleiche Theile zu theilen, das ist, in eine ganze Zahl zu dividiren.**

Z. E. N°. 1. 2 fl. 17 ℋ in 7 gleiche Theile zu theilen. Weil nun die 2 ganzen fl. nicht in 7 zu dividiren sind, so machet sie zu ℋ, nehmet die 17 ℋ darzu, und dividiret demnach die kommenden 77 ℋ in 7, kommen 11 ℋ. Und ist diese Berechnung ganz gleich der Berechnung N°. 3. §. 483.

N°. 2. 3 ℔ 10 Schott in 8 gleiche Theile zu theilen. Dieses stehet nach nächst voriger Unterweisung also:

3 ℔ 10 Schott in 8
——————(24
82 Schott
8)——————
Antw. 10 2/8 oder 10 1/4 Schott.

Oder ihr könnet die restirenden 2 Schott zu Grän machen, kommen 24 Grän. Solche in 8 dividiret, geben 3 Gr. Demnach ist die Antwort: 10 Schott 3 Gr. (wie hiervon §. 226 bereits gelehret worden).

N°. 3. Wieviel ist der 9te Theil aus 8 fl. 17 ℋ? Also:

——————(30
257 ℋ
9)——————
Antw. 28 5/9 ℋ, oder 28 ℋ 10 ₰.

N°. 4. 95 ℔ 12 Loth in 7 gleiche Theile zu theilen. Also:

Antw. 13 = 20

32
——(4
140 Loth

Nam-

Nämlich, weil hier die 95 ganzen ℔ in 7 dividiret werden können, so dividiret erstlich dieselben, kommen im Quotienten 13 ℔. Die übrigen 4 ℔ aber machet zu Loth, nehmet, wie bey den vorigen Exempeln, die 12 Loth darzu, kommen 140 Loth: Diese dividiret wiederum in 7, kommen 20 Loth. Es ist demnach gegenwärtige Rechnung gleich der Berechnung N°. 9. §. 483.

N°. 5. 84 fl. 19 ℋ in 6 gleiche Theile. Also:

Antw. 14 = 3 1/6, oder 14 fl. 3 ℋ 3 ₰

N°. 6. 15 ℔ 27 Loth in 3 gleiche Theile. Also:

Antw. 5 = 9

N°. 7. 163 fl. 17 ℋ in 4 gleiche Theile. Also:

Antw. 40 = 26 3/4, oder 40 fl. 26 ℋ 13 1/2 ₰

30 (3
107 ℋ

N°. 8. 1638 fl. 3 ℋ 6 ₰ in 5 gleiche Theile. Also:

Antw. 327 = 18 = 12

30 (3 18 (3
93 ℋ 60 ₰

Nämlich der Quotient aus 1638 fl. ist 327 fl. und bleiben 3 fl. übrig. Diese 3 fl. machet zu ℋ, und nehmet die 3 ℋ darzu (wie beyseite zu ersehen), kommen 93 ℋ, welche abermal in 5 dividiret, geben 18 ℋ, und bleiben 3 ℋ übrig. Solche machet ferner zu ₰, und nehmet die 6 ₰ darzu, kommen 60 ₰, welche endlich in 5 dividiret, geben 12 ₰.

N°. 9. 3356 ℔ 23 Sch. – 1/8 Gr. in 7 gleiche Theile. Also:

Antw. 479 = 13 = 6 7/8

24 (3 12 (4
95 Schott. 48 Gr.

Nämlich der Quotient aus 3356 ℔ ist 479 ℔ und

restiren 3 ℔. Ferner sind 3 ℔ + 23 Schott = 95 Schott; solche geben in dem Quotienten 13 Schott, und restiren 4 Schott. Weiter sind 4 Schott = 48 Gr.; diese geben in dem Quotienten 6 Gr. und bleiben 6 Gr. übrig. Endlich sind $6\frac{1}{8}$ Gr. = $\frac{49}{8}$ Gr. diese geben in dem Quoto (nach Anzeigung §. 480 im andern Falle) $\frac{7}{8}$ Gr.

N°. 10. 23978 fl. 23 ℋ $16\frac{3}{4}$ ℛ in 100 gleiche Theile

Also: Antw. 239 = 23 = $11\frac{203}{400}$

78	(30
23 | 63 ℋ	(18
504	
11 | 50 ℛ	
	(4
203	

Dieser Proceß ist gleich dem vorigen, nur weil die endlich kommenden $\frac{203}{4}$ nicht in 100 aufgehen, so verfähret man nach dem 1ten Falle §. 480, kommen im Quotienten $\frac{203}{400}$.

Oder man kann allhier, da der Divisor eine angewachsene Einheit ist, und folgends die Division nur durch einen Abschnitt geschiehet (§. 235), die ganze Berechnung unter den Dividendum setzen, ohne daß man beyseite erst besonders was notiren, oder rechnen dürfe, als folget:

Antw. fl.	239 |	78 fl. 23 ℋ $16\frac{3}{4}$ ℛ
		(30
ℋ =	23 |	63
		504 (18
ℛ =	11 |	50
		(4
		$\frac{203}{400}$

Hier habt ihr die 239 fl. 23 ℋ 11 ℛ zur Linken des Abschnittes, und endlich aufs letzte noch die $\frac{203}{400}$ ℛ; wie vorhin.

N°. 11.

N°. 11. 379586 fl. 13 ℋ 12 ℛ in 600 gleiche Theile.
Dieses setzet nach Anzeigung §. 240 also:

in 600 — 6

Antw. 632 fl. 19 ℋ $5\frac{486}{600}$ | $\frac{81}{100}$ ℛ

3795.86 fl. 13 ℋ 12 ℛ
386 (30
115.93
193 (18
1544
34.86

N°. 12. Wieviel ist $\frac{1}{3\frac{1}{2}\frac{1}{8}}$ aus 176378 ℔ 25 ℒ. 2 Qu.?
Also: — 123..
Antw. 537 ℔ 23 Loth 2 Qu. 3 ℛ 253.
Rest 242 ℔ (32
484
726
7769 Loth
120.
Rest 225 Loth (4
902 Qu.
Rest. 246 Qu. (4
984 ℛ
00

Dieser Proceß ist nichts anders, als der vorige, außer allein, daß man allhier, weil der Divisor aus etlichen bedeutlichen Ziffern bestehet, den Quotienten allezeit unter

den Divisorem, und die übrige Ausrechnung ordentlich unter den Dividendum seßet (§. 243).

N°. 13. Wieviel ist $\frac{1}{315}$ aus 18346 fl. 25 ß 6 ₰? Also:

Antw. 58 fl. 7 ß $5\frac{1}{11\frac{1}{5}}$ ₰

259.

Rest 76 fl.

(30

2305 ß

Rest 100 ß

(18

1806 ₰

Rest 231 ₰

Nämlich der Quotient ist 58 fl. 7 ß $5\frac{2}{3}\frac{1}{11\frac{1}{5}}$ ₰. Allein wenn ihr diesen Bruch kleinert in 3 und 7, kommen $\frac{1}{11\frac{1}{5}}$ ₰.

N°. 14. Wieviel ist $\frac{1}{4377\frac{1}{5}}$ aus 3179846 fl. 17 ß 15 ₰? Also:

Antw. 726 fl. 24 ß $11\frac{40}{4377\frac{3}{5}}$ ₰

1173..

2984.

Rest 3596 fl.

(30

107897 ß

2039.

Rest 2897 ß

(18

23176

52161 ₰

841.

4036

N°. 15.

N°. 15. Wieviel ist $\frac{1}{576}$ aus 271913 Thl. 15 Gℊ $10\frac{1}{8}$ ℛ Leipz.? Also:

Antw. 479 Thl. 13 Gℊ $6\frac{7}{8}$ ℛ

451..
542.
Rest 320 Thl. (24
128.
64
7695 Gℊ
202.
Rest 324 Gℊ (12
648
3898 ℛ
Rest 496 ℛ (8
3969 (8tel ℛ
00

N°. 16. Wieviel ist $\frac{1}{1920}$ aus 1638 fl. 3 Gℊ 6 ℛ? Also:

Antw. 25 Gℊ $10\frac{23}{32}$ ℛ

(30
49143 Gℊ
107.
Rest 1143 Gℊ (18
9144
20580 ℛ
Rest 1380 ℛ

Dieser Proceß ist gleich dem vorigen. Nur allein, weil die 1638 fl. im Dividendo kleiner, als der Divisor 1920, so machet man solche 1638 fl. zu Gℊ, nimmt die 3 Gℊ dazu, und dividiret alsdenn die kommenden 49143 Gℊ in 1920, kommen 25 Gℊ, und restiren 1143 Gℊ + 6 ℛ. Diese zu ℛ gemacht, und ferner, wie vorhin dividiret, geben $10\frac{1380}{1920}$ ℛ, welcher Bruch in 10 und 6 gekleinert, giebt $\frac{23}{32}$ ℛ.

Von der Regel Detri in Theilen eines Ganzen, als auch in vermischten, und mehrerley namigen Zahlen.

§. 492. Nachdem die Multiplication und Division in Brüchen vorhin zur Genüge erkläret worden, so hätte man zwar bey der Regel Detri in Brüchen nicht nöthig, eine besondere Lehre zu geben, immaßen man allerdings bey der gegebenen Regel §. 331 verbleiben, und die erforderliche Multiplication und Division nur nach den vorigen Lehren in Brüchen verrichten dürfte. Allein, weil insgemein die Rechnungen in Brüchen gerne vermieden werden, so ist man gewohnt, bey der Regel Detri in Brüchen eine solche Anweisung zu geben, vermittelst welcher die Brüche abfallen, und die Ausrechnung alsdenn in ganzen Zahlen verrichtet werden kann, als folget.

Die 57. Aufgabe.

§. 493. **Aus einer gegebenen Aufgabe der Regel Detri alle Brüche hinweg zu schaffen, und die Auflösung in ganzen Zahlen anzustellen.**

I. Größert A und B, das ist das 1te und 2te Glied, oder auch A und C, das ist das 1te und 3te Glied, nach Anweisung §. 449, so lange, bis alle gegebene Brüche hinwegfallen.

II. Verfahret ferner nach der Regel Detri in ganzen Zahlen, nach Anzeigung §. 331, so erlanget ihr die gesuchte Antwort.

Beweis.

Die Regel Detri gründet sich eigentlich auf die Verhältniß, welche A zu C, oder auch, wiewol öfters nur

den

den Zahlen nach (§. 303), A zu B hat. Indessen können solche Zahlen, ihrer Verhältniß ungeändert, mit gleichen Zahlen gegrößert werden (§. 320): Derowegen ist es gleichviel, ob ihr die Regel (§. 331) bey den gegebenen Zahlen selbst, oder bey den vergrößerten anbringet. Folgends könnet ihr auf solche Weise die Brüche hinwegschaffen (§. 449), und also die Regel an den gegrößerten Zahlen verrichten.

§. 494. Zu desto mehrerer Erläuterung folgen verschiedene Exempel:

N°. 1. ℔ 17 kosten $24\frac{5}{6}$ fl. was ℔ $\frac{7}{8}$?

102	149
816	1043
Fac. $1\frac{2}{8}\frac{2}{1}\frac{7}{6}$ fl.	227

Oder 17 — $24\frac{5}{6}$ fl. — $\frac{7}{8}$

136	149
816	1043
Fac. $1\frac{2}{8}\frac{2}{1}\frac{7}{6}$ fl.	227

Nämlich größert die 17 gegen $24\frac{5}{6}$ mit 6, so kommet die Verhältniß von A zu B in ganzen Zahlen, nämlich 102 und 149. Desgleichen größert ferner diese 102 gegen die $\frac{7}{8}$, das ist, multipliciret die 102 mit 8 und streichet bey den $\frac{7}{8}$ den Nenner 8 hinweg (§. 445), so kommt die Verhältniß von A zu C ebenfalls in ganzen Zahlen, nämlich 816 und 7.

Oder ihr könnet erstlich die 17 gegen $\frac{7}{8}$ (wie gemeldet) mit 8 größern, kommen 136 und 7; und hernach solche 136 gegen $24\frac{5}{6}$ mit 6, so kommen 816 und 149. Mithin hat man in beyden Wegen die Aufgabe in lauter ganzen Zahlen, nämlich: 816:

816: 149 == 7

mit welcher nach der Regel Detri (§. 331) procediret, kommet das Facit $1\frac{2}{8}\frac{2}{1}\frac{7}{6}$ fl.

N°. 2. ℔ 5 $\frac{3}{4}$ kosten 16 fl. was ℔ 12?

23 — 64 — 12

Fac. $33\frac{9}{23}$ fl.

64
128
768
7.
9

Oder

5 $\frac{3}{4}$ — 16 fl. — 12
23 — 48
Fac. $33\frac{9}{23}$ fl. — 288
768
7.
9

Nämlich größert A gegen B mit 4, so habt ihr den Aufsatz in ganzen Zahlen also:

23 — 64 fl. — 12?

oder größert A gegen C mit 4, so kommt der Aufsatz also:

23 — 16 fl. — 48?

Ferner procediret nach der Regel Detri in ganzen Zahlen, kommt in beyden Wegen die begehrte Antwort $33\frac{9}{23}$ fl.

N°. 3. ℔ 5 $\frac{3}{4}$ kosten $24\frac{2}{3}$ fl. was ℔ 7?

23 — 74 — 7
69 — 296
Fac. $30\frac{2}{69}$ fl. — 2072
2

Oder

Oder 5 $\frac{3}{4}$ — 24$\frac{2}{3}$ fl. — 7

23 — 74 — 28

69 — 592

Fac. 30$\frac{2}{69}$ fl. — 148

2072

2

Nämlich größert erstlich die 5$\frac{3}{4}$ mit 4, und die 24$\frac{2}{3}$ mit 3. Und, weil auf solche Weise B 3 mal so groß worden, so größert die 23 in A ebenfalls mit 3. Auch, weil A anfangs 4 mal so groß worden, so größert entweder die 74 in B, oder die 7 in C ebenfalls mit 4; kommen sodann folgende ganze Zahlen: 69 — 296 fl. — 7? oder 69 — 74 fl. — 28? mit welchen nach der Regel Detri procediret, kommt das begehrte Facit 30$\frac{2}{69}$ fl.

No. 4. ℔ 5 $\frac{1}{4}$ kosten 7 fl. was ℔ 24$\frac{2}{3}$?

23 — 28 — 74

69 — 592

Fac. 30$\frac{2}{69}$ fl. — 148

2072

Oder 5 $\frac{3}{4}$ — 7 fl. — 24$\frac{2}{3}$

23 — 74

69 — 296

Fac. 30$\frac{2}{69}$ — 2072

Dieser Proceß ist gleich dem nächst vorigen, nämlich größert erstlich A mit 4, und C mit 3, und weil C auf solche Weise 3 mal so groß worden, so größert die 23 in A ebenfalls mit 3. Auch weil A anfangs 4 mal so groß worden, so größert entweder B oder die 74 in C ebenfalls

falls mit 4; so hat man folgende ganze Zahlen: 69 – 28 fl. – 74? oder 69 – 7 fl. – 296? mit welchen ferner nach der Regel Detri procediret, kommt das Facit $30\frac{2}{9}$ fl.

N°. 5. $5\frac{3}{4}$ ℔ kosten $24\frac{2}{3}$ fl. was ℔ $\frac{5}{7}$?

23	74
69	296
483	1480
Fac. $3\frac{31}{483}$ fl.	31

Oder $5\frac{3}{4}$ — $24\frac{2}{3}$ fl. — $\frac{5}{7}$

23	74	20
69	1480	
483	31	
Fac. $3\frac{31}{483}$ fl.		

Nämlich größert die $5\frac{3}{4}$ mit 4, die $24\frac{2}{3}$ mit 3, und die $\frac{5}{7}$ mit 7 (das ist, streichet den Nenner 7 hinweg). Da nun auf solche Weise B 3 mal so groß worden, so größert die 23 in A ebenfalls mit 3. Auch weil C 7 mal so groß worden, so größert ferner die 69 in A gleichergestalt mit 7. Endlich, weil A anfangs 4 mal so groß worden, so größert entweder die 74 in B, oder die 5 in C, ebenfalls mit 4; so hat man den Aufsatz in lauter ganzen Zahlen als folget: 483 — 296 fl — 5? oder 483 — 74 fl. — 20? mit welchen ferner nach der Regel Detri procediret, kommt das Facit $3\frac{31}{483}$ fl.

N°. 6. ℔ $\frac{5}{7}$ kosten $3\frac{31}{483}$ fl. was ℔ $5\frac{3}{4}$?

2415	1480	23
9660	10360	

Mit

Mit diesem Aufsatze, nämlich:

9660 — 10360 fl. — 23?

procediret ferner nach der Regel Detri, so kommt das Fac. $24\frac{640}{9660}$ fl. welcher Bruch nach der Verkleinerung (§. 384) in 3220, bringet $\frac{2}{3}$.

Oder

$$\frac{5}{7} \text{ — } 3\tfrac{3}{8}\tfrac{1}{3} \text{ fl. — } 5\tfrac{3}{4}$$

$$\frac{2415}{9660} \qquad 1480 \qquad \frac{23}{161}$$

Ferner verfahret mit diesem Aufsatze, nämlich:

9660 — 1480 fl. — 161?

wie vorhin nach der Regel Detri, so kommt ebenfalls das Fac. $24\frac{2}{3}$ fl. Welches Facit zugleich zur Probe auf das vorhergehende (N°. 5) dienen kann.

§. 495. Wenn ihr nun die Solution und den Grund der nächst vorhergehenden Aufgabe, nebst den darauf gestelleten Exempeln verstanden, so könnet ihr von selbst leicht erachten, daß diese beschriebene Regel zu allen Fällen gemein sey. Dannenhero kann solches nicht anders, als für eine unnöthige Weitläuftigkeit gehalten werden, wenn verschiedene Autores die Regel Detri in Brüchen ohne Noth noch Nutzen, in so vielen unterschiedenen Lehren und besondern Regeln vortragen, als viele Fälle in derselben vorkommen können; als nämlich, wenn das eine oder andere Glied allein, oder beyde, oder auch alle 3 Glieder, Brüche allein, oder Ganze allein, oder Ganze nebst Brüchen haben. Vielmehr will ich allhier noch anzeigen, wie man die obige allgemeine Regel von der Multiplication (§. 456) und Division (§. 487) nicht minder auch hier, bey der Regel Detri in allen vorkommenden Fällen anbringen kann.

Die 58. Aufgabe.

§. 496. Eine allgemeine Regel zu allen Fällen der Regel Detri in Brüchen.

I. Rich-

I. Richtet alle 3 Glieder ein (§. 407).

II. Verkehret das 1te Glied oder A, nämlich seßet die Zahl des Zählers unter, und die Zahl des Nenners über die Linie. Alsdenn procediret

III. ferner nach Lehre §. 399, 400 sequ. Wie aus folgenden Exempeln, welche auf alle Vorfälle gestellet sind, mit mehrern zu ersehen ist. Z. E.

N°. 1. Vor $\frac{7}{10}$ fl. bekomt man 5 ℔, wieviel vor 3 fl? Dieses seßet also: $\frac{10}{7}$ $\frac{5}{1}$ $\frac{3}{1}$

Fac. $\frac{150}{7}$, das ist $21\frac{3}{7}$ ℔.

Nämlich wenn ihr alle Glieder eingerichtet, und A verkehrt habt, so multipliciret (weil hier keine obere Zahl gegen eine untere zu kleinern) so fort die oberen Zahlen 10, 5 und 3, desgleichen besonders die untern Zahlen in einander, so giebt jenes Product den Zähler, und dieses den Nenner in dem verlangten Facit, nämlich $\frac{150}{7}$ ℔.

N°. 2. $2\frac{7}{10}$ fl. geben 5 ℔, was 3 fl.? Also:

$\frac{10}{27.9}$ $\frac{5}{1}$ $\frac{3}{1}$

Fac. $\frac{50}{9}$, das ist $5\frac{5}{9}$ ℔.

Nämlich kleinert (Kürze halber) die obere 3 gegen die untern 27 in 3 (§. 400), und procediret ferner, wie vorhin, so kommt im Facit der Zähler 50 (als 5 mal 10) und im Nenner 9.

N°. 3. 3 ℔ kosten $\frac{7}{10}$ fl. was 5 ℔? Also:

$\frac{1}{3}$ $\frac{7}{XØ.^2}$ $\frac{8}{1}$

Fac. $\frac{7}{2}$, das ist $1\frac{1}{2}$ fl.

N°. 4.

N°. 4. 3 ℔ kosten $2\frac{7}{10}$ fl. was 5 ℔? Also:

1	27.9	5
3	10.2	1

Fac. $\frac{9}{2}$, das ist $4\frac{1}{2}$ fl.

N°. 5. 3 fl. geben 5 ℔, was $1\frac{7}{10}$ fl? Also:

1	5	7
3	1	10.2

Fac. $\frac{7}{6}$, das ist $1\frac{1}{6}$ ℔.

N°. 6. 3 fl. geben 5 ℔, was $2\frac{7}{10}$ fl? Also:

1	5	27.9
3	1	10.2

Fac. $\frac{9}{2}$, das ist $4\frac{1}{2}$ ℔.

N°. 7. $1\frac{7}{10}$ fl. geben $\frac{3}{4}$ ℔, was 3 fl? Also:

10.5	3	3
7	4.2	1

Fac. $\frac{45}{14}$, das ist $3\frac{3}{14}$ ℔.

N°. 8. $2\frac{7}{10}$ fl. geben $\frac{3}{4}$ ℔, was 3 fl? Also:

10.5	3	3
27.9.3	4.2	1

Fac. $\frac{5}{6}$ ℔.

N°. 9. $1\frac{7}{10}$ fl. geben $6\frac{3}{4}$ ℔, was 3 fl? Also:

10.5	27	3
7	4.2	1

Fac. $\frac{405}{14}$, das ist $28\frac{13}{14}$ ℔.

N°. 10. 2 $\frac{7}{10}$ fl. geben 6 $\frac{3}{4}$ ℔, was 3 fl? Also:

10.5	27	3
27	4.2	1

Fac. $\frac{15}{2}$, das ist 7 $\frac{1}{2}$ ℔.

N°. 11. 3 fl. geben $\frac{3}{4}$ ℔, was $\frac{7}{10}$ fl? Also:

1	3	7
3	4	10

Fac. $\frac{7}{40}$ ℔.

N°. 12. 3 fl. geben 6 $\frac{3}{4}$ ℔, was $\frac{7}{10}$ fl? Also:

1	27.9	7
3	4	10

Fac. $\frac{63}{40}$, das ist 1 $\frac{23}{40}$ ℔.

N°. 13. 3 fl. geben $\frac{3}{4}$ ℔, was 2 $\frac{7}{10}$ fl? Also:

1	3	27
3	4	10

Fac. $\frac{27}{40}$ ℔.

N°. 14. 3 fl. geben 6 $\frac{3}{4}$ ℔, was 2 $\frac{7}{10}$ fl. Also:

1	27.9	27
3	4	10

Fac. $\frac{243}{40}$, das ist 6 $\frac{3}{40}$ ℔.

N°. 15. $\frac{3}{4}$ fl. geben 5 ℔, was $\frac{7}{10}$ fl? Also:

4.2	8	7
3	1	10.2

Fac. $\frac{56}{3}$, das ist 4 $\frac{2}{3}$ ℔.

N°. 16.

N°. 16. $6\frac{3}{4}$ fl. geben 5 ℔, was $1\frac{7}{10}$ fl? Also:

$\frac{4 \cdot 2}{27}$ $\frac{8}{1}$ $\frac{7}{x\emptyset.\text{ß}}$

Fac. $1\frac{4}{7}$ ℔.

N°. 17. $\frac{3}{4}$ fl. geben 5 ℔, was $2\frac{7}{10}$ fl? Also:

$\frac{4 \cdot 2}{3}$ $\frac{8}{1}$ $\frac{\text{ß}\eta \cdot 9}{x\emptyset.\text{ß}}$

Fac. $\frac{18}{1}$, das ist 18 ℔.

N°. 18. $6\frac{3}{4}$ fl. geben 5 ℔, was $2\frac{7}{10}$ fl? Also:

$\frac{4 \cdot 2}{\text{ß}\eta}$ $\frac{8}{1}$ $\frac{\text{ß}\eta}{x\emptyset.\text{ß}}$

Fac. $\frac{2}{1}$, das ist 2 ℔.

N°. 19. $\frac{3}{4}$ ℔ kosten $1\frac{7}{10}$ fl, was $\frac{5}{8}$ ℔? Also:

$\frac{4}{3}$ $\frac{7}{x\emptyset.2}$ $\frac{8}{8.2}$

Fac. $1\frac{7}{2}$ fl.

N°. 20. $6\frac{3}{4}$ ℔ kosten $1\frac{7}{10}$ fl. was $\frac{5}{8}$ ℔? Also:

$\frac{4}{27}$ $\frac{7}{x\emptyset.2}$ $\frac{8}{8.2}$

Fac. $1\frac{7}{8}$ fl.

N°. 21. $\frac{3}{4}$ ℔ kosten $2\frac{7}{10}$ fl. was $\frac{5}{8}$ ℔? Also:

$\frac{4}{\text{ß}}$ $\frac{\text{ß}\eta \cdot 9}{x\emptyset.2}$ $\frac{8}{8.2}$

Fac. $\frac{9}{4}$, das ist $2\frac{1}{4}$ fl.

N°. 22. $\frac{3}{4}$ ℔ kosten $1\frac{7}{10}$ fl. was $5\frac{5}{8}$ ℔? Also:

4	7	48.9.3
ℬ	xø.2	8.2

Fac. $\frac{21}{4}$, das ist $5\frac{1}{4}$ fl.

N°. 23. $6\frac{3}{4}$ ℔ kosten $2\frac{7}{10}$ fl. was $\frac{5}{8}$ ℔? Also:

4	ℵ	8
ℵ	xø.2	8.2

Fac. $\frac{1}{4}$ fl.

N°. 24. $\frac{3}{4}$ ℔ kosten $2\frac{7}{10}$ fl. was $5\frac{5}{8}$ ℔? Also:

4	ℵ.9	48.9
ℬ	xø.2	8.2

Fac. $\frac{81}{4}$, das ist $20\frac{1}{4}$ fl.

N°. 25. $6\frac{3}{4}$ ℔ kosten $1\frac{7}{10}$ fl. was $5\frac{5}{8}$ ℔? Also:

4	7	48.ø
ℵ.2	xø.2	8.2

Fac. $1\frac{7}{2}$ fl.

N°. 26. $6\frac{3}{4}$ ℔ kosten $2\frac{7}{10}$ fl. was $5\frac{5}{8}$ ℔? Also:

4	ℵ	48.9
ℵ	xø.2	8.2

Fac. $\frac{9}{4}$, das ist $2\frac{1}{4}$ fl.

Durch

Durch diese Exempel habe ich klar für Augen legen wollen, daß die angewiesene allgemeine Regel in allen vorkommenden Fällen der Regel Detri in Brüchen ohne Unterscheid zu appliciren sey.

Beweis.

Nach der Regel Detri müßte man B mit C multipliciren, und das kommende Product in A dividiren (§. 331). Demnach heißet es z. E. in nächst gedachter Aufgabe N°. 26, nachdem alle 3 Glieder eingerichtet worden, nicht anders, als $\frac{27}{10}$ mal $\frac{45}{8}$ zu dividiren in $\frac{27}{4}$. Nun ist in Brüchen das Wörtlein **mal** oder **aus** einerley (§. 396): Derowegen heißet es auch nicht anders, als $\frac{27}{10}$ aus $\frac{45}{8}$ in $\frac{27}{4}$ zu dividiren. Folgends erfordert die Ausrechnung eben dasselbe, welches oben §. 488 bereits erkläret und angewiesen worden, das ist, daß man den Divisorem, nämlich A verkehre und ferner nach Anzeigung §. 399 sequ. procedire.

§. 497. Auf gleiche Weise kann man diese allgemeine Regel anbringen, wenn in der Aufgabe auch Brüche aus Brüchen, oder (so einerley, §. 396) Brüche mal Brüche vorkommen, wie hiervon mit mehrern in der Multiplication (§. 459), und in der Division (§. 488) zu ersehen ist. Z. E.

$\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{5}$ mal $6\frac{5}{8}$ ℔ kosten $\frac{3}{4}$ aus 50 fl. was $\frac{4}{5}$ aus $3\frac{1}{3}$ ℔?

℔	8	8.4	℔	50	4	10
℔	℔	53	4	1	8	℔

Fac. $\frac{2000}{53}$, das ist $37\frac{39}{53}$ fl.

Item

$\frac{4}{5}$ aus $3\frac{1}{3}$ ℔ kosten $37\frac{3}{5}\frac{9}{3}$ fl. was $\frac{2}{3}$ aus $\frac{3}{5}$ mal $6\frac{5}{8}$ ℔?

8	ß	ℓ℔℔℔.25	ℓ	ß	ßß
4.2	x℔	ßß	ß	ß	ß

Fac. $\frac{75}{2}$ fl. das ist $37\frac{1}{2}$ fl. oder $\frac{3}{4}$ aus 50 fl. wie vorhin.

§. 498. Insgemein wird die vorige Regel (§. 493) dieser Regel (im §. 496) deswegen vorgezogen, weil in jener die Brüche, deren Rechnungen dem falschen Wahn nach für schwer gehalten werden (§. 379), allezeit gänzlich hinweg fallen, und solchergestalt immer die Regel Detri in lauter ganzen Zahlen angebracht werden kann. Allein wenn ihr diese beyde Arten gegen einander haltet, so werdet ihr wahrnehmen, daß jede derselben zwar ihren besondern Grund habe, gleichwol deren Unterscheid bloß und allein nur in dem Aufsetzen und Hinschreiben der Zahlen bestehe; da hingegen beyder wirkliche Berechnung einander ganz gleich sey. Indessen führen beyde öfters, und zwar insonderheit, wenn B eine vermischte Zahl, A und C aber ganze Zahlen sind, einige unnöthige Weitläuftigkeit mit sich; derowegen bedienen sich diejenigen, welche im Rechnen mehr habil zu werden gedenken, lieber nachfolgender Art.

Die 59. Aufgabe.

§. 499. **Aus einer gegebenen Aufgabe der Regel Detri nur diejenigen Brüche, welche in A oder C befindlich, hinweg zu schaffen, die aber in B vorhanden, beyzubehalten; und wie die Auflösung alsdenn anzustellen.**

I. Größert A und C (wenn in denselben Brüche vorhanden) nach Anzeigung §. 449, oder, welches einerley, brin-

bringet dieselben unter gleiche Namen der Einheiten, und lasset alsdenn ihre Namen oder Nenner fahren (§. 306 und 365).

II. Verfahret nach der Regel §. 331, und daferne B einen Bruch hat, so verrichtet die Multiplication mit C, und die Division in A, auf die Weise, wie oben bey diesen Rechnungsarten in Brüchen gelehret worden.

Z.E. N°. 1. 4 ℔ kosten $23\frac{11}{30}$ fl. was 7 ℔? Also:

$$\frac{163\frac{17}{30}}{\text{Fac. } 40\frac{107}{120}}$$

Nämlich weil A und C vorhin schon ganze Zahlen sind, so multipliciret die $23\frac{11}{30}$ mit 7, kommen (§. 448. N° 2) $163\frac{17}{30}$. Diese dividiret in 4, nach Lehre §. 483, kommt das begehrte Facit $40\frac{107}{120}$ fl.

N°. 2. (Das Exempel §. 493. N°. 1). Also:

$$\frac{17 \text{ ℔} \text{ kosten } 24\frac{5}{6} \text{ fl. was } \frac{7}{8} \text{ ℔?}}{\frac{136}{\text{Fac. } 1\frac{22}{48}\text{ fl.}} \quad \frac{173\frac{5}{6}}{37}}$$

Nämlich größert die 17 gegen $\frac{7}{8}$ mit 8, kommen 136 und 7; oder, so einerley, bringet A und C unter gleiche Namen, das ist (§. 304), machet die 17 ebenfalls zu 8tel, kommen $\frac{136}{8}$ und $\frac{7}{8}$, und da solche nun gleiche Art Einheiten sind, könnet ihr den Namen 8tel fahren lassen (§. 306 und 365), so habt ihr 136 und 7. Demnach multipliciret ferner die $24\frac{5}{6}$ mit 7 (nach Anzeigung §. 448), und dividiret die kommenden $173\frac{5}{6}$ in 136, kommt (§. 483. N°. 13) das verlangte Fac. $1\frac{22}{48}$ fl.

N°. 3. (Das Exempel §. 493. N°. 5). Also:

$5\frac{3}{4}$ ℔ kosten $24\frac{2}{3}$ fl. was $\frac{5}{7}$ ℔?

$\frac{23}{161}$ $\quad$ $\frac{493\frac{1}{3}}{10}$ $\quad$ $\frac{7}{20}$

Fac. $34\frac{3}{8}\frac{1}{3}$ fl.

Nämlich größert A und C mit 4 und 7 (wie oben, ibid. zu ersehen); oder, so einerley, machet sie beyde zu 4tel und ferner zu 7tel, so sind sie beyde (wie oben §. 398 erkläret) 28tel, und lasset den Namen 28tel fahren, so kommen 161 und 20. Demnach multipliciret die $24\frac{2}{3}$ mit 20, und dividiret das Product $493\frac{1}{3}$ in 161 nach Lehre §. 448 und 483, kommt das Fac. $34\frac{3}{8}\frac{1}{3}$ fl. Auf gleiche Weise verfahret auch mit andern dergleichen Exempeln.

§. 500. Wenn man die in der Regel Detri vorkommenden kleineren Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte, immerfort in Brüche reduciren wollte (§. 420), so könnte man bey denselben alle vorhin gedachte Arten anbringen: Allein weil die Reduction, insonderheit, wenn mehr als nur einerley Art kleinere Sorten in einem Gliede vorkommen, öfters langsam zu verrichten ist, so bedienet man sich bey denselben (wiewol nur nach gemeiner Art zu reden, denn ihr werdet unten in der Practica verschiedene andere Wege finden) viel lieber folgender Methode, welche ganz gleich ist der nächst beschriebenen Art §. 499.

Die 60. Aufgabe.

§. 501. Eine Aufgabe der Regel Detri, in welcher sich kleine Sorten der Münzen, Maaße, oder Gewichte befinden, aufzulösen.

I. Bringet A und C (wenn sie ungleiche Namen haben) unter gleiche Namen (wie bereits §. 304 erinnert worden) in ihre kleinsten Einheiten. Alsdenn

II. procediret nach der Regel §. 331, und so B eine mehrerley namige Zahl, so verrichtet die Multiplication mit C nach Anzeigung §. 467. sequ. und die Division in A nach Anweisung §. 491; wie mit mehrern aus folgenden Exempeln zu ersehen.

Z.E. N°. 1. 4 ℔ 17 Loth kosten 21 fl. was 12 ℔? Also:

145 Loth (32	384 Loth (32
	768
	8064
	81.
	Rest 89

Fac. $55\frac{89}{145}$ fl. oder (so ihr die restirende 89 fl. zu ℋ machet, und solche ferner in 145 dividiret, wie §. 226 gelehret) 55 fl. $18\frac{1}{2}\frac{2}{9}$ ℋ.

Nämlich machet so wol die 4 ℔ 17 Loth, als auch die 12 ℔ zu lauter Loth, so stehet die Aufgabe in ganzen Zahlen also:

145 Loth kosten 21 fl. was 384 Loth?

Hiermit procediret nach der Regel §. 331, das ist, multipliciret die 384 und 21 mit einander, und dividiret das Product 8064 in 145, kommt das verlangte Facit.

N°. 2. 3 fl. 27 ℋ 6 ℛ geben 8972 ℔, was 1 fl?

(30		
117 (18	35888	540 ℛ
936	44860.	
2112 ℛ	4844880	
	620...	
	1984..	
	840.	
	2064	

Fac. $2293\frac{2}{2}\frac{0}{1}\frac{6}{1}\frac{4}{2}$ ℔
(oder gekleinert, komt $\frac{4}{4}\frac{3}{4}$)

Nämlich machet A und C zu lauter ℛ, so habet ihr folgenden Aufsatz:

2112 ℛ geben 8972 ℔, was 540 ℛ?

Mit diesem verfahret nach der gegebenen Regel (§. 331) kommt das gesuchte Facit $2293\frac{3}{4}\frac{4}{4}$ ℔. Wegen der Verkleinerung des Bruchs aber wird sich weiter hinten ein mehreres zeigen.

N°. 3. 7 Loth kosten 23 ℋ, was 5 ℔ 13 Loth 3 Qu? Also:

(4
28 Qu.

Fac. $570\frac{2}{2}\frac{5}{8}$ ℋ
30
oder 19 fl. $\frac{2}{2}\frac{5}{8}$ ℋ

(32
173 Loth
(4
695 Qu.

2085
1390
15985
19..
Rest 25

Nämlich machet A und C zu lauter Qu., so habt ihr die Aufgabe also:

28 Qu. kosten 23 ℋ, was 695 Qu.?

Ferner procediret nach der Regel §. 331, kommt das Facit $570\frac{2}{2}\frac{5}{8}$ ℋ (§. 349, indem auch die Zahl in B ℋ heißt). Diese machet zu fl. kommen 19 fl. $\frac{2}{2}\frac{5}{8}$ ℋ.

N°. 4. 1 ℓ. Bls. thut 6 fl. Holl. was 347 ℓ. 13 ß 7 ℛ Bls?

Also: (20
20
(12
240 ℛ

(20
6953
(12
13906
83443 ℛ

Fac. 2086 fl. $1\frac{1}{2}$ Stüb.

Näm-

Nämlich, wenn ihr A und C zu lauter ℛ machet, so habet ihr diesen Auffatz:

240 ℛ Bls thun 6 fl. Holl., was 83443 ℛ Bls?

Mit diesem procediret nach der Regel (§. 331), komt das Facit 2086 fl. 1½ Stüb.

N°. 5. 6 fl. thun 1 £. Bls, was 2086 fl. 1½ Stüb.?

——(20	——(20
120	41721
——(2	——(2
240 halbe Stüb.	83443 halbe Stüb.

Fac. 347 £. 13 ß 7 ℛ Bls.

Nämlich, wenn ihr A und C zu lauter halben Stüb. machet, so erlanget ihr diesen Auffatz:

240 halbe St. thun 1 £. Bls, was 83443 halbe St.?

Mit diesem verfahret nach der Regel, kommt das Facit 347 £. 13 ß 7 ℛ Bls.

N°. 6. (Das Exempel §. 499 N°. 1). Also:

4 ℔ kosten 23 fl. 11 ℋ, was 7 ℔?

163 = 17

Fac. 40 = 26¾

Allhier sind die 23 fl. 11 ℋ mit 7 multipliciret nach Art §. 467. N°. 1, und das Product 163 fl. 17 ℋ in 4 dividirt nach Art §. 491. N°. 7.

N°. 7. 60 ℔ kosten 327 fl. 18 ℋ 12 ℛ, was 5 Loth? Also:

——(32

1920 Loth.

Nämlich machet A gleich C zu Loth. Ferner multipliciret die 327 fl. 18 ℋ 12 ℛ mit 5, nach Lehre §. 467. N°. 3, und dividiret das Product 1638 fl. 3 ℋ 6 ℛ

6 ℛ in 1920, nach Lehre §. 491. N°. 16, kommt das Facit 25 ℋ 10 $\frac{2}{3}\frac{3}{2}$ ℛ.

N°. 8.

13 ℔ 3 Schott kosten 327 fl. 18 ℋ 12 ℛ, was 2 ℔ 8 Sch.?

——(24 -——(24

52 56 Schott.

26

315 Schott.

Hierauf multipliciret die 327 fl. 18 ℋ 12 ℛ mit 56, nach Art §. 467. N°. 15, oder §. 479, kommt 18346 fl. 25 ℋ 6 ℛ. Diese dividiret in 315, nach Art §. 491. N°. 13, kommt das Facit 58 fl. 7 ℋ 5 $\frac{1}{1}\frac{1}{5}$ ℛ.

Mehrere Exempel erachte nicht nöthig allhier zu geben, weil dieselben zur Genüge hernach in der Practica weit besser angezeiget werden sollen.

§. 502. Damit ihr auch die Ursache von dieser Auflösung (§. 497) gründlich einsehen möget, so habe dienlich erachtet, folgende Sätze zur Betrachtung zu geben.

§. 503. Alle Exempel der Regel Detri, bey denen in C keine kleineren Einheiten sind, als diejenigen, welche in A sich befinden, können in das Product von B mit C multipliciret, niemals kleinere Theile oder Brüche bringen, als diejenigen kleinen Sorten oder Theile sind, welche in B gegeben worden.

Beweis.

Durch die Multiplication wird B so vielmal zusammen genommen, als C Einheiten in sich enthält, und zwar solcher Einheiten, die gleich groß sind mit den Einheiten in A (§. 365). Wenn demnach C keine kleineren Einheiten in sich enthält, ist sie eine ganze Zahl, und

kann

kann in dem Product unmöglich kleinere Einheiten oder Theile bringen, als B vorhin hat (§. 261).

§. 504. Dannenhero entstehen bey dergleichen Exempeln allwo in B keine Brüche gegeben, die im Facit kommenden Brüche oder kleineren Theile (daferne ja welche in selbigem kommen) allererst aus der Division in A (§. 223 und 231).

§. 505. Wenn aber in C kleinere Einheiten stehen, als in A, so ist es möglich, und geschiehet auch gar oft, daß in dem Product von B mit C Brüche oder kleinere Theile kommen, als diejenigen Einheiten sind, die in B gegeben worden.

Beweis.

Denn weil die kleineren Einheiten in C als Brüche angesehen werden müssen (§. 365), so bringen sie in der Multiplication die Zahl B weniger als 1 fach (§. 277), und folgends gar oft auch Brüche oder kleinere Theile, als vorhin in B befindlich.

§. 506. Hieraus ist die Ursache der vorigen Regel (§. 501) klar zu ersehen. Denn, daß man die Zahl A in ihre kleinsten Einheiten bringet, geschiehet deswegen, weil selbige der Divisor ist, welcher nach der gemeinen Division unzertrennet unter einem einzigen Namen stehen muß. Daß man aber auch C in die kleinsten Einheiten und zwar beyde, A und C unter einen gleichen Namen bringet, ist die Ursache, damit, wenn in C noch kleinere Einheiten als in A wären, man in der Multiplication nicht mit Brüchen beschweret würde (§. 505). Hingegen hat man bey der Zahl B die Sorge wegen der Brüche nicht nöthig (§. 366), und kann dieselbe, wenn in ihr schon verschiedene Sorten stehen (wie aus vorigen

Exem-

Exempeln zu ersehen) dennoch ohne sonderliche Schwierigkeit mit C multipliciret werden; weswegen es auch unnöthig erachtet wird, die Zahl B unter ihre kleinsten Einheiten allererst zu bringen.

§. 507. Nur ist zu merken, weil die Brüche allgemeine Zahlen sind, die auf alle Art Größen zu appliciren (§. 51), so findet bey ihnen auch dasjenige statt, so bey den ganzen Zahlen oben (§. 348) angemerket worden, also, daß es gleich viel ist, ob man (z. E. oben §. 493. N°. 5) setzet: $5\frac{3}{4}$ ℔ kosten $24\frac{2}{3}$ fl. was $\frac{5}{7}$ ℔? Oder aber $5\frac{3}{4}$ ℔ kosten $\frac{5}{7}$ fl. was $24\frac{2}{3}$ ℔? Und behält A dennoch jederzeit den Namen ℔. Hingegen bey mehrerley namigen Zahlen, da jede kleine Sorte nur was gewisses andeutet (§. 51), lässet sich B mit C, wo die Eintheilung ihrer kleinen Sorten nicht ganz gleich ist, gar nicht auf solche Weise schlechterdings verwechseln. Als (z. E.) vorhin §. 501. N°. 8. kann mann nicht setzen 13 ℔ 3 Schott kosten 2 fl. 8 ₰, was 327 ℔ 18 Schott 12 Gr.? indem die Eintheilung einer ℔ nicht gleich ist der Eintheilung eines Guldens. Denn 2 ℔ 8 Schott sind gleich $2\frac{1}{3}$ ℔, hingegen sind 2 fl. 8 ₰ nicht darum auch gleich $2\frac{1}{3}$ fl. Dannenhero müßte man in solchem Falle die kleinen Sorten in Brüche reduciren (§. 420), oder doch unter den Namen von Brüchen betrachten (§. 305), und also nicht anders als Brüche ansehen, wenn man B mit C verwechseln wollte. Demnach könnte man dieses gedachte Exempel, weil 13 ℔ 3 Schott $= 13\frac{1}{8}$, 2 ℔ 8 Schott $= 2\frac{1}{3}$; und 327 fl. 18 ₰ 12 ₰ $= 327\frac{28}{45}$ (§. 421. N°. 2), sich also vorstellen: $13\frac{1}{8}$ ℔ kosten $2\frac{1}{3}$ fl. was $327\frac{28}{45}$ ℔? Und alsdenn würde das vorige Facit 58 fl. 7 ₰ $5\frac{1}{1}\frac{1}{5}$ ₰ wiederum heraus kommen können.

§. 508.

§. 508. Zum Beschluß der Lehren in gebrochenen Zahlen, habe ich noch dieses anmerken wollen, nämlich wer nicht so sehr auf die Kürze, als auf eine allgemeine Regel sehen will, derselbe darf nur die einzige Regel aus §. 399 und 400 sequ. wohl beobachten, so ist diese einzige Regel schon zureichlich, nicht allein die gebrochenen Brüche zu einfachen zu machen; sondern auch alle vorkommende Fälle in der Multiplication (§. 456), desgleichen in der Division (§. 487), wie nicht minder in der Regel Detri (§. 496), als auch in der Resolution (§. 414) aufzulösen. Zumal was diese letztere betrifft, so ist z. E. $\frac{3}{4}$ fl. zu resolviren nichts anders, als $\frac{3}{4}$ aus oder mal (§. 396) 30 ℳ zu nehmen, das ist (§. 407) $\frac{3}{4}$ mit $\frac{30}{1}$ ℳ zu multipliciren (wie hiervon oben §. 442 im ersten Beweise bereits erwehnet worden); folglich ist die gedachte einzige Regel auch zu der Resolution allgemein.

§. 509. Ja ihr könnet auch die Exempel der Regel Detri in ganzen Zahlen, (wenn ihr schon nicht wisset, oder auch gar vergessen hättet, wie bey ihnen nach dieser Regel zu verfahren sey), durch die gedachte allgemeine Regel solviren. Z. E. 6 Ellen kosten 8 fl. was 15 Ellen? So bringet solche Zahlen in Form der Brüche (§. 407), so heißet es $\frac{6}{1}$ Ellen kosten $\frac{8}{1}$ fl. was $\frac{15}{1}$ Ellen? Demnach stehet die Berechnung nach der allgemeinen Regel also:

$$\frac{1}{6.\text{El.}} \quad — \quad \frac{15.}{1} \quad — \quad \frac{8.4}{1} \text{ Fac. } \frac{20}{1} \text{ fl. das ist } 20 \text{ fl.}$$

Von

Von der gemeinen Probe der vorhergehenden 4 Specierum und Regel Detri in gebrochenen, vermischten, und mehrerley namigen Zahlen.

Die 61. Aufgabe.

§. 510. Die gefundenen Antworten bey den 4 Speciebus und der Regel Detri in gebrochenen, vermischten, oder mehrerley namigen Zahlen, als auch der Resolution (§. 414), und Reduction (§. 420), nach gemeiner Art zu probiren.

Alles dasjenige, was oben §. 368 bis §. 379 von den Proben in ganzen Zahlen, gelehret und beschrieben worden, ist nicht minder auch bey den gebrochenen, vermischten, und mehrerley namigen Zahlen anzubringen; wie solches denn auch aus verschiedenen, in vorhergehenden Lehren der Theile eines Ganzen, angeführten Exempeln, die ich mit Fleiß dergestalt eingerichtet, daß gar oft das eine zugleich die Probe von einem andern Exempel abgeben kann, zu ersehen ist. Derowegen habe ich unnöthig erachtet, allhier hiervon besondere Worte mehr zu machen. Und kommt demnach allhier nur noch dieses hinzu, daß die Resolution durch die Reduction; hingegen die Reduction durch die Resolution zu probiren sey. Wovon jedoch schon (§. 423) erwehnet worden.

Ende des Ersten Theils.

Der
Demonstrativen
Rechenkunst,
oder
Wissenschaft
gründlich und kurz zu rechnen,
Anderer Theil.

Einleitung in die Practicam oder Rechnungs-Vortheile.

§. 511.

Durch die Practicam verstehet man allhier eine Anweisung, wie man mit Vortheil rechnen, und die verlangten Zahlen (§. 1) durch einen **kürzern oder leichtern Weg**, als die gemeine Berechnung erfordert, finden soll.

§. 512. Einen **kürzern Weg** benenne ich diejenige Auflösung, in welcher man weniger Ziffern zu schreiben hat. Jedoch verstehe ich dadurch keinesweges eine solche Kürze, dabey man (wie in etlichen Rechenbüchern zu lesen) etwa das Einmal Eins (§. 151) weiter als bis auf 9 mal 9 auswendig wissen; oder sonst dasjenige, was man bey den 4 Rechnungsarten nach der vorhin gezeigten gemeinen Methode hinzuschreiben hat, im Kopfe behalten müsse: Sondern einen solchen kurzen Weg, bey welchem man nur das gewöhnliche Einmal Eins zu wissen nöthig, auch sonst nichts mehr, als in meiner vor-

hin beschriebenen gemeinen Art angewiesen worden, im Kopfe zu behalten habe, und gleichwol über dieses, durch gewisse Vortheile weniger Ziffern, als nach dem gemeinen Weg erfordert werden, hinschreiben darf.

§. 513. Zwar will ich die Hurtigkeit dererjenigen, die vermögend sind, viel aus dem Kopfe zu rechnen, mit nichten verwerfen, und können solche freylich geschwinder forkommen, immaßen die Gedanken ohnstreitig weit schneller sind, als die Hand; also getraue ich mir nicht minder, auch ganze Rechnungen im Kopfe zu berechnen: Allein es läßt sich solche Kopfarbeit nicht durch Regeln, sondern und fürnemlich nur aus der vielfältigen Uebung erlernen.

§. 514. Einen leichtern Weg aber könnte man diesen benennen,

I. wenn man an statt der Multiplication oder Division, die Addition oder Subtraction;

II. an statt der Division, die Multiplication anbringet; desgleichen

III. wenn man die verlangte Rechnung mit kleinern Zahlen verrichtet; endlich

IV. die Berechnung mit Brüchen, so viel als möglich, vermeidet;

und zwar aus der Ursache, weil insgemein das Addiren und Subtrahiren leichter, als das Multipliciren, und dieses leichter als das Dividiren (§. 43), desgleichen die Rechnungen mit kleinern Zahlen leichter als mit grössern, und mit ganzen leichter als mit gebrochenen (§. 324), geachtet werden. Allein, so gut wie diese Regeln dem ersten Ansehen nach scheinen, so sind dieselben dennoch keinesweges allgemein, und hat man bey denselben gleichwol noch verschiedene Exceptiones zu merken. Denn was die gedachte erstere Regel betrifft, so ist zu beobach-

obachten, daß die angestellten Additiones oder Subtractiones nicht allzuweitläuftig kommen müssen. Denn sonst könnte man alle Multiplicationes durch die Addition (§. 139), und alle Divisiones durch die Subtraction (§. 206) verrichten. Bey der IIten Regel ist zu merken, daß öfters auch die Division leichter als die Multiplication zu gebrauchen sey; wie z. E. wenn man anstatt der Multiplication mit großen Zahlen, die Division in eine einzelne Ziffer, oder sonst in einen bequemen Divisorem anbringen kann. Also ist auch bey der IIIten Regel zu erwegen, daß der Vortheil des Verkleinerns öfters so viel als nichts zu sagen habe, auch bisweilen gar unnütze Weitläuftigkeit verursache; als z. E. wenn man in einer Rechnung die Zahlen 6 gegen 8 deswegen in 2 kleinern wollte, damit man die Rechnung ferner durch die verkleinerten Zahlen 2 und 3 verrichten könnte: Dieses kann auch nur bey einem wenig geübten vor keinen Vortheil paßiren, weil die größern Zahlen selbst vorhin schon nur einzelne Ziffern sind, mit welchen gar leichtlich zu rechnen ist. Also ist es auch bisweilen leichter mit größern, als mit kleinern Zahlen zu rechnen; wie z. E. mit 10, 100 oder 1000 ꝛc. ohnstreitig leichter zu multipliciren und dividiren ist, als mit andern kleinern Zahlen (§. 159 und 235). Gleichergestalt könnte ich allhier noch mehr große Zahlen (wie z. E. 20, 300, 4000 ꝛc. oder $12\frac{1}{2}$, 25, 125 ꝛc. und dergleichen, wovon hernach gelehret werden soll) fürstellen, mit denen leichter zu multipliciren und zu dividiren ist, als sonst mit andern kleinern Zahlen. Bey der IVten Regel ist nicht minder zu merken, daß es zwar nicht undienlich sey, wenn man ohne Weitläuftigkeit die Rechnung mit Brüchen vermeiden kann. Allein es ereignen sich bisweilen auch

solche Fälle, in welchen man durch die Berechnung in Brüchen gar leicht und viel geschwinder zum Zweck kommet.

§. 515. Derowegen benenne ich viel lieber überhaupt diejenige Methode einen **leichtern Weg**, wobey man weniger Nachdenken und Mühe im Kopfe brauchet. Weil aber manchem auch leichte Sachen schwer fallen, so muß ein jeder aus seinen eigenen Kräften prüfen, was nach seinem Begriffe bey ihm schwerer oder leichter heiße.

§. 516. Wenn demnach Rechnungen vorkommen, welche nach verschiedenen vortheilhaftigen Wegen zu solviren, da es sich bisweilen zuträgt, daß ein Weg zwar kürzer, darzu aber desto mehreres Nachdenken erfordert wird; und ein anderer hingegen leichter, dabey aber desto mehrere Ziffern hingeschrieben werden müssen: So wird in dergleichen Fällen ein jeder von sich selbst denjenigen Weg zu erwählen wissen, welcher ihm nach seinem Genie am bequemsten ist. Jedoch muß ein geschickter Rechner, meines Bedünkens, jederzeit den allerkürzesten Weg gehen.

§. 517. Bisweilen kann man bey einer Rechnung die verlangte Antwort durch einen leichtern, auch wol kürzern Weg, aber nicht punctuel, sondern nur sehr nahe finden; da man nach solchem Wege hingegen allzu weitläuftig verfahren müßte, wenn man die Antwort ganz genau und scharf haben wollte. Dergleichen Wege werden zwar in der Theorie, da die punctuelle Antwort gesuchet wird, nicht geachtet: Gleichwol bedienet man sich derselben nicht mit geringem Nutzen in Prari, da auf die allzugenaue Schärfe (z. E. auf 1 ₰, geschweige auf einige Theile eines Pfennigs) nicht gesehen wird (§. 229).

§. 518. Alle Rechnungen bestehen fürnemlich in den gegebenen Zahlen, und der gesuchten Antwort; worzu

denn

denn kommt, daß bey theils Rechnungen die begehrte Antwort unmittelbar, das ist ohne etwas darzwischen aufzuschreiben, heraus gebracht wird, wie z. E. in der Addition (§. 105), in der Subtraction (§. 126), in der Multiplication mit einer einzelnen bedeutlichen Ziffer (§. 155. 159. 166), wie auch in der Division, wenn der Divisor eine einzelne bedeutliche Ziffer ist (§. 215. 235. 238), hingegen wird bey theils Rechnungen die Antwort mittelbarer Weise erst gesucht, da man nämlich inzwischen was zu schreiben hat, bevor die verlangte Antwort heraus gebracht wird, wie z. E. in der Multiplication mit mehr als einer einzelnen bedeutlichen Ziffer (§. 170), desgleichen in der Division, wenn der Divisor etliche bedeutliche Ziffern hat (§. 243), wie auch sonst in andern fernerweitigen Rechnungen. Nun kann aber kein kürzerer Weg gefunden werden, als derjenige, bey dem die Antwort so fort unmittelbar hingeschrieben wird: Derowegen kann man auch bey jenen Rechnungsarten, das ist in der Addition, Subtraction ꝛc. bisweilen wohl etwa einen leichtern, aber niemals einen kürzern Weg, als ihre gemeinen Regeln sind, finden (es sey denn, daß die Kürze in den gegebenen Zahlen selbst bestehen müßte, wie hernach bey den Progreßionen gelehret werden soll, da man durch besondere Vortheile die gegebenen summirenden Zahlen nicht, wie in der ordinairen Addition, alle aufschreiben darf): Demnach handelt die Practica fürnemlich von der Multiplication, Division, Regel Detri, und andern höhern Rechnungen.

§. 519. Insgemein nennet man gewisse Vortheile die **Welsche Practicam**, und dieses vermuthlich dahero, weil selbige vielleicht am ersten von einem Italiäner bekannt gemacht worden. Allein da gegenwärtige Ab-

sicht ist, alle Rechnungsvortheile, welche absonderlich in Praxi mit Nutzen zu gebrauchen sind, (sie mögen im übrigen alte oder neue heißen), und zwar fürnemlich nebst dererselben Gründen, aus welchen sie entstehen, anzuzeigen; so habe mich auch um solchen Namen wenig bekümmern, und nur überhaupt sagen wollen: Wer diese meine nachfolgende Beschreibung der Vortheile nach ihren wahren Gründen verstehet, der wird fähig genug seyn, die Vortheile, welche bey jedem vorkommenden Exempel ins besondere anzubringen, von sich selbst zu finden.

§. 520. Die allermeisten Vortheile aber werden aus den Eigenschaften der Zahlen hergenommen, und hierinnen eben ist die Practica von der vorhergehenden allgemeinen Lehre der Rechenkunst unterschieden, daß dieser ihre Regeln allgemein zu allen Zahlen sind, da man hingegen in der Practica auf die Zahlen selbst sehen muß, folgends ihre Regeln keinesweges allezeit so allgemein seyn können. Eben dahero kommt es, daß man bey gleichen Aufgaben, aber ungleichen Zahlen, öfters nicht gleiche Vortheile haben, oder ob schon gleiche Vortheile, jedoch nicht auf einerley Art und Weise, derselben sich bedienen kann.

§. 521. Daß aber einige, die nicht anders als nach der alten Leyer tanzen können, (ich meyne die, welche nur nach dem alten Schlendrian zu rechnen gewohnt sind) alle Rechnungsvortheile, so nicht allgemein sind, deswegen verachten wollen, weil dieselben nicht in allen Fällen anzubringen sind, dieses ist sehr ungereimt. Denn so gerne als ich zulasse, daß diejenigen Vortheile, welche öfterer in Prari als andere Vortheile anzubringen, wegen ihres mehrerern Nutzens, den andern vorzuziehen sind; so kann doch kein Vernünftiger auch den am seltsamsten anzubringenden Vortheil mit Raison deswegen ver-

verachten, weil er nicht auch in andern Fällen angebracht werden kann. Allermaßen ja niemand so thöricht seyn würde zu schließen: Weil man von Danzig nach Leipzig nicht in eben solchem kurzen Wege und kurzer Zeit gelangen kann, als von Danzig nach Königsberg: Ergo so sey der Weg nach Königsberg zu verachten, und sey es besser den Weg dahin dergestalt zu nehmen, damit er eben so lang sey, als der Weg nach Leipzig.

§. 522. Indessen wird zur Erlernung der Practica fürnemlich erfordert, daß man vorher die hierzu dienlichen Eigenschaften der Zahlen untersuche, und selbige durch die Uebung sich wohl bekannt mache, damit man bey vorfallender Rechnung, desto hurtiger wissen, und die gegebenen Zahlen so fort erkennen möge, ob, oder welche Vortheile dabey anzubringen sind. Demnach folget hiernächst die Beschreibung der nützlichsten Eigenschaften der Zahlen.

Von den Eigenschaften der Zahlen.

§. 523.

Wenn man eine Zahl betrachtet, wie sie auf verschiedene Arten entstehet, oder was durch gewisse Rechnungen aus ihr zu bringen sey, und findet dabey etwas sonderbares, welches entweder gar keiner andern Zahl, oder doch nicht allen andern Zahlen gemein ist, so wird solches sonderbare **eine Eigenschaft** derselben Zahl genannt. Z. E. Die Zahl 6 hat die Eigenschaft, daß sie entstehet

durch die Addition, aus $5+1$, $4+2$, $3+3$, $3+2+1$; oder auch in Brüchen $2\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{5}+3\frac{2}{5}$ ꝛc.;

durch die Subtraction, aus 7 ÷ 1, 8 ÷ 2, 9 ÷ 3, $7\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{2}$ ꝛc.;

durch die Multiplication, aus 2 mal 3, $1\frac{1}{2}$ mal 4, $1\frac{1}{3}$ mal 5, $\frac{1}{2}$ mal 12, $\frac{2}{3}$ mal 9 ꝛc.;

durch die Division, aus 12 in 2, 18 in 3, 24 in 4, 30 in 5, 4 in $\frac{2}{3}$, 3 in $\frac{1}{2}$, 9 in $1\frac{1}{2}$, 16 in $2\frac{2}{3}$ ꝛc. dividiret.

Wenn man nun auf die Zahlen selbst siehet, so sind diese Dinge lauter ganz besondere Eigenschaften von der Zahl 6, indem selbige keiner andern Zahl, als einig und allein der 6 zugeeignet werden können, denn z. E. aus 4 + 2, oder 9 ÷ 3, oder 2 mal 3, oder 30 in 5 dividiret ꝛc. kann ohnmöglich eine andere Zahl, als 6 kommen.

Wenn man aber nicht auf alle gedachte Zahlen selbst siehet, sondern nur betrachtet, daß 6, z. E. entstehet

durch die Addition, aus ein paar gleichen Zahlen (3 und 3); oder aus 2 Zahlen (2 und 4), von welchen eine (4) 2 mal so groß als die andere (2), oder, so einerley, von welchen eine (2) just die Hälfte aus der andern (4);

durch die Subtraction, aus einer Zahl (8), von welcher ihr vierter Theil (2); oder aus einer Zahl (9), von welcher ihr dritter Theil (3) abgezogen wird;

durch die Multiplication, aus 2 Factoribus in ganzen Zahlen (als 2 mal 3);

durch die Division, so man eine gewisse Zahl (z. E. 60) in gleiche (10) Theile theilet;

oder auch, wenn man andere Umstände betrachtet, daß nämlich 6, in 3 gleiche Theile ohne Rest getheilet werden können, oder, daß 6 in 4 dividiret 2 übrig lassen, u. s. w. so können zwar alle diese Dinge auch vielen andern Zahlen zugeeignet werden, wie z. E. 12 entstehet aus ein paar gleichen Zahlen (6 und 6), wie auch aus 8

und

und halb 8 oder 4; oder aus 16 ÷ den vierten Theil; oder aus 18 ÷ den dritten Theil; oder aus 2 ganzen Factoribus 3 mal 4, 2 mal 6; oder wenn man die gewisse Zahl 60 in gleiche Theile (5) theilet; also können auch die Zahlen 9, 12, 15, ꝛc. in 3 gleiche Theile ohne Rest getheilet werden; und gleichergestalt sind die Reste der Zahlen 10, 14, 18 ꝛc. wenn man sie in 4 dividiret, ebenfalls 2: Jedoch in Ansehung, daß diese Dinge nicht durchgehends allen Zahlen gemein sind, so werden sie gleichwohl Eigenschaften genannt, und zwar so wohl von der Zahl 6, als von allen denjenigen Zahlen, bey denen solche Dinge anzutreffen sind.

§. 524. Je mehr nun die Zahlen auf verschiedene Weise zergliedert, und nach allerhand Arten der Veränderungen untersuchet werden, desto mehr Eigenschaften findet man zu merken. Und auf solche Weise hat man sich bemühet, viele verborgene Eigenschaften der Zahlen nach und nach zu entdecken. Der Nutzen aber, welchen man durch solche untersuchte Eigenschaften hat, ist entweder, daß man aus ihnen ganz ungemeine Lehrsätze herleitet, oder sie zeigen einige Vortheile an, wie die gemeinen Rechnungs-Regeln zu verbessern sind, das ist, wie man die verlangten Zahlen, nach Beschaffenheit der gegebenen Zahlen, mit Vortheil durch einen kürzern oder leichtern Weg (§. 511) finden möge. Ich werde demnach vorjetzo nur von den zu der Practica absonderlich in der Handlung und täglichen Gewerbe nützlichen Eigenschaften, als worauf gegenwärtig unsere Absicht zielet (§. 522) melden, und bey fernerer Gelegenheit ein mehrers darthun.

§. 525. Wenn man die Zahlen betrachtet, wie sie durch die Multiplication entstehen können, so wird man wahrnehmen, daß einige entweder nur auf eine einzige Art, oder auch auf mehrerley Arten, und einige gar auf keine Weise aus 2 Factoribus in ganzen Zahlen componiret (§. 164) sind.

Z. E. Die Zahl 6 kann nur auf eine einzige Art componiret seyn, nämlich aus 2 mal 3; die Zahl 12 aber hat zweyerley Art, nämlich aus 3 mal 4, oder 2 mal 6; die Zahl 24 hat dreyerley Art, nämlich aus 2 mal 12, 3 mal 8, oder 4 mal 6 u. s. w. Hingegen können die Zahlen 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17 ꝛc. auf keinerley Weise ein Factum aus ganzen Zahlen seyn; und dannenhero werden dieselben Primzahlen genannt (§. 165).

§. 526. Wenn ein Factor von einer componirten Zahl ferner aus kleinern Factoribus componiret ist, so kann man selbige Zahl als eine solche componirte Zahl ansehen, welche aus mehr denn aus 2 Factoribus componiret ist.

Z. E. 8 ist componiret aus 2 mal 4; 4 ist aber componiret aus 2 mal 2: Derowegen kann man die 8, als eine Composition aus 2 mal 2 mal 2 betrachten. Item 24 ist componiret aus 2 mal 12; 12 ist aber ferner aus 2 mal 6, und 6 aus 2 mal 3 componiret; Derowegen ist 24 eine Composition nicht nur aus 2 mal 12, sondern auch aus 2 × 2 × 6, oder, welches einerley, aus 4 mal 6; oder auch aus 2 × 2 × 2 × 3, oder, welches einerley, aus 8 mal 3.

§. 527. Man nennet insonderheit diejenigen Factores welche Primzahlen sind, die **ursprünglichen Factores** oder die Elementa von der componirten Zahl. Also sind die ursprünglichen Factores, oder die Elementa von 8, die Primzahlen 2, 2 und 2; von 24 die Primzahlen 2, 2, 2, und 3, u. s. w.

§. 528. Solchergestalt sind die Factores von einer componirten Zahl entweder lauter Primzahlen, und also die Elementa selbst (§. 527), oder auch andere kleinere componirte Zahlen, welche jedoch gleichfalls aus jenen Elementis selbst entstehen.

Z. E. Die Factores aus 24 sind keine andere als entweder die Elementa selbst 2, 2, 2, und 3; oder 8 und 3, oder 4 und 6, oder 2 und

2 und 12. Nun sind die Elementa von 8: 2, 2, und 2; von 6: 2 und 3; von 4: 2 und 2; von 12: 2, 2, und 3: Folgends bestehen die Factores 3 mal 8, oder 4 mal 6, oder 2 mal 12, ebenfalls aus den Elementis 2, 2, 2, und 3.

§. 529. Weil nun die Factores von einer componirten Zahl zugleich dieser ihre Partes aliquotâ oder gerade aufmessende Theile sind (§. 272), so folget, daß alle Zahlen, welche einzig und allein die Unität für ihren Partem aliquotam haben, Prim- und nicht componirte Zahlen seyn müssen. Denn wären sie componirt, müßten sie auch andere Partes aliquotas haben, nämlich ihre Factores.

§. 530. Alle Zahlen aber, welche außer der Unität noch einen andern gerade aufmessenden Theil haben, sind componirte Zahlen, von welchen jener gerade aufmessende Theil ein Factor seyn muß.

Z. E. Die Zahl 6 hat außer 1 noch einen gerade aufmessenden Theil, (e. g.) 2; so schließet man, daß 6 eine componirte Zahl seyn müsse, deren Factor 2.

Beweis.

Wenn man eine Zahl in ihren gerade aufmessenden Theil dividiret, muß der Quotient, so wol als der aufmessende Theil selbst eine ganze Zahl seyn (§. 249). Indessen ist der Dividendus das Factum Divisoris und Quoti (§. 208): Folgends ist er allhier, da der Divisor und Quotient ganze Zahlen sind, allerdings eine componirte Zahl (§. 164) aus dem gerade aufmessenden Theile und dem gedachten Quoto.

§. 531. Weil nun solchergestalt die Partes aliquotâ (ausgenommen 1) von einer Zahl nichts anders sind, als

solcher Zahl ihre Factores, so kann eine componirte Zahl keine andere Partes aliquotas, folgends, außer solcher Zahl selbst und 1 (§. 250), keine andere Maaße haben, als nur solche Zahlen, welche von derselben componirten Zahl die Factores seyn können. Und derowegen müssen alle Primzahlen (§. 525) keine andere Partes aliquotas als allein die Unität, folgends keine andere Maaße, als sie selbst sind, haben. Denn hätten sie andere, würden sie componiret seyn müssen (§. 530).

§. 532. Wenn demnach etliche verschiedene Zahlen ein gemeines Maaß haben (§. 252), so müssen sie entweder alle componiret seyn, und einen gleichen Factorem haben; oder, wenn eine von solchen verschiedenen Zahlen selbst das gemeine Maaß abgiebt, so müssen doch die übrigen Zahlen componiret seyn, und jene Zahl zu ihren Factorem haben, indem bey einer Zahl keine andern Maaße gefunden werden können, als entweder sie, nämlich die Zahlen selbst, oder ihre Factores (§. 531). Wiederum auch, wenn 2 Zahlen einen gleichen Factorem haben, so haben sie ein gemeines Maaß, nämlich solchen Factorem.

§. 533. Folgends können zwey Primzahlen, oder eine Prim mit einer componirten Zahl, von welcher jene nicht ein Factor ist; oder auch 2 componirte Zahlen, die nicht einen gleichen Factorem haben, unmöglich ein gemeines Maaß haben. Und müssen solche dannenhero in Vergleichung primi inter se seyn (§. 253), also, daß deren Verhältnisse in keinen kleinern Zahlen angegeben werden können (§. 322).

§. 534. Wiederum auch wenn 2 Zahlen primi inter se sind, so müssen ihre Elementa, daferne sie componirte

Zahlen

Zahlen sind, ganz ungleich einander seyn. Denn wenn auch nur ein Elementum mit einem andern gleich wäre, so würde solches ihr gemeines Maaß abgeben können (§. 532).

§. 535. Dannenhero, wenn eine Zahl mit andern 2 Zahlen kein gemeines Maaß hat, so kann dieselbe auch mit dem Product aus den andern zweyen Zahlen kein gemeines Maaß haben. Denn weil sie mit den Factoribus, aus welchen solches Product erwächset, primi inter se sind, müssen ihre Elementa, wenn sie schon jede für sich componiret wären, ganz ungleich einander seyn (§. 534). Indessen hat besagtes Product keine andere Elementa, als nur dieselben 2 Zahlen selbst, daferne nämlich diese Primzahlen sind, oder, wo diese ja componiret, eben dieselben Elementa, welche jene 2 Zahlen haben (§. 528): Derowegen muß solche 3 te Zahl oder ihre Elementa auch mit den Elementis von dem gedachten Product ganz ungleich seyn, und folglich kann sie mit solchem Product kein gemeines Maaß haben (§. 533).

Z. E. Die Zahl 9 hat kein gemeines Maaß mit den Zahlen 4 und 7, so kann sie auch mit dem Product aus 4 mal 7, nämlich mit 28, kein gemeines Maaß haben. Und gleiche Beschaffenheit hat es mit mehrern als nur zweyen Zahlen.

§. 536. Gleichergestalt erhellet aus dem vorigen Beweise (§. 530) wenn eine Zahl ein Maaß hat (§. 249), daß der Quotient welcher herauskommet, so man selbige Zahl in dasselbe Maaß dividiret, als der andere Factor des Dividendi, ebenfalls ein Maaß zu solcher Zahl seyn müsse.

Z. E. Wenn ich gefunden habe, daß 2 ein Maaß ist von 6, und ich dividire die 6 in 2, so kommet 3: So ist es gewiß, daß auch 3 ein Maaß von 6 sey. Wiederum auch, wenn man gefunden, daß

3 ein

3 ein Maaß von 6, und man dividiret die 6 in 3, kommet 2: So ist man versichert, daß auch 2 ein Maaß von 6 sey. Wie hiervon oben §. 283 und 284 bereits erwehnet worden.

§. 537. Folglich wenn man eine Zahl in alle ihre Maaße ins besondere dividiret, so müssen in denen Quotienten alle solche Maaße wiederum herauskommen.

Z. E. 6 hat die Maaße 1, 2, 3, 6. Dividiret man nun 6 ordentlich in solche Maaße, so kommen wiederum 6, 3, 2, 1.

§. 538. Da nun ein Maaß eigentlich der Divisor ist, welcher die Anzahl der gleichen Theile andeutet (§. 199), und der kommende Quotient einer derselben Theile (§. 48) und zugleich eine ganze Zahl ist (§. 249); so hat man durch alle Maaße (außer 1, welches nicht dividiren kann) die Bequemlichkeit, daß man ihre ganze Größe oder Zahl, zu welcher sie die Maaße sind, in so viel gleiche Theile, als ein Maaß Unitäten hat, theilen, und die Theile in ganzen Zahlen haben kann. Z. E. Die Maaße von 6 sind, 1, 2, 3, 6; so kann auch die Zahl 6 auf 3erley Art getheilet werden, nämlich in 2, 3, und 6 gleiche Theile, und immer lauter Ganze geben. Denn $\frac{1}{2}$ ist 3, $\frac{1}{3}$ ist 2, und $\frac{1}{6}$ ist 1. Hingegen wenn man eine Zahl in eine andere Anzahl gleiche Theile eintheilet, das ist, in eine andere ganze Zahl, als ihr Maaß ist, dividiret, kommt in dem Quotienten keine ganze Zahl. Eben deswegen wird ein Pars aliquota ein **geschickter Theil** genennet, weil er just ein gewisser Theil aus der ganzen Größe, und zugleich just ein oder etliche Ganze ist.

§. 539. Also hat eine Primzahl nur einen geschickten Theil, nämlich 1. Z. E. aus 5 kann man in Ganzen nur $\frac{1}{5}$; aus 7 nur $\frac{1}{7}$ nehmen ꝛc. Hingegen hat eine componirte Zahl mehr als einen geschickten Theil; wie z. E.

aus

aus 6 in Ganzen nicht nur $\frac{1}{6}$, sondern auch $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ genommen werden kann. Eben darum auch hält man eine componirte Zahl, für eine **geschicktere Zahl**, als eine Primzahl, weil diese nur einen Partem aliquotam, da hingegen jene noch mehr andere Partes aliquotas hat, und folglich auch geschickter und bequemer ist, um mehrere Theile in Ganzen aus ihr zu nehmen. Auf solche Weise nun hält man die Zahlen für desto geschickter, je mehr Partes aliquotä oder geschickte Theile aus ihnen genommen werden können.

Z. E. Die Zahl 12 ist in diesem Stücke eine geschicktere Zahl, als die Zahl 6, indem sie mehr Partes aliquotas, als die Zahl 6 hat, nämlich 1, 2, 3, 4, 6; und kann man dahero aus 12 in Ganzen nicht nur $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$, wie aus der Zahl 6, sondern auch $\frac{1}{4}$ und $\frac{1}{12}$ nehmen.

§. 540. In solcher Absicht hat man zu der Eintheilung der größern Einheiten gerne geschickte Zahlen erwählet; wie z. E. ein Tag in 12 Stunden; ein Tag und Nacht in 24 Stunden; 1 Stunde in 60 Minuten; 1 Minute ferner in 60 Secunden ꝛc. eingetheilet ist. Und weil man in der Mathesi dienlich erachtet, daß man aus einem Zirkel noch mehr geschicktere Theile solle nehmen können; so hat man zu desselben Eintheilung auch eine grössere geschickte Zahl erwählet, und also den ganzen Zirkel in 360 Grade vertheilet, woraus man in Ganzen, 23 geschickte Theile nehmen kann, als nämlich $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{8}$. $\frac{1}{9}$. $\frac{1}{10}$. $\frac{1}{12}$. $\frac{1}{15}$. $\frac{1}{18}$. $\frac{1}{20}$. $\frac{1}{24}$. $\frac{1}{30}$. $\frac{1}{36}$. $\frac{1}{40}$. $\frac{1}{45}$. $\frac{1}{60}$. $\frac{1}{72}$. $\frac{1}{90}$. $\frac{1}{120}$. $\frac{1}{180}$. und $\frac{1}{360}$.

§. 541. Wenn man verschiedene Größen, welche ein gemeines Maaß haben (§. 252), zusammen addiret, oder von einander subtrahiret, so muß in diesem Falle der Rest, und in jenem das Collect in solches gemeine Maaß ohnstreitig theilbar seyn.

Z. E. Man addiret zusammen die Länge von 12, 24, 36, 48 und 60 Zoll, welche Zahlen ins besondere durch eine Länge von 2, oder 3, oder 4, oder 6, oder 12 Zoll sich gerade aufmessen lassen;

so muß nicht minder deren Summe 180 durch solche Maaße 2, 3, 4, 6 oder 12 gerade aufgemessen werden können. Item man subtrahire 24 Zoll von 60 Zoll; so muß der Rest ebenfalls in 2, 3, 4, 6 oder 12, als in die gemeinen Maaße von 24 und 60, theilbar seyn.

§. 542. Derowegen, wenn man eine in ein gewisses Maaß theilbare Zahl zu sich selbst, so oft als man will, addiret, das ist, mit einer beliebigen ganzen Zahl multipliciret (§. 139); so muß auch das Product in solches Maaß theilbar seyn.

Z. E. Die Zahl 6 ist theilbar in 2, 3 und 6. Wenn man nun die 6 mit so viel Ganzen, als man will, wie z. E. mit 2, 3, 4, 5 ꝛc. multipliciret; so müssen die Producte 12, 18, 24, 30 ꝛc. ebenfalls in 2, 3, und 6 theilbar seyn.

§. 543. Wenn demnach eine Größe eine andere gerade aufmißt, so misset sie auch alle diejenigen Größen aus, welche von jener können aufgemessen werden.

Z. E. Die Größen 2, 3, und 6, messen 6 gerade auf, so müssen alle Größen, welche von 6 ausgemessen werden, das ist, alle componirte Zahlen, welche aus dem Factore 6 entstehen, und folgends in 6 theilbar sind (§. 271), als z. E. 12, 18, 24, 30 ꝛc. nicht nur in 6, sondern auch in 2 und 3 gerade aufgemessen werden können.

§. 544. Dieses ist auch so viel gesaget, wenn ein Pars aliquota (§. 251) von einer Zahl, oder, welches einerley, ein Factor von einer componirten Zahl (§. 272), ferner aus kleinern Factoribus componirt ist (§. 526), folgends andere kleinere Partes aliquotas hat; so muß die ganze Zahl auch in die kleineren Factores theilbar seyn.

Z. E. 30 ist componiret aus 3 mal 10, oder die Partes aliquotä von 30 sind 3 und 10; der Factor oder Pars 10 aber ist ferner componiret aus 2 mal 5: Derowegen muß 30 auch in 2 und 5 theilbar seyn.

§. 545. Hieraus erhellet, daß keine componirte Zahl, zu einer andern Zahl das Maaß seyn kann, es sey denn, daß solche andere Zahl auch in jeden der kleinern Factorum von jener componirten Zahl theilbar ist. Und wenn eine Zahl in ein gewisses Maaß untheilbar, so kann sie auch in ein 2, 3, oder 4 mal so großes Maaß ꝛc. das ist, in eine solche componirte Zahl, von welcher jenes Maaß ein Factor ist, nicht aufgehen.

Z. E. Alle Zahlen, welche nicht in 2 aufgehen, können auch weder in 4 noch 6, 8, 10 ꝛc. aufgehen. Item, alle Zahlen, die nicht in 3 aufgehen, können auch nicht in 6, 9, 12 ꝛc. aufgehen.

§. 546. Wenn man eine Zahl mit 2, 3, 4 oder sonst einer ganzen Zahl multipliciret, so muß das kommende Product nicht nur die vorigen Maaße, welche die multiplicirte Zahl hat, behalten (§. 542), sondern darüber noch andere Maaße haben, welche ebenfalls 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so groß, als jene Maaße sind.

Z. E. Die Maaße von 10 sind 1. 2. 5. 10. Wenn man nun die 10 mit 3 multipliciret, so hat das kommende Product 30, nebst diesen gedachten Maaßen, noch andere Maaße, welche gleichergestalt 3 mal so groß, als jene Maaße sind, nämlich 3 mal 1, 3 mal 2, 3 mal 5, und 3 mal 10, das ist 3. 6. 15 und 30.

Beweis.

Wenn die multiplicirte Zahl, als auch besonders das erwachsene Factum durch die vorigen Maaße dividiret wird, so müssen die Quotienten aus solchem Facto um so viel mal größer seyn, weder die Quotienten aus der multiplicirten Zahl, als oftmal solches Factum größer, weder die multiplicirte Zahl ist (§. 286). Indessen sind

die vorigen Maaße auch die Maaße von solchem Facto (§. 542): Derowegen müssen auch ihre größere Quotienten die Maaße zu demselben Facto seyn (§. 536).

§. 547. Wenn demnach ein Pars aliquota, oder der durch die Division der ganzen Größe, in ihren Partem aliquotam dividiret, kommende Quotient, ferner aus kleinern Factoribus componiret ist; so muß solche ganze Größe auch in dem Product, welches erwächset, so man einen der kleinern Factorum im ersten Falle mit besagtem Quotienten, oder im andern Falle mit dem gedachten Parte aliquota multipliciret, theilbar seyn: Indem diese Producte vermöge §. 546 die Maaße von der ganzen Größe sind, folgends muß diese in jene gerade aufgehen (§. 249).

Z. E. 8 ist ein Pars aliquota aus 72, welcher Pars in dem Quotienten 9 bringet. Weil nun 8 componiret aus 2 mal 4, und folglich in 2 und 4 theilbar ist (§. 271), so schließet man, daß 72, als 9 mal die Zahl 8, auch in 9 mal 2, und 9 mal 4, das ist in 18 und 36 theilbar seyn müsse. Also auch, weil der Quotient 9 componiret ist aus 3 mal 3, so müssen die 72, als 8 mal die Zahl 9, auch in 8 mal 3, das ist in 24, gerade aufgemessen werden können.

§. 548. Derowegen, wenn eine Größe in ihren Partem aliquotam dividiret, eine aus kleinern Factoribus componirte Zahl bringet, so muß solche Größe noch einen größern Partem aliquotam haben, als jener ist, nämlich das Product aus jenem mit einem der kleinern Factorum multipliciret (§. 547).

Z. E. 7 ist ein Pars aliquota aus 42. Es ist aber der Quotient, so man die 42 in 7 dividiret, eine aus 2 mal 3 componirte Zahl, nämlich 6: Derowegen müssen 42 noch einen größern Partem aliquotam, als die 7 haben, nämlich 14 und 21, das ist 2 mal 7, und 3 mal 7.

§. 549.

§. 549. Solchemnach ist der größte Pars aliquota aus einer Zahl diejenige Größe, welche in dem Quotienten, so man selbige Zahl durch solchen Partem dividiret, die kleineste Primzahl, die auf solche Weise möglich zu finden, herausbringet.

Z. E. Von der Zahl 45, ist der größte Pars aliquota 15, welcher in dem Quotienten die Primzahl 3 bringet. Da hingegen die andern Partes aliquotä von 45, nämlich 3 und 5 in ihrem Quotienten, so man die 45 in 3 oder 5 dividiret, 15 und 9 als componirte Zahlen bringen: Und der Pars aliquota 9 bringet in dem Quotienten zwar eine Primzahl 5, aber doch eine größere als 3; derowegen ist der größte Pars aliquota von 45 die Größe 15.

§. 550. Und wenn man nicht eben von den gerade aufmessenden Theilen, sondern en general von dem Maaße einer Zahl redet, so ist allezeit jede Zahl selbst ihr größtes **Maaß**, welches denn in dem Quotienten 1 (§. 250), als die allerkleinste Größe in Ganzen bringet.

§. 551. So aber gesaget wird von dem **größten gemeinen Maaß**, da insonderheit auf ein solches Maaß gesehen wird, das nicht nur eine einzige, sondern mehr Zahlen gerade aufmessen solle (§. 252), so verstehet man eine solche Größe, welche jede der andern Zahlen gerade aufmisset, und in denen Quotienten solche Zahlen bringet, welche ferner kein gemeines Maaß haben, und also die kleinsten in ihrer Verhältniß sind (§. 322). Und lieget nichts daran, wenn gleich jeder Quotient vor sich allein noch ein Maaß hätte.

Z. E. Das größte gemeine Maaß zu 40 und 90 ist 10, und obgleich die Quotienten 4 und 9, keine Primzahlen sind, und jeder Quotus seine besonderen Maaße hat, so sind sie doch primi inter se (§. 253) und haben kein gemeines Maaß.

§. 552. Wenn man eine Länge z. E. $12\frac{3}{4}$ Ellen mit

einer Elle durchmisset, so saget man: Die ganze Länge enthält in sich 12 ganze Ellen, und darüber noch $\frac{3}{4}$ Ellen; oder 13 ganze Ellen weniger $\frac{1}{4}$ Elle. Eben also kann man auch beym Dividiren der untheilbaren Zahlen, entweder den wirklichen Quotienten in Ganzen setzen, und sagen: Es bleibet ein Rest (§. 223); oder man kann den Quotienten um eine Unität mehr setzen, und sagen: Es manquiret noch so viel, als die Differenz ist zwischen dem Rest und dem Divisore. Indessen, wenn man einer untheilbaren Zahl so viel, als in der Division übrig bleibet, abnimmt; oder ihr so viel, als die Differenz zwischen solchem Rest und dem Divisore ist, zuleget, so muß die Theilung alsdenn gerade aufgehen. Und in solchem Verstande heiße ich die besagte Differenz: **Das Complement** oder die **Ausfüllung** und **Ergänzung**.

Z. E. Wenn man 51 in 4 dividiret, sage ich: Der Quotient ist 12, und der Rest 3; oder der Quotient ist 13, und das Complement 1.

§. 553. Demnach enthält der Rest sammt dem Complement allezeit just 1 mal den Divisorem in sich, folgends ist die Summe des Rests und Complements in den Divisorem theilbar (§. 250).

§. 554. Gleichwie das Complement die Differenz ist, zwischen dem Rest und dem Divisore (§. 552); also ist auch der Rest die Differenz zwischen dem Complement und dem Divisore. Derowegen, wenn bey einer Division der Divisor und Rest, oder der Divisor und Complement bekannt gegeben; so kann man gar bald durch die Subtraction (§. 117), im ersten Falle das Complement, und im andern den Rest finden.

§. 555. Folgends, wenn verschiedene Zahlen jede ins

beson-

besondere durch ein gleiches dividiret werden, und gleiche Reste haben, so müssen auch ihre Complemente einander gleich seyn.

§. 556. Weil nun gleiche Zahlen durch ein gleiches dividiret (daferne die Theilung nicht gerade aufgehet) gleiche Reste haben (§. 45), so müssen in solchem Falle auch ihre Complemente einander gleich seyn (§. 555).

§. 557. Wenn 2 verschiedene Zahlen jede besonders durch ein gleiches dividiret werden, und der Rest des einen gleich ist dem Complement der andern, so muß die Summe solcher zweyen Zahlen in denselben Divisorem theilbar seyn.

Z. E. 26 und 54 ist jede besonders in 8 untheilbar. Es ist aber so wohl der Rest der ersten Zahl, wie auch das Complement der andern Zahl 2, so muß die Summe von 26 und 54, nämlich 80, in 8 theilbar seyn.

Beweis.

Denn solchergestalt, wenn die 2 Zahlen zusammen addiret werden, so wird gleichsam der Rest einerseits abgenommen, und das Complement anderseits just ergänzet (§. 552): Folglich ist es eben so viel, als hätte man 2 theilbare Zahlen addiret, deren Summe ebenfalls theilbar seyn müsse (§. 541).

§. 558. Hieraus ist klar, wenn im nächst gedachten Falle der Rest von einer Zahl nicht just gleich ist dem Complement von der andern, daß die Summe solcher zweyen Zahlen in denselben Divisorem untheilbar seyn müsse. Und zwar so viel, als der eine Rest mehr ist weder das Complement von der andern Zahl, eben so viel muß auch der Rest von der Summe beyder Zahlen seyn. Also auch, wenn das eine Complement größer ist, als der

Rest von der andern Zahl, so muß besagte Summe eben so viel zum Complement haben, als das Complement der einen Zahl mehr weder der andern Zahl ihr Rest ist.

§. 559. Wenn etliche oder viele Zahlen, jede besonders in eine gewisse Größe untheilbar; die Summe ihrer Reste aber in solche Größe theilbar ist, so muß die Summe aller solchen Zahlen zusammen in dieselbe Größe theilbar seyn.

Z. E. Die Zahlen 10, 20, 30, und 100 sind jede vor sich in 8 untheilbar. Es sind aber ihre Reste 2, 4, 6, und 4, deren Summe 16 gehet in 8 auf; so muß auch die Summe von 10 + 20 + 30 + 100, nämlich 160, in 8 theilbar seyn.

Beweis.

Wenn man jeder Zahl ihren Rest abnimmt, so ist das übrige alsdenn theilbar (§. 552). Demnach kann man eine untheilbare Zahl, als ein Collect zweyer zusammen gesetzten Größen ansehen, deren eine theil- und die andere untheilbar. Wenn nun ferner viele untheilbare Zahlen zusammen geleget werden, so bestehet deren Summe aus 2 zusammen genommenen andern Summen, nämlich aus der Summe der theilbaren Größen zusammt der Summe der Reste oder untheilbaren Größen. Indessen ist die erste Summe allezeit theilbar (§. 541): Derowegen, wenn die andere Summe (vermöge des Satzes) gleichfalls theilbar ist, so bestehet die ganze Summe aus 2 theilbaren andern Summen, folglich muß sie nothwendig theilbar seyn (ibid).

§. 560. Wenn demnach eine Zahl, die in ein gewisses Maaß theilbar, zu einer andern, welche in solches

Maaß

Maaß untheilbar, addiret wird, so muß die Summe untheilbar seyn, und eben so viel zum Rest und Complement haben, wie jene summirende untheilbare Zahl. Denn, weil eine untheilbare Zahl nichts anders ist, als ein Collect zweyer Größen, deren eine theil- und die andere, nämlich das übrig bleibende Stück oder der Rest, untheilbar; so bestehet die vorhin gedachte Summe aus 2 theilbaren Größen, welche zusammen genommen, theilbar bleiben (§. 541), und aus eben dem vorigen Rest der summirenden untheilbaren Zahlen. Folgends muß solche Summe auch eben das Complement haben, welches jene untheilbare Zahl hat (§. 555).

§. 561. Also erhellet hieraus auch ferner, wenn etliche oder viele Zahlen jede besonders in eine gewisse Größe untheilbar, oder auch einige derselben theil- und einige untheilbar, und die Summe aller ihrer Reste in solche gewisse Größe untheilbar, daß auch die Summe aller dieser Zahlen in solche Größe untheilbar seyn müsse. Und zwar muß solche Summe eben so viel zum Rest und Complement haben, wie jene Summe derer Reste. Denn solchergestalt bestehet die Summe aller Zahlen, aus solchen 2 Summen, deren eine theil- und die andere, nämlich diese Summe der Reste, untheilbar. Derowegen muß diese Summe derer Reste mit jener Summe aller Zahlen gleiche Reste; folgends auch gleiche Complemente haben (§. 560).

Z. E. Die Zahlen 10, 16, 20, 25, 40, 54 lassen in 8 dividiret folgende Reste übrig: 2, 0, 4, 1, 0, 6, deren Summe ist 13. Da nun 13 in 8 untheilbar, und den Rest 5, oder das Complement 3 hat; so schließet man, daß die Summe von 10+16+20+25+40+54, das ist 165, ebenfalls in 8 untheilbar seyn, und 5 zum Rest, folgends 3 zum Complement haben müsse.

§. 562. Noch folget hieraus, wenn die Summe zweyer zusammen genommenen Größen in ein gewisses Maaß theilbar, daß entweder beyde Größen jede vor sich auch theilbar (§. 541), oder beyde dergestalt untheilbar seyn müssen, daß der Rest der einen, gleich sey dem Complement der andern (§. 557). Denn sollte eine von solchen zweyen Größen theil- und die andere untheilbar seyn, so könnte deren Summe unmöglich theilbar seyn (§. 560).

§. 563. Wenn etliche oder viele Zahlen jede vor sich in eine gewisse Größe untheilbar, die Summe ihrer Reste aber theilbar, so muß auch die Summe ihrer Complemente in solche Größe theilbar seyn. Also auch wenn die Summe ihrer Complemente theilbar, so muß nicht minder die Summe ihrer Reste theilbar seyn. Wiederum, wenn eine dieser beyden Summen untheilbar, so muß auch die andere untheilbar seyn, und zwar so viel, als bey einer von solchen beyden Summen der Rest ist, muß bey der andern Summe das Complement seyn.

Beweis.

Wenn man die Summe der Reste zu der Summe ihrer Complemente addiret, so hat man eine Summe aus zwey zusammen gelegten andern Summen oder Grössen, welche Summe folglich in ein angenommenes Maaß unmöglich anders theilbar seyn könnte, es sey denn, daß beyde summirende Summen entweder theil- oder beyde dergestalt untheilbar seyn, daß der Rest der einen Summe gleich sey dem Complement der andern Summe (§. 562). Es ist aber, solche 2 Summen zu addiren, nichts anders, als jeden Rest ins besondere zu seinem Complement legen, und solche Collecten zusammen addiren

diren. Da nun jedes dieser einzeln Collecten in das angenommene Maaß theilbar (§. 553), so muß auch die Summe aller dieser Collecten in selbiges Maaß theilbar seyn (§. 541). Derowegen müssen auch beyde Summen, nämlich die Summe derer Reste, und die Summe derer Complemente jede besonders theilbar seyn; oder daferne eine derselben untheilbar, so muß auch die andere untheilbar, und zwar der Rest der einen gleich seyn dem Complement der andern.

§. 564. Wenn ihr nun dieses alles betrachtet, so könnet ihr gar leicht wahrnehmen, und bey der Subtraction richtig schließen:

I. Wenn 2 Zahlen von einander subtrahiret werden, welche jede ins besondere in eine gewisse Größe untheilbar, und aber ihre Reste, welche bey jeder besonders durch die Division kommen, einander gleich, daß das bleibende nach geschehener Subtraction in solche Größe theilbar seyn müsse. Denn solchergestalt ziehet ein Rest den andern ab, folgends ist das bleibende theilbar (§. 552). Z. E. 26 und 42 sind jede in 8 untheilbar, ihre Reste aber sind einander gleich 2; so folget, daß 26 von 42 subtrahiret, eine in 8 theilbare Zahl übrig lassen müssen.

II. So aber ihre Reste ungleich, so muß das bleibende untheilbar seyn, und in seinem Reste so viel bringen, als der Rest des Subtrahendi größer ist, denn der Rest des Subtractoris; oder, wo dieser Rest größer, als jener, so viel, als der Rest des erstern zusammt derselben gewissen Größe, größer ist, als der Rest des andern. Z. E. man subtrahire die in 8 untheilbare Zahl 26, von der ebenfalls in 8 untheilbaren Zahl 45, so muß das bleibende auch in 8 untheilbar seyn, und zu seinem Reste 3

haben,

haben, weil der Rest von 26 ist 2, von 45, 5; folgends dieser um 3 größer, als jener ist. Item: Man subtrahire 30 von 45, welche Zahlen in 8 dividiret, die erste 6, und die andere 5 zum Rest lassen; so ist das bleibende nach geschehener Subtraction untheilbar, und muß den Rest 7 haben, weil 5 sammt der angenommenen gewissen Größe 8, das ist 13, und 7 mehr ist, als der Rest 6.

III. Wenn eine in ein gewisses Maaß theilbare Zahl von einer untheilbaren subtrahiret wird, so muß auch das bleibende in dasselbe Maaß untheilbar seyn, und eben denselben Rest haben, welchen der Subtrahendus hat. Denn der Subtrahendus ist die Summe des Subtractoris und der bleibenden Zahl (§. 120), und da der Subtractor theilbar ist, so muß das bleibende und der Subtrahendus gleiche Reste haben (§. 560). Z. E. Man subtrahire 24 so in 8 theilbar von 45, so ist das bleibende untheilbar, und hat eben den Rest 5, als die 45 hat.

IV. Also auch, wenn eine untheilbare von einer theilbaren subtrahiret wird, so muß das bleibende untheilbar seyn, und zwar einen solchen Rest haben, der just so groß ist, als das Complement des Subtractoris. Denn sonst könnte der Subtrahendus, als die Summe des Subtractoris und der bleibenden Zahl unmöglich theilbar seyn (§. 558). Z. E. Man subtrahire die in 8 untheilbare Zahl 26 von der theilbaren 72, so ist das bleibende untheilbar, und hat den Rest 6, weil auch das Complement von 26, 6 ist.

§. 565. Im Multipliciren hat man oben schon (§. 542) zu ersehen, daß eine in ein gewisses Maaß theilbare mit einer andern ganzen Zahl, die theil- oder untheilbar seyn möge; oder, so einerley, eine untheilbare jedoch ganze Zahl mit einer theilbaren, multi-

plici-

pliciret, in allewege ein theilbares Product geben müsse. Worzu hier noch dieses folgende kommt.

§. 566. Wenn man eine in ein gewisses Maaß untheilbare mit einer in eben solches Maaß untheilbaren Zahl multipliciret, so verhält sich (nämlich was das Maaß betrifft) das Product, wie das Product der Reste beyder Factorum, nämlich, wenn dieses theilbar, so ist auch das ganze Product theilbar; und wenn solches Product der Reste nicht theilbar, sondern einen Rest und Complement hat, so ist auch das ganze Product untheilbar, und muß eben denselben Rest und Complement haben.

Z. E. Das Product von 28 mal 54, welche 2 Zahlen (z. E.) in das Maaß 8 untheilbar, und die Reste 4 und 6 haben, muß in 8 theilbar seyn, weil das Product aus 4 mal 6 ist 24, so in 8 theilbar ist. Item: Das Product von 27 mal 45, welche 2 Zahlen in 8 dividiret die Reste 3 und 5 haben, muß in 8 untheilbar seyn, und zum Rest 7, wie auch zum Complement 1 haben, weil das Product von 3 mal 5 ist 15, welches in 8 untheilbar, und den Rest 7, auch das Complement 1 hat.

Beweis.

Weil beyde Factores untheilbar, so kann jeder derselben als zwey zusammen gesetzte Größen angesehen werden, deren eine theil- und die andere untheilbar ist. Indessen, wenn man etliche Größen oder Zahlen mit etlichen Größen oder Zahlen multipliciret, so erwächset das Factum, wenn man jede Größe des Multiplicandi mit jeder Größe des Multiplicatoris ins besondere multiplicirt, und solche Facta partialia zusammen addiret (§. 155. 170): Derowegen, wenn ich allhier (zu desto bequemerer

rer Erläuterung) die erwehnte theilbaren Größen beyder Factorum mit a und b, die untheilbaren aber mit c und d benenne; und also a+c mit b+d multiplicire, so erwächset das Product, wenn ich a+c mit b, wie auch besonders mit d multiplicire, und die kommenden Facta partialia addire. Nun sind aber alle Facta, die einen theilbaren Factorem haben, theilbar (§. 565): Dahero muß das erste Factum partiale, welches entstehet, so a+c mit b multipliciret wird; wie auch der Theil des andern Facti partialis, welcher entstehet, da die Größe a mit d multipliciret wird, nothwendig theilbar seyn. Folgends bleibet nur noch dasjenige Factum übrig, welches entstehet, da die beyde Größen c und d mit einander multipliciret werden. Wenn nun dieses Factum gleichfalls theilbar ist, so muß auch das ganze Hauptfactum, als das Collect aller gedachten Factorum partialium theilbar seyn (§. 541): Hingegen, wenn solches Factum aus c ✕ d nicht theilbar ist, sondern einen Rest und Complement hat, so muß auch das ganze Hauptfactum untheilbar seyn, und eben denselben Rest, folgends auch eben dasselbe Complement (§. 560) haben.

§. 567. Da nun in einer geometrischen Progreßion (§. 314) die Glieder, von dem kleinesten an, immerfort mit einem gemeinen Multiplicatore multipliciret werden, so muß der Rest von jedem höhern Gliede, wenn sie so wohl, als auch der Exponent, oder gemeine Multiplicator, in ein gewisses Maaß untheilbar, allezeit so groß seyn, als der Rest des Products ist, welches aus der Multiplication des Rests des nächst vorhergehenden niedrigern Gliedes mit dem Reste des gemeinen Multiplicatoris entstehet (§. 566). Dannenhero, wenn man nur den Rest von dem kleinsten Gliede und von dem Exponenten

nenten weiß, kann man den Rest von jedem Gliede, ohne dasselbe allererst auszurechnen, und in das gewisse Maaß wirklich zu dividiren, so fort hersagen.

Z. E. Wenn man in der mit 10 aufsteigenden Progreßion 1. 10. 100. 1000. 10000. 100000 ꝛc. 7 vor das Maaß annimmt, so ist der Rest des 1ten Gliedes 1 (§. 231), und des Exponentens 3. Demnach muß der Rest von dem 2ten Gliede 3 mal der Rest des 1ten Gliedes seyn, nämlich 3; der Rest des 3ten Gliedes oder von 100, ist 3 mal die vorige 3, oder 9, wovon 7 abgeworfen, bleiben 2; der Rest des 4ten Gliedes, oder von 1000, ist 3 mal die vorige 2, oder 6; der Rest des 5ten Gliedes oder von 10000, ist 3 mal die vorige 6, oder 18, wovon 2 mal 7 abgeworfen, bleiben 4; der Rest des 6ten Gliedes ist 3 mal die vorige 4, oder 12, das ist nämlich 5, u. s. w. Daß also ein jeder Rest eines niedrigen Gliedes, immerfort nur mit dem Rest des gemeinen Multiplicatoris multipliciret werden darf.

§. 568. Derowegen, wenn der Rest des gemeinen Multiplicatoris 1 ist, so müssen alle Glieder eben denselben Rest haben, welchen das 1te kleineste Glied hat, indem 1 nicht multipliciren kann (§. 264).

Z. E. Wenn man in der Progreßion 10. 1000. 100000. 10000000 ꝛc. das Maaß 11 nimmt, so ist der Rest des 1ten Gliedes 10 (§. 231), und des Multiplicatoris, der allhier 100 ist, 1 (denn 100 in 11 dividiret lässet 1 übrig). Derowegen müssen die Reste von jedem Gliede immerfort gleich dem ersten Rest 10 seyn.

§. 569. Folgends, wenn der Rest von dem kleinesten Gliede ebenfalls 1 ist, so müssen alle Reste immerfort 1 bleiben.

Z. E.

Z. E. N°. 1. Wenn man in der Progreßion 1. 10. 100. 1000. 10000 ꝛc. das Maaß 9 oder 3 nimmt, so ist der Rest des 1ten Gliedes 1 (§. 231), und des gemeinen Multiplicatoris auch 1 (denn 10 in 9 oder 3 dividiret lässet 1 übrig). Dahero muß der Rest von jedem Gliede, das ist von 100, 1000, 10000, ꝛc. wenn sie in 9 oder 3 dividiret werden, allezeit 1 seyn.

N°. 2. Wenn man in der Progreßion 1. 100. 10000. 1000000 ꝛc. 11 vor das Maaß nimmt, so ist der Rest von dem 1ten Gliede so wohl, als auch der Rest des Multiplicatoris 1 (denn 100 in 11 dividiret lässet 1 übrig). Derowegen müssen alle Glieder in dieser Progreßion, wenn sie jedes in 11 dividiret werden, 1 übrig lassen.

§. 570. Auf solche Weise kann man aus einer gegebenen Zahl so fort wissen, ob ihr Werth an kleineren Sorten oder Theilen, in ein gewisses Maaß theilbar, oder was ihr Rest sey, ohne daß man selbige gegebene Zahl allererst zu kleineren Sorten wirklich machen darf. Denn, wenn man sie wirklich zu kleineren Sorten oder Theilen machen will, so wird sie mit dem Werth einer ganzen Einheit multipliciret (§. 157. N°. 1 und 2): Derowegen darf man nur die Reste, welche entstehen, so man so wohl die gegebene Zahl, als besonders den Werth einer ganzen Einheit, in das gewisse Maaß dividiret, mit einander multipliciren, so zeiget solches Product an, ob der Werth der ganzen gegebenen Zahl theilbar, oder auch wieviel der Rest sey (§. 566).

Z. E. Wenn man wissen will, ob 19 fl. oder Ganze, wenn sie zu ℔ oder 30tel gemacht werden, in das Maaß (z. E.) 8 aufgehen, so darf man nur 3 (als den Rest

von

von 19) mit 6 (als den Rest von 30) multipliciren, kommen 18, welche 2 übrig lassen. Hieraus ist man vergewissert, daß der Werth von 19 fl. in ℋ oder von 19 Ganzen in 30tel, ebenfalls den Rest 2 haben müsse; das auch in der That also ist, indem 19 mal 30 geben 570, welche in 8 dividiret, 2 übrig lassen.

§. 571. Alle Zahlen die in 2 theilbar sind (§. 223), wie z. E. 2, 4, 6, 8, 10, 12, ꝛc. nennet man **gerade**; die aber in 2 untheilbar sind, als 1, 3, 5, 7, 9, 11, ꝛc. **ungerade Zahlen.** Obgleich aber die Unität oder 1 sonst nicht eine Zahl heißt (§. 34): So wird doch dieselbe allhier unter den ungeraden Zahlen mit verstanden.

§. 572. Diesemnach müssen alle Primzahlen (§. 165), welche größer als 2 sind, ungerade Zahlen seyn. Denn sonst müßten sie in 2 theilbar seyn (§. 571); und weil sie größer als 2 sind, müßte 2 ihr gerade aufmessender Theil seyn (§. 251); folgends könnten sie keine Primsondern componirte Zahlen seyn (§. 520).

§. 573. Auf gleiche Weise benenne ich die 1ste Stelle zur Rechten von einer Zahl, als auch die 3te, die 5te, die 7te ꝛc. **ungerade Stellen**; die 2te, 4te, 6te ꝛc. aber **gerade Stellen.** Ebenermaßen verstehe ich durch die **ungeraden Classen** von einer Zahl (deren jede von rechter Hand anfangend, 3 Stellen in sich enthält, §. 72) die 1ste, 3te, 5te ꝛc. Classe; hingegen durch die **geraden Classen**, die 2te, 4te, 6te Classe ꝛc.

§. 574. Wenn man dasjenige, was vorhin von allen Maaßen überhaupt gesaget worden, auf das Maaß 2, das ist auf gerade und ungerade Zahlen appliciret, so hat man wahrzunehmen

I. (§. 541): Wenn man etliche gerade Zahlen zusammen addiret, oder von einander subtrahiret, so muß

in jenem Falle das Collect, und in diesem der Rest allezeit eine gerade Zahl seyn.

II. (§. 542): Wenn eine gerade Zahl, es sey mit einer geraden oder ungeraden Zahl, multipliciret wird, muß das Product eine gerade Zahl seyn.

III. (§. 557): Wenn man 2 ungerade Zahlen zusammen leget, so ist ihre Summe eine gerade Zahl. Denn wenn das Maaß oder der Divisor 2 ist, so muß der Rest weniger als 2 (§. 209), folgends nur 1 seyn, und eben so viel ist auch das Complement (§. 552): Demnach wird in einer Summe von zweyen ungeraden Zahlen das eine Complement von dem andern Rest ersetzet, folglich wird sie eine gerade Zahl.

IV. (§. 559): Wenn man eine gerade Anzahl ungerader Zahlen zusammen addiret, so ist die Summe eine gerade Zahl. Denn die Reste der ungeraden Zahlen sind immerfort 1 (wie vorher Artik. III. gemeldet); folgends bestehet die Summe solcher Reste in so viel Unitäten, als die Anzahl der zusammen addirten Zahlen ist. Wenn nun selbige Anzahl gerade, so ist auch die Summe der Reste, und folgends auch die Summe aller summirten Zahlen, eine gerade Zahl.

V. (§. 560): Wenn man eine gerade und eine ungerade Zahl zusammen nimmt, so ist die Summe ungerade.

VI. (§. 561): Wenn eine ungerade Anzahl ungerader Zahlen zusammen genommen wird, so muß die Summe eine ungerade Zahl seyn, (wie solches im nächst vorigen Artik. IV. bereits erkläret worden).

VII. (§. 564. Artik. I.): Wenn man eine ungerade Zahl von einer ungeraden subtrahiret, so muß eine gerade

Zahl

Zahl übrig bleiben. Denn die Reste der gegebenen Zahlen, sind allezeit einander gleich, nämlich 1.

VIII. Demnach ist die Differenz zweyer Primzahlen, die über 2 sind, allezeit eine gerade Zahl. Denn jede Primzahl ist ungerade (§. 572): Folglich muß ihre Differenz eine gerade Zahl übrig lassen (vorhin Artik. VII.)

IX. (§. 564. Artik. III.): Wenn eine gerade Zahl von einer ungeraden subtrahiret wird, ist das bleibende eine ungerade Zahl.

X. (ibid. Artik. IV.): Also auch, wenn eine ungerade von einer geraden subtrahiret wird, ist das bleibende eine ungerade Zahl.

XI. (§. 565): Wenn man eine ungerade Zahl mit einer ungeraden multipliciret, so muß das Product eine ungerade Zahl seyn. Denn weil der Rest jedes Factoris 1 ist (vorhin Artik. III.), so enthält das Product solcher Reste 1 mal 1 in sich, und ist folglich allezeit ungerade.

§. 575. Aus diesem nächst vorhergehenden §. 574, absonderlich aus Artik. VI. könnet ihr insonderheit wahrnehmen, wie vergeblich mancher seinen Kopf zerbricht, mit derjenigen Aufgabe, welche insgemein pfleget aufgegeben zu werden, da man 20 in 5 ungerade Zahlen zu *vertheilen* verlanget. Denn eine ungerade Anzahl (als 5) ungerader Zahlen, können unmöglich zusammen eine gerade Zahl (als 20) ausmachen.

§. 576. Wenn ein Rest aus einer Division ein Maaß ist zu dem Divisore, so muß solcher Rest auch zu dem Dividendo das Maaß seyn.

Z. E. Man dividire 148 in 8, ist der Rest 4. Weil

nun der Divisor 8 in den Rest 4 theilbar, so muß auch der Dividendus 148 in 4 theilbar seyn.

Beweis.

Wenn man dem Dividendo den Rest abnimmt, kann das bleibende durch den Divisorem gerade aufgemessen werden (§. 552). Demnach kann man den Dividendum als ein Collect aus zweyen zusammen gesetzten Größen ansehen, von welchen eine derselben, nämlich der Rest in sich selbst theilbar ist (§. 250); und da die andere Größe durch den Divisorem, und dieser, vermöge des Satzes, ferner durch den Rest gerade aufmeßlich, so muß auch solche Größe durch den Rest gerade aufmeßlich seyn (§. 543): Folgends ist jede Größe ins besondere durch den Rest theilbar, derowegen muß auch der ganze Dividendus, als das Collect beyder Größen, durch denselben Rest theilbar seyn (§. 541).

§. 577. Hieraus folget ferner, wenn ein Rest in einer Division mit dem Divisore ein gemeines Maaß hat, nämlich einen gemeinen gerade aufmessenden Theil, daß dasselbige Maaß auch zu dem Dividendo gemein seyn müsse. Denn da beyde Größen, aus welchen der Dividendus zusammen gesetzt ist, als nämlich der Rest und das andere Stück, in welchen der Divisor aufgehet, in solches Maaß theilbar sind (§. 543); so muß nothwendig auch der ganze Dividendus in dasselbe Maaß theilbar seyn (§. 541).

§. 578. Also folget auch, wenn zwey verschiedene Zahlen, welche in einander dividiret, einen Rest übrig lassen, ein gemeines Maaß haben, so muß solches Maaß auch zu besagtem Reste gemein seyn. Denn da der Dividendus, als das Collect der beyden Größen, nämlich

des

des Rests, und der übrigen dividirten Größe, in welcher der Divisor theilbar ist, so wol, als auch eine von diesen Größen, nämlich die übrige dividirte Größe, darinnen der Divisor aufgehet (§. 543), in ein gemeines Maaß theilbar, so muß auch die andere Größe, nämlich der Rest, in solches Maaß theilbar seyn (§. 562).

§. 579. Derowegen erhellet, wenn 2 Zahlen in einander dividiret, einen Rest übrig lassen

I. daß ihr größtes gemeines Maaß, daferne sie eines haben, nicht mehr als der Rest seyn kann. Denn alle Maaße, welche den Divisorem und Dividendum gerade aufmessen, müssen auch den Rest aufmessen können (§. 578). Indessen ist das größte Maaß zum Reste, der Rest selbst (§. 550): Derowegen kann der Divisor und Dividendus kein größer Maaß haben, als der Rest ist.

II. Wenn nicht der Rest selbst, sondern nur ein Theil desselben das größte gemeine Maaß zu dem Rest und Divisore ist, daß auch der Divisor und Dividendus, kein größeres gemeines Maaß, als eben derselbe Theil ist, haben können. Denn sonst müßte solches größere Maaß auch dem Rest und Divisori gemein seyn (§. 578), welches aber wider den Satz ist.

§. 580. Wenn ein Rest in einer Division mit dem Divisore ein gemeines Maaß hat, so muß dasselbe Maaß auch zu dem Complement gemein seyn. Wiederum auch wenn das Complement mit dem Divisore ein gemeines Maaß hat, so muß solches Maaß auch zu dem Rest gemein seyn.

Beweis.

Der Divisor ist die Summe des Rests und Complements (§. 553). Wenn demnach der Divisor ein ge-

wisses Maaß hat, so müssen die 2 summirenden Größen jede vor sich, nämlich der Rest und Complement, entweder beyde theil- oder beyde untheilbar in solches Maaß seyn (§. 562). Da nun, vermöge des Satzes, eine von beyden summirenden Zahlen so wohl, als deren Summe oder der Divisor, in ein gewisses Maaß theilbar, so muß nothwendig auch die andere summirende Zahl in dasselbe Maaß theilbar seyn.

§. 581. Dannenhero, wenn ein Complement mit einem Divisore ein gemeines Maaß hat, so muß dasselbe Maaß auch zu dem Dividendo gemein seyn. Denn wenn ein Complement mit dem Divisore ein gemeines Maaß hat, muß selbiges Maaß auch zu dem Rest gemein seyn (§. 580); folgends auch zu dem Dividendo (§. 576 und 577).

§. 582. Desgleichen, wenn ein Divisor und Dividendus, welche in einander dividiret, einen Rest übrig lassen, in ein gewisses Maaß theilbar, so muß solches Maaß auch zu dem Complement gemein seyn. Denn alle Maaße, welche den Divisorem und Dividendum aufmessen, müssen auch den Rest (§. 578); folgends auch das Complement (§. 580) aufmessen können.

§. 583. Weil nun das größte Maaß des Complements das Complement selbst ist (§. 550), so folget (auf die Weise wie §. 579 von dem Reste dargethan worden), daß zu einem Divisore und Dividendo, welche in einander dividiret, einen Rest, folgends auch ein Complement haben, ihr größtes gemeines Maaß (wenn sie eines haben) nicht mehr als das Complement seyn könne: Und eben dasjenige größte gemeine Maaß von dem Complemente und Divisore, muß auch das größte gemeine Maaß zum Dividendo und Divisore seyn.

§. 584.

§. 584. Solchemnach, da das gemeine Maaß zu einem Divisore und Dividendo, welche in der Division einen Rest übrig lassen, nicht größer als solcher Rest (§. 579), auch nicht größer als das Complement (§. 583) seyn kann, so ist man gewiß versichert, wenn das Complement mehr als die Hälfte des Divisoris, folgends größer als der Rest ist, daß das Complement nicht das gemeine Maaß zu selbigem Divisore und Dividendo seyn könne. Gleichergestalt, wenn der Rest größer als das Complement ist, so darf man sich nicht vergeblich bemühen, zu suchen, ob solcher Rest das gemeine Maaß von demselben Divisore und Dividendo sey, weil ihr gemeines Maaß unmöglich größer als das Complement seyn kann.

§. 585. Eine angenommene Größe, kann von einer andern Größe nicht anders das Maaß seyn, es sey denn, daß die andere Größe just 1. 2. 3 oder 4 mal ꝛc. so viel, als die angenommene ist, oder welches einerley, daß die andere Größe just 1. 2. 3 oder 4 mal ꝛc. die angenommene in sich enthält. Denn sonst gehet die Theilung oder das Ausmessen nicht gerade auf, folgends kann sie auch nicht das Maaß von der andern Größe heißen (§. 249). Z. E. Die Größe 12 kann zu keinen andern Zahlen ein Maaß seyn, als allein zu 12, 24, 36, 48 ꝛc. das ist zu 1. 2. 3 oder 4 mal 12 ꝛc. Derowegen ist die allerkleinste Zahl, zu welcher eine angenommene Größe ein Maaß seyn kann, so groß als selbige angenommene Größe selbst.

§. 586. Zwey gegebene verschiedene Größen, die kein gemeines Maaß haben, können (nämlich beyde zugleich) I. zu keiner kleinern Größe, als das Product der zweyen gegebenen Größen ist; auch II. zu keinen andern größern Zahlen, als nur zu solchen Zahlen, welche be-

sagtes Product just 2, 3 oder 4 mal ꝛc. in sich enthalten, die Maaße seyn.

Z. E. Die Größen 4 und 9 haben kein gemeines Maaß, so können sie auch I. zu keiner kleinern Zahl, als 4 mal 9, nämlich 36, wie auch II. zu keiner andern größern Zahl, als allein zu 72, 108, 144 ꝛc. (das ist zu 2, 3 oder 4 mal 36 ꝛc.) die Maaße seyn.

Beweis.

Daß daß Product der zweyen gegebenen Größen in beyde Größen theilbar sey, ist vorhin schon klar (§. 271), und derowegen müssen auch alle diejenigen Producte, welche aus jenem Product, und einer ganzen Zahl componiret, in solche gegebene 2 Größen theilbar seyn (§. 542). Demnach stehet nur noch zu erweisen, daß keine andere Zahl, als die gedachten Producte in selbige gegebene 2 Größen theilbar seyn könne. Ich erweise es also:

Vom ersten Satze.

Wenn das Product der 2 gegebenen Größen (z. E. von 4 und 9) in jede solcher Größen ins besondere dividiret wird, kommen in dem Quotienten die gegebenen Größen (4 und 9) selbst (§. 267). Folgends müssen bey einem kleinern Dividendo die Quotienten solcher Divisorum (4 und 9) zwey kleinere Zahlen seyn, als sie, die Divisores oder die gegebenen Größen (4 und 9) sind (§. 285). Indessen müssen sich die Quotienten von ungleichen Divisoribus zu einander verhalten (wiewol wiederkehrlich) gleichwie sich die Divisores selbst zu einander verhalten (§. 288): Derowegen müssen die in dem Quotienten kommende zwey kleineren Zahlen eben die Verhält-

hältniß haben, welche die 2 gegebenen Größen haben. Da aber die Verhältniß der Zahlen, welche kein gemeines Maaß haben, in keinen kleinern ganzen Zahlen gefunden werden kann (§. 322), und die gegebenen 2 Größen, vermöge des Satzes, kein gemeines Maaß haben; so können die Quotienten aus der verlangten Zahl, welche in die gegebenen Größen theilbar seyn soll, unmöglich kleinere ganze Zahlen seyn, als die gegebenen Größen selbst sind. Folgends ist die kleineste unter solchen verlangten Zahlen, das erwehnte Product, welches eben dieselben Größen in den Quotienten herausbringet.

Vom 2ten Satze.

Wenn man das Product nicht mit einer ganzen Zahl multipliciret, sondern nur ein oder mehrmal nebst ein- oder etliche Theile daraus nimmt, so bestehet die kommende Zahl aus dem vielfachen theilbaren Product, das auch theilbar ist (§. 542) und darüber noch aus einem Theile oder Stücke des Products, welches nothwendig (weil keine kleinere Zahl als das Product theilbar seyn kann, wie im 1ten Satze erwiesen) untheilbar seyn muß. Indessen ist die Summe zweyer Zahlen, deren eine theil- und die andere untheilbar, allezeit untheilbar (§. 560): Derowegen kann auch keine andere Zahl in die gegebenen 2 Größen theilbar seyn, als allein, wenn man das gedachte Product solcher zweyen Größen just 1, 2, 3 oder 4 mal ꝛc. nimmt.

§. 587. Gleiche Bewandniß hat es mit mehr als 2 Größen.

Z. E. Die Größen 4, 7 und 9 haben kein gemeines Maaß, so können sie auch von keiner kleinern Zahl die Maaße seyn, als allein zu dem Product aus 4 mal 7 mal

9, nämlich zu 252; wie auch zu keinen andern größern Zahlen, als nur zu solchen, welche just 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so groß sind, als das Product 252.

Beweis.

Vermöge der vorhergehenden Proposition können z. E. die Zahlen 4 und 7 zu keinen andern Zahlen, als allein zu solchen die Maaße seyn, welche just 1, 2, 3 oder 4 mal ꝛc. das Product 28 enthalten, das ist zu solchen Zahlen, welche in das Product 28 theilbar sind. Indessen hat die 3te Zahl 9, vermöge gegenwärtigen Satzes, mit den andern Zahlen 4 und 7 kein gemeines Maaß: Derowegen muß sie auch mit dem Product 28 kein gemeines Maaß haben (§. 535); folgends können die 28, als solches Product, und die 3te Zahl 9, zu keiner kleinern Zahl, als das Product ist, welches aus 9 mal 28 erwächset, die Maaße seyn; auch können keine andere größeren Zahlen gefunden werden, als nur solche, die das nächst gedachte Product 252 just etliche mal in sich enthalten (wie solches vorher §. 586 erwiesen worden). Und gleiche Beschaffenheit hat es mit andern, wie auch mit mehrern als nur 3 Zahlen, welche primi inter se sind (§. 253).

§. 588. Wenn demnach eine Zahl in andere gegebene etliche Zahlen, die kein gemeines Maaß haben, aufgehet, so muß sie auch in dem Product solcher andern Zahlen aufgehen, indem keine andere Zahlen zu finden sind, darinnen die gegebenen theilbar seyn könnten, als allein just 1 oder mehr ganze mal solches Product (§. 586 und 587).

Z. E. Alle Zahlen, die in 4 und 9 aufgehen, müssen (weil 4 und 9 kein gemeines Maaß haben) auch in 4 mal 9, das ist in 36 aufgehen.

gehen. Item alle Zahlen, welche in 2 und 3 aufgehen, müssen auch in 6 aufgehen. Item alle Zahlen, welche in 4, 7 und 9 aufgehen, müssen auch in 4 mal 7 mal 9, das ist in 252 aufgehen.

§. 589. Folgends können die Zahlen, welche in eine aus primis inter se (§. 253) componirte Zahl untheilbar, unmöglich in alle Factores von selbiger componirten Zahl theilbar seyn. Denn wenn sie in alle Factores, welche primi inter se sind, divisibel wäre, so müßte sie auch in ihr Product divisibel seyn (§. 588). Dannenhero muß eine solche Zahl aufs mindeste in einen von solchen Factoribus untheilbar seyn.

Z. E. Alle Zahlen, welche in 6 (so aus 2 mal 3 componiret ist) untheilbar, können unmöglich in beyden Factoribus von 6, nämlich in 2 und auch in 3 aufgehen, sondern sie müssen entweder in keinen von beyden Factoribus, oder doch aufs mindeste, in einen derselben, nämlich in 2 oder in 3, untheilbar seyn, weil die Factores 2 und 3 primi inter se sind. Item alle Zahlen, welche nicht in 20 aufgehen, können auch nicht in 4 und zugleich auch in 5 aufgehen, denn die Factores 4 und 5 sind primi inter se.

§. 590. Wenn aber zwey gegebene Größen ein gemeines Maaß haben, so können sie auch zu einer kleinern Zahl, als das Product der zwo gegebenen Größen ist, die Maaße seyn; und zwar, wenn man eine von solchen Größen in ihr gemeines Maaß dividiret, und den kommenden Quotienten mit der andern Größe multipliciret, so muß das kommende Product in beyde gegebene Größen theilbar seyn.

Z. E. Die Größen 6 und 10 haben ein gemeines Maaß 2. Wenn nun 6 in 2 dividiret, und der Quotient 3 mit der andern Größe 10 multipliciret; oder 10 in 2 dividiret, und der Quotient 5 mit der ersten Größe 6, multipliciret wird, so muß das Product 30 so wol in 6, als in 10 theilbar seyn.

Be-

Beweis.

Wenn man von den zwo gegebenen Größen eine von beyden, welche man will, in das gemeine Maaß dividiret, oder kleinert, und den kommenden Quotienten mit der andern ungekleinerten Größe multipliciret, so muß beyderseits ein gleich großes Product kommen (§. 278). Indessen muß solches Product in die ungekleinerte Größe ohnstreitig theilbar seyn (§. 271): Derowegen muß es allerdings in beyde gegebene Größen theilbar seyn, indem solches Product, wie gedacht, auf beyderley Art gleich groß entstehet.

§. 591. Die allerkleinste Zahl, welche in 2 gegebenen Größen, die ein gemeines Maaß haben, divisibel seyn kann, ist dasjenige Product, welches erwächset, so man eine der gegebenen Größen, welche man will, in ihr größtes gemeines Maaß (§. 551) dividiret oder kleinert, und den kommenden Quotienten mit der andern ungekleinerten Größe multipliciret. Und können auch keine andere Zahlen gefunden werden, als allein diejenigen, welche entstehen, so man das gedachte Product just 2, 3 oder 4 mal ꝛc. (das ist eine Anzahl mal in Ganzen) nimmt.

Z. E. Die Größen 12 und 16 haben das größte gemeine Maaß 4, so können solche 2 Größen zu keiner kleinern Zahl die Maaße seyn, als zu dem Product, welches dergestalt entstehet, so man entweder die 12 in 4 kleinert, und den Quotienten 3 mit 16 multipliciret; oder die 16 in 4 kleinert, und den Quotienten 4 mit 12 multipliciret, das ist beyderseits nämlich, zu der Zahl 48. Und können auch keine andere Zahlen in 12 und 16 gerade aufgehen, als allein 96, 144, 192 ꝛc. das ist, 2, 3 oder 4 mal ꝛc. das gedachte Product 48.

Beweis.

Beweis.

Wenn man beyde gegebene Größen in ihr größtes gemeines Maaß kleinert, so hat man die Verhältniß solcher zweyen Größen in den möglichst kleinsten ganzen Zahlen (§. 551). Nun muß eine jede Zahl, wenn sie in die 2 gegebene Größen dividiret wird, solche 2 Quotienten bringen, die eben die Verhältniß haben (wiewohl wiederkehrlich) wie solche 2 Größen selbst (§. 288), und aber besagtes Product, welches durch die Multiplication der einen gekleinerten mit der andern ungekleinerten Größe immer gleich erwächset (§. 278 auch §. 590 im Beweise) in seinen Quotienten, wenn es in die 2 gegebene Größen dividiret wird, die 2 gekleinerten Größen herausbringet (§. 267); so müßte eine kleinere Zahl als solches Product ist, wenn selbige in die 2 gegebene Größen divisibel seyn sollte, noch kleinere 2 Quotienten, als die 2 gekleinerten Größen sind, in Ganzen herausbringen können (§. 285), welche nicht minder die Verhältniß haben müßten, wie die gegebene 2 Größen. Da aber solche Verhältniß ohnmöglich in kleinern ganzen Zahlen als die 2 gekleinerten Größen sind, zu finden ist: Derowegen muß auch keine kleinere Zahl, als gedachtes Product zu finden seyn, in welcher die 2 gegebene Größen divisibel seyn könnten. Es ist also dieser Beweis fast gleich dem Beweise des 1ten Satzes im §. 586. Und eben auf die Art wie ibid. der 2te Satz erwiesen worden, wird auch hier der 2te Satz (daß nämlich keine andere Zahlen in solche gegebene Zahlen divisibel seyn können, als allein solche, welche just etliche mal das besagte Product enthalten) erwiesen.

§. 592. Wenn demnach auch mehr als 2 Größen gegeben

geben werden, und sie alle ein gleiches größtes gemeines Maaß haben, das ist ein solches Maaß, welches durch seine Verkleinerung lauter primos inter se, und also die kleinsten in derselben Verhältniß bringet, so kann von ihnen eben dasselbe gesaget werden, welches im vorigen Beweise dargethan worden. Derowegen hat es mit solchen Größen eben die Bewandniß, wie vorhin mit den zweyen Größen. Z. E. Die Zahlen 12, 16 und 20 haben ein gleiches größtes gemeines Maaß 4, welches durch seine Verkleinerung die Zahlen 3, 4 und 5 bringet, die lauter primi inter se sind. Diesemnach können solche 3 Größen zu keiner kleinern Zahl die Maasse seyn, als das Product ist, welches entstehet, so man solche gegebene Zahlen, außer eine derselben, in das größte gemeine Maaß 4 kleinert, und die Quotienten, wie auch die eine ungekleinerte Zahl, in einander multipliciret, das ist, das Product aus $3 \times 4 \times 20$, oder $3 \times 5 \times 16$, oder $4 \times 5 \times 12$, welches denn in allewege 240 bringet; und können auch keine andere größere Zahlen gefunden werden, zu welchen die Zahlen 12, 16, und 20 die Maaße seyn mögen, als nur allein solche, die just 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so groß sind, als besagtes Product 240 ist.

§. 593. Allein, wenn die gegebenen Größen nicht ein gleiches größtes gemeines Maaß haben, das lauter primos inter se, oder die kleinsten in derselben Verhältniß bringet, so kann bey ihnen dasjenige, was im vorigen Beweise dargethan worden, nicht statt finden. Z. E. Die Zahlen 16, 20 und 24 haben ein gleiches gemeines Maaß 4, aber nicht ein gleiches größtes. Denn wenn man diese Zahlen in 4 kleinert, kommen 4, 5 und 6, welche 4 und 6 nicht primi inter se, sondern noch ein gemei-

gemeines Maaß haben. Derowegen muß man in solchem Falle diejenigen Zahlen, welche durch die erstere Verkleinerung noch nicht zu primis inter se gebracht worden, abermals nach voriger Weise weiter kleinern, daferne man die allerkleinste ausmeßliche Zahl haben will. Und solchergestalt (wenn man nämlich, wie vorhin gelehret worden, immerfort eine Größe ungekleinert behält, und solche mit den gekleinerten multipliciret) ist bey gegenwärtigem Exempel die ausmeßliche kleinste Zahl: 2 ✕ 6 ✕ 20, oder 4 ✕ 3 ✕ 20, oder 2 ✕ 5 ✕ 24, oder 3 ✕ 5 ✕ 16, das ist in allewege 240.

§. 594. Weil es aber gleich viel ist, ob man, wie vorhin, eine ungekleinert behält, oder ob man sie alle zugleich, wie sonst beym kleinern gewöhnlich, so lange kleinert, bis primi inter se kommen, und solche kommenden primos inter se so wohl als auch daß Maaß, oder, wo etliche mal gekleinert worden, die Maaße, alle ineinander multipliciret (§. 269); so kann man insonderheit, wenn die gegebenen Größen mehr als nur 2 sind, und solche nicht ein gleiches größtes gemeines Maaß haben, dieselben ordentlich in ihr gleiches gemeines Maaß, und die kommenden Zahlen, so oft als ein gemeines Maaß bey einigen derselben zu finden, nach und nach kleinern, alsdenn die entstehenden primos inter se so wohl, als auch die vorhin gebrauchten Maaße, wiederum in einander multipliciren. Wie solches mit mehrern unten an seinem Orte gezeiget werden soll.

§. 595. Wenn eine Zahl, in eine componirte Zahl dividiret, einen Rest übrig lässet, und man dividiret solchen Rest, oder auch die ganze Zahl in jeden der Factorum, aus welchen der Divisor componiret ist, so müssen die hieraus kommenden Reste, daferne bey einem

Facto-

Factore was übrig bleibet, in allewege einander gleich seyn.

Z. E. Alle Zahlen, welche in die aus 2 mal 3 componirte Zahl 6 dividiret, 5 übrig lassen, müssen in 2 dividiret 1, und in 3 dividiret 2, übrig lassen, weil der gedachte Rest 5, ebenfalls in 2, 1, und in 3, 2 übrig lässet.

Item alle Zahlen, welche in 6 dividiret 4 übrig lassen, müssen, gleichwie der Rest 4, in 2 aufgehen, und in 3, 1 übrig lassen.

Item alle Zahlen, welche in 6 dividiret 3 übrig lassen, müssen, gleichwie der Rest 3, in 2, 1 übrig lassen, und in 3 aufgehen.

Item alle Zahlen, welche in 6 dividiret 2 übrig lassen, müssen, gleichwie der Rest 2, in 2 aufgehen, und in 3, 2 übrig lassen (§. 231).

Endlich alle Zahlen, welche in 6 dividiret 1 übrig lassen, müssen, gleichwie der Rest 1, sowohl in 2, als auch in 3, 1 übrig lassen.

Beweis.

Wenn man einer solchen Zahl, die in eine componirte Zahl dividiret einen Rest übrig lässet, so viel als solcher Rest ist, abnimmt, so ist das bleibende in selbige componirte Zahl (§. 552), folgends auch in ihre Factores (§. 543) theilbar. Demnach ist eine solche Zahl nichts anders, als ein Collect zweyer Größen oder Stücke, nämlich des gedachten Rests, und des übrigen andern Stückes. Da nun solches andere Stück, wie erwehnet, in die Factores gewiß theilbar ist, so folget, wenn die ganze Zahl in einen von solchen Factoribus theilbar, daß auch jenes Stück, nämlich der mehrgedachte Rest, in denselben Factorem theilbar seyn müsse (§. 562): Wiederum auch, wenn

die

die ganze Zahl in einen der Factorum dividiret, einen Rest übrig läßt, daß solcher Rest gleich seyn müsse dem Reste, welchen jenes Stück oder jener Rest, in denselben Factorem dividiret, übrig läßt (§. 560).

§. 596. Wenn man demnach eine Primzahl (§. 165) durch eine componirte Zahl dividiret, und zwar eine solche Primzahl, welche größer ist, als die Elementa (§. 527) von der componirten Zahl; so muß ein solcher Rest übrig bleiben, der in jeden der Factorum, aus welchen der Divisor componirt ist, untheilbar. Denn wenn solcher Rest in einen von solchen Factoribus theilbar wäre, müßte auch der ganze Dividendus in solchen Factorem theilbar seyn (§. 595), welches aber nicht seyn kann, indem eine Primzahl keine andern gerade aufmessenden Theile hat, als nur allein die Unität (§. 531), folglich kann sie in keine kleinere Zahl, als sie selbst ist, theilbar seyn.

Z. E. Alle Primzahlen, so größer sind als 2, müssen in die aus 2 mal 2 componirte Zahl 4 dividiret, 1 oder 3 übrig lassen, und keinesweges 2, weil 2 in den Factorem 2 theilbar ist.

Item alle Primzahlen, so größer sind als 3, müssen in die aus 2 mal 3 componirte Zahl 6 dividiret, entweder 1 oder 5 übrig lassen, nicht aber 2, 3 oder 4, indem 2 und 4 in den Factorem 2; und 3 in den Factorem 3 divisibel ist.

Dividiret man aber eine solche Primzahl, so größer als 3 ist, in 12, so muß der Rest entweder 1, oder 5, oder 7, oder 11 seyn. Denn 12 ist componirt aus 2 mal 6, oder 3 mal 4; derowegen kann der erwehnte Rest unmöglich 2, 3, 4, 6, 8, 9 oder 10 seyn, indem jede dieser Zahlen in einen von den benannten Factoribus theilbar ist.

§. 597. Hieraus hat man wahrzunehmen, daß alle Quadratzahlen (§. 181), deren Radix eine größere

Primzahl als 3 ist, in 6 dividiret, immerfort 1 übrig lassen müssen. Denn alle solche Primzahlen lassen in 6 dividiret 1 oder 5 übrig (§. 596). Nun ist 1 mal 1, 1; und 5 mal 5, 25, das ist 4 mal 6 + 1: Derowegen muß ihr Quadrat, welches durch die Multiplication mit sich selbst erwächset, in allewege 1 übrig lassen (§. 566).

§. 598. Alle Zahlen, welche zur Rechten eine 0 haben, sind in 10 theilbar. Denn wenn eine solche Zahl in 10 dividiret wird (§. 235), bleibet nichts übrig. Also auch sind alle Zahlen in 100 theilbar, welche 2 Nullen zur Rechten haben; in 1000 aber, welche 3 Nullen haben, u. s. w.

§. 599. Alle Zahlen, welche zur Rechten eine Nulle, oder eine bedeutliche gerade Ziffer stehen haben, sind gerade Zahlen, und lassen sich dannenhero in 2 aufheben.

Beweis des ersten Falles.

Wenn eine Zahl zur Rechten eine 0 hat, ist sie in 10 theilbar (§. 598). Es ist aber 10 ferner in 2 theilbar: Derowegen müssen alle Zahlen, welche eine 0 zur Rechten haben, auch in 2 theilbar (§. 543), und folgends gerade Zahlen seyn (§. 571).

Beweis des andern Falles.

Wenn zu einer Zahl, welche eine 0 zur Rechten hat, eine gerade Ziffer addiret wird, das ist, wenn man an statt der 0 eine gerade bedeutliche Ziffer setzet, so ist die ganze Zahl eine Summe zweyer Größen, die jede ins besondere in 2 theilbar. Derowegen muß auch solche Zahl allerdings in 2 aufgehen (§. 574. I.) und also gerade seyn (§. 571).

§. 600. Hieraus folget, wenn eine Zahl zur Rechten eine ungerade Ziffer hat, daß sie eine ungerade Zahl, und folgends

folgends in 2 untheilbar sey. Denn solchergestalt ist die ganze Zahl eine Summe solcher zweyen Zahlen, deren eine in 2 theilbar, und die andere untheilbar (§. 574 V.). Und ist ihr Rest, wenn sie in 2 dividiret wird, allezeit 1 (§. 223).

§. 601. Alle Zahlen, welche zur Rechten eine ungerade Ziffer haben, können in keine gerade Zahl theilbar seyn.

Beweis.

Alle gerade Zahlen sind in 2 theilbar (§. 571), folgends müssen alle Zahlen, welche in eine gerade Zahl divisibel sind, auch in 2 aufgehen (§. 543). Da aber die Zahlen, welche zur Rechten eine ungerade Ziffer haben, unmöglich in 2 aufgehen können (§. 600): So können sie auch in keine gerade Zahl aufgehen (§. 545).

§. 602. Auf gleiche Art erweiset man

I. daß alle Zahlen, welche zur Rechten eine 0 oder 5 haben, in 5 aufgehen müssen (und ist der **Beweis** hiervon gleich dem Beweise §. 599). Denn, wenn einer Zahl zur Rechten eine 0 stehet, ist sie in 10 (§. 598); 10 ist aber ferner in 5 theilbar: Derowegen muß auch solche Zahl selbst in 5 theilbar seyn (§. 543). Also auch wenn man an statt der 0 eine 5 setzet, die vor sich selbst ebenfalls in 5 aufgehet, so muß die ganze Zahl, als die Summe zweyer Zahlen, welche jede ins besondere in 5 theilbar, allerdings in 5 aufgehen (§. 541).

II. Wenn eine Zahl nicht 5, sondern eine andere bedeutliche Ziffer zur Rechten hat, daß sie in 5 nicht aufgehen kann (und ist der Beweis hiervon gleich dem Beweise §. 600). Denn alle andere bedeutliche Ziffern sind in 5 untheilbar, folgends ist die ganze Zahl eine Summe solcher zweyen Zahlen, deren eine in 5 theil- und die andere

untheilbar: Derowegen muß nothwendig auch die ganze Zahl in 5 untheilbar seyn, und zwar muß ihr Rest, wenn sie nämlich in 5 dividiret wird, allezeit gleich dem Reste der bedeutlichen Ziffer zur Rechten seyn, den diese übrig läßt, wenn sie vor sich selbst in 5 dividiret wird (§. 560), das ist entweder die bedeutliche Ziffer selbst (§. 231), oder wo sie größer als 5, so viel als sie über 5 ist.

III. Wenn eine Zahl keine 5 noch ○ zur Rechten hat, und also in 5 untheilbar, daß sie auch in keine solche Zahl aufgehen kann, die zur Rechten eine 5 oder ○ hat, das ist, die in 5 theilbar, oder die aus einem Factore 5 componiret ist (§. 545).

§. 603. Eine jede Zahl, die zur Rechten eine 5 hat, muß in dem Producte, wenn sie mit einer geraden Zahl multipliciret wird, eine ○, wenn sie aber mit einer ungeraden Zahl multipliciret wird, eine 5 zur Rechten bringen.

Beweis.

Wenn eine Zahl zur Rechten eine 5 hat, ist sie in 5 theilbar (§. 602. I.). Folgends muß das Product aus solcher Zahl mit einer ganzen Zahl multipliciret, gleichfalls in 5 theilbar seyn (§. 542), und demnach entweder 5 oder ○ zur Rechten haben (§. 602. II.). Indessen müssen alle Producte, welche einen geraden Factorem haben, gerade Zahlen seyn (§. 574. II.), und also eine gerade Ziffer zur Rechten haben (§. 600); hingegen alle Producte, welche aus lauter ungeraden Factoribus erwachsen, ungerade Zahlen seyn (§. 574. XI.), folgends eine ungerade Ziffer zur Rechten haben (§. 599): Derowegen müssen alle Zahlen, welche eine 5, so eine ungerade Ziffer ist, zur Rechten haben, das sind solche ungerade Zahlen, welche in 5 theilbar, wenn sie mit einer geraden

Zahl

Zahl multipliciret werden, nothwendig gerade und in 5 theilbare Producte bringen, das sind keine andere, als mit einer o zur Rechten; hingegen wenn sie mit einer ungeraden Zahl multipliciret werden, müssen sie nothwendig ungerade, und doch in 5 theilbare Zahlen bringen, welche keine andern seyn können, als die eine 5 zur Rechten haben.

§. 604. Merket zugleich hieraus (und zwar vermittelst §. 148), daß alle Zahlen, welche zur Rechten eine gerade Ziffer haben, in dem Product, wenn sie mit 5 multipliciret werden, eine o zur Rechten bringen müssen.

§. 605. Alle Zahlen, welche 2 Nullen, oder solche bedeutliche 2 Ziffern zur Rechten haben, die in 4 aufgehen, müssen in 4 theilbar seyn.

Beweis.

Dieser ist gleich dem Beweise §. 599. Denn wenn eine Zahl zur Rechten 2 Nullen hat, ist sie in 100 (§. 598), folgends, weil 100 in 4 aufgehet, auch in 4 theilbar (§. 543). Wenn nun an statt der 2 Nullen eine solche bedeutliche Zahl stehet, welche gleichfalls in 4 aufgehet, so muß die ganze Zahl, als die Summe zweyer in 4 theilbaren Zahlen allerdings in 4 aufgehen (§. 541).

§. 606. Hieraus folget, daß diejenigen Zahlen, deren 2 Ziffern zur Rechten in 4 untheilbar, keinesweges in 4 aufgehen können. Denn solchergestalt ist die ganze Zahl eine Summe zweyer Zahlen, deren eine in 4 theilbar, die andere untheilbar ist. Und muß der Rest, wenn man die ganze Zahl in 4 dividiret, allezeit gleich seyn dem Reste, als wenn man die 2 Ziffern zur Rechten in 4 dividiret (§. 560).

§. 607. Auf gleiche Art folget, weil alle Zahlen, welche zur Rechten 2 Nullen haben, in 100 (§. 598), und 100 ferner in 25 theilbar (denn 4mal 25 ist 100), daß alle Zahlen, welcher 2 Ziffern zur Rechten in 25 theilbar, das ist, wenn sie 25, 50, 75 oder 00 sind (denn sonst alle andere Zahlen von zweyen Ziffern sind in 25 untheilbar), ohnfehlbar in 25 aufgehen müssen. Wiederum auch, wenn andere zwey Ziffern, als 25, 50, 75, oder 00 zur Rechten stehen, so können selbige Zahlen auch nicht in 25 aufgehen, und müssen eben denselben Rest haben, welcher von solchen zwey Ziffern übrig bleibet.

§. 608. Eben also ist klar, daß alle Zahlen, welche entweder 3 Nullen, oder solche bedeutliche 3 Ziffern zur Rechten haben, die in 8 theilbar, allerdings in 8 aufgehen müssen. Denn alle Zahlen, die zur Rechten 3 Nullen haben, gehen in 1000 auf (§. 598), folgends auch in 8 (§. 543), weil 1000 in 8 theilbar ist. Setzet man nun an statt 3 Nullen, solche bedeutliche 3 Ziffern, welche gleichfalls in 8 theilbar, so muß nothwendig die ganze Zahl, als die Summe zweyer in 8 theilbaren Zahlen, in 8 aufgehen (§. 541). Hingegen wenn die 3 Ziffern zur Rechten in 8 untheilbar, so muß die ganze Zahl in 8 untheilbar seyn, und eben denselben Rest übrig lassen, der bey solchen dreyen Ziffern übrig bleibet (§. 560).

§. 609. Derowegen wenn die letzten 3 Ziffern in 125 aufgehen, das ist, wenn sie 125, 250, 375, 500, 625, 750, 875 oder 000 sind, so ist die ganze Zahl in 125 theilbar; weil 1000 aus 8 mal 125 componiret, und also in 125 theilbar ist. Wiederum auch, wenn andere 3 Ziffern, als die gedachten, zur Rechten stehen, so kann selbige Zahl unmöglich in 125 theilbar seyn, und muß eben denselben Rest haben, welchen solche 3 Ziffern übrig lassen.

§. 610.

§. 610. Wenn man die Ziffern einer großen Zahl, ohnangesehen ihrer Stellen, schlechterdings zusammen zählet, und die Summe in 9 theilbar ist, so muß die ganze Zahl auch nach ihrem eigentlichen Werth, nämlich nach der Bedeutung der Stellen, in 9 aufgehen.

Z. E. Die Zahl 835173 muß in 9 aufgehen. Denn die Summe dieser Ziffern (nämlich 8 + 3 + 5 + 1 + 7 + 3) ist 27, welche in 9 theilbar sind.

Beweis.

Die Geltung der Stellen steiget immerfort in einer 10fachen Verhältniß (§. 63). Wenn demnach eine Zahl aus lauter neben einander geschriebenen Unitäten bestehet, wie z. E. 1111111 ꝛc., so ist sie nichts anders, als eine geometrische Progreßion (§. 314), deren erstes Glied 1, und die nachfolgenden Glieder 10, 100, 1000, 10000 ꝛc. bedeuten. Indessen, wenn eines von diesen Gliedern in 9 dividiret wird, muß immerfort 1 übrig bleiben (§. 569. N°. 1): Derowegen muß jede Unität, es sey in der Stelle der Einer, Zehener, Hunderte, Tausende, oder in welcher Stelle es immer will, wenn sie vor sich allein, in 9 dividiret wird, 1 übrig lassen. Folgends muß jede 2, als 2, 20, 200, oder 2000 ꝛc. 2; jede 3, als 3, 30, 300, oder 3000 ꝛc. 3 übrig lassen, u. s. w. also, daß jede Ziffer, es stehen bey ihr so viel Nullen, als es immer will, wenn sie in 9 dividiret wird, eben so viel Unitäten übrig lassen müsse, als dieselbe Ziffer vor sich, ohnangesehen ihrer Stelle Unitäten bedeutet. Wenn nun in einer Zahl alle Ziffern, das ist, alle Reste, welche jede Stelle insbesondere übrig lässet, zusammen genommen werden, und solche Summe in 9 aufgehet, so muß nothwendig die ganze Zahl in 9 theilbar seyn (§. 559).

§. 611. Wenn demnach die Summe der zusammen gezählten Ziffern in 9 nicht aufgehet, sondern einen Rest übrig lässet, so muß die ganze Zahl in 9 untheilbar seyn, und eben denselben Rest übrig lassen (§. 561).

Z. E. Die Zahl 623417 muß in 9 untheilbar seyn, und zum Rest 5 übrig lassen. Denn die Summe dieser Ziffern (nämlich 6 + 2 + 3 + 4 + 1 + 7) ist 23, so in 9 dividiret 5 übrig lässet.

§. 612. Auf gleiche Weise folget, wenn man die Ziffern von einer Zahl schlechterdings, wie vorhin gemeldet, zusammen zählet, und solche Summe in 3 theilbar, daß die ganze Zahl in 3 aufgehen müsse. Wiederum auch, wenn diese gedachte Summe, in 3 nicht aufgehet, sondern einen Rest übrig lässet, daß auch die ganze Zahl in 3 untheilbar seyn, und eben denselben Rest haben müsse. Denn da jede Unität, durchgehends in allen Stellen, in 3 eben so wol als in 9 dividiret, immerfort 1 übrig lässet (§. 569. N°. 1), so ist folgends der Beweis allhier bey 3, gleich dem vorigen Beweise von 9 (§. 610 und 611).

§. 613. Wenn man in einer Zahl, die Ziffern der ungeraden Stellen (§. 573) zusammen zählet, und die Summe in 11 theilbar ist, so muß die ganze Zahl, daferne sie in den geraden Stellen keine bedeutlichen Ziffern, sondern nur Nullen stehen hat, in 11 aufgehen. Wiederum auch, wenn die gedachte Summe in 11 nicht theilbar, sondern einen Rest übrig lässet, so muß auch die gedachte ganze Zahl in 11 untheilbar seyn, und eben denselben Rest haben.

Z. E. Die Zahl 8060301O4 muß in 11 aufgehen. Denn die Summe dieser Ziffern (nämlich 4 + 1 + 3 + 6 + 8) ist 22, so in 11 theilbar ist. Hingegen muß die Zahl 5030709 in 11 untheilbar seyn, und zum Rest 2 haben.

haben. Denn die Summe dieser Ziffern (als nämlich 9+7+3+5) ist 24, so in 11 dividiret 2 übrig lässet.

Beweis.

Die Geltung der Unitäten von zweyen Stellen, steigt immerfort in einer 100 fachen Verhältniß (§. 64). Wenn demnach eine Zahl in ihren ungeraden Stellen lauter Unitäten, und in ihren geraden Stellen lauter Nullen stehen hat, wie z. E. die Zahl 101010101 ꝛc., so ist dieselbe nichts anders als eine geometrische Progreßion (§. 314), deren erstes Glied 1, und die nachfolgenden 100, 10000, 1000000 ꝛc. bedeuten. Indessen, wenn eines von diesen Gliedern in 11 dividiret wird, ist der Rest allezeit 1 (§. 569. N°. 2): Derowegen muß jede Unität in einer ungeraden Stelle, wenn sie vor sich in 11 dividiret wird, immerfort 1 übrig lassen. Folgends muß jede 2, als 2, 200, 20000, 2000000 ꝛc. 2; jede 3, als 3, 300, 30000, 3000000 ꝛc. 3 übrig lassen, u. s. w. also, daß jede Ziffer der ungeraden Stellen, in 11 dividiret, eben so viel Unitäten übrig lassen müsse, als dieselbe Ziffer vor sich Unitäten bedeutet. Wenn demnach alle Ziffern der ungeraden Stellen einer solchen Zahl, welche in den geraden Stellen nichts bedeutliches stehen hat, zusammen gezählet werden, so hat man die Summe aller Reste. Folgends, wenn solche Summe in 11 theilbar, so muß auch die ganze Zahl in 11 theilbar seyn (§. 559): Wiederum wenn solche Summe untheilbar, und einen Rest hat, so muß auch die ganze Zahl untheilbar seyn, und eben denselben Rest haben (§. 561).

§. 614. Wenn man in einer Zahl die Ziffern der geraden Stellen (§. 573) zusammen zählet, und die Summe in 11 theilbar ist, so muß die ganze Zahl, wenn sie

sonst in den ungeraden Stellen keine bedeutliche Ziffer hat, in 11 aufgehen. Wiederum auch, wenn die gedachte Summe in 11 nicht theilbar, sondern einen Rest übrig lässet, so muß auch die ganze Zahl in 11 untheilbar seyn, und eben so viel zum Complement (§. 552) haben, als jener Rest ist.

Z. E. Die Zahl 30507080406o muß in 11 aufgehen. Denn die Summe dieser Ziffern (nämlich 6 + 4 + 8 + 7 + 5 + 3) ist 33, so in 11 theilbar. Hingegen muß die Zahl 20703050 in 11 untheilbar seyn, und zum Complement 6 haben. Denn die Summe dieser Ziffern (nämlich 5 + 3 + 7 + 2) ist 17, so in 11 untheilbar, und zum Rest 6 übrig lässet.

Beweis.

Die Geltung der Einheiten von zweyen Stellen steiget immerfort in einer 100fachen Verhältniß (§. 64). Wenn demnach eine Zahl in ihren geraden Stellen lauter Unitäten, und in den ungeraden lauter Nullen hat, wie z. E. die Zahl 10101010 ꝛc., so ist sie nichts anders, als eine geometrische Progreßion (§. 314), welche bestehet aus 10, 1000, 100000, 10000000 ꝛc. Indessen, wenn man eines dieser Glieder in 11 dividiret, ist der Rest allezeit 10 (§. 568): Dannenhero muß jede Unität in einer geraden Stelle, wenn sie vor sich in 11 dividiret wird, in allewege 10 übrig lassen; und folglich 1 zum Complement haben (§. 552). Derowegen muß jede 2, als 20, 2000, 200000 ꝛc. 2; jede 3, als 30, 3000, 300000 ꝛc. 3 zum Complement haben, u. s. w. also, daß jede Ziffer der geraden Stellen in 11 dividiret, immerfort so viel zum Complement haben müsse, als selbige Ziffer Unitäten bedeutet. Wenn demnach alle

Ziffern

Ziffern der geraden Stellen einer solchen Zahl, die in den ungeraden Stellen keine bedeutliche Ziffer hat, zusammen gezählet werden, hat man die Summe aller Complementen, und daferne solche Summe in 11 theilbar, so muß auch die Summe der Reste (§. 563), folgends auch die ganze Zahl (§. 559) in 11 theilbar seyn. Wiederum, wenn die Summe der Complementen untheilbar, und einen Rest hat, so muß auch die Summe ihrer Reste dergestalt untheilbar seyn, daß das Complement von dieser Summe der Reste gleich seyn müsse dem gedachten Rest aus jener Summe der Complementen (§. 563); folglich muß auch die ganze Zahl untheilbar seyn, und eben so viel zum Complement haben, als das Complement der Summe der Reste ist (§. 561), oder, welches einerley, als der Rest der Summe der Complementen ist.

§. 615. Wenn eine Zahl, so wol in den geraden als ungeraden Stellen, bedeutliche Ziffern hat, so kann man sie, als ein Collect solcher zweyen Zahlen ansehen, deren eine in ihren geraden, und die andere in ihren ungeraden Stellen, lauter Nullen stehen hat.

Z. E. Die Zahl 235789734 ist nichts anders, als das Collect folgender zweyen Zahlen:

$$\left.\begin{array}{r} 20508070\,4 \\ 3070903\,0 \end{array}\right\} \text{welche zusammen}$$

die ganze Zahl 235789734 ausmachen.

§. 616. Diesemnach folget, wenn man in einer Zahl die Ziffern der ungeraden Stellen, und besonders die Ziffern der geraden Stellen zusammen zählet,

I. wenn jede Summe vor sich in 11 theilbar, daß auch die ganze Zahl in 11 theilbar. Denn weil die Summe der ungeraden theilbar, so ist diejenige Zahl, so

in

in den ungeraden Stellen stehet, theilbar (§. 613). Auch, weil die Summe der geraden Stellen theilbar, so ist diejenige Zahl, welche in den geraden Stellen enthalten, theilbar (§. 614). Folgends muß auch die ganze Zahl, als das Collect der gedachten zweyen Zahlen (§. 615), ebenfalls in 11 theilbar seyn (§. 541).

Z. E. Die Zahl 36987532417 muß in 11 theilbar seyn, denn die Summe der ungeraden Stellen (als 7+4+3+7+9+3) ist 33, so in 11 aufgehet; desgleichen ist die Summe der geraden Stellen (als 1+2+5+8+6) 22, die ebenfalls in 11 aufgehet.

II. Wenn die Summe der ungeraden Stellen in 11 untheilbar, und einen Rest übrig lässet; die Summe der geraden aber theilbar: So muß die ganze Zahl untheilbar seyn, und eben denselben Rest übrig lassen, welcher bey der Summe der ungeraden Stellen übrig bleibet. Denn so viel als der Rest der Summe der ungeraden Stellen ist, muß der Rest derjenigen Zahl seyn, welche in solchen ungeraden Stellen enthalten ist (§. 613), und weil die Summe der geraden Stellen theilbar, so muß die Zahl, welche in solchen geraden Stellen enthalten, theilbar seyn (§. 614); folgends muß die ganze Zahl, als das Collect zweyer Zahlen, deren eine theil- und die andere untheilbar, auch untheilbar seyn, und eben denselben Rest haben, welchen die untheilbare Zahl hat (§. 560), das ist, wie vorhin erwehnet, eben derselbe Rest, welchen die Summe der ungeraden Stellen übrig lässet.

Z. E. Die Zahl 84796519 muß in 11 untheilbar seyn, und zum Reste 5 haben. Denn die Summe der ungeraden Stellen ist 27, deren Rest ist 5; die Summe der geraden aber ist 22, welche in 11 aufgehet.

III. Wenn

III. Wenn die Summe der ungeraden Stellen in 11 theilbar, und die Summe der geraden untheilbar, so muß die ganze Zahl in 11 untheilbar seyn, und eben so viel zum Complement haben, als der Rest der Summe der geraden Stellen ist. Denn weil die Summe der ungeraden Stellen theilbar, so ist diejenige Zahl, welche in den ungeraden Stellen enthalten, theilbar (§. 613), und weil die Summe der geraden Stellen untheilbar, und einen Rest hat, so muß diejenige Zahl, die in solchen geraden Stellen enthalten, untheilbar seyn, und zwar eben so viel zum Complement haben, als jener Rest ist (§. 614); folgends muß die ganze Zahl, als das Collect zweyer Zahlen, deren eine theil- und die andere untheilbar, auch untheilbar, und ihr Complement gleich seyn, dem Complement der untheilbaren Zahl (§. 560), das ist, wie nächst gedacht, so groß, als der Rest der Summe der geraden Stellen ist. Und auf solche Weise kann man bey einer solchen Zahl gar bald auch ihren Rest finden, den sie in 11 dividiret, übrig lassen müsse, indem man nur das gefundene Complement, von 11 abziehen darf, so muß der gesuchte Rest zum Vorschein kommen (§. 554).

Z. E. Die Zahl 389436 73487 muß in 11 untheilbar, und ihr Complement 7 seyn. Denn die Summe der ungeraden Stellen ist 33, so in 11 theilbar ist; und die Summe der geraden ist 29, deren Rest ist 7: Folglich ist der Rest von dieser Zahl, wenn sie in 11 dividiret wird $11 \div 7$, nämlich 4.

IV. Wenn sowol die Summe der ungeraden, als die Summe der geraden Stellen in 11 untheilbar, und jede Summe einen gleich großen Rest übrig lässet, so muß die ganze Zahl in 11 theilbar seyn. Denn der Rest

der

der ungeraden Stellen zeiget den Rest derjenigen Zahl an, welche in den ungeraden Stellen enthalten (§. 613); und der Rest der geraden Stellen zeiget das Complement derjenigen Zahl an, welche in den geraden Stellen enthalten (§. 614). Wenn nun beyde Reste gleich groß, so ist die ganze Zahl ein Collect solcher zweyen untheilbaren Zahlen, von welchen der Rest der einen Zahl, gleich ist dem Complement der andern: Folgends muß sie in 11 theilbar seyn (§. 557).

Z. E. Die Zahl 3783749 53 muß in 11 theilbar seyn. Denn die Summe der ungeraden Stellen ist 30, deren Rest ist 8; die Summe der geraden aber ist 19, deren Rest gleichfalls 8 ist.

V. Auf gleiche Art folget, wenn in diesem nächst erwehnten Falle, die Reste beyder Summen ungleich sind, daß die ganze Zahl in 11 untheilbar seyn müsse, und zwar wenn der Rest aus der Summe der ungeraden Stellen größer ist, als der Rest aus der Summe der geraden, so muß die ganze Zahl eben so viel zum Reste haben, als der Rest aus der ersten Summe größer denn der Rest aus der andern ist: Hingegen wenn der Rest aus der andern Summe größer ist, als der Rest aus der ersten, so muß die ganze Zahl eben so viel zum Complement haben, als der Rest aus solcher andern Summe größer dann der Rest aus der ersten ist. Denn solchergestalt ist die ganze Zahl ein Collect solcher zweyen Zahlen, bey denen der Rest von einer Zahl nicht just gleich ist dem Complement der andern Zahl; folglich muß sie von solcher Beschaffenheit seyn, wie vorhin gedacht, und im §. 557 und 558 erwiesen worden.

Z. E. Die Zahl 57834927 0 muß in 11 untheilbar seyn, und 4 zum Rest haben. Denn die Summe

der

der ungeraden Stellen ist 19, deren Rest ist 8; die Summe der geraden aber 26, deren Rest ist 4: Solchemnach ist jener Rest, 4 größer als dieser.

Item die Zahl 47894652 muß in 11 untheilbar, und ihr Complement 8 seyn. Denn die Summe der ungeraden Stellen ist 24, deren Rest ist 2; die Summe der geraden aber ist 21, deren Rest ist 10: Demnach ist dieser Rest, 8 größer als jener Rest. Uud hieraus kann man folglich (wie solches vorhin im III. Artik. bereits erkläret worden) auch wissen, daß der Rest bey dieser ganzen Zahl, wenn sie in 11 dividiret wird, 11÷—8, nämlich 3, seyn muß. Oder man kann in diesem Falle, da der Rest der geraden Stellen größer ist, als der Rest der ungeraden, diesem 11 zulegen, und von dem kommenden alsdenn jenen Rest abziehen, so kommt gleichfalls der Rest der ganzen Zahl. Als beym erwehnten Exempel kann man zu dem Rest 2 noch 11 legen, und also den andern Rest 10 von 13 abziehen, so bleibet der verlangte Rest, wie vorhin, 3.

§. 617. Wenn man sich eine geometrische Progression von 1 anfangend dergestalt machet, daß man jedes Glied continuirlich mit 3 multipliciret, und so oft in einem Gliede ein oder mehr mal 7 kommet, selbige hinwegwirft, und nur den Ueberschuß setzet; so bekommt man diese Zahlen 1. 3. 2. 6. 4. 5. 1. 3. 2. 6. 4. 5. 1. 3. 2. 6. 4. 5. u. s. w. Denn saget: Das erste Glied ist 1, ferner 3 mal 1 ist 3, 3 mal 3 ist 9, 7 davon, bleiben 2; weiter: 3 mal 2 ist 6, 3 mal 6 ist 18, davon 2 mal 7 oder 14 abgeworfen, bleiben 4; weiter: 3 mal 4 ist 12, 7 davon bleibt 5; 3 mal 5 ist 15, 2 mal 7 oder 14 davon bleibet 1. Und da man wieder an 1 kommet, so heißet es alsdenn aufs neue eben wie vorhin 3 mal 1, u. s. w.

u. s. w. und kommen sodann wieder die vorigen Zahlen 3. 2. 6. 4. 5. Alsdenn abermal 1, und auf solche Weise kommen immerfort die 6 Ziffern 1. 3. 2. 6. 4. 5.

§. 618. Wenn man in einer Zahl die Ziffern, von der Rechten anfangend, mit einer solchen Progreßion, wie nächst vorher im §. 617 gemeldet, ordentlich multipliciret, als nämlich die Ziffer der ersten Stelle zur Rechten mit 1; der 2ten Stelle mit 3; der 3ten mit 2; der 4ten mit 6; der 5ten mit 4; der 6ten mit 5; alsdenn der 7ten wieder aufs neue mit 1, u. s. w., wirft aber Kürze halben von jeder Ziffer, welche 7 oder darüber ist, so wohl, als auch nach geschehener Multiplication von jedem Product, so oft als möglich, 7 hinweg, addiret alsdenn das bleibende aus den Producten zusammen, so sage ich I. wenn dieselbe Summe in 7 theilbar, daß die ganze Zahl in 7 theilbar seyn müsse; und II. wenn solche Summe in 7 nicht theilbar, sondern einen Rest übrig lässet, daß auch die ganze Zahl in 7 untheilbar sey, und eben denselben Rest haben müsse.

Beweis.

Eine Zahl die aus lauter neben einander geschriebenen Unitäten bestehet, als 1 1 1 1 1 1 1 &c. ist nichts anders, als eine geometrische Progreßion von 1. 10. 100. 1000 &c. (wie zu ersehen im Beweise §. 610). Wenn nun diese Glieder jedes besonders in 7 dividiret wird, so kommen die Reste 1. 3. 2. 6. 4. 5. (§. 567), das ist die gedachte Progreßion (§. 617). Solchemnach ist der Rest der 1ten Stelle so oftmal 1, als sie Unitäten bedeutet; der Rest der 2ten Stelle so oftmal 3, als sie Unitäten in sich enthält; der Rest der 3ten Stelle so oftmal 2, als sie Unitäten hat; der Rest der 4ten Stelle so oftmal 6, als sie Uni-

Unitäten hat, u. s. w. Derowegen, wenn man die Ziffern von einer Zahl ordentlich mit den 6 Ziffern 1. 3. 2. 6. 4. 5. multipliciret, und die Producte zusammen zahlet, so hat man die Summe aller Reste, welche aus jeder Stelle vor sich allein übrig bleiben. Dannenhero, wenn solche Summe in 7 theilbar, so muß auch die ganze Zahl in 7 theilbar seyn (§. 559): Wiederum, wenn solche Summe in 7 untheilbar, und einen Rest übrig lässet, so muß auch die ganze Zahl in 7 untheilbar seyn, und eben denselben Rest haben (§. 561).

§. 619. Auf solche Weise sind die beschriebenen Multiplicatores zu allen ungeraden Classen (§. 573), zur Rechten anfangend: 1, 3, 2; und zu allen geraden: 6, 4, 5.

Z. E. zu der Zahl 34, 798, 675, 423, 850, 900, 783 sind die Multiplicatores 31, 546, 231, 546, 231, 546, 231.

Und hat man daraus wahrzunehmen, weil 1 und 6, 3 und 4, 2 und 5, in allewege 7, als das angenommene Maaß ausmachen, folgends die 6, 4, 5 just die Complemente von den Resten 1, 3, 2; und 1, 3, 2 just die Complemente von den Resten 6, 4, 5 sind (§. 554), daß, wenn man die Ziffern der ungeraden Classen, mit 6, 4, 5, und die Ziffern der geraden Classen, mit 1, 3, 2 beschriebenermaßen (§. 618) multipliciret, und ihre Producte addiret, alsdenn die Summe aller derer Complementen, welche die Stellen jede vor sich haben, kommen müsse. Folglich, wenn selbige Summe in 7 theilbar, so muß nicht minder die Summe der Reste (§. 563), folgends auch die ganze Zahl (§. 559) in 7 aufgehen: Wiederum, wenn solche Summe der Complementen in 7 untheilbar, und einen Rest hat, so muß die Summe der Reste, folgends auch die ganze Zahl in 7 untheilbar seyn, und eben so viel zum Comple-

ment haben, als der Rest der Summe der Complementen ist (§. 563 und 561).

§. 620. Wenn man demnach die Multiplicatores 6. 4. 5. hinweg lässet, und sowol die ungeraden, als auch besonders die geraden Stellen, mit den kleinern Ziffern 1, 3, 2, nach der beschriebenen Ordnung multipliciret, und die Producte der ungeraden und geraden Classen ins besondere addiret, so wird die erste Summe, die Summe der Reste, welche aus den ungeraden Classen nach ihren Stellen übrig bleiben; und die andere, die Summe der Complementen, welche die geraden Classen nach ihren Stellen haben, anzeigen müssen. Derowegen kann man auf solche Weise bey großen Zahlen alle Einzige, alle Zehener, und alle Hunderte der ungeraden, wie auch besonders der geraden Classen zusammen zählen, das Maaß 7 so oft, als möglich, abwerfen, und alsdenn die Summe der ungeraden, als auch besonders der geraden Classen, auf einmal mit den Ziffern 1. 3. 2 multipliciren, und wie vorhin procediren, so wird man aus den ungeraden Classen ihren Rest, und aus den geraden ihr Complement erlangen müssen.

§. 621. Demnach hat es allhier bey dem Maaße 7 mit den ungeraden und geraden Classen, eben dieselbe Bewandniß, wie bey dem Maaße 11 mit den ungeraden und geraden Stellen: Folgends sind die obigen 5 Artikel im §. 616 auf gleiche Art auch hier anzubringen. Insonderheit hat man durch den daselbst angegebenen 4ten Artik. allhier zu merken, wenn in einer Zahl die Einzige, Zehener und Hunderte, jede besonders, der geraden Classen, gleich sind den Einzigen, Zehenern und Hunderten der ungeraden, daß solche Zahl in 7 aufgehen müsse. Denn, weil alle Einzige, alle Zehener, und alle Hunderte

gleiche

gleiche Multiplicatores 1. 3. 2 haben (§. 620), so müssen, daferne auch die Multiplicandi gleich sind, nicht minder auch ihre Producte gleich seyn (§. 45); folgends sind einerseits die Reste eben so viel, als anderseits die Complemente: Derowegen muß solche Zahl in 7 aufgehen.

Z. E. Die Zahl 594, 524 muß in 7 theilbar seyn. Denn beyde Einzige sind gleich groß, nämlich 4; beyde Zehener sind 2 (denn 9 ist eben so viel, als 2, wenn 7 abgeworfen werden), und beyde Hunderte sind 5.

Item die Zahl 92, 359, 709, 281, 546 muß in 7 theilbar seyn. Denn alle Einzige der ungeraden Classen thun 3, die Zehener 6, und die Hunderte 5; und eben so viel machen alle Einzige, Zehener, Hunderte der geraden Classen.

§. 622. Solchemnach darf man bey allen Zahlen, wenn man die Einzige, Zehener und Hunderte der ungeraden, und besonders der geraden Classen zusammen zählet, und die Summen beschriebenermaßen ungleich sind, die geraden von den ungeraden ordentlich abziehen, und zwar, wo eine gerade größer, als eine ungerade, *in* dieser 7 zu legen, und alsdenn nur die Reste (denn alles übrige, so von einander abgezogen worden, *ist* ohnstreitig, wie aus vorigem §. 621 zu ersehen, in 7 theilbar) ein vor allemal mit 1. 3. 2 multipliciren, so wird die Summe solcher Producte allezeit anzeigen müssen, ob solche ganze Zahlen in 7 theilbar, auch im widrigen Falle, wieviel der Rest sey. Denn, wenn solche Summe in 7 aufgehet, muß auch die ganze Zahl in 7 aufgehen (§. 541); und so sie einen Rest übrig lässet, muß auch die ganze Zahl eben denselben Rest übrig lassen (§. 560).

Z. E. Die Zahl 5, 923, 597, 092 muß in 7 theilbar seyn. Denn die Summen
der ungeraden sind 2.4.5.
der geraden = 5.2.5. Diese subtrahiret,
bleiben 4.2.0. Solche
mit 2.3.1. multipliciret,
kommen 1.6.0. Deren Summe ist 7, so in 7 aufgehen.

Item die Zahl 2, 308, 543, 625, 789 muß in 7 untheilbar seyn, und zum Rest 2 haben. Denn die Summen
der ungeraden Classen sind 5.5.0.
der geraden = = 2.2.6. Diese subtrahiret,
bleiben 3.3.1. Solche
mit 2.3.1. multipliciret,
kommen 6.2.1. Deren Summe ist 9, welche in 7 dividiret, 2 übrig lassen.

§. 623. Ich könnte von dieser Materie noch vieles melden: Allein vorjetzo habe mich an den von §. 523 bisher angeführten und gründlich erklärten Betrachtungen begnüget (§. 524), als welche zu dem nachfolgenden gleichsam den Weg bereiten, und diejenigen, so die nachher beschriebenen Vortheile nach ihren wahren Gründen einsehen wollen, gar nicht entrathen können. Um derer willen aber, welche nur die practischen Aufgaben und Vortheile, ohnangesehen dererselben Gründe, zu ihrem Hauptendzwecke setzen (§. 25), so habe solche Aufgaben mit Fleiß nicht so fort den angeführten Betrachtungen, aus welchen sie herfließen, beygefüget, und viel lieber, damit man nicht weit suchen, und alles bey einander finden möge, die 4 Species und Regel Detri, so wohl in ganzen, als gebrochenen und mehrerley namigen Zahlen, wie auch alles übrige, wobey ein Vortheil anzubringen ist, aufs neue durchgehen, und insbesondere vortragen, jedoch deren obgelegte Gründe allemal nur kurz dabey allegiren wollen. Diesem allen

aber

aber gehen vorher die Kennzeichen der Zahlen, welche aufzuheben oder zu kleinern (§. 321), und die Ausfindung des kleinsten Generalnenners (wovon oben §. 430 erwehnet worden).

Von dem Kleinern und den Kennzeichen der Zahlen, so aufzuheben sind.

§. 624.

Das Kleinern der Zahlen, wovon öfters gemeldet worden, ist fürnemlich beym Anfange oder Mittel einer Rechnung anzubringen, damit man daraus den Vortheil haben möge, die verlangte Ausrechnung mit kleinern Zahlen auszuwirken; wiewol die Brüche, um ihren Werth deutlicher fürzustellen, auch nach Endigung einer Rechnung, gekleinert zu werden pflegen (§. 386). Es würde demnach der durch solche Verkleinerung entstehende Vortheil, theuer zu stehen kommen, wenn man die gemeinen Maaße (§. 252) durch welche die Zahlen aufzuheben sind, weitläuftig und langsam allererst suchen müßte. Derowegen dienen insonderheit die folgenden Kennzeichen, um durch dieselben so fort zu erkennen, ob, und worinnen die Zahlen zu verkleinern sind.

Das Kennzeichen von 2.

§. 625. Alle gerade Zahlen, welche nämlich zur Rechten 2, 4, 6, 8 oder 0 haben, lassen sich in 2 ausmessen (§. 599). Hingegen können alle ungerade Zahlen weder in 2, noch sonst in eine gerade Zahl aufgehen; und muß der Rest bey 2 allezeit 1 seyn (§. 600 und 601).

Z. E. 3798 gehen in 2 auf, weil zur Rechten eine gera-
2)——— de Ziffer 8 stehet.
1899

Hingegen 4789 lassen in 2 dividiret 1 übrig, weil zur
2)——— Rechten eine ungerade Ziffer 9 stehet.
2394 Rest 1. Und kann dieselbe auch in keine an-
dere gerade Zahl aufgehen.

Das Kennzeichen von 3.

§. 626. Alle Zahlen, deren Summe, so man die Ziffern unangesehen ihrer Stellen zusammen zählet, in 3 theilbar, müssen auch in 3 aufgehen. Wiederum, wenn solche Summe in 3 nicht theilbar, sondern 1 oder 2 zum Rest lässet, so muß die ganze Zahl in 3 dividiret eben so viel zum Rest haben (§. 612). Demnach darf man die gedachte Summe ebenfalls auf solche Weise, nämlich nur durch schlechtes zusammen zählen ihrer Ziffern, untersuchen, ob dieselben in 3 theilbar, und solchergestalt ferner continuiren, bis endlich die Summe nur eine einzelne Ziffer wird.

Z. E. 2370195 gehen in 3 auf. Denn die Summe der
3)——— Ziffern ist 27; und dieser Ziffern Sum-
790065 me ist ferner 9, so in 3 theilbar: Dero-
wegen muß jene Summe 27, und folglich auch die ganze Zahl, in 3 aufgehen.

Item 9897896571 gehen in 3 auf. Denn die Summe
3)——— der Ziffern ist 69; ferner dieser Zif-
3299298857 fern Summe 15; und endlich die Summe von 15, 6, so in 3 theilbar: Demnach muß jene Summe 15, folgends auch die erste Summe 69, und endlich auch die ganze Zahl, in 3 aufgehen.

Item 24879567 gehen in 3 auf. Denn die Summe der
3)——— Ziffern ist 48; diese Ziffern thun ferner
8293189 12, und diese endlich 3, so in 3 theilbar:
Dahero

Dahero müssen die 12, folgends auch die 48, und endlich auch die ganze Zahl in 3 aufgehen.

Hingegen 1780597 lassen in 3 dividiret 1 übrig.
3)——— Denn die Summe der Ziffern
593532 Rest 1. ist 37; diese Ziffern thun 10, und diese ferner 1, so in 3 dividiret, 1 übrig lässet (§. 231): Derowegen müssen die 10, folgends auch die 37, und endlich die ganze Zahl 1 übrig lassen.

Item 3728561 lassen in 3 dividiret 2 übrig.
3)——— Denn die Summe der Ziffern
1242853 Rest 2. ist 32; diese machen ferner 5, so in 3 getheilet 2 übrig lassen: Demnach müssen die 32, und folglich auch die ganze Zahl 2 übrig lassen.

Das Kennzeichen von 4.

§. 627. Alle Zahlen, deren 2 Ziffern zur Rechten in 4 theilbar, müssen in 4 aufgehen (§. 605). So aber solche 2 Ziffern einen Rest lassen, so muß die ganze Zahl in 4 dividiret, untheilbar seyn, und eben denselben Rest haben (§. 606).

Z. E. 38976 gehen in 4 auf. Denn die zur Rechten ste-
4)——— henden 76 sind in 4 theilbar.
9744

Hingegen 784953 lassen in 4 dividiret 1 übrig.
4)——— Denn die 53 lassen in 4 di-
196238 Rest 1. vidiret, gleichfalls 1.

Item 98734 lassen 2 übrig. Denn 34 in 4
4)——— dividiret, bleiben 2.
24683 Rest 2.

Item 897347 lassen 3 übrig. Denn 47 in 4
4)——— dividiret, bleiben 3.
224336 Rest 3.

Das Kennzeichen von 5.

§. 628. Alle Zahlen, welche zur Rechten eine 5 oder 0 haben, müssen in 5 aufgehen (§. 602. I.). So aber zur Rechten 1. 2. 3. 4, oder 6. 7. 8. 9 (das ist 5+1, 5+2, 5+3, 5+4) stehet, so muß die ganze Zahl in 5 dividiret, untheilbar seyn, und ebenfalls, 1. 2. 3 oder 4 übrig lassen (ibid. II).

Z. E. Die Zahl 23895, oder 67830, gehet in 5 auf.

Hingegen muß die Zahl 39741 oder 82396—1
die Zahl 73892 oder 46987—2
die Zahl 12983 oder 72368—3
und die Zahl 96724 oder 36579—4 übrig lassen.

Welche Exempel ihr durch die wirkliche Division (wie bey den vorigen Exempeln §. 625, 626, und 627 geschehen) untersuchen, und also, wie gemeldet, befinden könnet.

Das Kennzeichen von 6.

§. 629. Alle gerade Zahlen (das ist, wie §. 599 gelehret, die zur Rechten 2, 4, 6, 8, oder 0 stehen haben) deren einzelne Ziffer, welche durch das continuirliche Zusammenzählen der Ziffern (auf die Weise, wie im §. 626 angewiesen) entstehet, 3, 6 oder 9 ist, müssen in 6 aufgehen. Denn solchergestalt gehen sie so wohl in 2 (§. 625), als auch in 3 (§. 626) auf; folgends müssen sie auch in 6 aufgehen (§. 588). Hingegen müssen alle Zahlen, welche so wol in 2, als in 3 dividiret 1 übrig lassen, in 6 ebenfalls 1;

welche aber in 2 aufgehen, und in 3, 2 übrig lassen, in 6, 2;
welche in 2, 1 übrig lassen, und in 3 aufgehen, in 6, 3;
welche in 2 aufgehen, und in 3, 1 übrig lassen, in 6, 4;
und endlich, welche in 2, 1, aber in 3, 2 übrig lassen, in 6, 5 zum Rest haben (§. 595).

Z. E.

Z. E. Die Zahlen 29784, 47832, oder 167958 gehen in 6 auf. Denn zur Rechten stehet eine gerade Ziffer, und ihre einzelne Ziffern, wenn sie, nämlich jede Zahl besonders, wie gemeldet, zusammen gezählet werden, sind 3, 6 oder 9.

Hingegen muß die Zahl 415837—1
die Zahl 213974—2
die Zahl 797865—3
die Zahl 543256—4
und die Zahl 142679—5 übrig lassen,

welche Exempel ihr ebenfalls, wie vorhin erwähnet, untersuchen könnet.

Das Kennzeichen von 7.

§. 630. Wenn ihr alle Einzige, Zehener und Hunderte der ungeraden, wie auch ins besondere der geraden Classen (§. 573), ohnangesehen ihrer Stellen zusammen zählet, die letzteren Summen ordentlich von den erstern abziehet, und nichts übrig bleibet; oder, wo noch etwas übrig bleibet, solche Reste mit 1, 3, 2, zur Rechten anfangend, ordentlich multipliciret, und die Summe solcher Producte in 7 theilbar, so muß selbige ganze Zahl in 7 aufgehen. So aber diese Summe der Producte einen Rest lässet, so muß auch die ganze Zahl in 7 dividiret, eben denselben Rest haben. Wie solches oben §. 622 mit Exempeln erkläret worden, woselbst ihr es nachsehen könnet.

§. 631. Ich gestehe zwar gerne, daß dieses Kennzeichen von 7 etwas zu langsam sey, und daß man wohl durch die ordinäre Division in 7 es eben so geschwinde oder wohl noch geschwinder, als durch das erwehnte Kennzeichen untersuchen könne; behaupte aber auch, daß dieses Kennzeichen jedennoch viel kürzer, als alle andere, so viel meines Wissens von andern Autoribus in ihren Schriften gegeben worden; wie solches ein jeder selbst untersuchen, und in der That also befinden kann.

Das Kennzeichen von 8.

§. 632. Alle Zahlen, deren 3 Ziffern zur Rechten in 8 theilbar, müssen in 8 aufgehen. Hingegen, wenn solche 3 Ziffern einen Rest lassen, so muß die ganze Zahl in 8 dividiret, eben denselben Rest haben (§. 608).

Z. E. Die Zahl 1597384 gehet in 8 auf, weil die drey Ziffern zur Rechten, nämlich 384, in 8 aufgehen.

Hingegen muß die Zahl 67359753 — 1
die Zahl 53874298 — 2
die Zahl 35798475 — 3
die Zahl 29786356 — 4
die Zahl 17984109 — 5
die Zahl 48736574 — 6
und die Zahl 75908623 — 7 übrig lassen,

das ist eben so viel, als jeder Zahl ihre drey Ziffern zur Rechten in 8 dividiret, übrig lassen.

Das Kennzeichen von 9.

§. 633. Alle Zahlen, deren Summe, so man die Ziffern unangesehen ihrer Stellen, zusammen zählet, in 9 theilbar, müssen auch in 9 aufgehen (§. 610). Wiederum, wenn solche Summe in 9 untheilbar, und einen Rest lässet, so muß die ganze Zahl in 9 dividiret eben so viel zum Reste haben (§. 611). Demnach darf man die gedachte Summe eben auf solche Weise, nämlich nur durch schlechtes zusammen zählen ihrer Ziffern, untersuchen, ob dieselbe in 9 theilbar, und solchergestalt ferner continuiren, bis endlich die Summe nur eine einzelne Ziffer wird. Ist nun diese einzelne Ziffer 9, so muß die ganze Zahl in 9 aufgehen: Ist sie aber 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, oder 8, so muß eben so viel auch der Rest von der ganzen Zahl seyn, wenn sie in 9 dividiret wird.

Z. E.

Z. E. Die Zahl 87356241 gehet in 9 auf. Denn die Summe der Ziffern ist 36, und ferner die Summe dieser Ziffern 9.

Hingegen muß die Zahl 6823576 — 1
die Zahl 5238794 — 2
die Zahl 1985475 — 3
die Zahl 8397868 — 4
die Zahl 2803703 — 5
die Zahl 4074351 — 6
die Zahl 3571846 — 7
und die Zahl 9230462 — 8 übrig lassen, das ist eben so viel, als bey jeder Zahl die durch das gemeldete zusammen zählen kommende einzelne Ziffer ist.

Das Kennzeichen von 10, 100 und 1000 ꝛc.

§. 634. Alle Zahlen, welche zur Rechten ein o haben, müssen in 10; welche 2 Nullen haben, in 100; und welche 3 Nullen haben, in 1000 aufgehen, u. s. w. (§. 598).

Z. E. Die Zahl 39780 gehet in 10 auf.
die Zahl 538700 — in 100 —
die Zahl 6953000 — in 1000 — u. s. w.

Das Kennzeichen von 11.

§. 635. Wenn ihr die Ziffern der ungeraden und besonders der geraden Stellen (§. 573) schlechterdings zusammen zählet, von jeder Summe, so oft als möglich 11 abwerfet, bis entweder eine o (das ist nichts), oder 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, oder höchstens 10 übrig bleibet, und subtrahiret das kommende aus den geraden Stellen, von dem kommenden aus den ungeraden Stellen, so könnet ihr wahrnehmen: Wenn bey solcher Subtraction nichts übrig bleibt, so muß die ganze Zahl in 11 aufgehen (§. 616. I und IV): Wenn aber etwas zum Rest bleibet, so muß die ganze Zahl in 11 dividiret ebenfalls solchen Rest haben (ibid. II und V): Endlich im Falle das kom-

kommende aus den geraden Stellen größer ist, als das kommende aus den ungeraden Stellen, oder daferne dieses gar nur eine o ist, also, daß die besagte Subtraction nicht geschehen kann, so leget den ungeraden allezeit 11 zu, und verrichtet alsdenn die gedachte Subtraction, so muß das restirende eben derjenige Rest seyn, welchen die ganze Zahl in 11 dividiret übrig lässet (ibid. III und V). Demnach darf man das bleibende aus den gedachten Summen, wenn selbige größer als 10, nicht erst durch oftmalige Hinwegwerfung der Zahl 11, wie vorhin gedacht, oder (§. 206 und 208) durch die Division in 11, sondern ebenfalls nur durch das Abziehen der geraden von den ungeraden Stellen, suchen.

Z. E. Die Zahl 38190643 59 gehet in 11 auf. Denn die Summe der ungeraden Stellen ist 35. Diese thun, wenn ihr, wie vorhin, die 3 aus der geraden Stelle von der 5 aus der ungeraden Stelle abziehet, 2. Desgleichen ist die Summe der geraden 13, die nach solcher Weise, wenn ihr die 1 von 3 abziehet, ebenfalls 2 ausmachen. Weil nun 2 von 2 aufgehet, so muß die ganze Zahl in 11 aufgehen.

Item 24871965481 gehet in 11 auf. Denn die Summe der ungeraden Stellen ist 22. Diese bringen, wenn ihr 2 von 2 wegnehmet o. Desgleichen ist die Summe der geraden Stellen 33, die nach solcher beschriebenen Art, gleichfalls eine o ausmachen. Weil nun o von o aufgehet, so muß die ganze Zahl aufgehen.

Hingegen muß die Zahl 683075924 in 11 dividiret 3 übrig lassen. Denn die Summe der ungeraden Stellen, ist 29, das ist nach oftgedachter Erklärung 7; die Summe der geraden Stellen aber ist 15, das ist 4. Weil nun 4 von 7, 3 übrig lassen, so ist auch der Rest aus der ganzen Zahl, 3.

Item,

Item, die Zahl 2638075918 muß in 11 dividiret 5 übrig lassen. Denn die Summe der ungeraden Stellen ist 38, das ist 5; der geraden aber, 11, das ist 0. Weil nun 0 von 5, 5 übrig lässet, so ist auch der Rest aus der ganzen Zahl 5.

Item die Zahl 472678356 muß in 11 dividiret 7 übrig lassen. Denn die Summe der ungeraden Stellen ist 22, das ist 0; der geraden aber, 26, das ist 4. Nun kann 4 von 0 nicht subtrahiret werden, derowegen leget zu der 0 noch 11, und subtrahiret so dann die 4 von 11, bleiben 7 übrig. Woraus zu erkennen, daß der Rest aus der ganzen Zahl 7 seyn müsse.

Item die Zahl 547016392 muß in 11 dividiret, 10 übrig lassen. Denn die Summe der ungeraden Stellen ist 18, das ist 7; der geraden aber, 19, das ist 8. Nun kann 8 von 7 nicht subtrahiret werden, demnach leget zu der 7 noch 11, kommen 18, und subtrahiret so dann die 8 von 18, bleiben 10 übrig, welche andeuten, daß der Rest aus der ganzen Zahl 10 sey.

§. 636. Wenn man aus einer Zahl alle ihre Partes aliquotas (§. 251) suchet, ist man gemüßiget, auch diejenigen Maaße, welche größer, als eine einzelne Ziffer, zu suchen, und ob man es schon nicht so geschwinde erkennen kann, ob eine Zahl, absonderlich in die Primzahlen 13, 17, 19, 23 ꝛc. divisibel sey, so muß man sich gefallen lassen, es öfters weitläuftig zu suchen; wie hernach an seinem Orte gezeiget werden soll. Allein bey gegenwärtiger Absicht, da wir eigentlich auf das Kleinern der Zahlen zielen; dieses aber fürnemlich nur zum Vortheil dienet (§. 624), so können alle weitläuftigen Kennzeichen, oder die langsamen Divisiones selbst, wenn man die gegebenen Zahlen in mehr als eine einzelne Ziffer allererst weitläuftig dividiren sollte, schlechten Nutzen schaffen (ibid.). Derowegen begnüget man sich, die Verkleinerung nur in die einzelne Ziffern oder höchstens in 11 (die, wie hernach gezeiget werden soll, eben so bequem, als eine einzelne Ziffer zu gebrau-

brauchen ist) anzustellen. Zumal da nicht nur deren Kennzeichen, wie vorhin gemeldet, sondern auch deren Verkleinerungen oder Divisiones selbst gar leicht und kurz sind. Zu diesem Ende hat man fürnemlich die vorhin beschriebenen Kennzeichen sich auswendig bekannt zu machen, um bey vorfallender Gelegenheit dieselben desto geschwinder merken zu können.

§. 637. Jedoch, weil es eben so leicht zu erkennen ist, ob eine Zahl in 25 oder 125 aufgehet; nicht minder die Division in diese Zahlen (wie hernach gezeiget werden soll) eben so kurz, als in eine einzelne Ziffer von statten gehet: So kann man sich auch der Verkleinerung in diese Zahlen öfters mit Nutzen bedienen. Derowegen habe nicht ermangeln wollen, auch dieser Zahlen ihre Kennzeichen zu beschreiben, als folget:

Das Kennzeichen von 25.

§. 638. Alle Zahlen, deren 2 Ziffern zur Rechten 2 Nullen, oder sonst bedeutliche Ziffern, welche jedoch in 25 theilbar sind, müssen in 25 aufgehen. Hingegen, wenn solche 2 Ziffern einen Rest lassen, so muß die ganze Zahl in 25 dividiret, eben denselben Rest haben (§. 607).

Z. E. Die Zahlen 2689700, 47938425, 630950, oder 7608975 gehen in 25 auf. Weil die 2 Ziffern zur Rechten, als 00, 25, 50, 75, in 25 aufgehen.

Hingegen muß die Zahl 7398617 — 17
die Zahl 8927340 — 15
die Zahl 6149856 — 6
und die Zahl 1794395 — 20 übrig lassen, das ist eben so viel, als jeder Zahl ihre 2 Ziffern zur Rechten in 25 dividiret, übrig lassen.

Das Kennzeichen von 125.

§. 639. Alle Zahlen, deren 3 Ziffern zur Rechten drey Nullen, oder sonst eine bedeutliche Zahl, welche jedoch in 125 theilbar, müssen in 125 aufgehen. Hingegen, wenn solche 3 Ziffern einen Rest lassen, so muß die ganze

ganze Zahl in 125 dividiret eben denselben Rest haben (§. 608).

Z. E. Die Zahlen 6897000, 2389125, 4719250, 6729375, 4586500, 9387625, 4916750, oder 84369875, gehen in 125 auf.

Hingegen muß die Zahl 9867103 — 103
die Zahl 4689225 — 100
die Zahl 7639256 — 6
die Zahl 8934390 — 15
die Zahl 7165612 — 112
die Zahl 1804675 — 50
die Zahl 8317867 — 117
und die Zahl 4938980 — 105 übrig lassen, das ist eben so viel, als jeder Zahl ihre 3 Ziffern zur Rechten in 125 dividiret, übrig lassen.

§. 640. Zwar hat man zum Kleinern, worauf die gegenwärtige Absicht eigentlich zielet (§. 636), fürnemlich nur zu merken, ob eine Zahl aufgehe, nicht aber im widrigen Falle, wieviel eben der Rest sey: Allein, weil es in anderweitigen Rechnungen nicht undienlich ist, auch die Größe des Rests selbst zu erkennen, so habe bey gegenwärtiger Gelegenheit zugleich auch hiervon die Merkmale angezeiget.

§. 641. Und habe ich dieses um so viel lieber gethan, nachdem ich in einem Rechenbuche, in welchem der Autor, seinem Vorgeben nach, sich beflissen, zur Arithmetik (wiewol er nur von den 4 Speciebus und der Regel Detri gehandelt) gründliche und vollständige Anweisung zu geben, unter andern, das er dennoch nicht demonstriret, auch die vorhin gemeldeten Kennzeichen von 2, 3, 4, 5, 6, 8 und 9, und zwar nur auf dem Fall allein, ob sie eine Zahl gerade aufmessen, nicht nur ohne Beweise, sondern auch mit folgender Anmerkung, zu meiner höchsten Verwunderung, gefunden.

Es ist nicht die Meynung, als könnten ganz und gar keine andere Zahlen, als die angeführten (welche nämlich die gehörigen Kennzeichen haben) durch eine der Stammzahlen (wodurch er die einzelnen bedeutlichen Ziffern verstehet) aufgehoben werden, oder, als könne eine solche Stammzahl keine andere

dere aufheben: Sondern, daß man es in andern Fällen nicht so gewiß vorher sehen könne, sondern erst tentiren müsse, mit welcher sichs thun lasse.

Nun kann man in gegenwärtiger meiner Beschreibung der Kennzeichen, wenn man sich nur die Mühe nehmen will, die von mir dabey allegirten Paragraphos nachzuschlagen, und mit Bedacht zu lesen, nicht allein die Gründe des Falles, wenn die Zahlen aufgehen, sondern auch des Gegentheils, wenn sie nicht aufgehen, und so gar auch der Größen der Reste offenbar sehen, und dahero wahrnehmen, daß unmöglich andere Zahlen, welche nicht die gehörigen Kennzeichen haben, durch eine einzelne Ziffer aufgehoben werden können, folglich auch, daß vermittelst der gegebenen Kennzeichen allemal ganz gewiß und ohne tentiren vorher zu sehen sey, mit welcher einzelnen Ziffer sichs thun, oder auch im Gegentheile nicht thun lasse. Also hat sich auch dieser sonst geschickte Autor darinnen übereilet, wenn er zu dem Kennzeichen von 6 absolut erfordert, daß die Zahl, wenn ihre Ziffern schlechterdings zusammen gezählet, und in 9 abgetheilet werden, 6 übrig lassen solle; da doch aus dem vorigen §. 629 zu ersehen, daß solcher Rest auch wohl 3 oder 0 seyn möge. Nicht minder dürfte auch dieses aus Uebereilung geschrieben seyn, wenn er bey der Zahl 7 meldet, daß bey ihr keine gewisse Regel gegeben werden könne, ohne was man aus dem Einmal Eins vorher wissen kann, und wo lauter 7 sind, z. E. 777; da doch die Zahl 7, wie vorhin (§. 630) zu ersehen, eben so wol ihr gewisses Kennzeichen hat, als die andern einzelnen Ziffern, und obgleich dasselbe etwas langsamer ist, als die Kennzeichen der andern (§. 631), so bleibet doch ihre Regel darum eben so gewiß, als die Regeln der andern.

Die 62. Aufgabe.

§. 642. Zwey oder auch mehrere Zahlen nach den angezeigten Kennzeichen zu kleinern oder aufzuheben.

I. Betrachtet mit Hülfe der vorhin angewiesenen Kennzeichen, in was vor eine Zahl die zu kleinern begehren-

gehrenden Zahlen gerade aufgehen, und zwar merket erstlich auf die Kennzeichen der größten Divisorum (§. 323), und alsdenn nach der Folge auch auf die Kennzeichen der kleineren, jedoch weil die Kennzeichen von 11 und 7 bey großen Zahlen nicht so geschwinde als die andern in die Augen fallen, so könnet ihr solche bis aufs letzte lassen.

II. Wenn ihr nun findet, daß beyde, oder, wo mehr sind, daß alle zu kleinern begehrenden Zahlen, in eine Zahl aufgehen können; so ist solche gefundene Zahl das gemeine Maaß (§. 252). Demnach kleinert oder dividiret sie in solches Maaß (§. 321), und continuiret solches Kleinern an den kommenden Zahlen so lange, bis nichts mehr zu kleinern ist.

Z. E. N°. 1. Die Zahlen 6081075000 und 17775450000 gegen einander zu kleinern; oder, welches einerley, den Bruch $\frac{6081075000}{17775450000}$ aufzuheben (§. 384).

Dieses stehet also:

	6081075000	17775450000
25)		
	243243	711018
9)		
	27027	79002
9)		
	3003	8778
3)		
	1001	2926
11)		
	91	266
7)		
	13	38

Oder, wenn die gegebenen Zahlen einen Bruch bedeuten, pfleget man es folgendergestalt zu setzen (§. 385).

1000	25	9	9	3	11	7
6081075ØØØ	243243	27027	3003	1001	91	13
1777545ØØØ	711018	79002	8778	2926	266	38

Nämlich, weil ihr bey diesen Zahlen gar bald (aus §. 634) sehen könnet, daß beyde in 1000 aufgehen, so kleinert sie beyde in 1000, das ist, streichet beyderseits 3 Nullen zur Rechten hinweg (§. 235).

Ferner zeigen die zur Rechten stehenden 75 und 50 (§. 638), daß beyde in 25 aufgehen. Derowegen kleinert sie in 25, nach der Art, wie unten gezeiget werden soll, nämlich multipliciret beyde Zahlen mit 4, und lasset die kommenden 00 zur Rechten hinweg.

Weil nun die kommende Zahl 243243 zur Rechten eine ungerade Ziffer hat, so darf man auf keinen geraden Divisorem, als auf 8, 6 oder 4 vergeblich mehr denken (§. 625). Dannenhero zählet die Ziffern von jeder Zahl besonders zusammen, und weil beyderseits in den endlichen Summen 9 kommen, so kleinert sie in 9 (§. 633).

Wenn nun die kommenden Zahlen abermals zusammen gezählet werden, so findet ihr, daß wiederum wie vorhin beyderseits 9 kommen. Demnach kleinert sie noch einmal in 9.

Hierauf zählet die kommenden Zahlen abermal zusammen, so kommen 6, und 3. Derowegen kleinert sie beyde in 3 (§. 626).

Die hieraus entstehenden Zahlen zählet wiederum zusammen. Und da ihr auch nur aus der ersten Zahl alleine bald sehet, daß 2 kommen, so könnet ihr auch vergewissert seyn, daß sie beyde nicht mehr in 3 gekleinert werden können. Demnach untersuchet das Kennzeichen

von

von 11 (§. 635), so findet ihr, daß beyde in 11 aufgehen können, folgends kleinert sie in 11.

Weil ihr nun vermittelst dieses Kennzeichens bald wahrnehmet, daß die kommenden Zahlen nicht mehr in 11 aufgehen können, so untersuchet endlich das Kennzeichen von 7 (§. 630), und zwar, wenn jemanden dieses Kennzeichen zu weitläuftig scheinet, der kann es gar bald, insonderheit weil die Zahlen nicht so groß mehr sind, in den Gedanken durch eine wirkliche Division untersuchen, ob dieselbe in 7 aufgehen; zumal da man in den Gedanken nicht auf den eigentlichen Quotienten, sondern nur auf das Aufgehen zu regardiren hat, (wiewol derjenige, welcher im Rechnen sonst nicht wohl geübet und hurtig ist, es ebenfalls bey den Zahlen 91 und 266 kann bewenden lassen), so werdet ihr wahrnehmen, daß beyde in 7 aufgehen. Solchemnach kleinert sie in 7, kommt endlich 13 und 38, welche Zahlen in nichts mehr gegeneinander aufzuheben sind.

N°. 2. Die 4 Zahlen 9600, 6000, 4800 und 3600 gegeneinander zu kleinern. Dieses kann man wie folget setzen:

100	6	2
96øø	16	8
60øø	10	5
48øø	8	4
36øø	6	3

Nämlich streichet erstlich von jeder Zahl die 2 Nullen zur Rechten hinweg, so werden sie alle in 100 gekleinert.

Ferner, weil man aus dem gegebenen Kennzeichen §. 629 erkennet, daß die Zahlen 96, 60, 48 und 36 in 6 aufgehen, so kleinert sie in 6.

Endlich kleinert die kommenden Zahlen, weil sie ge-

rade sind in 2 (§.625), so hat man diese 4 Zahlen: 8,5,4 und 3, welche ferner kein gemeines Maaß haben, und also die kleinsten in ihrer Verhältniß heißen (§. 322).

§. 643. Wenn man bey dieser Manier zu kleinern (§.642) wissen will, in wie viel die gegebenen Zahlen überhaupt gekleinert worden; so darf man nur alle gemeine Maaße, in welche man nach und nach gekleinert, in einander multipliciren, so ist das Product, dasjenige gemeine Maaß, welches verlanget wird. Denn wenn man solche Zahlen auf einmal in das gedachte Product dividiret, müssen eben diejenigen Quotienten kommen, welche durch die wiederholte Divisiones endlich gekommen (§. 236 und 237). Als im vorigen Exempel (§.642. N°. 1) sind die Zahlen 6081075000 und 17775450000 überhaupt in 467775000 gekleinert worden, indem die Divisores 1000, 25, 9, 9, 3, 11 und 7 in einander multipliciret, geben die erwehnte Zahl 467775000. Und weil endlich 13 und 38 gekommen, welche primi inter se sind, so ist auch solche Zahl 467775000 das größte gemeine Maaß von den Zahlen 6081075000 und 17775450000 (§. 551). Auf gleiche Weise ist in dem angeführten Exempel (§.642. N°. 2) das größte gemeine Maaß von den Zahlen 96000, 6000, 4800, und 3600, die Zahl 1200. Denn das Product von 10 mal 6 mal 2 beträgt 1200.

§. 644. Bis hierher habe ich nur von lauter solchen gemeinen Maaßen gehandelt, welche durch gewisse Regeln zu erkennen, und nicht minder zu der Verkleinerung oder Division selbst bequem sind (§. 636). Dahero habe auch (ibid.) die Maaße z. E. 13, 17, 19, 23 ꝛc. von dem Vortheil des Kleinerns ausgeschlossen, eines theils deswegen, weil dieselben nicht so geschwinde durch eine gewisse Regel erkannt werden können, und andern theils, wenn man gesetzet, schon weiß, daß sie die Maaße sind, so kann

man

man bey ihnen doch nicht die verlangten Quotienten unmittelbar, und ohne weitläuftige Division so fort hinschreiben. Hieraus verstehet sich ferner von selbsten, wenn jemand aber durch seine natürliche Fähigkeit und Uebung ja vermögend ist, dergleichen Maaße geschwinde zu erkennen, auch hurtig und unmittelbar aus dem Kopfe in solche zu dividiren (welches insonderheit bey kleinen Zahlen ein leichtes ist), so kann er sich auch solcher Verkleinerung allerdings mit Nutzen bedienen. Z. E. Bey den Zahlen 69 und 23, oder 34 und 85 kann auch nur ein wenig geübter bald ersehen, daß jene 2 Zahlen in 23, und diese in 17 zu kleinern sind, indem man aus der Uebung weiß, daß $69 = 3 \times 23$; wie auch daß $34 = 2 \times 17$; und $85 = 5 \times 17$. Und da er solchergestalt auch ihre Quotienten ohne Mühe so fort aus dem Kopfe hinschreiben kann, so darf er sich bey denselben auch dieser Verkleinerung bedienen, als folget:

	69	23	Item		34	85	
23)				17)			
	3	1			2	5	

§. 645. Indessen weil man gleichwol bey den Brüchen dieselbe nicht allezeit eben eines Vortheils wegen, sondern auch öfters nach Endigung einer Rechnung, bloß und allein um ihren Werth desto deutlicher fürzustellen, so viel als möglich gerne kleinert (§. 386); diese aber unterweilen solche gemeine Maaße haben, welche weder durch Kennzeichen, noch durch die Uebung zu erkennen sind: Als habe in folgenden noch anzeigen wollen, wie man en general zu zweyen Zahlen nicht nur das gemeine, sondern und fürnemlich das größte gemeine Maaß (§. 551) auf einmal finden möge.

Die 63. Aufgabe.

§. 646. Das größte gemeine Maaß zweyer gegebenen Zahlen nach gemeiner Art zu finden.

I. Dividiret die größere Zahl in die kleinere, und so nichts restiret, ist diese kleinere das größte gemeine Maaß.

II. Wenn aber ein Rest bleibet, so dividiret den vorigen Divisorem in den Rest; und so wieder ein Rest bleibet, dividiret den nächst gehabten Divisorem in diesen nächsten Rest; und daferne weiter ein Rest bleibet, dividiret abermal den letztgehabten Divisorem in diesen Rest. Solchergestalt continuiret das dividiren (die Quotos ungeachtet) so lange, bis die Division exacte aufgehet: So ist der letzte Divisor, oder, welches einerley, der letzte Rest, das größte gemeine Maaß zu den gegebenen zweyen Zahlen. Derowegen

III. wenn der letzte Rest 1 ist, so ist solches eine Anzeigung, daß das größte gemeine Maaß von den gegebenen 2 Zahlen 1 seyn müsse. Da aber 1 kein gemeines Maaß heißet (§. 254), so sind solche Zahlen primi inter se (§. 253).

Z. E. N°. 1. Das größte gemeine Maaß zu den Zahlen 89 und 979 zu finden: So dividiret die 979 in die 89 also:

89	——	979
Quot. 11		8.
		00

Weil nun kein Rest geblieben, so ist 89 das verlangte größte gemeine Maaß. Wenn man demnach die Zahlen 89 und 979 in 89 kleinert oder dividiret, kommet 1 und 11, welche Größen nicht mehr gekleinert werden können.

N°. 2. Zu 183 und 1037 das größte gemeine Maaß zu finden: So dividiret

1.) in —— 183 die 1037

kommt Quot. 5 und Rest 122

Ferner

Ferner dividiret

2.) in den Rest 122 die 183, als vorigen Divisorem,
kommt Quot. 1 und Rest 61.

Weiter dividiret

3.) in den Rest 61 die 122, das ist den nächst ge-
kommt Quot. 2 und Rest 0 habten Divisorem,

Weil nun endlich die Division in 61 aufgegangen, so ist diese Zahl das größte gemeine Maaß zu den gegebenen Zahlen 183 und 1037. Wenn demnach solche Zahlen in 61 dividiret werden, kommen die 2 Zahlen 3 und 17, welche in nichts mehr zu kleinern sind.

N°. 3. Die Zahl zu finden, in welche der Bruch $\frac{28829}{104775}$ aufs genaueste zu kleinern sey, das ist, das größte gemeine Maaß von den Zahlen 28829 und 104775 zu finden:

So dividiret 1.) in 28829 die 104775
kom̃t Quot. 3 Rest 18288

2.) in 18288 die 28829
Quot. 1 Rest 10541

3.) in 10541 die 18288
Quot. 1 Rest 7747

4.) in 7747 die 10541
Quot. 1 Rest 2794

5.) in 2794 die 7747
Quot. 2 Rest 2159

6.) in 2159 die 2794
Quot. 1 Rest 635

7.) in 635 die 2159
Quot. 3 Rest 254

8.) in 254 die 635
Quot. 2 Rest 127

9.) in 127 die 254
Quot. 2 Rest 00

Da nun endlich die Division in 127 aufgegangen, so ist auch 127 das größte gemeine Maaß zu den Zahlen 28829 und 104775. Folgends, wenn ihr den Zähler 28829, als auch besonders den Nenner 104775, in 127 dividiret, so kommt der kleinste Bruch $\frac{2}{8}\frac{2}{2}\frac{7}{5}$ (§. 387).

N°. 4. Das größte gemeine Maaß zu 1038 und 2089 zu finden:

So dividiret 1.) in 1038 die 2089
kommt Quot. 2 Rest 13

2.) in 13 die 1038
Quot. 79 Rest 11

3.) in 11 die 13
Quot. 1 Rest 2

4.) in 2 die 11
Quot. 5 Rest 1

Weil nun endlich 1 restiret, so könnet ihr daraus schliessen, daß die gegebenen Zahlen kein gemeines Maaß haben.

Beweis.

Beweis.

Der 1te Fall, wenn nämlich die allererste Division so gleich aufgehet, ist für sich selbst klar. Denn jede Zahl ist in sich selbst theilbar (§. 250). Wenn nun auch die größere Zahl von den gegebenen in die kleinere ohne Rest aufgehet, so ist allerdings die kleinere das begehrte gemeine Maaß. Indessen kann die kleinere Zahl kein größeres Maaß haben (§. 550): Derowegen muß solche kleinere Zahl nothwendig das begehrte größte gemeine Maaß seyn (§. 551).

Der 2te Fall aber gründet sich auf obige Lehren in §. 576 bis 580. Denn wenn 2 Zahlen in einander dividiret, einen Rest übrig lassen, so können dieselben kein größer gemeines Maaß (daferne eines zu finden) haben, als entweder solchen Rest selbst, oder doch ein solches Maaß, welches auch zu demselben Rest gemein ist (§. 579). Folgends, wenn bey den gegebenen zweyen Zahlen die erste Division nicht gerade aufgehet, so suchet man 2) ob der Divisor in den gebliebenen Rest aufgehe, in welchem Falle solcher Rest selbst das größte gemeine Maaß ist zu den gegebenen Zahlen, als zu dem Divisore und Dividendo, bey welchen derselbe Rest geblieben (§. 576). So aber solcher Divisor in seinen Rest nicht gerade aufgehet, und wiederum einen Rest übrig lässet, so suchet man auf vorige Weise ferner 3) ob dieser Rest das Maaß von seinem Divisore sey, und wo solche dritte Division gerade aufgehet, so ist der letzte Divisor, nämlich der Rest aus der andern Division, das gemeine größte Maaß zu dem Divisore und Dividendo in derselben andern Division, oder, welches einerley, zu dem Divisore und Rest in der ersten Division, folgends auch zu dem Dividendo in der 1ten Division (§. 577), das ist zu

den gegebenen Zahlen. Daferne aber die 3te Division wieder nicht aufgehet, so procediret man so lange weiter fort, wie vorhin, bis endlich die Division aufgehet, so muß der letzte Divisor nothwendig (wie aus dem vorigen erhellet) das größte gemeine Maaß seyn zu den gegebenen Zahlen. Und solchergestalt erhellet, wenn in der letztern Division der Rest 1 ist, daß bey ihnen kein größeres gemeines Maaß als 1 zu finden, das ist (§. 254), daß sie kein gemeines Maaß haben.

§. 647. Weil nun dieser Beweis sich auf dasjenige gründet, welches allererst bey den Eigenschaften der Zahlen dargethan worden; so habe auch die vorige Aufgabe nicht vorher in der Beschreibung der gemeinen Art (dahin dieselbe eigentlich gehöret) sondern hier angebracht.

§. 648. Nun werden zwar in diesem Processe die Quotienten gar nicht angesehen: Gleichwol kann man sie, wenn man will, dennoch brauchen, und aus ihnen diejenigen kleinsten Zahlen, welche in solcher Verhältniß stehen, wie die gegebenen (als z. E. vorhin §. 646. N°. 1, die 1 und 11; N°. 2, die 3 und 17; N°. 3, die 227 und 825) herleiten, und also gleich finden. Allein weil man dadurch bey gegenwärtigem Endzwecke, da die Absicht bloß auf das Kleinern gezielet ist, keinen Nutzen haben kann, so habe solches allhier übergangen, und bis hernach in den 4ten Theil gesparet.

§. 649. Indessen wer den Grund von dieser beschriebenen Manier (§. 646), wie solcher in dem Beweise erkläret worden, verstehet, und anbey dasjenige in Betrachtung ziehet, welches oben (§. 584) bereits fürgetragen habe, der wird gar bald sehen können, daß man nach solcher gemeinen Art öfters sich mit vergeblichen Divisionibus bemühet. Denn weil das größte gemeine Maaß unmöglich größer als das Complement (§. 552) seyn kann, so ist ja das Dividiren in einen solchen Rest, welcher größer, als sein Complement ist, wodurch eigentlich un-

ter-

tersuchet wird, ob solcher Rest das größte gemeine Maaß sey, nur eine vergebliche Arbeit. Derowegen habe allhier noch einen kürzern Weg anzeigen wollen.

Die 64. Aufgabe.

§. 650. **Das größte gemeine Maaß nach einer kürzern Art, als vorhin gezeiget, zu finden.**

Verfahret in der Hauptsache eben also, wie vorhin (§. 646) angewiesen worden. Merket aber anbey, wo ein Rest mehr als des Divisoris Hälfte, und also auch mehr als das Complement ist, daß ihr in der nachfolgenden Division den vorigen Divisorem nicht in seinen Rest, sondern nur in dessen Complement dividiret.

Es kommen demnach die vorigen Exempel (ibid. und zwar insonderheit nach der Ordnung, wie ich deren Ausrechnungen Bequemlichkeit halber aufzusetzen pflege) wie folget zu stehen:

Das Exempel N°. 2, da zu 183 und 1037 das größte gemeine Maaß gesuchet wird, also:

1ste) Division 183 | 1037

Quot. 5 Rest 122

2te) Division Complem. 61 | 183

3 Rest 0

Nämlich dividiret erstlich 1037 in 183, kommt der Rest 122. Weil nun dieser Rest mehr als die Hälfte aus 183, so subtrahiret ihn von solchen 183, kommt das Complement 61. Folgends dividiret den vorigen Divisorem 183 in das Complement 61, bleibet nichts übrig. Demnach ist 61 das begehrte größte gemeine Maaß.

Item

Item das Exempel N°. 3, da zu 28829 und 104775 das gröſßte gemeine Maaß begehret wird. Also:

1.)28829 104775

Quot. 3 Rest 18288

2.) Complem. 10541 28829

2 Rest 7747

3.) Complem. = 2794 10541

3 Rest 2159

4.) Complem. = = 635 2794

5.) = = 4 Rest 254 635

2 Rest 127

Complem. 127

gleich dem Rest.

Nämlich dividiret erstlich 104775 in 28829, kommt der Rest 18288, dessen Complement ist 10541. Folgends dividiret 2tens die 28829 in das Complement 10541, kommt der Rest 7747, dessen Complement ist 2794. Demnach dividiret weiter 3tens die 10541 in das Complement 2794, kommt der Rest 2159, dessen Complement ist 635. Derowegen dividiret 4tens die 2794 in das Complement 635, kommt der Rest 254. Weil nun dieser Rest weniger als die Hälfte von 635, so dividiret 5tens, wie in der vorhin beschriebenen gemeinen Art, die 635 in den Rest 254 selbst, kommt der Rest 127, dessen Complement ist gleichfalls 127, woraus klar ist, daß die 127 just 2mal in 254 enthalten. Solchennach brauchet es ferner keine besondere Division, und ist dahero 127 das verlangte gröſßte gemeine Maaß.

Item

Item das Exempel N°. 4, da zu 1038, und 2089 das größte gemeine Maaß gesuchet wird. Also:

1.) 1038 2089

2.) 2 Rest 13 1038

79 12.

Rest 11

3.) Complem. = 2 13

6 Rest 1

Nämlich dividiret erstlich 2089 in 1038, kommt der Rest 13. Dieser ist kleiner als die Hälfte von 1038. Derowegen dividiret 2tens solche 1038 in den Rest 13, kommt der Rest 11, dessen Complement ist 2. Mithin dividiret 3tens die 13 in das Complement 2, kommt der Rest 1; woraus erhellet, daß die Zahlen 1038 und 2089 kein gemeines Maaß haben.

Beweis.

Diese Regel gründet sich auf obige Lehren in §. 580 bis 584. Denn wenn zwo Zahlen in einander dividiret einen Rest, folgends auch ein Complement übrig lassen, so können dieselben kein größer gemeines Maaß (daferne eins zu finden) haben, als entweder solches Complement selbst, oder doch ein solches Maaß, welches auch zu demselben Complement gemein ist (§. 583). Im übrigen ist der gegenwärtige Beweis gleich dem Beweise §. 646. Weil aber auch das gemeine Maaß unmöglich größer, als der Rest, auch nicht größer, als das Complement seyn kann (§. 584): Derowegen nimmt man unter diesen beyden allezeit diejenige Zahl vor den Divisorem an, welche die kleinste ist.

§. 651.

§. 651. Ihr könnet auf solche Weise auch bey dem obigen Exempel (§. 642. N°. 1) das größte gemeine Maaß auf einmal finden, wie folget:

1.) 6081075000 | 17775450000

2 Rest 5613300000

2.) Complem. = 467775000 | 6081075000

13 | 140332.

Rest 00000000

Solchemnach ist das größte gemeine Maaß 467775000 (wie zu ersehen §. 643). Allein man bedienet sich bey dergleichen Exempel lieber der Kennzeichen der einzelnen Ziffern und sonst geschickter Zahlen, nach der Manier, wie solches oben §. 642 geschehen (§. 636); dieser nächst vorher beschriebenen Methode aber nur in dem Falle, wenn ein Bruch, welchen man gerne kleinern will, in keine einzelnen Ziffern oder sonst geschickte Zahlen aufgehoben werden kann (§. 645). Indessen habt ihr aus gegenwärtiger Auflösung dasjenige wahrzunehmen, welches oben §. 242 bereits angemerket worden, nämlich, weil allhier eigentlich die Reste aus den Divisionibus gesuchet werden, daß man eines Dividendi Nullen gegen eines Divisoris Nullen zur Rechten nicht, wie sonst gewöhnlich, hinweg lassen könne.

§. 652. In der Praxi, sonderlich bey Handlungsrechnungen, da man auf die allzugenaue Schärfe eines Bruches nicht allezeit siehet (§. 229), achtet man es öfters nicht der Mühe werth, bey großen Brüchen das größte gemeine Maaß nach voriger Art allererst zu suchen, und dieselbe, wo ja ein Maaß bey ihnen gefunden wird, alsdenn in solches Maaß zu kleinern; gleichwol aber will man unterweilen den Werth solcher großen Brüche gerne durch kleinere fürstellen, welche, obschon nicht punktuel, dennoch

sehr

sehr nahe den größern gleich sind: Zu diesem Ende habe allhier nachfolgende Aufgabe beyfügen wollen.

Die 65. Aufgabe.

§. 653. **Einen großen Bruch ohne Berechnung, jedoch dergestalt zu kleinern, daß dieser jenem entweder ganz gleich, oder doch sehr nahe gleich sey.**

Dividiret den Zähler und Nenner in 10, 100, oder 1000 ꝛc. das ist (§. 235), schneidet beyderseits zur Rechten gleich viel Ziffern ab, so zeigen die zur Linken bleibenden Zahlen einen kleinern Bruch an, der dem gegebenen entweder ganz gleich, wenn nämlich die abgeschnittenen Ziffern lauter Nullen sind (§. 634), oder doch, wo ja auch bedeutliche Ziffern abgeschnitten werden, sehr nahe beykommt. Je weniger Ziffern aber ihr in diesem letztern Falle abschneidet, desto näher und schärfer kommt der zur Linken des Abschnittes bleibende Bruch.

Z. E. den Bruch (§. 642. N°. 1) $\frac{6081075000}{17775450000}$ nach iezt beschriebener Art zu kleinern: So schneidet so wol dem Zähler als auch dem Nenner 9 Ziffern zur Rechten ab, so bleibet der kleine Bruch $\frac{6}{7}$, welcher jenem großen Bruch bey nahe gleich ist. Wollet ihr aber den kleinen Bruch genauer haben, so schneidet nur 8 Ziffern ab, so bleibet der Bruch $\frac{60}{77}$; und so ihr ihn noch genauer haben wollet, so schneidet nur 7 Ziffern ab, kommt der Bruch $\frac{608}{777}$ u. s. w. Solltet ihr aber nur die 3 Ziffern, als welche lauter Nullen sind, abschneiden, so würde der bleibende Bruch $\frac{6081075}{17775450}$ (wie bereits oben (ibid.) gemeldet ist) dem gegebenen ganz accurat gleich seyn. Auf solche Weise könnet ihr in Prari, wenn ihr die genaue Accurateſſe solcher kleinen Theilgen nicht

achtet,

achtet, auch die größten Brüche, sehr kurz und geschwind in kleinere verwandeln.

Die 66. Aufgabe.

§. 654. **Zu finden, in wie viel ein gegebener großer Bruch auf einmal zu kleinern sey, damit er einem andern gegebenen Bruche, so mit kleinern Zahlen geschrieben, aber dem Werthe nach jenem gleich ist, auch den Zahlen nach gleich werde.**

Dividiret den größern Zähler durch den andern kleinern Zähler, oder den größern Nenner durch den andern kleinern Nenner, so muß in allewege die gesuchte Kleinerungszahl hervorkommen.

Z. E. Es sey gegeben der Bruch $\frac{76}{1691}$ gleich dem Bruche $\frac{4}{89}$. Man soll finden, in welche Zahl jener Bruch zu kleinern sey, damit er diesem gleich werde. So dividiret die 76 in 4, oder die 1691 in 89, so kommen jedes mal 19. Folgends kann der Bruch $\frac{76}{1691}$ in 19 gekleinert werden, und kommet sodenn der Bruch $\frac{4}{89}$.

Beweis.

Weil beyde gegebene Brüche gleich groß sind, müssen sich die Zähler zu einander verhalten, wie die Nenner (§. 383). Folgends muß der kleinere Zähler in dem größern Zähler eben so vielmal enthalten seyn, wie der kleinere Nenner in dem größern Nenner (§. 308), das ist, beyde auf gedachte Weise kommende Quotienten, müssen einander gleich seyn. Dannenhero wenn man solchen großen Bruch in diesen Quotienten kleinert, so muß allerdings der andere gegebene kleinere Zähler und Nenner herauskommen (§. 283).

Von

Von der kleinsten Zahl, so durch verschiedene Zahlen ausmeßlich ist, oder nach gemeiner Rede, von dem kleinsten Generalnenner.

Die 67. Aufgabe.

§. 655. **Zu 2 gegebenen Zahlen die ausmeßliche kleineste zu finden, das ist, eine solche Zahl, in welcher beyde gegebenen Zahlen gerade aufgehen.**

Bey dieser Aufgabe habet ihr 3 Fälle zu merken:
1. Ob eine in die andere gerade aufgehe.
2. Ob sie sonst ein gemeines Maaß habe.
3. Ob sie primi inter se sind.

Im ersten Falle ist ohne Berechnung die gegebene größere, die verlangte ausmeßliche kleinste Zahl. Derowegen streichet nur die gegebene kleinere Zahl hinweg.

Z. E. Zu 4 und 32, ist die ausmeßliche kleinste Zahl 32. Denn diese gehet in 4 auf. Item zu 3 und 12, ist die ausmeßliche kleinste 12. Denn diese gehet in 3 auf.

Im 2ten Falle dividiret oder kleinert eine von beyden (welche ihr wollet) in ihr größtes gemeines Maaß, und multipliciret den Quotienten mit der andern ungekleinerten Zahl, so ist das Product die verlangte ausmeßliche kleinste Zahl.

Z. E. Die ausmeßliche kleinste Zahl zu 8 und 12 zu finden. Weil nun dieser Zahlen größtes gemeines Maaß

4 ist, so kleinert entweder die 8 in 4, und multipliciret den Quotienten 2 mit der 12; oder kleinert die 12 in 4, und multipliciret den Quotienten 3 mit der 8, kommt in allewege 24, die ausmeßliche kleinste Zahl, welche so wol in 8 als in 12 divisibel ist.

Im 3ten Falle multipliciret beyde schlechterdings mit einander, so giebt das Product die begehrte ausmeßliche kleinste Zahl.

Z. E. Zu 3 und 5, welche kein gemeines Maaß haben, ist die ausmeßliche kleinste 3 mal 5, nämlich 15.

Beweis.

Der erste Fall ist für sich selbst klar, denn das größte Maaß von einer Zahl ist die Zahl selbst (§. 550); folglich ist die ausmeßliche kleinste Zahl von einer gegebenen Zahl, die gegebene Zahl selbst. Wenn nun in selbige die andere gegebene Zahl aufgehet, so ist jene größere Zahl nothwendig die ausmeßliche kleinste Zahl zu den zwey gegebenen Zahlen. Der Beweis des 2ten Falles aber liegt in der obigen Proposition §. 591, und des 3ten Falles in der Proposition §. 586.

Die 68. Aufgabe.

§. 656. Zu 3, oder mehr gegebenen Zahlen, die ausmeßliche kleinste Zahl zu finden.

I. Streichet alle diejenigen Zahlen, durch welche eine der andern just aufgehet, hinweg.

II. Suchet zu den übrigen Zahlen, welche ein gemeines Maaß haben, ihre ausmeßliche kleinste Zahl, und zwar, wo mehr als 2 Zahlen übrig sind, erstlich zu zweyen derselben, auf die Weise, wie in der nächst vorigen Aufgabe

gabe angewiesen worden; alsdenn eben auf solche Art auch ferner zu der kommenden Zahl und einer dritten, u. s. w. bis ihr alle gegebenen Zahlen, die ein gemeines Maaß haben, durchgegangen. Endlich multipliciret

III. die aufs letzte kommende Zahl mit den noch übrigen gegebenen (daferne einige vorhanden sind), welche kein gemeines Maaß haben, so kommet die verlangte ausmeßliche kleinste Zahl.

Z. E. N°. 1. Die ausmeßliche kleinste Zahl zu 4, 7, 20 und 30 zu finden: So streichet erstlich die 4 hinweg, weil 20 in 4 gerade aufgehet, so ist 20 die kleinste ausmeßliche Zahl zu 4 und 20 (§. 655 im ersten Falle). Ferner saget: Das größte gemeine Maaß von 20 und 30 ist 10. Demnach kleinert eine von beyden in 10, und multipliciret das kommende mit der andern ungekleinerten, das ist multipliciret 2 mit 30, oder 3 mit 20, kommen 60 die ausmeßliche kleinste Zahl zu 20 und 30 (ibid. im 2ten Falle). Endlich multipliciret solche 60 mit 7, kommen 420 die ausmeßliche kleinste Zahl zu 7 und 60 (ibid. im 3ten Falle). Nun ist aber, vermöge des vorigen, 60 in 20 und 30, und 20 ferner in 4 theilbar, derowegen kann die Zahl 420 auch von 20, 30 und 4 gerade aufgemessen werden (§. 543): Folgends ist sie die ausmeßliche kleinste zu allen gegebenen Zahlen.

N°. 2. Die ausmeßliche kleinste Zahl zu 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 16 und 18 zu finden. So streichet erstlich die 2, 3, 4, 5, 6 und 8 hinweg, weil durch dieselben allemal eine der übrigen andern Zahlen gerade aufgehet. Ferner saget nach voriger Erklärung: Die ausmeßliche kleinste Zahl zu 10 und 15 (deren größtes gemeines Maaß 5) ist 30, als 2 mal 15 oder 3 mal 10; weiter: Zu 30 und 18 (deren größtes gemeines Maaß 6) ist 90,

als 5 mal 18 oder 3 mal 30; und endlich: Zu 90 und 16 (deren größtes gemeines Maaß 2) ist 720, als 8 mal 90. Mithin ist 720, die ausmeßliche kleinste Zahl zu 2,3,4,5,6,8,10,15, 16 und 18.

Beweis.

Es ist dieser Proceß nichts anders als der vorige (§. 655), indem man immerfort die ausmeßliche kleinste Zahl zu zweyen Zahlen suchet, wie solches insonderheit in der Auflösung N°. 1. erkläret worden. Und ist hierbey allein zu merken, daß man Kürze halber nur die Ordnung beobachte, erstlich auf die Zahlen, durch welche eine andere gerade aufgehet; denn 2ten auf die Zahlen, welche ein gemeines Maaß haben; und alsdann endlich 3ten auf die Zahlen, welche primi inter se sind, zu sehen.

§. 657. Indessen ob es schon in dem 2ten Falle, der Regel nach, gleich viel bringet, welche von beyden Zahlen gekleinert wird: So hat man gleichwol der bequemlichen Multiplication wegen zu merken, daß man allezeit diejenige Zahl kleinere, deren kommendes mit der ungekleinerten Zahl bequem zu multipliciren ist. Als beym nächst vorigen Exempel N°. 2, da die kleinste ausmeßliche Zahl zu 90 und 16 gesuchet wird; kleinert man lieber die 16, als die 30, indem es bequemer ist 90 mit 8, als 16 mit 45 zu multipliciren und sonderlich das Product sofort aus dem Kopfe hinzuschreiben.

§. 658. Daß man aber eben nach dieser Art auch zu dreyen oder mehrern Zahlen, welche ein gleiches größtes gemeines Maaß haben, die ausmeßliche kleinste Zahl auf einmal finden könne, ist oben §. 592 bereits dargethan worden. Demnach kann man in dem gedachten Exempel N°. 2 zu den Zahlen 10, 16 und 18, als welche ein gleiches größtes gemeines Maaß 2 haben, so fort ihre ausmeßliche kleinste Zahl finden, wenn man nämlich zwey von

diesen

diesen Zahlen in 2 kleinert, und die kommenden Zahlen mit der ungekleinerten dritten multipliciret, so kommet 5 ✕ 8 ✕ 18, oder 5 ✕ 16 ✕ 9, oder 10 ✕ 8 ✕ 9, das ist in allewege 720. Und da die Zahl 720, sowol in 3 (§. 626), als auch in 5 (§. 628) aufgehet; so siehet man gar bald, daß selbige auch in die noch übrige Zahl 15 aufgehen müsse (§. 588): Derowegen darf man solche 15 nur hinwegstreichen (§. 655 im ersten Falle) und ist also 720 die verlangte ausmeßliche kleinste Zahl, wie vorhin. Allein weil die gegebenen Zahlen mehrentheils von solcher Beschaffenheit, daß ihr größtes gemeines Maaß nicht allezeit gleich (wovon oben §. 593 schon erwehnet worden), so will ich allhier noch eine andere Art anzeigen, welche insonderheit bey vielen gegebenen Zahlen etwas bequemer zu gebrauchen ist, zumal da man nach solcher nicht eben auf die größte, sondern nur auf diejenigen gemeinen Maaße zu sehen hat, welche einem am geschwindesten beyfallen.

Die 69. Aufgabe.

§. 659. Zu vielen gegebenen Zahlen die ausmeßliche kleinste Zahl auf eine bequemere Art zu finden.

I. Streichet alle diejenigen Zahlen hinweg, durch welche eine der andern Zahlen gerade aufgehet.

II. Kleinert, wie sonst beym Kleinern gewöhnlich, alle diejenigen Zahlen, welche ein gemeines Maaß haben, in ihr gemeines Maaß, so lange und so oft, als es angehet; und zwar erstlich in solche Maaße, die zu den meisten von den gegebenen gemein, alsdenn hernach auch in solche Maaße, welche auch nur zu zweyen Zahlen gemein sind, und notiret alle solche Maaße, in welche ihr kleinert, jedesmal beyseite: Oder ihr könnet auch anfangen, wo ihr wollet, allein mit der Observation, daß ihr diejenigen Zahlen, welche schon nicht in ein angenommenes Maaß selbst, jedoch aber in einen Partem aliquotam aus demsel-

ben Maaße aufgehen, zugleich auch in solchen Partem mit kleinern müsset. Diejenigen Zahlen aber, welche bey jeder Kleinerung nicht zugleich mit gekleinert werden, schreibet (bequemerer Ordnung halber) aufs neue, neben die gekleinerten: Und wo sich abermals Zahlen finden, durch welche eine der nebenstehenden aufgehet, so streichet dieselben eben wie vorhin, hinweg; bis endlich lauter primi inter se übrig bleiben. Hierauf

III. multipliciret alle gebliebenen primos inter se, und die beyseite notirte Maaße in einander, so ist das kommende Product die begehrte ausmeßliche kleinste Zahl zu allen gegebenen Zahlen.

Diese Manier gründet sich auf dasjenige, welches oben §. 594 gemeldet worden. Zu desto mehrerer Erläuterung aber folgen nebst andern Exempeln auch die vorigen 2 Exempel aus §. 656.

N°. 1. Die ausmeßliche kleinste Zahl zu den Zahlen 4, 7, 20 und 30 zu finden. Dieses stehet also:

A 7 20 30

10)

7 2 3

Antw. 420

Nämlich streichet die 4, durch welche 20 aufgehet, hinweg. Ferner kleinert 20, und 30 in das gemeine Maaß 10; die 7 aber, welche in solches Maaß nicht mit gekleinert werden kann, schreibet unter die Linie neben die gekleinerten Zahlen, so kommen die primi inter se 7, 2 und 3. Diese, wie auch das gebrauchte Maaß 10, multipliciret in einander, kommt 3 mal 2 mal 7 mal 10, nämlich 420, die begehrte ausmeßliche kleinste Zahl.

N°. 2. Die ausmeßliche kleinste Zahl zu den Zahlen 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 15, 16 und 18 zu finden. Also:

℔ ß ℔ ß ß ß	10	15	16	18
2)				
	5	15	8	9
3)				
		5	8	3

Antwort 720

Nämlich kleinert nachdem ihr alle Zahlen, durch welche eine der andern gerade aufgehet, hinweggestrichen, die 10, 16, und 18, in das gemeine Maaß 2, kommen 5, 8 und 9. Hierzu setzet auch die 15 herunter. Da aber 15 in 5 gerade aufgehet, so streichet solche 5, wie vorhin, hinweg. Ferner kleinert die 15 und 9 in das gemeine Maaß 3, und setzet neben solche gekleinerte Zahlen, die übrige Zahl 8. Demnach multiplicirt die gekommenen primos inter se 5, 8 und 3, als auch die gebrauchten Maasse 2 und 3, in einander, so kommet die begehrte Zahl 720.

Oder es kann dieses Exempel auch wie folget berechnet werden:

℔ ß ℔ ß ß ß	10	15	16	18
5)				
	℔	ß	16	18
2)				
			8	9

Allhier sind erstlich die Zahlen 10 und 15 in 5 gekleinert, und die kommende 2 und 3, weil solche 16 oder 18 in 2, und 18 in 3 aufgehet, hinweggestrichen; ferner die 16 und 18 in 2 gekleinert worden. Demnach ist die begehrte Zahl 8 mal 9 mal 5 mal 2, das ist 720, wie vorhin.

N°. 3. Die ausmeßliche kleinste Zahl zu den Zahlen 9, 16, 20, 24 und 30 zu finden. Dieses stehet also:

	9	16	20	24	30
2)					
	9	8	10	12	15
2)					
	9	4	5	6	15
3)					
	3	4	—	2	5

Antwort 720.

Allhier hat man sich erstlich derjenigen Maaße bedienet, welche zu den meisten Zahlen gemein sind. Wenn ihr aber nur dasjenige betrachtet, so in der gegebenen Regel Artik. II. zu observiren gelehret worden, so könnet ihr die verlangte Zahl auch kürzer, als vorhin geschehen, finden, wie folget:

	9	16	20	24	30
10)					
	9	8	2	12	3
4)					
	9	2	—	3	

Nämlich kleinert die 20 und 30 in 10. Weil aber die 16 und 24 in einen Partem aliquotam aus 10, nämlich in 2, divisibel sind, so kleinert dieselben in solchen Partem 2. Der fernere Proceß ist gleich dem vorigen. Und ist demnach die gesuchte Zahl $9 \times 2 \times 10 \times 4$, das ist 720.

Oder ihr könnet auch nach solcher Art die Berechnung als folget anstellen:

	9	16	20	24	30
8)					
	9	2	8	3	15
3)					
	3	2	—	—	5

Allhier

Allhier sind die 16 und 24 in ihr gemeines Maaß 8 gekleinert, und weil 20 in den Partem aliquotam aus 8, nämlich in 4; und 30 in den Partem aliquotam 2 divisibel ist, so sind sie in solche Partes gekleinert. Uebrigens ist ferner wie vorhin procediret worden; und ist demnach die begehrte Antwort 3 ✕ 2 ✕ 5 ✕ 8 ✕ 3, nämlich 720.

Oder es kann nach solcher Manier der Proceß folgendermaßen angestellet werden:

	9	16	20	24	30
3)					
	3	16	20	8	10
4)					
	3	4	5	—	8

Und ist also die Antwort 3 ✕ 4 ✕ 5 ✕ 3 ✕ 4, nämlich 720, wie vorhin.

§. 660. Diese Lehre von der Ausfindung der kleinsten Zahl, welche durch verschiedene Zahlen ausmeßlich ist, hat insonderheit ihren Nutzen bey den Brüchen, die ungleiche Nenner haben, wenn sie unter gleiche Benennung gebracht werden sollen, wie aus nachfolgender Aufgabe zu ersehen. Denn nach der gemeinen Regel (§. 408) werden die neuen Nenner, folgends auch ihre Zähler, öfters außer Noth zu groß.

Die 70. Aufgabe.

§. 661. Verschiedene Brüche, welche ungleiche Nenner haben, unter den möglichst kleinsten Generalnenner zu bringen.

I. Suchet zu den gegebenen Nennern die ausmeßliche kleinste Zahl, nach Anzeigung der vorhergehenden

Lehren von §. 655 bis hierher. Diese ist der möglichst kleinste Generalnenner, in welchen alle gegebene Nenner aufgehen.

II. Bringet die gegebenen Brüche alle unter solche gefundene Benennung, und zwar, weil ihr allhier zu voraus wisset, daß der gefundene Generalnenner in alle gegebene Nenner gerade aufgehen muß, so verfahret (wie §. 412 schon erinnert worden) nach der oben angewiesenen Manier §. 411, nämlich suchet durch die Division, wie oft jeder Nenner der gegebenen Brüche in solchem Generalnenner enthalten ist, und eben mit so viel, als jeder Quotient anzeiget, multipliciret oder größert die gegebenen Zähler. Auf solche Weise behalten die Brüche ihren Werth (§. 384), und kommen unter den möglichst kleinsten Generalnenner, wie begehret.

Z. E. N°. 1. Die Brüche $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{9}{20}$ und $\frac{7}{30}$, nach nächst beschriebener Art unter gleiche Namen zu bringen: So suchet die ausmeßliche kleinste Zahl zu den gegebenen Nennern 4, 7, 20 und 30, kommen (§. 656 oder 659 N°. 1) 420. Diese Zahl ist der möglichst kleinste Generalnenner. Folglich dividiret solche 420 in den gegebenen Nenner 4, und multipliciret den kommenden Quotienten 105 mit dem Zähler 3, kommen 315. Gleichergestalt dividiret die 420 in den gegebenen Nenner 7, und multipliciret den kommenden Quotienten 60 mit dem Zähler 5, kommen 300. Also auch dividiret die 420 in den gegebenen Nenner 20, und multipliciret den kommenden Quotienten 21 mit dem Zähler 9, kommen 189. Endlich dividiret die 420 in den gegebenen Nenner

ner 30, und multipliciret den kommenden Quotienten 14 mit dem Zähler 7, kommen 98. Demnach habt ihr

an statt des Bruchs $\frac{3}{4}$ den Bruch $\frac{3}{4}\frac{1}{2}\frac{5}{0}$

an statt des Bruchs $\frac{5}{7}$ den Bruch $\frac{3}{4}\frac{0}{2}\frac{0}{0}$

an statt des Bruchs $\frac{9}{2}\frac{9}{0}$ den Bruch $\frac{1}{4}\frac{8}{2}\frac{9}{0}$

an statt des Bruchs $\frac{7}{3}\frac{7}{0}$ den Bruch $\frac{2}{4}\frac{8}{2}\frac{8}{0}$

Und sind solchergestalt die gegebenen Brüche aufs kürzeste unter gleiche Namen gebracht worden. Jedoch damit alles fein ordentlich zu stehen komme, pflege ich es folgendergestalt aufzuschreiben.

420

$\frac{3}{4}$	105	315
$\frac{5}{7}$	60	300
$\frac{9}{2}\frac{9}{0}$	21	189
$\frac{7}{3}\frac{7}{0}$	14	98

Allhier stehen die Quotienten, welche anzeigen, wie oft jeder gegebene Nenner in dem Generalnenner enthalten sey, neben den gegebenen Brüchen zwischen zwey Perpendicularlinien, gleichsam als in Parenthesi; und hierbey zur Rechten ordentlich die verlangten neuen Zähler. Deren gemeiner Name aber wird ein vor allemal oben an notiret (§. 80)

N°. 2. Die Brüche $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{2}{5}, \frac{5}{6}, \frac{3}{8}, \frac{7}{10}, \frac{4}{15}, \frac{13}{16}, \frac{5}{18}$, aufs kürzeste unter gleiche Namen zu bringen: So suchet zu diesen gegebenen Nennern ihre ausmeßliche kleinste Zahl, kommt (§. 656 oder 659 N°. 2) 720. Ferner procediret, wie vorhin gezeiget worden, so kommt die ganze Berechnung, als folget zu stehen:

	720	
1/2	360	360
2/3	240	480
3/4	180	540
2/5	144	288
5/6	120	600
3/8	90	270
7/10	72	504
4/15	48	192
13/16	45	585
5/18	40	200

Nota. Zwar können zuweilen solche große Zahlen kommen, welche nicht aus dem Kopfe dividiret oder multipliciret, und dahero die Quotienten oder Producte nach nebenstehender Ordnung nicht so fort hingeschrieben werden können: Allein, wenn man solche Ordnung gerne beybehalten will, so rechnet man alles dasjenige, was nicht von der Hand hingeschrieben werden kann, lieber beyseite. Merket aber, was die Divisores 15, 16 und 18 betrifft, daß ihr deren Quotienten bey dergleichen Exempel, ohne Nebenrechnung so fort hinschreiben könnet. Denn, wenn ihr den vorhin gefundenen Quotienten bey dem Divisore 3, nämlich die 240, in 5 dividiret; oder, wenn ihr den Quotienten bey dem Divisore 5, nämlich die 144, in 3 dividiret, so kommet der Quotient, welchen der Divisor 15 bringet; weil 15 aus 3 mal 5 componiret ist (§. 236). Also könnet ihr auch aus dem gefundenen Quotienten 360, durch die Division in 8; oder aus dem Quotienten 180, durch die Division in 4; oder aus dem Quotienten 90, durch die Division in 2, den Quotienten von dem Divisore 16 finden. Gleichergestalt findet ihr auch aus dem Quotienten 360, durch die Division in 9; oder aus dem Quotienten 240, durch die Division in 6; oder aus dem Quotienten 120, durch die Division in 3, den Quotienten von dem Divisore 18.

§. 662. Eben dieser Methode, wie allhier die Brüche unter den kleinsten Generalnenner zu bringen, gelehret

ret worden, kann man sich auch bey einer gegebenen Verhältniß bedienen, die in beyden Gliedern Brüche enthält; und solchergestalt durch die Vergrößerung mit deren Generalnenner, die Brüche auf einmal abwerfen, wovon oben (§. 449) angewiesen worden.

Z. E. Die (ibid. N°. 3) gegebene Verhältniß von $\frac{3}{4}$ zu $\frac{2}{5}$ könnet ihr mit 20, als deren Generalnenner, größern, kommen 15 und 8.

Item die Verhältniß von $3\frac{1}{4}$ zu $4\frac{5}{6}$, könnet ihr mit 12 größern, kommen 39 und 58.

§. 663. Nun sollte ich allhier auch zeigen, wie man zu etlichen gegebenen Zahlen die kleinste Zahl finden soll, in welcher die gegebenen gewisse Reste übrig lassen, z. E. wie man die kleinste Zahl finden soll, welche in 547 dividiret, 245; aber in 739 dividiret, 317 übrig lässet: Allein von dieser curieusen Sache, soll hernach bey andern curieusen Rechnungen, vorietzo aber von den 4 Speciebus, Regel Detri, Resolution (§. 413), und den Proben, wie nämlich bey diesen Rechnungsarten mit Vortheile zu verfahren, gehandelt werden. Jedoch habe ich allhier nunmehro nicht nöthig erachtet, die Species und Regel Detri in Theile eines Ganzen, von den Speciebus und Regel Detri in ganzen Zahlen zu separiren, und solche, wie vorhin in der gemeinen Art geschehen, jede ins besondere vorzutragen. Derowegen folgen dieselben hiernächst ohne Unterscheid unter dem Generaltitul: **Von den Vortheilen in der Addition, Subtraction, Multiplication, Division, und Regel Detri.**

Von den Vortheilen in der Addition.

§. 664.

Von der gemeinen Addition, da die gegebenen Zahlen ohne einige Ordnung durch einander laufen, und

eine

eine Zahl aus der andern nicht zu schließen ist, also, daß man dieselbe insgesamt nothwendig für Augen schreiben, und auf jede besonders in dem Zusammenzählen reflectiren muß, kann man keinen kürzern Weg, als die gemeine Art ist, haben (§. 518); und bestehet der leichtere Weg, wie sonst bey allen Rechnungen insgemein, fürnämlich nur in der Fertigkeit des Zusammenzählens, welche man durch die Uebung erlanget.

§. 665. Es haben zwar einige Autores einen Vortheil in der Addition gesuchet, durch die Neperianische Stäblein, oder ein auf solche Art eingerichtetes Kästgen, wie auch durch den Proportionalzirkel, oder andere arithmetische Maschinen (wovon insonderheit im Theatro Arithmetico-Geometrico, Leipzig Anno 1727 in Folio, mit mehrern zu sehen): Allein ehe man, absonderlich bey großen Additionen, die Stäblein in Ordnung geleget, die Zahlen mit dem Zirkel abgefasset und weiter fortgesetzet, und die Maschine gehörigermaßen gestellet, mittlerweile kann man nach dem gemeinen Wege lange addiret haben. Dahero diese vermeynten Vortheile mehr zur Curiosität, als zum Nutzen in Praxi dienen.

§. 666. Wenn aber die summirenden Zahlen eine gewisse Ordnung haben, das ist, wenn sie entweder alle einander gleich, oder, wenn sie in gleicher arithmetischer oder geometrischer Verhältniß (§. 314) zu-oder abnehmen, oder auch, wenn sonst eine andere gewisse Ordnung bey ihnen anzutreffen, so hat man im ersten Falle, wenn sie nämlich einander gleich, durch die Rechnungsart der Multiplication selbst schon einen viel kürzern Weg (§. 139 und 154); und gleichergestalt soll von den erwehnten andern Fällen weiter unten mehr als ein Vortheil gezeiget werden, wie dergleichen Series oder Reihen, kurz zu addiren sind. Demnach will ich allhier nur noch von den beym Addiren insgemein vorkommenden Zahlen reden, und auch bey diesen einige kleine Vortheile, die man gleichwol in gewissen Fällen haben kann, anzeigen.

Die

Die 71. Aufgabe.

§. 667. **Wie die Addition der einzig benamten Zahlen durch Hülfe der Subtraction zuweilen mit Vortheil zu verrichten.**

Wenn man in der Addition etwas zu viel addiret, und man nimmt solches dem Collect wiederum ab, so bleibet im Rest die wahre verlangte Summe (§. 39). Diesen Satz kann man insonderheit bey einer solchen summirenden Zahl mit Vortheil anbringen, welche nahe an einen Numerum simplicem (§. 71) ist. Denn man darf an stat der gegebenen Zahl nur solchen Numerum simplicem in seiner zugehörigen Stelle addiren, und das zu viel addirte hingegen subtrahiren.

Z. E. N°. 1. Ihr sollet addiren 994, das ist 1000 ÷6, zu 3687, so addiret an stat 994, 1 Tausend in der Stelle der Tausenden, und nehmet hingegen aus der Stelle der Einer 6 ab, also:

3687
+ 1 ÷6

kommt die Summe 4681 wie verlanget.

N°. 2. Zu addiren 2986 + 997 + 1998 + 2996; so addiret

3 Tausend ÷ 14
1 Tausend ÷ 3
2 Tausend ÷ 2
und 3 Tausend ÷ 4

kommen 9 Tausend ÷ 23, das ist 8977.

Oder ihr könnet Kürze halber diejenige Zahl, welche die größte Differenz mit ihrem nächst größern Numero sim-

simplici hat, ordentlich ganz aussetzen, und die andern Zahlen nach vorbeschriebener Art addiren, so bekommt ihr aufs letzte alsdenn eine kleinere Differenz abzuziehen, also:

2986

+ 1	÷ 3		
+ 2	÷ 2	} das ist	2 9 8 6
+ 3	÷ 4	+ 6	÷ 9

Summe 8977

Die 72. Aufgabe.

§. 668. **Wie die Addition der kleinen Sorten oder Theile eines Ganzen durch Hülfe der Subtraction zuweilen mit Vortheil zu verrichten.**

Eben dieses nächst vorhin gezeigten Vortheils kann man sich insonderheit bey solchen kleinen Sorten bedienen, wenn selbige nahe an eine Einheit der größern Sorten, oder, welches einerley, bey Brüchen, deren Zähler nahe dem Nenner ist, wie aus folgenden Exempeln zu ersehen.

Z. E. N°. 1. Zu addiren 8 fl. 26 ß + 13 fl. 28 ß + 5 fl. 23 ß + 7 fl. 25 ß, oder, so einerley, zu addiren $8\frac{26}{30}$ fl. + $13\frac{28}{30}$ fl. + $5\frac{23}{30}$ fl. + $7\frac{25}{30}$ fl; so addiret

fl. 9	÷ 4	ß oder 30tel
14	÷ 2	
6	÷ 7	
8	÷ 5	

Summe fl. 37 ÷ 18 ß oder 30tel, das ist 36 fl. 12 ß oder 30tel.

N°. 2.

N°. 2. Zu addiren $2\frac{7}{12} + 3\frac{9}{12} + 2\frac{5}{12} + 3\frac{3}{12}$; so addiret:

1 ÷ $\frac{5}{12}$
1 ÷ $\frac{3}{12}$
1 ÷ $\frac{7}{12}$
1 ÷ $\frac{9}{12}$

4 ÷ $2\frac{4}{12}$ | $\frac{3}{4}$, das ist $3\frac{1}{4}$.

N°. 3. Zu addiren 23 ℔ 30 Loth + 127 ℔ 28 L. + 16 ℔ 29 L. + 25 ℔ 31 L. + 114 ℔ 24 L. + 21 ℔ 23 L.; so addiret:

℔ 24 ÷ 2 Loth
128 ÷ 4
17 ÷ 3
26 ÷ 1
115 ÷ 8
22 ÷ 9

332 ÷ 27, das ist 331 ℔ 5 L.

N°. 4. Zu addiren 20 + 23 + 18 + 16 + 21 Ggr, so addiret:

Thl. 1 ÷ 4 Ggr.
1 ÷ 1
1 ÷ 6
1 ÷ 8
1 ÷ 3

Thl. 5 ÷ 22 Ggr, das ist 4 Thl. 2 Ggr.

§. 669. Solchergestalt hat man bey dergleichen Exempel den Vortheil, daß man eine viel kleinere Summe kleine Sorten bekomme, welche gar leicht von der

Summe der größern Sorten abzuziehen sind; da man hingegen nach der gemeinen Art eine größere Summe kleinere Sorten bekommt, und selbige durch die Division allererst in ihre größere Sorten bringen müsse. Der vornehmste Vortheil aber, welcher euch durch die beschriebene Manieren (§. 667 und 668) an Händen gegeben wird, ist dieser, daß ihr auf solche Weise, insonderheit, wenn nur wenig Zahlen zu summiren gegeben werden, die Berechnung, sowol bey einer, als mehrerley namigen Zahlen, öfters gar leicht aus dem Kopfe anstellen könnet.

Z. E. Zu addiren 97 + 93 + 96, das ist 100 —÷ 3 + 100 —÷ 7 + 100 —÷ 4; so dürfet ihr nur in den Gedanken die Differenzen 3, 7 und 4 zusammen zählen, und sagen, die Summe ist 300 —÷ 14, oder 286.

Item, zu addiren 21 + 19 + 23 Sgr das ist 1 Thl. —÷ 3 Sgr + 1 Thl. —÷ 5 Sgr + 1 Thl. —÷ 1 Sgr; so zählet die Differenzen zusammen, und saget zur Antwort: 3 Thl. —÷ 9 Sgr, das ist 2 Thl 15 Sgr.

Item, zu addiren 2 ℔ 115 ß + 13 ℔ 116 ß, das ist 3 ℔ —÷ 5 ß + 14 ℔ —÷ 4 ß; so könnet ihr so fort sagen: Die Summe ist 17 ℔ —÷ 9 ß, oder 16 ℔ 111 ß.

§. 670. Ihr dürfet auch keinesweges, wenn die summirenden Zahlen vorhin schon, wie ordinair unter einander geschrieben, dieselben allererst nach voriger Anweisung umschreiben, sondern nur ihre Differenzen, wie vorhin gezeiget, beyseite notiren, und alsdenn der kommenden Summe aus der größern Sorte so viel Einer zulegen, als ihr Differenzen notiret habt.

Z. E. Zu addiren 23 Stein 19 ℔. So notiret ÷ 5

123	=	21	=	—	÷ 3
79	=	22	=	—	÷ 2
138	=	17	=	—	÷ 7
526	=	18	=	—	÷ 6
Summe 894					÷ 23

Weil nun 5 Differenzen notiret worden, so zählet zu den Steinen noch 5 St. kommen 894 St. ÷ 23 ℔, das ist 893 St. und 1 ℔.

§. 671. Auf gleichen Schlag könnet ihr procediren, wenn unter den summirenden Zahlen auch solche Anzahlen kleine Sorten sich befinden, die nicht nahe, ja gar unter die Hälfte einer größern Sorte sind. Wobey noch ein besonderer Vortheil anzubringen ist, indem man die kleinen Sorten, welche mit + bemerket, gegen die kleinen Sorten, so mit ÷ bezeichnet, hinwegstreichen kann, als folget:

N°. 1. Zu addiren 127 fl. 7 ℋ. So notiret + ℏ

596	=	28	=	—	÷ ℏ
347	=	21	=	—	÷ ☉
35	=	23	=	—	÷ ☽
123	=	9	=	+ ☉	
46	=	13	=	+ ♈	
123	=	19	=	—	÷ ♌
87	=	24	=	—	÷ 6
Summe 1489 fl.				—	÷ 6

Wenn ihr nun die Zahlen gehörigermaßen beyseite notiret und mit + und ÷ nach Erforderung bezeichnet, so streichet die + 7 gegen ÷ 7; + 9 gegen ÷ 9; + 13 gegen ÷ 11 und ÷ 2 hinweg, so bleibet nur noch ÷ 6.

Und weil 5 mal ÷ bezeichnet worden, so zählet zu den fl. noch 5 fl. kommen 1489 fl. ÷ 6 ℊℯ, das ist 1488 fl. und 24 ℊℯ.

N°. 2.

Zu addiren 127 Thl. 10 Ggℯ. So notiret + xø

23	=	19	=	—	—	÷ 8
145	=	6	=	—	—	+ 6
124	=	21	=	—	—	÷ 8
87	=	5	=	—	—	+ 8
234	=	11	=	—	—	+ xx. 8
82	=	23	=	—	—	÷ x
17	=	15	=	—	—	÷ 9
Summe 843 Thl.				—	—	+ 14

Allhier ist + 5 gegen ÷ 5; + 10 gegen ÷ 1 und ÷ 9 hinweggestrichen. Ferner ist ÷ 3 hinweggestrichen, hingegen von + 11 ebenfalls 3 abgenommen worden, so bleibet + 6 und 8, das ist + 14. Und weil 4 mal ÷ bezeichnet worden, so zählet zu den Thalern noch 4, so kommen 843 Thl. + 14 Ggℯ.

Die 73. Aufgabe.

§. 672. **Wie die Addition solcher kleinen Sorten, welche leicht in andere Theile aus der grössern Sorte zu verwandeln, mit Vortheil zu verrichten.**

Wenn die summirenden kleinen Sorten leicht aus dem Kopfe in solche andere Brüche oder Theile aus der grössern Sorte zu reduciren (§. 420) sind, welche einen gleichen und doch kleinern Nenner haben, als ihr gemeiner Nenner vorher ist, das ist (§. 51 und 414 im Beweise), als

als die Anzahl der kleinen Sorten, so viel derselben auf eine Einheit der größern Sorten gehen; so zählet selbige nur nach ihrem Werthe in die andere gleichgültige Theile zusammen, so habt ihr den Vortheil, daß ihr nicht allein kleinere Zahlen zusammen zählen, sondern auch deren Summe hernach, wenn selbige zu ihrer größern Sorte gemacht wird, in einen kleinern Nenner dividiren dürfet.

Z. E. N°. 1. Zu addiren

123 fl.	18 ₰.	Weil nun alle diese ₰ aus 1. 2.
17 =	12	3. oder 4 mal 6 ₰ bestehen,
235 =	24	und 6 ₰ ist $\frac{1}{5}$ fl. so zählet 6 ₰
138 =	6	für 1, 12 ₰ für 2, 18 ₰ für 3,
25 =	24	und 24 ₰ für 4, kommen 17,
137 =	18	nämlich 5tel, welche in 5 dividi-
Summe 678 fl.	12 ₰	ret (§. 380), geben $3\frac{2}{5}$, das ist 3 fl. 12 ₰. Demnach setzet, wie gewöhnlich, die 12 ₰ hin, und nehmet die 3 fl. zu den fl. kommen 678 fl.

N°. 2. Zu addiren

238 fl.	15 ₰.	Weil nun alle diese ₰ aus 1,
347 =	$7\frac{1}{2}$	2 oder 3 mal $7\frac{1}{2}$ ₰ bestehen,
19 =	$22\frac{1}{2}$	und $7\frac{1}{2}$ ist $\frac{1}{4}$ fl; so zählet $7\frac{1}{2}$
37 =	15	für 1, 15 für 2, und $22\frac{1}{2}$ für
238 =	$22\frac{1}{2}$	3, kommen 15, nämlich 4tel fl.
592 =	$22\frac{1}{2}$	das ist $3\frac{3}{4}$ fl. oder 3 fl. $22\frac{1}{2}$ ₰.
479 =	$7\frac{1}{2}$	Ferner procediret, wie gewöhn-
Summe 1953 fl.	$22\frac{1}{2}$ ₰	lich.

N°. 3. Zu addiren

285 fl. 24 ℊ.
327 = 12
123 = 21
428 = 27
594 = 15
82 = 6
42 = 9

Summe 1884 fl. 24 ℊ

Weil nun alle diese ℊ aus 2, 3 oder 4 ꝛc. mal 3 ℊ bestehen, und 3 ℊ ist $\frac{1}{10}$ fl. so zählet die 9 ℊ für 3, die 6 ℊ für 2, die 15 ℊ für 5, die 27 ℊ für 9, die 21 ℊ für 7, die 12 ℊ für 4, und die 24 ℊ für 8, kommen 38, nämlich 10tel fl. das ist $3\frac{8}{10}$, oder 3 fl. 24 ℊ. Weiter verfahret, wie gewöhnlich.

N°. 4. Zu addiren

327 Thlr. 8 Ggℊ
279 = 16
427 = 20
59 = 12
83 = 16

Summe 1178 Thlr. —

Weil nun diese Ggℊ aus 2, 3 oder 4 ꝛc. mal 4 Ggℊ bestehen, und 4 Ggℊ ist $\frac{1}{6}$ Thlr. so zählet 16 Ggℊ für 4, 12 Ggℊ für 3, 20 Ggℊ für 5, und 8 Ggℊ für 2, kommen 18, nämlich 6tel Thlr, das ist 3 Thlr. Ferner procediret, wie gewöhnlich.

N°. 5. Zu addiren

237 fl. 12 ℊ 6 ℜ.
423 = 15 = 12
87 = 9 = 12
48 = 18 = 6
17 = 21 = 12

Summe 814 fl. 17 ℊ 12 ℜ

Weil nun diese ℜ aus 1 oder 2 mal 6 ℜ; und die ℊ aus 3, 4 oder 5 ꝛc. mal 3 ℊ bestehen, 6 ℜ aber = $\frac{1}{3}$ ℊ, und 3 ℊ = $\frac{1}{10}$ fl. so zählet 6 ℜ für 1, und 12 ℜ für 2, kommen 8, nämlich 3tel ℊ, das ist $2\frac{2}{3}$ ℊ oder 2 ℊ 12 ℜ. Ferner zählet 9 ℊ für 3, 12 ℊ für 4, 15 ℊ für 5, 18 ℊ für 6, und 21 ℊ für 7, kommen 25, nämlich 10tel fl. das ist 2_{10}^{5} fl.

oder

oder 2 fl. 15 ℋ. Hierzu nehmet die vorigen 2 ℋ, so habet ihr die 17 ℋ. Im übrigen procediret, wie gewöhnlich.

Die 74. Aufgabe.

§. 673. **Wie die vorige Manier bisweilen noch behender anzubringen.**

Aus dem nachfolgenden Exempel könnet ihr sehen, wie das nächst vorher angewiesene Zusammenzählen der kleinern Sorten, durch die kürzere Addition, das ist, durch die Multiplication (§. 139), unterweilen noch mehr verkürzet werden könne.

Als zu addiren	325 fl.	18 ℋ	Weil nun diese ℋ aus 1. 2
	529 =	27	oder 3 mal 9 ℋ bestehen,
	82 =	9	und 9 ℋ = $\frac{3}{10}$ fl. so zählet
	123 =	27	9 ℋ für 1, 18 ℋ für 2,
	42 =	9	und 27 für 3, kommen
	387 =	18	15. Diese multipliciret
	62 =	27	mit 3, kommen 45, nämlich 1otel fl. das ist 4 fl. 15 ℋ. Weiter verfahret, wie gewöhnlich.
Summe	1554 fl.	15 ℋ	

§. 674. Es dürfte jemand vielleicht denken, daß dergleichen Exempel, wie ich §. 672 und 673 fürgestellet habe, in Praxi niemals, oder doch sehr selten vorkommen: Allein ich kann aus selbst eigener Erfahrung versichern, daß in publiquen Affairen bey Steuern, Auflagen ꝛc. man öfters ganze Bücher mit dergleichen kleinen Sorten zu summiren habe, wobey die erwehnten Vortheile mit nicht geringem Nutzen angebracht werden können.

Die 75. Aufgabe.

§. 675. Die ungleichnamigen Brüche unter den möglichst kleinsten Generalnenner zu addiren.

I. Bringet die Brüche, welche ungleiche Nenner haben, unter den möglichst kleinsten Generalnenner, auf die Weise, wie vorhin §. 661 gelehret worden.

II. Addiret die kommenden neuen Zähler, und verfahret im übrigen nach der gegebenen Regel §. 425 und 427.

Z. E. N°. 1. Wenn ihr die oben in §. 661 N°. 1. gegebenen Brüche, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{9}{20}$ und $\frac{7}{30}$ addiren wollet, so setzet es eben also, wie daselbsten zu ersehen, und addiret die Zähler 315, 300, 189 und 98 zusammen, kommen 902, nämlich 420tel, das ist $2\frac{62}{420}$, oder $2\frac{31}{210}$.

N°. 2. Wenn ihr die in gedachtem §. N°. 2. gegebenen Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{4}{15}$, $\frac{13}{16}$ und $\frac{5}{18}$ addiren wollet, so setzet es, wie daselbst zu sehen, und addiret demnach die Zähler, 360, 480, 540, 288, 600, 270, 504, 192, 585 und 200, zusammen, kommen 4019, nämlich 720tel, das ist $5\frac{419}{720}$.

N°. 3. Es ist oben §. 425 N°. 1. ein Exempel gegeben, da $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$ und $\frac{1}{45}$ zu addiren sind, dieses stehet nach jetzt beschriebener Art, also:

45

$\frac{1}{3}$	9
$\frac{2}{5}$	18
$\frac{1}{45}$	1
	28

nämlich 45tel, oder $\frac{28}{45}$.

N°. 4.

N°. 4. Also ist daselbst N°. 2. ein Exempel gegeben, in welchem die Brüche $\frac{3}{4}$, $\frac{3}{16}$, $\frac{1}{8}$ und $1\frac{3}{8}$ zu addiren sind. Dieses stehet also:

	16	
$\frac{3}{4}$	4	12
$\frac{3}{16}$	1	3
$\frac{1}{8}$	2	2
$1\frac{3}{8}$	2	6
		23

kommen $2\frac{7}{16}$ nämlich 16tel, das ist $1\frac{7}{16}$, welches 1 zu den Ganzen genommen.

Von den Vortheilen in der Subtraction.

§. 676.

Mit der gemeinen Subtraction, da eine Zahl nur einmal von einer andern abzuziehen ist (denn wenn sie etliche mal abgenommen werden soll, ist oben §. 193 schon gezeiget worden, wie solches kurz zu verrichten sey), hat es eben die Bewandniß, als mit der Addition (§. 664 auch 518). Dannenhero ist auch allhier außer dem folgenden, sonst kein Vortheil anzubringen.

Die 76. Aufgabe.

§. 677. Wie die Subtraction der einzig benamten Zahlen, durch Hülfe der Addition, zuweilen mit Vortheil zu verrichten.

Wenn man in der Subtraction etwas zu viel subtrahiret, und man leget solches hinwiederum zu dem kom-

menden Reste, so giebt das Collect den verlangten Rest (§. 39). Diesen Satz kann man insonderheit bey einem solchen Subtractore mit Vortheil anbringen, welcher nahe an einen Numerum simplicem (§. 71) ist. Denn man darf an statt des gegebenen Subtractoris nur solchen Numerum simplicem in seiner zugehörigen Stelle subtrahiren, und das zu viel abgenommene hingegen dem Reste zulegen. Und ist auf solche Weise der verlangte Rest öfters gar leicht auch wohl aus dem Kopfe so fort herzusagen (§. 669).

Z. E. N°. 1. 994, das ist 1000 —÷ 6, von 4681 zu subtrahiren; so subtrahiret an statt 994, 1 Tausend in der Stelle der Tausenden, und leget hingegen 6 in die Stelle der Einer zu, also:

4681
—÷ 1 +6

der begehrte Rest 3687

N°. 2. Von 245 zu subtrahiren 96, das ist 100 —÷ 4; so subtrahiret 100, und leget hingegen 4 zu, so kommt der begehrte Rest 149.

§. 678. Eben hieraus entstehet die Methode, welche oben §. 434 N°. 2 in Not. angewiesen worden. Denn, wenn man nach solcher z. E. von 123 fl. 6 ℔, 47 fl. 21 ℔, abziehen soll, so subtrahiret man (weil 47 fl. 21 ℔ = 48 fl. —÷ 9 ℔) 48 fl. von den 123 fl. bleiben 75 fl. und leget hingegen die zu viel abgenommenen 9 ℔ zu den andern 6 ℔, kommet der begehrte Rest 75 fl. 15 ℔. Und gleiche Bewandniß hat es mit den gleichnamigen Brüchen, wie am angezogenen Orte zu ersehen.

Die 77. Aufgabe.

§. 679. Ungleichnamige Brüche unter den mög-

möglichst kleinsten Generalnenner zu subtrahiren.

I. Bringet sie unter den kleinsten Generalnenner nach Anweisung §. 661.

II. Subtrahiret die gleichnamigen Zähler begehrter maßen von einander, und procediret im übrigen nach der gegebenen Regel §. 431 und 434.

Zu desto mehrerer Erläuterung folgen allhier Exempel, sowol von gebrochnen, als vermischten Zahlen, auf alle vorkommende Fälle.

16

N°. 1. von $\frac{1}{1}\frac{1}{6}$ | 1 | 11
zu subtrahiren $\frac{3}{8}$ | 2 | 6
Rest $\frac{5}{16}$

48

N°. 2. von $\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ | 2 | 34
zu subtrahiren $\frac{5}{16}$ | 3 | 15
Rest $\frac{19}{48}$

60

N°. 3. von $\frac{1}{1}\frac{1}{2}$ | 5 | 55
zu subtrahiren $\frac{3}{5}$ | 12 | 36
Rest $\frac{19}{60}$

9

N°. 4. von 3271$\frac{5}{9}$ | 1 | 5
zu subtr. 1387$\frac{1}{3}$ | 3 | 3
Rest 1884$\frac{2}{9}$

15

N°. 5. von 4073$\frac{8}{15}$ | 1 | 8
zu subtrah. 2136 $\frac{4}{5}$ | 3 | 12
Rest 1936$\frac{11}{15}$

Nämlich, weil $\frac{12}{15}$ von $\frac{8}{15}$ nicht kann subtrahiret werden, so borget 1 Ganzes, das ist $\frac{15}{15}$, und verfahret, wie oben §. 434. N°. 5 gelehret worden.

N°. 6.

			18				24
N°. 6. von 6304	$\frac{8}{9}$	2	16	N°. 7. von 1394	$\frac{7}{12}$	2	14
zu subtrah. 4618	$\frac{5}{6}$	3	15	zu subtr. 1073	$\frac{7}{8}$	3	21
Rest 1686	$\frac{1}{18}$			Rest 320	$\frac{17}{24}$		
			90				77
N°. 8. von 4039	$\frac{7}{10}$	9	63	N°. 9. von 2340	$\frac{4}{11}$	7	28
zu subtr. 2140	$\frac{2}{9}$	10	20	zu subtr. 1870	$\frac{4}{7}$	11	44
Rest 1899	$\frac{43}{90}$			Rest 469	$\frac{61}{77}$.		

Von den Vortheilen in der Multiplication.

§. 680.

In der gemeinen Art zu multipliciren, ist man gewohnet, die Producte einig und allein durch Hülfe des Einmal Eins (§. 152) zu suchen; und weil dieses nur auf die einzelne Ziffern gestellet ist, so können die Producte, wo der Multiplicator mehr, als nur eine bedeutliche Ziffer hat, nicht so fort unmittelbar gleich darunter hingeschrieben werden. Dannenhero ist man nach solcher Art gemüßiget, alle dergleichen Multiplicatores zu zergliedern, oder in Theile zu zerstreuen, und solchergestalt den Multiplicandum erstlich mit jedem Theile des Multiplicatoris ins besondere zu multipliciren, alsdenn erst das Factum totale oder das Hauptfactum durch die Addition der Factorum partialium zu suchen (§. 170). Und eben deswegen nimmt man nach dieser gemeinen Art, jede bedeutliche Ziffer des Multiplicatoris

ris, wie sie vor Augen stehen, in der Multiplication für einen Theil an, weil deren Facta aus dem Einmal Eins (§. 154), und sonst keine andere unmittelbar zu finden sind.

§. 681. Hingegen hat man hier in der Practica auch bey den Multiplicatoribus, welche mehr, als nur eine bedeutliche Ziffer haben, noch verschiedene andere Wege, die verlangten Facta, ohne daß man die Multiplicatores zergliedern darf (§. 680), so fort unmittelbar zu finden; wie ihr aus dem folgenden bald sehen werdet. Und habe ich in gegenwärtigem Vortrage, bequemerer Ordnung halber, eben denselben Modum beobachten wollen, dessen ich mich oben bey der gemeinen Multiplication bedienet habe, nämlich

1. von dem Einmal Eins, und was demselben anhängig,
2. von solchen Multiplicationibus, deren Facta unmittelbar zu finden; und endlich
3. auch von solchen Multiplicationibus, deren Facta zwar nicht unmittelbar, jedoch kürzer oder auch leichter, als nach der gemeinen Art, gefunden werden können, zu beschreiben.

§. 682. Daß aber einige Rechner, zur Erlernung eines grössern Einmal Eins, anrathen, und durch solches einige Vortheile in der Multiplication zu suchen vermeynen; dieses ist gar nicht eines jeden Arbeit, indem man durch solches das Gedächtniß, und das Nachsinnen im Kopfe (wenn man insonderheit öfters eine Menge kommende Zehener aus einer Stelle im Sinne behalten, und solche hernach zu dem kommenden Product in der nächst folgenden höhern Stelle, welches auf solche Weise öfters vor sich allein eine große Zahl gäbe, auswendig addiren müßte) mehr beschweren würde, als kaum die Vortheile, welche dadurch in der

Multi-

Multiplication erlanget werden könnten, werth sind. Dannenhero lasse ich es lieber nur bey dem bekannten Einmal Eins bewendet seyn (§. 512), und will allhier nur anzeigen, wie ein größer Einmal Eins zu verfertigen sey, und zwar dieses nur deswegen, weil nach solcher Manier viele Rechnungstabellen gar leicht auszurechnen sind; wie bald gezeiget werden soll.

Die 78. Aufgabe.

§. 683. **Ein größer Einmal Eins, als das gewöhnliche; oder vielmehr eine Tabelle auf ein 1, 2, 3, 4 faches ꝛc. durch bloßes addiren zu verfertigen.**

Procediret in allen Stücken eben auf die Weise, wie oben §. 150 beym ordinairen Einmal Eins angewiesen worden: Nämlich, addiret das 1fache zu sich selbst, so habt ihr das 2fache. Zu diesem abermal das 1fache addirt, kommt das 3fache. Hierzu addiret wiederum das 1fache, kommt das 4fache u. s. w.

Z. E. Wenn man die ordentlichen Producte bey dem 1fachen anfangend, von der Zahl 43 ausrechnen will, so addiret 43 zu 43 kommen 86, das 2fache: Zu 86 addiret wiederum 43, kommen 129, das 3fache: Zu 129 addiret abermals 43, kommen 172, das 4fache, u. s. w. Solchergestalt kömen die begehrten Producte, wie folget:

1	43
2	86
3	129
4	172
5	215
6	258
7	301
8	344
9	387
10	430 ꝛc.

Dieses nennet man eine Tabelle oder Tarif.

§. 684.

§. 684. Man hat bey dieser Manier, Tabellen zu verfertigen, nicht nur den Vortheil, daß die verlangten Zahlen leicht und behender, als durch die Multiplication gefunden werden, sondern darüber noch diesen großen Vortheil, daß man an den 10fachen so fort erkennen kann, ob alle vorhergehende Producte recht sind. Denn, weil jedes nachfolgende Product aus seinem vorhergehenden hergeleitet wird, so ist man versichert, wenn in dem 10fachen das 1fache mit einer 0 kommt (wie vorhin §. 683 die 430), daß alle vorhergehende Zahlen recht seyn müssen (es sey denn, man müßte mehr als einmal, und zwar solche gewisse Fehler begangen haben, daß das 10fache dennoch richtig kommen könnte, welches aber nicht leichtlich zu vermuthen ist): Dahingegen, wenn man jedes Product ins besondere durch die Multiplication findet, so muß auch jedes besonders untersucht und probirt werden, daferne man die Versicherung haben will, daß sie alle richtig sind.

§. 685. Insonderheit, wenn man eine Tabelle auf eine mehrerley namige Zahl stellen will, so ist der Vortheil von dieser Manier überaus groß, welches jeder von sich selbst verspühren wird.

Z. E. Wenn 1 ℔ kostet 7 fl. 16 ß 15 ₰, und man verlanget zu wissen, was 2, 3, 4 ℔ ꝛc. kosten. Dieses wird nach voriger Unterweisung, durch bloßes addiren sehr leicht gefunden, und stehet also:

	fl.	ß	₰
1	7	= 16	= 15
2	15	= 3	= 12
3	22	= 20	= 9
4	30	= 7	= 6
5	37	= 24	= 3
6	45	= 11	= —
7	52	= 27	= 15
8	60	= 14	= 12
9	68	= 1	= 9
10	75	= 18	= 6
ꝛc.			

Die 79. Aufgabe.

§. 686. **Wenn man das Einmal Eins nur bis auf 5 weiß, wie die Producte der größern einzelnen Ziffern, als 5, aus den Producten der kleinern zu finden.**

I. Multipliciret die Differenzen zwischen jeden der gegebenen Factorum und 10, mit einander.

II. Addiret zu solchem Producte so viele Zehener, als die Summe beyder Factorum Unitäten über 10 hat, so kommt das verlangte Product.

Z. E. N°. 1. 7 mit 8 zu multipliciren, stehet also:

	Differ.
7	3
8	2

Antw. 56 das verlangte Product.

Nämlich saget: Die Differenz zwischen 7 und 10 ist 3; und zwischen 8 und 10 ist sie 2. Solche Differenzen mit einander multipliciret, geben 6. Ferner addiret die

die gegebenen Factores 7 und 8, so findet ihr 15, das ist 5 Unitäten über 10: Derowegen lasset von solcher Summe 10 fahren, und addiret 5 Zehener, das ist 50, zu dem vorigen Producte 6, kommen 56 das verlangte Product von 7 mal 8.

N°. 2. Wenn man 6 mal 9 wissen will, stehet es also:

	Differ.
6	4
9	1

Antw. 5 4

N°. 3. 8 mal 9, stehet also:

	Differ.
8	2
9	1

7 2

Beweis.

Wenn man 2 Zahlen unter 5, wie auch 2 Zahlen, die eben so viel über 5, als jene Zahlen darunter sind, jede besonders mit einander multipliciret, so ist das Product der zweyen größern Zahlen um so viel doppelte Fünfer, das ist um so viel Zehener mehr, weder das Product der kleinern Zahlen, als die Anzahl der Unitäten, welche jeder der größeren Factorum über 5 hat, zusammen ist. Z. E. Man multiplicire einerseits $5\div 2$ mit $5\div 4$, das ist 3 mit 1; und andererseits $5+2$ mit $5+4$, das ist 7 mit 9, so ist dieses Product 63 größer, als jenes Product 3, um 10 mal die 2 und 4, das ist um 10 mal 6, oder, welches einerley, um 6 mal 10. Derowegen wenn man die Producte der Zahlen über 5 bis 10 haben will, so darf man nur die Producte der vorhin Artik. I. gemeldten Differenzen, welche allhier eben diejenige kleinern Zahlen, die

eben so viel unter 5, als die gegebenen größeren darüber sind, suchen, und zu solchen so viel Zehener addiren, als die Summe der beyden gegebenen Zahlen über 10 (oder 2 × 5) ist.

§. 687. Man pfleget den Kindern zu zeigen, wie sie diese Rechnung mit den Fingern verrichten können, nämlich man benennet in jeder Hand den kleinen Finger 6, den Goldfinger 7, den Mittelfinger 8, den Spitzfinger 9, und den Daumen 10. Wenn man nun z. E. 7 mal 8 wissen will, so setzet man von einer Hand den Goldfinger, und von der andern den Mittelfinger (welche Finger 7 und 8 heißen) zusammen, so deuten solche Finger zusammt den Fingern, nach dem kleinen Finger zu, die Unitäten, so viel die Summe von 7 und 8 über Zehen ist. Derowegen zählet man diese Finger jeden vor zehen, als 10, 20, 30, ꝛc. so bekommet man 50, die übrigen Finger aber nach den Daumen zu, zeigen an jeder Hand die Differenzen der Factorum und 10, nämlich 2 und 3; demnach multipliciret man solche mit einander, und nimmt das Product 6 zu vorigen 50, so hat man das gesuchte Product 56. Es ist also diese Manier eben derselbe Proceß, welcher im nächst vorigen §. N°. 1. befindlich.

§. 688. In der Algebra kann man den Beweis dieser Rechnung durch allgemeine Größen weit deutlicher, als er vorhin (§. 686) in Zahlen gegeben, darstellen, auch zugleich erweisen, daß solche Rechnung nicht nur bey den einzelnen Ziffern, sondern auch bey allen andern Zahlen ihre Richtigkeit habe. Denn wenn man $a \div b$ mit $a \div c$, wie auch besonders $a + b$ mit $a + c$ multipliciret, kommt im ersten Product $a^2 \div [b + c]\, a + bc$; und im andern $a^2 + [b + c]\, a + bc$. Hieraus siehet man klar, daß dieses andere Product um $[b + c]\, 2a$ (das ist $[b + c]$ mal $2a$) mehr, als das erstere Product sey. Diesemnach kann man den gedachten Vortheil auch bey großen Zahlen, und zwar insonderheit, wenn dieselben nahe an 100, 1000 oder 10000 ꝛc. mit Nutzen anbringen. Z. E.

Z. E. N°. 1. Man soll 93 mit 89 multipliciren. Dieses stehet also:

	Differ. bis 100
93	7
89	11
Antw.	82 77

Nämlich multipliciret die Differenz 7 und 11 mit einander, kommen 77. Hierzu müssen so vielmal 100 (das ist so vielmal doppelte 50) addiret werden, als die Summe von 93 und 89, Unitäten über 100 hat. Derowegen addiret die 93 und 89, kommen zwar 182; lasset aber das eine Hundert fahren, und setzet die 82 in die Stelle der Hunderte, das ist in die 3te Stelle, so habt ihr das verlangte Product 8277.

N°. 2. 986 mit 997 zu multipliciren. Also:

	Differ. bis 1000
986	14
997	3
Antw.	983042

Allhier müssen zu dem Producte 42 so vielmal 1000 addiret werden, als die Summe beyder Factorum über 1000 ist, nämlich es müssen 42 und 983 Tausende zusammen genommen werden. Derowegen setzet man neben 42 zur Linken eine 0, und hernach die 983 in ihre gehörige Stelle, allwo sie Tausende bedeuten.

N°. 3. Zu multipliciren 9976 mit 9991. Also:

	Differ. bis 10000
9976	24
9991	9
Antw.	99670216

§. 689. Jedoch weil wir mit dergleichen Zahlen zu multipliciren bald einen leichtern Weg sehen werden, so kann der Nutzen dieser Regel bey solchen großen Zahlen nicht viel zu sagen haben. Demnach ist ihr fürnehmster Nutzen einigermaßen nur bey den einzelnen Ziffern, und zwar vor diejenigen insonderheit, welche das Einmal Eins nicht ganz fassen können. Eben diesen Leuten zu gut, will ich allhier noch anzeigen, wie man so gar auch ohne das Einmal Eins, nur durch bloßes dupliren und halbiren, multipliciren kann.

Die 80. Aufgabe.

§. 690. **Ohne das Einmal Eins, und nur durch dupliren und halbiren zu multipliciren.**

Addiret das Einfache und Zweyfache zusammen, so kommt das Dreyfache (§. 168).

Dupliret das 2fache, so kommt das 4fache, (§. 160).

Setzet bey das 1fache (so nur in den Gedanken oder durch einen Punkt wie §. 173 schon erwehnet, geschehen darf) eine 0, und halbiret es, so bekommt ihr das halbe 10fache (§. 159 und 276), das ist das 5fache.

Addiret zum Einfachen das 5fache, kommt das 6fache.

Addiret das 5fache und 2fache, kommt das 7fache.

Subtrahiret das 2fache vom 10fachen, so kommt das 8fache.

Endlich subtrahiret das Einfache vom 10fachen, so kommt das 9fache.

Z. E. 8763 mit 3
17526 das 2fache addirt,
kommt 26289 das 3fache.

Item

Item = 8763 mit 4
17526 das 2fache duplirt,
kommt 35052 das 4fache.

Item = 8763. mit 5
2)
43815 das 5fache.

Item = 8763. mit 6
2) 43815 das 5fache addirt,
kommt 52578 das 6fache.

Item = 8763. mit 7
2)
43815 das 5fache } addirt,
17526 das 2fache }
kommt 61341 das 7fache.

Item = 8763. mit 8
17526 das 2fache vom 10fachen,
bleibet 70104 das 8fache.

Item = 8763. mit 9
8763 das 1fache vom 10fachen,
bleibet 78867 das 9fache.

§. 691. Diese beschriebene Art ohne das Einmal Eins zu multipliciren, ist zwar bey den Multiplicatoribus, welche nur eine einzelne bedeutliche Ziffer haben, (wie aus vorigen Exempeln zu ersehen) mehrentheils weitläuftiger, als die gemeine Art; zumal wenn man allererst andere Zahlen, welche sonst nicht nöthig wären, aus-

finden muß, um durch deren Hülfe die verlangten Facta zu finden: Allein bey großen Exempeln, allwo mit mehr als einer einzelnen Ziffer zu multipliciren ist, kann man die Multiplication öfters eben so kurz, als nach dem gemeinen Wege verrichten, indem man aus den bereits gefundenen Factis partialibus die übrigen finden kann. Und obgleich nach solcher Manier, Zahlen zu addiren oder zu subtrahiren kommen, welche nicht, wie sonst gewöhnlich, gerade unter einander stehen. So ist doch oben schon (§. 109 und 130) erinnert worden, daß absonderlich bey 2 Zahlen die Addition und Subtraction gar leicht zu verrichten sey.

hgfedcba

Z. E. 38792567 mit 98376542 zu multiplici-
ren, so dupliret den Multiplicandum, kommt das Factum von = = = a.

Dupliret das vorige 2fache, kommt das Factum von = b.

Addiret das vorige 4fache zu dem Einfachen, das ist zu dem Multiplicando selbst; oder (nach gedachter Weise §. 690) halbiret das 10fache, kommt das Factum von = = = c.

Addiret das 2fache und 4fache; oder das 5fache und 1fache; oder auch subtrahiret das 4fache vom 10fachen, so kommt das Factum von = = d.

Addiret das 5fache und 2fache; oder das 6fache und 1fache, so kommt das Factum von = e.

Halbiret das 6 fache; oder addiret das 2fache und 1fache; oder subtrahiret das 2fache vom 5fachen, so kommt das Factum von = = f.

Addiret das 2fache und 6fache; oder das 5fache und 3fache; oder das 7fache und 1fache; oder auch

dupli-

dupliret das 4fache; oder subtrahiret das 2fache vom 10fachen, so kommet das Factum von = g.

Addiret das 8 fache und 1fache; oder das 7fache und 2fache; oder das 6fache und 3fache; oder das 5fache und 4fache; oder auch subtrahiret das 1fache vom 10fachen, so kommt das Factum von = h.

Und stehet es im übrigen eben, wie nach der gemeinen Art, also:

hgfedcba

38792567 mit 98376542

a = = = 77585134
b = = = 155170268
c = = = 193962835
d = = 232755402
e = = 271547969
f = = 116377701
g = 310340536
h = 349133103

3816278596763314 das begehrte Product.

§. 692. Ohnerachtet nun nach dieser Manier, die Producte etwas leichter, als durch das Einmal Eins gefunden werden, so ist es doch kaum werth, ein Vortheil zu heißen, und gehöret solche Manier nur für solche Leute, denen das Einmal Eins nicht in Kopf will (§. 689). Die aber im Rechnen weiter zu kommen gedenken, können das Einmal Eins nicht entrathen, sondern müssen vielmehr solches dergestalt inne haben, daß es ihnen eben so leicht seyn müsse, durch das Einmal Eins, als nach voriger Manier zu multipliciren. Jedoch recommandire ich die beschriebene Manier deswegen mit Fleiß zu merken, weil die meisten nachfolgenden Vortheile, welche von größerm Werthe sind, daraus hergeleitet werden.

Die 81. Aufgabe.

§. 693. Eine ganze Zahl mit 11 auf eine leichte Art zu multipliciren, und das Product unmittelbar so fort darunter zu schreiben.

Dieses geschiehet eben so leichte, ja wohl noch leichter, als wenn man sonst mit einer einzelnen Ziffer multipliciren soll. Denn da 11 mal 1 ist 11, 11 mal 2 ist 22, 11 mal 3 ist 33 ꝛc. folglich die Facta immerfort aus solchen zweyen neben einander gesetzten Ziffern bestehen, als die mutiplicirte Ziffer selbst ist; so dürfet ihr ohne im Kopfe was zu rechnen, oder nachzudenken, jede Ziffer des Multiplicandi nur, als hätte sie noch eine dergleichen Ziffer neben ihr stehen, aussprechen, und im übrigen, wie sonst bey der Multiplication mit einer einzelnen Ziffer verfahren, so bekommt ihr das verlangte Product.

Z. E. N°. 1. 872940361 5 mit 11 zu multipliciren.

Antw. 9602343976 5

Nämlich saget: 55 geben in das verlangte Product 5 zu setzen und 5 zu behalten. Ferner saget: 11 und die behaltenen 5 thun 16. Setzet in das Product 6 und behaltet 1. Weiter: 66 und 1 machen 67. Schreibet gehörigermaßen die 7, und behaltet 6. Ferner: 33 und 6 ist 39. Setzet 9 und behaltet 3. Weiter saget: 0 ist nichts; derowegen setzet unter diese Stelle nur die behaltenen 3. Ferner: 44 giebt 4 zu setzen, und 4 zu behalten. Weiter: 99 und 4 machen 103. Setzet 3 und behaltet 10. Ferner: 22 und 10 geben 32. Setzet 2 und behaltet 3. Weiter: 77 und 3 thun 80. Setzet 0 und behaltet 8. Endlich saget: 88 und 8 ist 96, solche setzet, wie sonst am Ende gewöhnlich, ganz aus.

N°. 2.

N°. 2. 38795 mit 110 zu multipliciren Also:

4267450

Nämlich multipliciret mit 11, wie vorhin gezeiget, und setzet dem kommenden eine o bey (§. 166)

Die 82. Aufgabe.

§. 694. **Eine vermischte oder mehrerley namige Zahl von allerhand kleinen Sorten nach voriger Weise mit 11 zu multipliciren.**

Wenn ihr die ganzen Zahlen nach der vorhin gezeigten Manier (§. 693) mit 11 multipliciren könnet, so ist es euch ein leichtes, eben dieselbe Manier auch bey einer vermischten oder mehrerley namigen Zahl, und zwar auf die Weise, wie oben §. 467 gelehret worden, anzubringen. Und weil 11 ohne das nicht allzugroß ist, so wird auch diejenige Schwierigkeit allhier nicht geachtet, welche oben (§. 468) bey den Multiplicatoribus, die aus etlichen bedeutlichen Ziffern bestehen, angemerket. Diesemnach folgen hiernächst nur einige Exempel:

N°. 1. 386 fl. 23 ß 12 ₰ mit 11 zu multipliciren.

Antw. 4254 = 20 = 6

Nämlich fanget die Multiplication bey der kleinsten Art Einheiten an, das ist, bey den ₰, und gehet hernach weiter fort zu den ß, alsdenn ferner zu den fl, wie oben (§. 467) zu ersehen.

N°. 2. 437 ℔ 12 Loth 3 Qu. $2\frac{7}{8}$ ₰ mit 11.

Antw. 4815 = 14 = — = $3\frac{5}{8}$

Nämlich multipliciret erstlich die $\frac{7}{8}$ mit 11 kommen $\frac{77}{8}$, das ist $9\frac{5}{8}$, diese 9 A nehmet hernach zu dem folgenden Product der A u. s. w.

§. 695. Daß ich aber in dieser Aufgabe (§. 694) die Worte: **von allerhand kleinen Sorten**, exprimiret, solches ist deswegen geschehen, weil wir hernach noch andere Vortheile antreffen werden, die nur in gewissen Fällen, und nicht bey allerhand kleinen Sorten bequem angebracht werden können.

§. 696. Da nun auf solche Weise das Product von dem 11fachen, so wol bey ganzen (§. 693), als vermischten oder mehrerley namigen Zahlen (§. 694), eben so bequem, als wenn der Multiplicator nur eine einzelne bedeutliche Ziffer, unmittelbar zu finden ist; so kann die Zahl 11 in der Multiplication allezeit nur als eine einzelne Ziffer geachtet werden. Dannenhero werde ich hinfort durch eine **einzelne Ziffer**, wie nicht minder durch die Numeros simplices (§. 71), zugleich auch die Zahl 11 verstehen.

§. 697. Bevor ich aber weiter zu andern Vortheilen schreite, habe ich den Anfängern zum besten dienlich zu seyn erachtet, in den nächst folgenden 2 Tabellen alle diejenigen Zahlen zu specificiren, welche just $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ ꝛc. (das ist, ein solcher bequemer Bruch, der, wie oben §. 447 gemeldet, im Zähler 1, und im Nenner nur eine einzelne Ziffer oder auch 11 hat) aus den angewachsenen Einheiten oder Ziffern (§. 71) bis auf 11000 sind. Und kann ich versichern, daß diese Tabellen nicht allein einen großen Nutzen zu den nachfolgenden Vortheilen haben, sondern auch denjenigen, der sie wohl im Kopfe hat, sehr fertig und läufig in vielen Rechnungen machen können.

Tab.

Tab. I.

Von den angewachsenen Einheiten.

Aus	10	100	1000	10000
ist $\frac{1}{2}$	= 5	= 50	= 500	= 5000
$\frac{1}{3}$	= 3 $\frac{1}{3}$	= 33 $\frac{1}{3}$	= 333 $\frac{1}{3}$	= 3333 $\frac{1}{3}$
$\frac{1}{4}$	= 2 $\frac{1}{2}$	= 25	= 250	= 2500
$\frac{1}{5}$	= 2	= 20	= 200	= 2000
$\frac{1}{6}$	= 1 $\frac{2}{3}$	= 16 $\frac{2}{3}$	= 166 $\frac{2}{3}$	= 1666 $\frac{2}{3}$
$\frac{1}{7}$	= 1 $\frac{3}{7}$	= 14 $\frac{2}{7}$	= 142 $\frac{6}{7}$	= 1428 $\frac{4}{7}$
$\frac{1}{8}$	= 1 $\frac{1}{4}$	= 12 $\frac{1}{2}$	= 125	= 1250
$\frac{1}{9}$	= 1 $\frac{1}{9}$	= 11 $\frac{1}{9}$	= 111 $\frac{1}{9}$	= 1111 $\frac{1}{9}$
$\frac{1}{11}$	= $\frac{10}{11}$	= 9 $\frac{1}{11}$	= 90 $\frac{10}{11}$	= 909 $\frac{1}{11}$

Tab. II.

Von den angewachsenen Ziffern.

Aus	20	30	40	50	60	70
ist $\frac{1}{2}$	= 10	= 15	= 20	= 25	= 30	= 35
$\frac{1}{3}$	= 6 $\frac{2}{3}$	= 10	= 13 $\frac{1}{3}$	= 16 $\frac{2}{3}$	= 20	= 23 $\frac{1}{3}$
$\frac{1}{4}$	= 5	= 7 $\frac{1}{2}$	= 10	= 12 $\frac{1}{2}$	= 15	= 17 $\frac{1}{2}$
$\frac{1}{5}$	= 4	= 6	= 8	= 10	= 12	= 14
$\frac{1}{6}$	= 3 $\frac{1}{3}$	= 5	= 6 $\frac{2}{3}$	= 8 $\frac{1}{3}$	= 10	= 11 $\frac{2}{3}$
$\frac{1}{7}$	= 2 $\frac{6}{7}$	= 4 $\frac{2}{7}$	= 5 $\frac{5}{7}$	= 7 $\frac{1}{7}$	= 8 $\frac{4}{7}$	= 10
$\frac{1}{8}$	= 2 $\frac{1}{2}$	= 3 $\frac{3}{4}$	= 5	= 6 $\frac{1}{4}$	= 7 $\frac{1}{2}$	= 8 $\frac{3}{4}$
$\frac{1}{9}$	= 2 $\frac{2}{9}$	= 3 $\frac{1}{3}$	= 4 $\frac{4}{9}$	= 5 $\frac{5}{9}$	= 6 $\frac{2}{3}$	= 7 $\frac{7}{9}$
$\frac{1}{11}$	= 1 $\frac{9}{11}$	= 2 $\frac{8}{11}$	= 3 $\frac{7}{11}$	= 4 $\frac{6}{11}$	= 5 $\frac{5}{11}$	= 6 $\frac{4}{11}$

Aus	80	90	110	200	300
ist $\frac{1}{2}$	= 40	= 45	= 55	= 100	= 150
$\frac{1}{3}$	= 26 $\frac{2}{3}$	= 30	= 36 $\frac{2}{3}$	= 66 $\frac{2}{3}$	= 100
$\frac{1}{4}$	= 20	= 22 $\frac{1}{2}$	= 27 $\frac{1}{2}$	= 50	= 75
$\frac{1}{5}$	= 16	= 18	= 22	= 40	= 60
$\frac{1}{6}$	= 13 $\frac{1}{3}$	= 15	= 18 $\frac{1}{3}$	= 33 $\frac{1}{3}$	= 50
$\frac{1}{7}$	= 11 $\frac{3}{7}$	= 12 $\frac{6}{7}$	= 15 $\frac{5}{7}$	= 28 $\frac{4}{7}$	= 42 $\frac{6}{7}$
$\frac{1}{8}$	= 10	= 11 $\frac{1}{4}$	= 13 $\frac{3}{4}$	= 25	= 37 $\frac{1}{2}$
$\frac{1}{9}$	= 8 $\frac{8}{9}$	= 10	= 12 $\frac{2}{9}$	= 22 $\frac{2}{9}$	= 33 $\frac{1}{3}$
$\frac{1}{11}$	= 7 $\frac{3}{11}$	= 8 $\frac{2}{11}$	= 10	= 18 $\frac{2}{11}$	= 27 $\frac{3}{11}$

Aus

Aus 400		500		600		700		800	
ist	1/2 =	200	=	250	=	300	=	350	= 400
	1/3 =	133 1/3	=	166 2/3	=	200	=	233 1/3	= 266 2/3
	1/4 =	100	=	125	=	150	=	175	= 200
	1/5 =	80	=	100	=	120	=	140	= 160
	1/6 =	66 2/3	=	83 1/3	=	100	=	116 2/3	= 133 1/3
	1/7 =	57 1/7	=	71 3/7	=	85 5/7	=	100	= 114 2/7
	1/8 =	50	=	62 1/2	=	75	=	87 1/2	= 100
	1/9 =	44 4/9	=	55 5/9	=	66 2/3	=	77 7/9	= 88 8/9
	1/11 =	36 4/11	=	45 5/11	=	54 6/11	=	63 7/11	= 72 8/11

Aus 900		1100		2000		3000	
ist	1/2 =	450	=	550	=	1000	= 1500
	1/3 =	300	=	366 2/3	=	666 2/3	= 1000
	1/4 =	225	=	275	=	500	= 750
	1/5 =	180	=	220	=	400	= 600
	1/6 =	150	=	183 1/3	=	333 1/3	= 500
	1/7 =	128 4/7	=	157 1/7	=	285 5/7	= 428 4/7
	1/8 =	112 1/2	=	137 1/2	=	250	= 375
	1/9 =	100	=	122 2/9	=	222 2/9	= 333 1/3
	1/11 =	81 9/11	=	100	=	181 2/11	= 272 8/11

Aus 4000		5000		6000		7000	
ist	1/2 =	2000	=	2500	=	3000	= 3500
	1/3 =	1333 1/3	=	1666 2/3	=	2000	= 2333 1/3
	1/4 =	1000	=	1250	=	1500	= 1750
	1/5 =	800	=	1000	=	1200	= 1400
	1/6 =	666 2/3	=	833 1/3	=	1000	= 1166 2/3
	1/7 =	571 3/7	=	714 2/7	=	857 1/7	= 1000
	1/8 =	500	=	625	=	750	= 875
	1/9 =	444 4/9	=	555 5/9	=	666 2/3	= 777 7/9
	1/11 =	363 7/11	=	454 6/11	=	545 1/11	= 636 4/11

Aus

	Aus	8000	9000	11000
ist	1/2	= 4000	= 4500	= 5500
	1/3	= 2666 2/3	= 3000	= 3666 2/3
	1/4	= 2000	= 2250	= 2750
	1/5	= 1600	= 1800	= 2200
	1/6	= 1333 1/3	= 1500	= 1833 1/3
	1/7	= 1142 6/7	= 1285 5/7	= 1571 3/7
	1/8	= 1000	= 1125	= 1375
	1/9	= 888 8/9	= 1000	= 1222 2/9
	1/11	= 727 3/11	= 818 2/11	= 1000

§. 698. Die Anfänger dürfen diese Tabellen zum öftern lesen, und nur auf die Zahlen acht haben, wie sie von der Linken nach der Rechten ordentlich auf einander folgen, so werden sie dieselben durch eine kleine Uebung gar bald auswendig wissen können. Ja wenn man auch nur die 1te Tabelle auswendig weiß, so ists ein leichtes, die andere Tabelle von sich selbst auswendig zu finden. Denn, wenn man z. E. weiß, daß 25 sey 1/4 aus 100, so weiß man auch, daß 3 mal 25, nämlich 75, sey 3/4 aus 100, oder, so einerley (§. 417), 1/4 aus 300. Item, wenn man weiß, daß 12 1/2 sey 1/8 aus 100, so weiß man auch, daß 8 mal 12 1/2 + 1 mal 12 1/2, das ist 9 mal 12 1/2, nämlich 112 1/2 sey 9/8 aus, oder (§. 396) mal 100, folgends auch (§. 417) 1/8 aus 900.

§. 699. Wer aber auch nur eine geringe Fähigkeit im Rechnen hat, der kann durch ein kleines Nachdenken, alle diejenigen Zahlen von sich selbst erkennen, die solche Theile aus den angewachsenen Einheiten und Ziffern sind, wie vorhin beschrieben. Denn man darf nur in der Geschwindigkeit überschlagen, ob die vorgekommene Zahl mit einer einzelnen Ziffer multipliciret, in dem Producte eine angewachsene Einheit oder Ziffer bringe, und zwar dieses nicht von ungefehr, sondern durch gewisse

Grün-

Gründe; nämlich wenn man in Erwegung ziehet, daß alle ganze Zahlen, welche zur Rechten eine 5 haben, mit einer geraden Ziffer multiplicirt; und die zur Rechten eine gerade Ziffer haben, mit 5 multipliciret, im Producte allezeit eine o zur Rechten geben müssen (§. 603 und 604). Noch weniger darf es vieles Suchen bey den vermischten Zahlen, weil bey solchen gemeiniglich der Nenner des Bruchs selbst die gesuchte einzelne Ziffer ist, mit welcher selbige vermischte Zahl zu multipliciren sey. Ferner wenn man eine solche einzelne Ziffer gefunden, mit welcher eine vorgekommene Zahl multipliciret, in dem Product eine angewachsene Einheit oder Ziffer bringet, so weiß man daraus zugleich, daß solche multiplicirte Zahl aus derselben angewachsenen Einheit oder Ziffer, ein solcher Theil oder Bruch seyn müsse, welcher im Zähler 1, und in dem Nenner eben dieselbe gefundene Ziffer habe (§. 267 und 48).

Z. E. N°. 1. Man begehret zu wissen, ob 125 ein solcher Theil oder Bruch ist aus einer angewachsenen Einheit oder Ziffer, wie oben gemeldet: So darf man nur bedenken, wenn man 125 mit 2 multipliciret, kommen 250, das ist 25 nebst einer o; multipliciret man 25 ferner mit 2, kommen 50, das ist 5 nebst noch einer o; und so man endlich 5 wiederum mit 2 multipliciret, kommen 10. Hieraus könnet ihr schließen (§. 160), wenn man 125 mit 8 multipliciret, daß das Product sey 10 nebst noch 2 Nullen, das ist 1000; folgends auch (§. 267), daß 1000 in 125 dividiret, geben 8; und derowegen (§. 48), daß 125 sey $\frac{1}{8}$ aus 1000.

N°. 2. Es sey die vorgekommene Zahl $14\frac{2}{7}$, so multipliciret sie mit dem Nenner 7, so kommen 100. Hieraus

aus könnet ihr auf vorige Weise schließen, das $14\frac{2}{7}$ sey $\frac{1}{7}$ aus 100.

N°. 3. Es sey die vorgekommene Zahl $12\frac{1}{2}$, so multipliciret erstlich mit des Bruchs Nenner, damit der Bruch hinwegfalle (§. 449), kommen 25. Hiernächst verfahret, wie vorhin in N°. 1, so werdet ihr endlich finden, das $12\frac{1}{2}$ sey $\frac{1}{8}$ aus 100. Auf gleiche Weise können alle dergleichen Zahlen gefunden werden, so lange man obige Tabellen nicht im Kopfe hat.

Die 83. Aufgabe.

§. 700. **Eine ganze Zahl und eine solche Zahl, welche just $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ ꝛc. das ist ein bequemer Bruch (§. 447) aus 10, 100 oder 1000 ꝛc., mit einander zu multipliciren, und das Product so fort unmittelbar darunter zu schreiben.**

Gleichwie das 5fache durch die Division gefunden wird, wenn man das 10fache in 2 dividiret (§. 690) also könnet ihr auch die Producte aller solcher Multiplicatorum finden, welche solche Zahlen sind, als oben (§. 697) in der ersten Tabelle specificiret worden. Nämlich

I. setzet dem Multiplicando so viel Nullen, oder (§. 173) Puncte bey, als die Multiplication mit der angewachsenen Einheit, aus welcher der gegebene Multiplicator just ein Theil ist, erfordert (§. 159).

II. Nehmet aus solchem 10, 100 oder 1000 fachen ꝛc. durch die Division in desselben Theiles oder Bruches Nenner den behörigen Theil, so kommt das verlangte Product (§. 276).

Z. E.

Z. E. N°. 1. 3579 mit 25 zu multipliciren. Weil nun 25 just $\frac{1}{4}$ aus 100, so ist auch das 25fache just $\frac{1}{4}$ aus dem 100fachen (ibid.). Derowegen multipliciret die 3579 mit 100. das ist, machet bey 3579 nur zwey Punkte (welche Punkte ihr auch gar hinweg lassen könnet, wenn ihr nur die Stellen gehörigermaßen beobachtet), und dividiret solches 100fache in 4, so kommt das verlangte 25fache. Also:

3579..
4)———
Antw. 89475 das 25fache.

N°. 2. 23879 mit $12\frac{1}{2}$, das ist $\frac{1}{8}$ aus 100, zu multipliciren. Also:

23879..
8)———
Antw. $298487\frac{4}{8}$ oder $\frac{1}{2}$.

Desgleichen wenn man 12 fl. 15 ß mit 23879 multipliciren will, das ist (§. 146), wenn man 23879 mal 12 fl. 15 ß (oder mal $\frac{1}{8}$ aus 100 fl.) haben will, so kommet die Berechnung ebenermaßen wie vorhin. Also:

23879..
8)———
Antw. 298487 fl. 15 ß

N°. 3. 4958 mit $3\frac{1}{3}$, das ist $\frac{1}{3}$ aus 10, zu multipliciren, oder 4958 mal 3 fl. 10 ß. Also:

4958.
3)———
Antw. $16526\frac{2}{3}$, oder 16526 fl. 20 ß.

N°. 4.

N°. 4. 4875 mit $2\frac{1}{2}$, das ist $\frac{1}{4}$ aus 10, zu multiplici-ren, oder 4875 mal 2 fl. 15 ß. Also:

4875.
4)———
Antw. $12187\frac{1}{2}$, oder 12187 fl. 15 ß.

N°. 5. 7970 mit $1\frac{2}{3}$, das ist mit $\frac{1}{6}$ aus 10, zu multipliciren, oder 7970 mal 1 fl. 20 ß. Also:

7970.
6)———
Antw. $1328\frac{1}{3}$, oder 1328 fl. 10 ß.

N°. 6. 23579 mit $1\frac{1}{4}$, das ist mit $\frac{1}{8}$ aus 10, zu multipliciren, oder 23579 mal 1 fl. 7 ß 9 ₰. Also:

23579.
8)———
Antw. $2947\frac{3}{4}$, oder 2947 fl. 22 ß 9 ₰.

N°. 7. 9753 mit $33\frac{1}{3}$, das ist $\frac{1}{3}$ aus 100, zu multiplici-ren, oder 9753 mal 33 fl. 10 ß. Also:

9753..
3)———
Antw. 325100, oder 325100 fl.

N°. 8. 7985 mit $16\frac{2}{3}$, das ist $\frac{1}{6}$ aus 100, zu multipliciren, oder 7985 mal 16 fl. 20 ß. Also:

7985..
6)———
Antw. $1330\frac{8}{3}$, oder 1330 fl. 10 ß.

N°. 9. 5897 mit 250, das ist $\frac{1}{4}$ aus 1000, zu multipliciren. Also:

5897...
4)———
Antw. 1474250

N°. 10. 5103 mit 125, das ist $\frac{1}{8}$ aus 1000, zu multipliciren. Also:

5103...
8)———
Antw. 637875

Gleichergestalt verfahret auch mit allen andern dergleichen Exempeln.

§. 701. Wer sich dieses Vortheils mit Nutzen bedienen will, der muß sich die Zahlen bekannt machen, welche just solche Theile aus 10, 100 oder 1000 ꝛc. sind. Jedoch damit man durch eine weitläuftige Division nicht dasjenige wiederum verliere, was man durch diese Manier gegen den gemeinen Weg zu gewinnen suchet, so wird dieser Vortheil nur bey solchen Theilen angebracht, die oben in der ersten Tabelle (§. 697) eben zu diesem Ende fürgestellet worden, als welche, wie gedacht, bequeme Brüche sind, folglich entweder eine einzelne Ziffer oder 11 zum Nenner haben, wodurch leicht zu dividiren, und der verlangte Quotus unmittelbar herauszubringen ist.

Die 84. Aufgabe.

§. 702. Wie, und in welchem Falle die vorige Manier (§. 700) mit Vortheil anzubringen, wenn der andere Factor eine vermischte oder mehrerley namige Zahl ist.

Im Fall dieser Factor einen bequemen (§. 447) oder auch sonst einen andern Bruch hat, welcher mit 10, 100 oder 1000 leicht im Kopfe zu multipliciren, so setzet neben die in demselben stehenden Ganzen an statt der vorhin (§. 700) gedachten Punkte, das Product von solchem Bruche, und verfahret ferner, wie daselbst gezeiget. Eben diese Bewandniß hat es, wenn in solchem Factore so viele kleine Sorten der Münzen, Maaße oder Gewichte ste-

hen,

hen, welche einem solchen Theile oder Bruche, als gemeldet, gleich sind.

Z. E. N°. 1. Es sey ibid. N°. 1. 3579½ mit 25, das ist ¼ aus 100, zu multipliciren, oder man begehret 25 mal 3579 fl. 15 ß. So saget: 100 mal ½, oder, so einerley (§. 442 im 1sten Beweise), ½ aus 100, geben 50. Derowegen setzet neben 3579 noch 50, so habt ihr das 100 fache von 3579½. Folgends dividiret solches in 4, kommt das verlangte 25 fache. Also:

3579 50
4)———————

Antw. 89487½, oder 89487 fl. 15 ß.

N°. 2. Es sey §. 700 N°. 2, 23879¾, oder 23879 fl. 22 ß 9 ₰, mit 12½, das ist ⅛ aus 100, zu multiplici-ren. Weil nun 100 mal ¾, oder ¾ aus 100, ist 75, so procediret, als folget:

238797 5
8)———————

Antw. 298496⅞, oder (§. 226) 298496 fl. 26 ß 4½ ₰.

N°. 3. 238795⅓, oder 238795 fl. 10 ß, mit 125, das ist ⅛ aus 1000, zu multipliciren. Weil nun 1000 mal ⅓, oder ⅓ aus 1000, ist 333⅓, so verfahret, als folget:

238795 333⅓
8)———————

Antw. 29849416⅔, oder 29849416 fl. 20 ß.

§. 703. Warum dieser Vortheil nicht bey allerhand Brüchen oder kleinen Sorten zu gebrauchen sey, dessen Ursache lieget in obiger Anmerkung §. 468; indem die kleinen Theile oder Sorten durch die Multiplication, absonderlich mit 100 oder 1000 ꝛc. sich allzustark anhäufen, und ohne Nebenrechnung sich nicht so leicht in Ganze oder ihre größere Sorte bringen lassen.

§. 704. Weil aber durch die Multiplication mit 10, die kleinen Sorten sich nicht so sehr anhäufen, und eben deswegen die Multiplicationsart aus §. 467 bey 10 (§. 468), ja dieser Ursache wegen auch bey 11 (§. 694) beybehalten wird, so kann der vorhin gezeigte Vortheil in solchem Falle, wenn der eine Factor ein bequemer Bruch aus 10 ist, auch bey allerhand kleinen Sorten oder Theilen, die sich in dem andern Factore finden mögen, angebracht werden.

Z. E. 237 fl. 13 ℋ $7\frac{9}{10}$ ℛ mit $2\frac{1}{2}$, das ist $\frac{1}{4}$ aus 10, zu multipliciren.
2374 = 14 = $3\frac{5}{8}$ das 10fache, nach Anzeigung §. 467.

4)

Antw. 593 = 18 = $9\frac{29}{32}$ ℛ.

Allein, da gegenwärtig die Rede nur von solchen Multiplicationibus ist, deren Facta unmittelbar so fort darunter zu schreiben (§. 681); so begnüge mich daran, wenn durch dieses einzige Exempel nur gezeiget habe, wie solcher Vortheil zuweilen, obgleich mittelbar, dennoch mit Nutzen anzubringen sey; und kehre mich demnach wiederum zu unserm itzigen Propos, von der Ausfindung der unmittelbaren Producte.

Die 85. Aufgabe.

§. 705. **Eine Anzahl kleine Sorten, welche just $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ ꝛc., das ist, ein bequemer Bruch (§. 447) aus einer Unität der gröſsern Sorte, zu vielfältigen, und das Product unter den Namen ihrer gröſsern Sorte unmittelbar so fort darunter zu setzen.**

Dieses verrichtet gleichfalls durch die Division in denselben Bruchs Nenner, wie vorhin (§. 700).

Z. E. N°. 1. 5 ℋ mit 34789 zu multipliciren, das ist (§. 146) 34789 mal 5 ℋ, und also nichts anders, als 34789 mal $\frac{1}{6}$ fl. oder (§. 466) $\frac{1}{6}$ mal 34789 fl. Derowegen

wegen nehmet $\frac{1}{6}$ aus dem 1fachen (wie solches oben aus §. 446 zu ersehen). Also:

34789
6)———
Antw. 5798 fl. 5 ℋ das verlangte Product.

N°. 2. 23579 mal $7\frac{1}{2}$ ℋ, oder mal $\frac{1}{4}$ fl.

4)———
Antw. 5894 fl. $22\frac{1}{2}$ ℋ.

N°. 3. 4897 $\frac{3}{4}$ mal 6 ℋ oder $\frac{1}{5}$ fl.

5)———
Antw. $979\frac{1}{20}$ fl.

§. 706. Wer sich dieses Vortheils mit Nutzen bedienen will, der muß absonderlich diejenigen Münzen, Maaße und Gewichte, welche seines Orts gebraucht werden, oder in denen er sonst Gewerbe und Rechnungen zu führen hat, sich dergestalt bekannt machen, daß er beym ersten Anblicke, ohne es bey vorfallender Gelegenheit allererst zu suchen, so fort wissen möge, welche Anzahl kleiner Sorten (und zwar braucht es nur solcher Anzahlen, welche in Praxi vorzukommen pflegen), just ein solcher Theil, oder Bruch, wie gemeldet, aus einer größern Sorte sey. Als

	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$ aus 1 fl.
ist	15	10	$7\frac{1}{2}$	6	5	$3\frac{3}{4}$	$3\frac{1}{3}$	3 ℋ.

Die 86. Aufgabe.

§. 707. **Eine ganze Zahl, und eine solche Zahl, welche so nahe an 100, 1000 oder 10000, daß deren Differenz, welche sie darunter ist, nur eine einzelne Ziffer (worunter jedoch auch 11 mit verstanden wird, §. 696), mit einander zu multipliciren, und das Product unmittelbar so fort darunter zu schreiben.**

Gleichwie das 9fache gefunden wird, wenn man das 1fache; das 8fache aber, wenn man das 2fache vom 10fachen subtrahiret (§. 690), also könnet ihr auch diese Aufgabe durch die Subtraction solviren. Nämlich

I. setzet dem Multiplicando so viel Nullen oder Punkte bey (welches, wie schon §. 700. N°. 1. gemeldet, ein Geübter nur in den Gedanken verrichten kann), als die Multiplication mit der angewachsenen Einheit erfordert (§. 159).

II. Hiervon subtrahiret wiederum den Multiplicandum so viel mal, als die Differenz zwischen solcher angewachsenen Einheit und dem gegebenen Multiplicatore Unitäten in sich enthält. So zeiget der Rest das begehrte Product. Allermaßen es oben (§. 129 und 193) schon angewiesen worden, daß man eine Zahl, sie stehe in der Rechnung wo sie will, leichtlich von einer andern abziehen, auch wenn es erfordert wird, mit einer einzelnen Ziffer multipliciren und zugleich subtrahiren kann, worüber insonderheit im §. 195 die gegenwärtige Subtractionsart selbst bereits erkläret worden.

Z. E. N°. 1. 38795 mit 99, das ist mit 100 ÷ — 1, zu multipliciren. Also:

38795 . .

Antw. 3840705

Allhier sind die 38795 durch Beyfügung zweyer Punkte mit 100 multipliciret, und von solchem 100fachen das 1fache, nämlich der Multiplicandus selbst, subtrahiret worden: folgends bleibet das 99fache.

N°. 2. 23057 mit 997, das ist mit 1000 ÷ — 3 zu multipliciren. So subtrahiret 3mal den Multiplicandum

dum 23057 von dem 1000 fachen, nach Anweisung §. 195, kommt so fort das verlangte 997 fache. Also:

23057 ...

Antw. 22987829

N°. 3. 38795 mit 9989, das ist 10000 ÷ 11, zu multipliciren. So subtrahiret das 11 fache vom 10000-fachen, eben wie vorhin, indem die Zahl 11 als eine einzelne Ziffer geachtet wird (§. 696). Also:

38795 ....

Antw. 387523255

Nämlich saget: 55 von 60 bleiben 5. Ferner: 99 und die geborgten 6, machen 105, von 110 bleiben 5. Weiter: 77 sammt der nächst geborgten 11, machen 88, von 90, bleiben 2. Weiter: 88 und die geborgten 9, thun 97, von 100, bleiben 3. Ferner: 33 und die geborgten 10, machen 43, von 45, bleiben 2. Und weil nichts mehr zu multipliciren folget, so subtrahiret endlich noch die geborgten 4 von 9, bleiben 5, und schreibet darzu die ferner folgenden 7, 8 und 3, von welchen nichts abzuziehen ist.

§. 708. Hierher kann alles dasjenige gezogen werden, so oben §. 702, 703, und 704 angezeiget worden. Allermaßen es einem fähigen Rechner nicht schwer fallen kann, die nächst beschriebene Art, durch die Subtraction zu multipliciren, auch in solchem Falle anzubringen, in welchem der andere Factor einen solchen Bruch oder so viele kleine Sorten in sich enthält, als vorhin in §. 702 gemeldet worden.

Z. E. 23879 fl. 22 ß 9 ₰, oder $23879\frac{3}{4}$ mit 95 zu multipliciren. Dieses stehet also:

2387973

Antw. $2268576\frac{1}{4}$

Nämlich die 2387975 sind das 100 fache (ibid. N°. 2). Von diesem nehmet ab 5 mal $2387\frac{3}{4}$, kommt das 95 fache. Jedoch weil dieser Proceß wegen der Brüche, einem Ungeübten etwas beschwerlich fallen dürfte, so habe hiervon keine Worte mehr machen wollen.

§. 709. Wem aber die Art auf einmal zu multipliciren und subtrahiren (§. 193 und 195) noch unbekannt ist, oder über Vermuthen gar schwer fällt, der darf nur erstlich die Multiplication, alsdenn ins besondere die Subtraction verrichten, so wird er die verlangte Antwort zwar nicht unmittelbar, jedennoch vortheilhaftiger, als nach dem gemeinen Wege, finden; welchergestalt die vorigen Exempel (§. 707) wie folget zu stehen kommen, und zwar das Exempel N°. 2. also:

23057 . . . mit 997, oder 1000 ÷ 3, zu multipliciren.
69171 das 3 fache subtrahirt.

Antw. 22987829

Item das Exempel N°. 3. Also:

38795 . . . . mit 9989, oder 10000 ÷ 11, zu multipliciren.
÷ 426745 das 11 fache.

Antw. 387523255

Auf solche Weise kommt das Exempel aus §. 708 also:

$2387975\frac{3}{4}$ mit 95
÷ $119398\frac{3}{4}$ das 5 fache.

Antw. $2268576\frac{1}{4}$

§. 710. Allein da ich oben (§. 196) bereits erwiesen, daß es gar ein leichtes sey, wo der Multiplicator eine einzelne Ziffer ist, auf einmal zu multipliciren und zu subtrahiren; wie nicht minder diese Art einen ungemeinen Nutzen in der Division abgiebt (§. 243): So lohnet es wohl, sich in solcher Art zu multipliciren und subtrahiren habil zu machen. Demnach kann man wenigstens in ganzen Zahlen die beschriebene Manier zu multipliciren (§. 707) mit Recht unter diejenigen Multiplicationsarten zählen, bey denen die verlangten Producte unmittelbar gefunden werden können.

Die

Die 87. Aufgabe.

§. 711. **Eine Anzahl kleine Sorten, welche nahe an eine Einheit der größern Sorte; oder, so einerley, einen Bruch dessen Zähler nahe dem Nenner ist, mit einer einzelnen Ziffer zu multipliciren, und das verlangte Product unter den Namen ihrer größern oder ganzen Sorten unmittelbar zu finden.**

Dieses kann ebenfalls gar leicht, ja, wenn der Multiplicator nur eine einzelne Ziffer ist, so gar aus dem Kopfe, durch die Subtraction verrichtet werden; wie aus folgenden Exempeln zu ersehen. Und gründet sich deren Berechnung überhaupt auf die gezeigte Art zu addiren §. 668; zumal da das Multipliciren eigentlich nur eine kurze Addition ist (§. 139).

Z. E. N°. 1. 28 ℔ mit 9 zu multipliciren, und die Antwort so fort in fl. heraus zu bringen; so multipliciret 1 fl. ÷ — 2 ℔ mit 9, kommen 9 fl. ÷ — 18 ℔, das ist 8 fl. 12 ℔.

N°. 2. $\frac{2}{3}\frac{7}{2}$ mit 7 zu multipliciren; so multipliciret $1 \div - \frac{5}{3}\frac{}{2}$ mit 7, kommen $7 \div - \frac{3}{3}\frac{5}{2}$, das ist $5\frac{2}{3}\frac{9}{2}$.

N°. 3. 22 G℔ mit 11 zu multipliciren; so multipliciret 1 Thlr. ÷ — 2 G℔ mit 11, kommen 11 Thlr. ÷ — 22 G℔, das ist 10 Thlr. 2 G℔.

§. 712. Diese Manier ist zwar auch anzubringen, wenn gleich der Multiplicator mehr als eine einzelne Ziffer oder 11. Z. E. Man begehret zu wissen, wieviel 23 mal 27 Loth in ℔ ausmachen: So multipliciret 1 ℔ ÷ — 5 Loth mit 23, kommen 23 ℔ ÷ — 115 Loth, das ist 19 ℔ 11 Loth. Allein weil in solchen Fällen die kleinen Sorten oder Theile durch die Multiplication sich allzusehr anhäufen; über dieses wir auch zu unserm Endzwecke

wegen anderweitiger Vortheile, die fernerhin sich zeigen werden, diese gedachte Manier nur bey solchen Multiplicatoribus brauchen, die einzelne Ziffern sind, so lassen wir es auch nur hierbey bewendet seyn.

§. 713. Da oben (§. 189 und 190) auch gezeiget worden, daß es nicht schwer sey, zu multipliciren und zugleich zu addiren, so kann ein geschickter Rechner auch solche Producte so fort unmittelbar finden, wo der Multiplicator nur aus 2 bedeutlichen Ziffern bestehet, von welchen eine derselben die Unität ist. Denn wenn ihr die Multiplication mit derselben anfanget (§. 174) so habt ihr zu diesem durch die Multiplication nur noch das Factum partiale von des Multiplicatoris andern bedeutlichen Ziffer zu suchen, in welcher Multiplication ihr das bereits geschriebene 1, 10 oder 100fache ꝛc. so fort gehörigermaßen mit addiren könnet. Solchergestalt kommen die Exempel aus §. eod., und zwar das erste Exempel also:

5897 mit 31 zu multipliciren.

Antw. 182807 das 30fache zusammt dem 1fachen.

Das andere Exempel aber also:

5897. mit 13 zu multipliciren.

Antw. 76661 das 3fache zusamt dem 10fachen.

Item das Exempel aus §. 175 N°. 4. kommet wie folget:

4387.. mit 102 zu multipliciren.

Antw. 447474 das 2fache zusammt dem 100fachen.

Item das Exempel daselbst N°. 5. Also:

4387 mit 201 zu multipliciren.

Antw. 881787 das 200fache zusammt dem 1fachen.

Und so auch mit allen andern dergleichen Exempeln.

§. 714. Eben nach dieser Manier zu multipliciren und zugleich zu addiren, kann man insonderheit bey einem Multiplicatore, der nur aus 2 bedeutlichen Ziffern bestehet, das letztere Factum partiale zu schreiben ersparen, indem man solches auf vorige Weise sogleich

gleich zu dem ersten Facto partiali addiren, und solchergestalt sofort das verlangte Hauptfactum herstellen kann.

Z. E. 3875 mit 37 zu multipliciren.
27125 das 7fache.

Antw. 143375 das 30fache zusammt dem 7fachen.

Oder 3875 mit 37 zu multipliciren.
11625. das 30fache.

Antw. 143375 das 7fache zusammt dem 30fachen.

§. 715. Allein, da diese Art zu multipliciren und zugleich zu addiren sonst zu andern Fällen bey weiten nicht einen solchen Nutzen verschaffen kann, wie die Art zu multipliciren und zugleich zu subtrahiren (wovon §. 710 bereits gemeldet worden), so achte es nicht der Mühe werth zu seyn, daß man wegen der gedachten Vortheile §. 713 und 714 sich allererst in solcher Art üben müßte: Dannenhero werde diese (ohngeachtet, daß verschiedene Rechenmeister dergleichen Dinge als nützliche Vortheile ausgeben wollen) in unseren ferneren Rechnungen niemals anbringen; und eben deswegen habe ich dieselben nicht mit unter die Aufgaben gestellet.

§. 716. Demnach hat man aus dem, was bis hierher von der Multiplication gelehret worden, überhaupt 3erley Wege, durch welche das verlangte Product in gewissen Fällen auf eine leichte Art unmittelbar zu finden ist. Als nämlich

1.) durch die Multiplication

bey einem Multiplicando in ganzen Zahlen, wenn der Multiplicator 1) eine einzelne ganze Ziffer (§. 155), 2) 11 (§. 693), 3) eine angewachsene Einheit (§. 159), oder 4) eine angewachsene Ziffer (§. 166); desgleichen **bey einem Multiplicando der allerhand kleine Sorten oder Theile in sich enthält,** wenn der Multiplicator 1) eine einzelne ganze Ziffer, 2) 10 (§. 467 und 448) oder 3) 11 (§. 694).

2.) durch

2.) durch die Division

bey einem Multiplicando in ganzen Zahlen, oder so er auch einen bequemen Bruch oder sonst kleine Sorten beschriebenermaßen (§. 702) hat, wenn der Multiplicator just ein bequemer Bruch ist 1) aus 1 (§. 705) oder 2) aus einer angewachsenen Einheit (§. 700 und 702).

3.) durch die Subtraction

bey einem Multiplicando in ganzen Zahlen, (denn wenn er einen Bruch hat, will ich ihn deswegen übergehen, weil es in solchem Falle, wie §. 708 schon erwehnet, nicht einem jeden so leicht fallen dürfte), wenn der Multiplicator 1) nur um eine einzelne Ziffer oder 2) 11 weniger, als 100, 1000, 10000 ꝛc. (§. 707), oder auch 3) wenn er weniger als eine ganze Unität, aber nahe zu derselben ist (§. 711).

Nun will ich noch andere Vorfälle zu multipliciren anzeigen, bey denen man das verlangte Product zwar nicht unmittelbar, jedoch aus eben dem Grunde der vorhin beschriebenen Vortheile, durch einen kürzern, auch wohl leichtern Weg, als nach der gemeinen Art, und insonderheit ohne den Multiplicatorem allererst zu zergliedern oder zu zerstreuen (§. 681) finden kann.

Die 88. Aufgabe.

§. 717. Eine ganze Zahl und eine solche Zahl, welche ein bequemer Bruch ist aus einer angewachsenen Ziffer (§. 71) mit einander zu multipliciren, und das Product kürzer als nach dem gemeinen Wege zu finden.

I. Mul-

I. Multipliciret mit derselben angewachsenen Ziffer.

II. Nehmet aus solchem Producte durch die Division den verlangten Theil. Der Grund dieses Processes ist gleich dem Grunde der Multiplication in §. 700.

Z. E. N°. 1. 3689 mit 35 zu multipliciren. Weil nun 35 just $\frac{1}{2}$ aus 70, so multipliciret die 3689 mit 70, und dividiret das 70fache in 2, kommt allerdings das verlangte 35fache. Also:

3689
258230 das 70fache.
2)———
Antw. 129115 das halbe 70fache, näml. das 35fache.

N°. 2. 3879 mit $22\frac{1}{2}$, d. i. mit $\frac{1}{4}$ aus 90, zu multipl.
Also: 349110 das 90fache.
4)———
Antw. $87277\frac{1}{2}$ das $22\frac{1}{2}$fache.

N°. 3. 3579 mit $37\frac{1}{2}$, d. i. $\frac{1}{8}$ aus 300, zu multipl.
Also: 1073700 das 300fache.
8)———
Antw. $134212\frac{1}{2}$ das $37\frac{1}{2}$fache.

N°. 4. 2389 mit 275, d. i. $\frac{1}{4}$ aus 1100, zu multipl.
Also: 2627900 das 1100fache.
4)———
Antw. 656975 das 275fache.

N°. 5. 7836 mit 225, d. i. $\frac{1}{4}$ aus 900, zu multiplic.
Also: 7052400 das 900fache.
4)———
Antw. 1763100 das 225fache.

N°. 6.

N°. 6. 3579 mit 375, d. i. $\frac{1}{8}$ aus 3000, zu multiplic.
Also: 10737000 das 3000fache.
8)
Antw. 1342125 das 375fache.

N°. 7. 2387 mit $266\frac{2}{3}$, oder mal 266 fl. 20 xr, das ist $\frac{1}{3}$ aus 800, zu multipliciren. Also:

2387
1909600 das 800fache.
3)
Antw. $636533\frac{1}{3}$, oder 636533 fl. 10 xr, das $266\frac{2}{3}$fache.

§. 718. Eben zu diesem Vortheile dienet obige 2te Tabelle (§. 697), woraus alle dergleichen Zahlen zu ersehen sind, die just solche Theile oder bequeme Brüche aus einer angewachsenen Ziffer abgeben, als allhier erfordert wird.

Die 89. Aufgabe.

§. 719. **Wie, und in welchem Falle die vorige Manier (§. 717) mit Vortheil anzubringen, wenn der andere Factor eine vermischte oder mehrerley namige Zahl ist.**

Im Falle dieser einen bequemen (§. 447) oder sonst einen andern Bruch hat, der mit der angewachsenen Ziffer, aus welcher der andere Factor der Theil ist, leicht im Kopfe zu multipliciren; oder auch, so einerley, wenn in demselben so viele kleine Sorten der Münzen, Maaße oder Gewichte stehen, welche einem solchen Bruche, wie hiernächst gemeldet, gleich sind; so nehmet zu dem erstern Product, da ihr mit der angewachsenen Ziffer multipliciret, das Product des in demselben Factore befindlichen Bruchs darzu, und verfahret ferner, wie vorhin gezeiget.

Z. E.

Z. E. N°. 1. $2389\frac{1}{4}$ mit 175, das ist $\frac{1}{4}$ aus 700, zu multipliciren, oder 175 mal 2389 fl. 7 ß 9 ₰. So saget: 700 mal $\frac{1}{4}$ oder, so einerley, $\frac{1}{4}$ aus 700, geben 175 Ganze. Multipliciret demnach die 2389 mit 700 und nehmet die vorigen 175 Ganze darzu, kommt das 700-fache von $2389\frac{1}{4}$, welches ferner in 4 dividiret wird. Also:

$2389\frac{1}{4}$
1672475 das 700fache.
4)———
Antw. $418118\frac{3}{4}$, oder 418118 fl. 22 ß 9 ₰ das 175fache.

N°. 2. $8973\frac{3}{4}$ mit $62\frac{1}{2}$, das ist $\frac{1}{8}$ aus 500 zu multipliciren, oder $62\frac{1}{2}$ mal 8973 fl. 22 ß 9 ₰. So saget: 500 mal $\frac{3}{4}$ oder $\frac{3}{4}$ aus 500, geben (weil $\frac{1}{4}$ aus 500 beträgt 125, folglich betragen $\frac{3}{4}$, 3mal so viel) 375. Demnach procediret, als folget:

$8973\frac{3}{4}$
4486875 das 500fache.
8)———
Antw. $560859\frac{3}{8}$, oder 560859 fl. 11 $\frac{1}{4}$ ß.

§. 720. Dasjenige, was oben (§. 703) angemerket worden, ist auch allhier zu merken.

Die 90. Aufgabe.

§. 721. **Eine Anzahl kleine Sorten, welche just $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ꝛc. das ist ein bequemer Bruch (§. 447) aus einer einzelnen Ziffer der grösern Sorte, oder, so einerley, welche ein solcher Bruch aus einer Unität der grösern Sorte, dessen Zähler so wol als**

dessen

dessen Nenner nur eine einzelne Ziffer, zu vielfältigen, und das verlangte Product unter den Namen der größern Sorten kurz zu finden.

Dieses verrichtet gleichergestalt durch eine Multiplication und eine Division, wie nächst vorhin; und ist der Grund dieses Processes gleich der Multiplication in §. 705, oder auch in §. 442, wie aus folgenden Exempeln zu ersehen:

Z. E. N°. 1. $16\frac{2}{3}$ ℋ mit 23897 zu multipliciren, das ist (§. 146) 23897 mal $16\frac{2}{3}$ ℋ, oder mal $\frac{5}{9}$ aus 1 fl. oder auch mal $\frac{1}{5}$ aus 5 fl; so multipliciret die 23897 mit 5, und dividiret solches 5fache in 9. Also:

23897
119485 das 5fache.
9)———
Antw. 13276 fl. $3\frac{1}{3}$ ℋ das $\frac{5}{9}$fache.

N°. 2. 34297 mal 12 ℋ d.i. mal $\frac{2}{5}$ fl. oder mal $\frac{1}{5}$ aus 2 fl. Also: ———(2
68594
5)———
Antw. 13718 fl. 24 ℋ.

Nota. Jedoch bey solcher Gelegenheit nimmt man an statt $\frac{2}{3}$ fl. lieber $\frac{4}{10}$ fl; folgends ersparet man die Division, immaßen die Division in 10 durch einen bloßen Abschnitt geschehen kann (§. 235). Also:

34297 mal 12 ℋ, das ist mit $\frac{4}{10}$ fl. oder mit $\frac{1}{10}$ aus 4 fl. zu multipliciren. Also:

34297
———(4
Antw. fl. 13718|8 oder 24 ℋ.
10

§. 722.

§. 722. Bey diesem Vortheile ist abermal dasjenige zu merken, so ich oben (§. 706) erinnert habe, nämlich, daß ein jeder, der diesen Vortheil mit Nutzen gebrauchen will, die Theile derjenigen Münzen, Maaße und Gewichte, die seines Ortes gangbar, oder in denen er sonst Rechnungen zu führen hat, eben auf die Weise, wie ich daselbst ein Muster von den Theilen eines Guldens gegeben, wohl bekannt machen müsse. Und, wenn man den Betrag solcher einzelnen Theile, als $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ ꝛc. aus einer größern Sorte weiß, so kann man auf die Art, wie vorhin (§. 698) dargethan worden, gar bald wissen, was etliche solcher Theile, als $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$ ꝛc. aus einer Unität der größern Sorte, oder, so einerley, was solche einzelne Theile aus etlichen Unitäten der größern Sorte ausmachen.

§. 723. Jedoch den Anfängern zum besten, will ich auch diese Theile in einer besondern Tabelle, als folget, fürstellen; und gleichwie diese auf den fl. gerichtet ist, also kann ein jeder seines Ortes auch auf andere Sorten eine dergleichen Tabelle sich verfertigen.

$\frac{2}{3}$ fl. oder $\frac{1}{3}$ aus 2 fl.	$\frac{3}{4}$ fl. oder $\frac{1}{4}$ aus 3 fl.	$\frac{2}{5}$ fl. oder $\frac{1}{5}$ aus 2 fl.
ist 20 ℋ.	$22\frac{1}{2}$ ℋ.	12 ℋ.

$\frac{3}{5}$ fl. oder $\frac{1}{5}$ aus 3 fl.	$\frac{4}{5}$ fl. oder $\frac{1}{5}$ aus 4 fl.	$\frac{5}{6}$ fl. oder $\frac{1}{6}$ aus 5 fl.
ist 18 ℋ.	24 ℋ.	25 ℋ.

$\frac{3}{8}$ fl. oder $\frac{1}{8}$ aus 3 fl.	$\frac{5}{8}$ fl. oder $\frac{1}{8}$ aus 5 fl.	$\frac{7}{8}$ fl. oder $\frac{1}{8}$ aus 7 fl.
ist $11\frac{1}{4}$ ℋ.	$18\frac{3}{4}$ ℋ.	$26\frac{1}{4}$ ℋ.

$\frac{2}{9}$ fl. oder $\frac{1}{9}$ aus 2 fl.	$\frac{4}{9}$ fl. oder $\frac{1}{9}$ aus 4 fl.	$\frac{5}{9}$ fl. oder $\frac{1}{9}$ aus 5 fl.
ist $6\frac{2}{3}$ ℋ.	$13\frac{1}{3}$ ℋ.	$16\frac{2}{3}$ ℋ.

$\frac{7}{9}$ fl. oder $\frac{1}{9}$ aus 7 fl.	$\frac{8}{9}$ fl. oder $\frac{1}{9}$ aus 8 fl.	$\frac{3}{10}$ fl. oder $\frac{1}{10}$ aus 3 fl.
ist $23\frac{1}{3}$ ℋ.	$26\frac{2}{3}$ ℋ.	9 ℋ.

$\frac{7}{10}$ fl. oder $\frac{1}{10}$ fl. aus 7	$\frac{9}{10}$ oder $\frac{1}{10}$ fl. aus 9 fl.
ist 21 ℋ.	27 ℋ.

Die 91. Aufgabe.

§. 724. Eine ganze Zahl, und eine solche Zahl, welche ein bequemer Bruch aus einer solchen Zahl ist, die so nahe an 100 oder 1000 ꝛc. wie §. 707 gezeiget, mit einander zu multipliciren, und das Product kürzer, als nach dem gemeinen Wege, zu finden.

Wenn ihr die Multiplication aus gedachtem §. 707 verstanden, so könnet ihr, vermittelst dieser, ferner durch die Division in des gemeldeten Bruchs Nenner mit gleichem Grunde, der oben (§. 700) bereits geleget ist, gar leichte das verlangte Product finden, wie aus folgenden Exempeln zu ersehen.

Z. E. N°. 1.

4897.. mit $46\frac{1}{2}$, d. i. mit $\frac{1}{2}$ aus 93, zu multipliciren

Also: 455421 das $100 \div 7$fache, nämlich das 93fache.

2)

Antw. 227710$\frac{1}{2}$ das $46\frac{1}{2}$fache.

N°. 2. 8649... mit $329\frac{2}{3}$, d. i. mit $\frac{1}{3}$ aus 989, zu multipl.

Also: 8553861 das $1000 \div 11$fache, nämlich das 989 (fache.

3)

Antw. 2851287 das $329\frac{2}{3}$fache.

§. 725. Wer die Fähigkeit hat, die erwehnte Multiplication vermittelst der Subtraction (§. 707) auch in solchem Falle, wie oben §. 708 gezeiget, anzubringen, dem ist es ein leichtes, eben in diesem Falle auch die nächst beschriebene Manier (§. 724) mit Vortheil zu appliciren.

Z. E. 23879 fl. 22 ß 9 ₰, oder $23879\frac{3}{4}$, mit $23\frac{3}{4}$, das ist $\frac{1}{4}$ aus 95, zu multipliciren. Also:

2387975

2268576 $\frac{1}{4}$ das $100 \div 5$fache, nämlich das 95fache (§ 708).

Antw. 567144$\frac{1}{16}$, oder 567144 fl. $1\frac{7}{8}$ ß, das $23\frac{3}{4}$fache.

Die

Die 92. Aufgabe.

§. 726. Eine ganze Zahl, und eine solche Zahl, welche so nahe an eine angewachsene Ziffer, daß die Differenz, um welche sie darunter ist, nur eine einzelne Ziffer oder 11, mit einander zu multipliciren, und das Product mit Vortheil zu finden.

I. Multipliciret mit der angewachsenen Ziffer.

II. Subtrahiret von dem kommenden Producte den Multiplicandum so vielmal, als er in der vorigen Multiplication zu viel genommen worden. Und gründet sich dieser Proceß eben auf denselben Grund, der oben in §. 707 angegeben worden.

Z. E. N°. 1. Man solle 3796 mit 398 multiplici-ren, so multipliciret mit 400, und subtrahiret von dem 400fachen das 2fache, so bleibet im Rest das verlangte 398fache. Also:

3796
1518400 das 400fache.

Antw. 1510808 das 400—÷2fache, näml. das 398fache.

Nota. Wem das multipliciren und zugleich zu subtrahiren schwer fället, der kann solches zwar nach der Anmerkung §. 709 verrichten, und auch solchergestalt das verlangte Product dennoch kürzer, als nach dem gemeinen Wege finden; immaßen das vorige Exempel auf solche Weise, wie folget, zu stehen kommt:

3796
1518400 das 400fache.
÷7592 das 2fache.

Antw. 1510808 das 398fache.

N°. 2. 7895 mit 4989 zu multipliciren. Also:

39475000 das 5000fache.

Antw. 39388155 das 5000—÷-11fache, nämlich das (4989fache.

Oder nach gedachter Anweisung §. 709. Also:

7895

39475000 das 5000fache.

—÷ 86845 das 11fache.

Antw. 39388155 das 4989fache.

N°. 3. 4238 mit 5930 zu multipliciren. Allhier hat man eigentlich nur mit 593 zu multipliciren, und an dessen Product eine o zu setzen (§. 179). Derowegen suchet nach voriger Manier das 600—÷-7fache, und setzet dem bleibenden eine o bey. Also:

4238

2542800 das 600fache.

Antw. 25131340 das 6000—÷ 70fache, nämlich das 5930fache.

N°. 4. 47938 mit 299 zu multipliciren. Also:

14381400 das 300fache, von welchem das 1-fache abgezogen,

bleibet 14333462 das 299fache.

§. 727. Allhier ist eben dasjenige zu merken, das oben (§. 72;) angemerket worden, nämlich wer fähig ist, sich in dasige Manier zu schicken, der kann auch diese nächst beschriebene Manier, in solchem Falle anbringen, wenn gleich der andere Factor einen solchen Bruch, oder so viele kleine Sorten hat, als §. 719 angezeiget.

Z. E. Wenn vorhin (§. 726 N°. 1) der andere Factor wäre $3796\frac{2}{3}$, so würde die Berechnung also zu stehen kommen:

$3796\frac{2}{3}$ mit 398

$1518666\frac{2}{3}$ das 400fache.

Antw. $1511073\frac{1}{2}$ das 400—÷-2fache, oder 398fache.

Nämlich

Nämlich 400 mal $\frac{2}{3}$, oder $\frac{2}{3}$ aus 400, geben $266\frac{2}{3}$. Derowegen multipliciret die 3796 mit 400, und nehmet die $256\frac{2}{3}$ darzu, kommt das 400fache. Hiervon subtrahiret 2 mal $3796\frac{2}{3}$, bleibet das begehrte 398fache.

Oder auch nach Anzeigung §. 709.

$3796\frac{2}{3}$

$1518666\frac{2}{3}$ das 400fache.

$\div 7593\frac{1}{3}$ das 2fache.

Antw. $1511073\frac{1}{3}$ das 398fache.

Die 93. Aufgabe.

§. 728. **Eine ganze Zahl, und eine solche Zahl, welche so nahe an eine größere schlechte Zahl, das ist (§. 71), an 1. 2. 3. 4 ꝛc. oder 10. 20. 30. 40. ꝛc. oder 100. 200. 300. ꝛc. daß die Differenz just ein bequemer Bruch (§. 447) aus eben derselben schlechten Zahl, oder doch aus 1. 10. 100 oder 1000 ꝛc. mit einander zu multipliciren, und das Product kurz zu finden.**

I. Multipliciret, wo es nöthig ist, mit der nächsten schlechten Zahl.

II. Suchet ferner durch die Division das Factum des zu viel genommenen Theils, entweder aus dem einfachen (§. 446), oder aus dem 10. 100. 1000fachen (§. 700), oder aus dem vorhin gefundenen Product (§. 717).

III. Subtrahiret so dann dieses Factum von jenem, so kommt im Reste das verlangte Product.

Z. E. N°. 1. 82392 mit $\frac{8}{9}$, d. i. mit $1\div\frac{1}{9}$, zu multipl.

Also: $9)\div 91542\frac{2}{3}$ das $\frac{1}{9}$fache (§. 446).

Antw. $73237\frac{1}{3}$ das $\frac{8}{9}$fache.

Desgleichen, wenn man 82392 mal 26 ℔ 12 haben will, das ist (§. 706 oder 723), mal 1 fl. —÷ $\frac{1}{9}$ fl. so kommt die Berechnung ebenermaßen, als vorhin, wie folget:

82392

9)—÷ 9154 fl. 20 ℔

Antw. 73237 fl. 10 ℔.

N°. 2. 82392 mit $9\frac{8}{9}$, d. i. mit 10—÷ $\frac{1}{9}$ zu multipliciren, oder 82392 mal 9 fl. 26 ℔ 12 ₰.

Bey diesem Exempel verfahret gleichergestalt, wie vorhin, und nehmet nur die Stellen der Ziffern in acht, damit ihr das $\frac{1}{9}$fache gehörigermaßen, nicht von dem 1, sondern vom 10fachen abziehet. Also:

82392. das 10fache.

9)—÷ 9154$\frac{2}{3}$ das $\frac{1}{9}$fache, nämlich $\frac{1}{9}$ aus dem 1fachen.

Antw. 814765$\frac{1}{3}$, oder 814765 fl. 10 ℔, das $9\frac{8}{9}$fache.

N°. 3. 4978 mit $6\frac{2}{3}$, das ist mit 10—÷$3\frac{1}{3}$, oder 10 —÷ $\frac{1}{3}$ aus 10, zu multipliciren; oder 4978 mal 6 fl. 20 ℔. Also:

4978. das 10fache.

3)—÷ 16593$\frac{1}{3}$ das $3\frac{1}{3}$fache, als $\frac{1}{3}$ aus dem 10fachen (§.

Antw. 331862$\frac{2}{3}$, oder 33186 fl. 20 ℔, das $6\frac{2}{3}$fache. 700)

N°. 4. 4978 mit $96\frac{2}{3}$, das ist mit 100—÷$3\frac{1}{3}$, oder 100—÷ $\frac{1}{3}$ aus 10, zu multipliciren; oder 4978 mal 96 fl. 20 ℔. Also:

4978.. das 100fache.

3)—÷ 16593$\frac{1}{3}$ das $3\frac{1}{3}$fache, als $\frac{1}{3}$ aus dem 10fachen.

Antw. 4812062$\frac{2}{3}$, oder 481206 fl. 20 ℔, das $96\frac{2}{3}$fache.

N°. 5. 4978 mit $99\frac{3}{3}$, das ist mit 100—÷ $\frac{1}{3}$ aus 1, zu multipliciren; oder 4978 mal 99 fl. 20 ℔. Also:

4978

4978.. das 100fache.
3)÷ 1659⅓ das ⅓ aus dem einfachen.
Antw. 496140⅔ oder 496140 fl. 20 ℔, das 99⅓fache.

N°. 6. 4897 mit 2⅘, das ist mit 3÷⅗, oder (§. 417) 3÷⅕ aus 3, zu multipliciren. Also:

4897
14691 das 3fache.
7)÷ 2098⅗ das ⅗fache, als ⅕ aus dem 3fachen.
Antw. 12592⅖ das 2⅘fache.

N°. 7. 4897 mit 29⅘, das ist mit 30÷⅗, oder 30 ÷⅕ aus 3, zu multipliciren. Also:

4897
14691. das 30fache.
7)÷ 2098⅗ das ⅗fache, als ⅕ aus dem 3fachen.
Antw. 144811⅖ das 29⅘fache.

N°. 8. 4897 mit 29⅙, d. i. ist mit 30÷⅐ aus 1, zu mul-
Also: 14691. das 30fache. (tipliciren.
7)÷ 699⅘ das ⅐ aus dem einfachen.
Antw. 146210⅗ das 29⅙fache.

§. 729. Wie man aber den manquirenden Theil bey dergleichen Factoribus sofort allezeit erkennen soll; hierzu dienen insonderheit die obigen Tabellen (§. 697, 706 und 723).

§. 730. Weil nun eine ganze Zahl in eine angewachsene Ziffer, eben so kurz und leicht (§. 238), als in eine einzelne Ziffer, zu dividiren ist; so kann die vorher beschriebene Manier auch in solchem Falle füglich angebracht werden, wenn gleich der manquirende Theil eine angewachsene Ziffer zum Nenner hat.

Z. E. N°. 1. 3895 mit $\frac{29}{30}$, das ist mit $1 \div \frac{1}{30}$, zu multipliciren, oder 3895 mal 29 ℋ. Also:

3895

30)$\div$ 129$\frac{5}{6}$ das $\frac{1}{30}$fache.

Antw. 3765$\frac{1}{6}$, oder 3765 fl. 5 ℋ, das $\frac{29}{30}$fache.

N°. 2. 5893 mit 855, das ist mit 900 $\div$ 45, oder 900 $\div \frac{1}{20}$ aus 900, zu multipliciren. Also:

5893

53037 .. das 900fache.

20)$\div$ 265185 das 45fache, nämlich $\frac{1}{2}$ aus dem 90-

Antw. 5038515 das 855fache. (fachen(§. 717).

§. 731. Noch mehrere Exempel zur Uebung der vorhin angewiesenen Manier (§. 728).

N°. 1. 34789 mal 25 ℋ, das ist eben so viel gesaget, als 34789 fl. mit $\frac{5}{6}$ zu multipliciren. Also:

34789

6)$\div$ 5798 fl. 5 ℋ das $\frac{1}{6}$fache.

Antw. 28990fl. 25 ℋ das $\frac{5}{6}$fache.

N°. 2. 23579 mal 22 ℋ 9 ℛ, das ist mal 1 fl. $\div \frac{1}{4}$ fl. Also:

4)$\div$ 5894 fl. 22 ℋ 9 ℛ das $\frac{1}{4}$fache.

Antw. 17684 fl. 7 ℋ 9 ℛ das $\frac{3}{4}$fache.

N°. 3. 98547 mal 27 ℋ, das ist mal 1 fl. $\div \frac{1}{10}$ fl. Also:

10)$\div$ 9854$\frac{7}{10}$, oder 9854 fl. 21 ℋ, das $\frac{1}{10}$fache.

Antw. 88692 fl. 9 ℋ das $\frac{9}{10}$fache.

Nota. Oder, weil allhier das $\frac{1}{10}$fache bereits vor Augen lieget (wenn man die 7 nur ins besondere vor $\frac{7}{10}$ ansiehet), so ists nicht nöthig, dasselbe ins besondere darunter zu schreiben (§. 129 und 130), und kann man von der gegebenen Zahl 98547 nur sofort 9854$\frac{7}{10}$ abziehen, als folget:

98547

Antw. 88692 fl. 9 ℋ das $1 \div \frac{1}{10}$fache.

N°. 4.

N°. 4. 5789 L. Vls. in Hamburg zu ℔ Lüb. zu machen, da jedes L. Vls. $7\frac{1}{2}$ ℔ in sich enthält, das ist eben so viel (§. 157. N°. 2), als saget man: 5789 mit $7\frac{1}{2}$, oder mit $10 \div 2\frac{1}{2}$, oder mit $10 \div \frac{1}{4}$ aus 10, zu multipliciren. Also:

5789. das 10fache.
4) $\div$ 14472$\frac{1}{2}$ das $2\frac{1}{2}$ fache, als $\frac{1}{4}$ aus dem 10 fachen.

Antw. 43417$\frac{1}{2}$ ℔, oder das $7\frac{1}{2}$ fache.

Nota. Wenn aber nebst den L. auch ß und ℔ Vls. stehen, hiervon soll hernach in der Regel Detri (§. 848. N°. 62 Nota 2) gemeldet werden.

N°. 5. 3579 mit 75, das ist mit $100 \div 25$, oder $100 \div \frac{1}{4}$ aus 100, zu multipliciren. Also:

3579.. das 100fache.
4) $\div$ 89475 das 25 fache, als $\frac{1}{4}$ aus dem 100fachen.

Antw. 268425 das 75fache.

N°. 6. 7985 mit $83\frac{1}{3}$, das ist mit $100 \div 16\frac{2}{3}$, oder $100 \div \frac{1}{6}$ aus 100, zu multipliciren. Also:

7985.. das 100fache.
6) $\div$ 133083$\frac{1}{3}$ das $16\frac{2}{3}$ fache, als $\frac{1}{6}$ aus dem 100fachen.

Antw. 665416$\frac{2}{3}$ das $83\frac{1}{3}$ fache.

N°. 7. 23879 mit $87\frac{1}{2}$, das ist mit $100 \div 12\frac{1}{2}$, oder $100 \div \frac{1}{8}$ aus 100, zu multipliciren; oder 23879 mal 87 fl. 15 ß. Also:

23879.. das 100fache.
8) $\div$ 298487$\frac{1}{2}$ das $12\frac{1}{2}$fache, als $\frac{1}{8}$ aus dem 100fachen.

Antw. 2089412$\frac{1}{2}$, oder 2089412 fl. 15 ß, das $87\frac{1}{2}$ fache.

N°. 8. 23879 mit $987\frac{1}{2}$, das ist mit $1000 \div 12\frac{1}{2}$, oder $1000 \div \frac{1}{8}$ aus 100, zu multipliciren. Also:

23879... das 1000fache.
8) $\div$ 298487$\frac{1}{2}$ das $12\frac{1}{2}$fache, als $\frac{1}{8}$ aus dem 100fachen.

Antw. 2358051 2$\frac{1}{2}$ das $987\frac{1}{2}$fache.

N°. 9. 6397 mit 875, das ist mit $1000 \div 125$, oder $1000 \div \frac{1}{8}$ aus 1000, zu multipliciren. Also:

6397 . . . das 1000fache.
8) —÷ 799625 das 125fache, als $\frac{1}{8}$ aus dem 1000fachen.

Antw. 5597375 das 875fache.

N°. 10. 3589 mit 525, das ist mit 600 —÷ 75, oder 600 —÷ $\frac{1}{8}$ aus 600, zu multipliciren. Also:

3589
21534.. das 600fache.
8) —÷ 269175 das 75fache, als $\frac{1}{8}$ aus dem 600fachen.

Antw. 1884225 das 525fache.

N°. 11. 3973 mit 175, das ist mit 200 —÷ 25, oder 200 —÷ $\frac{1}{4}$ aus 100 zu multipliciren. Also:

3973
7946.. das 200fache.
4) —÷ 99325 das 25fache, als $\frac{1}{4}$ aus dem 100fachen.

Antw. 695275 das 175fache.

Nota. Allhier kann man das 25fache, als $\frac{1}{8}$ aus 200, auch aus dem bereits gefundenen 200fachen, durch die Division in 8 finden: Allein man befleißiget sich, so viel als möglich, lieber um kleinere Divisores.

Die 94. Aufgabe.

§. 732. **Wie, und in welchem Falle diese nächst gezeigte Manier mit Vortheil anzubringen, wenn der andere Factor eine vermischte oder mehrerley namige Zahl ist.**

Wenn ihr euch dasjenige erinnert, das ich oben (§. 704) angemerket, so könnet ihr daraus wahrnehmen, daß die gedachte Manier in so weit, wenn der Multiplicator unter 11 ist, bey allerhand kleinen Sorten oder Theilen, wie sie in dem Multiplicando vorkommen, leicht anzubringen sey. Hingegen, wenn der Multiplicator größer als 11, so bedienet man sich der gemeldten

Manier

Manier nur in solchem Falle, wenn die in dem Multiplicando befindlichen kleinen Theile oder Sorten von solcher Beschaffenheit, als oben (§. 702 und 719) angezeiget worden; wie solches mit mehrern aus folgenden Exempeln zu ersehen.

N°. 1. 5379 fl. 17 ß 11 5/6 ₰ mit 7/8 zu multipliciren, das ist mit 1 —÷ 1/8. Also:

5379 fl. 17 ß 11 5/6 ₰
8)—÷ 672 = 13 = 8 1/4 1/8 das 1/8fache (§. 491).
Antw. 4707 = 4 = 3 2/4 9/8 das 7/8fache.

N°. 2. 237 fl. 13 ß 7 T 9/6 ₰ mit 8 3/4, das ist mit 10 —÷ 1 1/4, oder 10 —÷ 1/8 aus 10, zu multipliciren. Also:

237 fl. 13 ß 7 T 9/6 ₰
2374 = 14 = 3 5/8 das 10fache (§. 467. 704).
8)—÷ 296 = 24 = 4 6/6 1/4 das 1 1/4fache, als 1/8 aus dem
Antw. 2077 = 19 = 16 4/6 3/4 das 8 3/4fache. (10fachen.

N°. 3. 3589 3/4, mit 66 2/3, das ist mit 100 ⋮ 33 1/3, oder 100 —÷ 1/3 aus 100, zu multipliciren; oder 66 2/3 mal 3589 fl. 22 ß 9 ₰. Also:

3589 fl. 22 ß 9 ₰ das 100fache (§. 702).
3)—÷ 119658 1/3 das 33 1/3fache, als 1/3 aus dem 100fachen.
Antw. 239316 2/3, oder 239316 fl. 20 ß, das 66 2/3fache.

N°. 4. 8739 1/2 mit 225, das ist mit 300 —÷ 75, oder 300 —÷ 1/4 aus 300, zu multipliciren. Also:

8739 1/2
2621850 das 300fache (§. 719).
4)—÷ 655462 1/2 das 75fache, als 1/4 aus dem 300fachen.
Antw. 1966387 1/2 das 225fache.

§. 733.

§. 733. Von diesen angezogenen Exempeln (§. 728 bis hieher) sind deren viele, welche eben so kurz nach der beschriebenen Manier im §. 717 bis 724 solviret werden können. Denn (§. 728. N°. 1) $\frac{8}{9}$ ist gleich $\frac{1}{9}$ aus 8; folglich darf man nur aus dem 8fachen $\frac{1}{9}$ nehmen. Also ist auch daselbst (N°. 3) $62\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ aus 20. Item (§. 731. N°. 1) 25 ℋ $= \frac{1}{8}$ aus 5 fl. (N°. 2) 22 ℋ 9 ℜ $= \frac{1}{4}$ aus 3 fl. (N°. 3) 27 ℋ $= \frac{1}{10}$ aus 9 fl. (N°. 4) $7\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ aus 30; (N°. 5) $75 = \frac{1}{4}$ aus 300; (N°. 6) $83\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ aus 500; (N°. 7) $87\frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ aus 700; N° 9) $875 = \frac{1}{8}$ aus 7000; (N°. 11) $175 = \frac{1}{4}$ aus 700. Item (§. 732. N°. 1) $\frac{7}{8} = \frac{1}{8}$ aus 7; (N°. 2) $8\frac{3}{4} = \frac{1}{8}$ aus 70; (N°. 3) $66\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ aus 200; (N°. 4) $225 = \frac{1}{4}$ aus 900. Allein man achtet bey solchen Fällen, in welchen die nächst vorige Manier anzubringen ist, dieselbe deswegen vor etwas leichter (§. 514), weil nach solcher nur einmal dividiret, und hernach subtrahiret werden darf, an statt da man nach jener Manier (§. 717 bis 724) dividiren und multipliciren muß.

§. 734. Indessen merket, wenn man einen gewissen Theil aus einer Zahl von derselben subtrahiret, daß solches nichts anders sey, als selbige Zahl mit 1 —÷ eben einen solchen Theil aus 1, multipliciren. Z. E. Wenn man (§. 728. N°. 1) $\frac{1}{9}$ aus der Zahl 82392, von derselben subtrahiret, so wird sie auf solche Weise mit $1 - \frac{1}{9}$ multipliciret.

Die 95. Aufgabe.

§. 735. **Eine ganze Zahl, und eine solche Zahl, welche nur 1, oder etliche weniger ist, als eine solche Zahl, die just ein bequemer Bruch aus 100 oder 1000 ꝛc. (wovon §. 700 gelehret worden) mit einander zu multipliciren, und das Product kürzer, als nach dem gemeinen Wege zu finden.**

I. Suchet

I. Suchet das Product von derjenigen größern Zahl, die ein bequemer Bruch aus 100 oder 1000 ꝛc. ist, nach Anzeigung des nächst erwehnten Syphi.

II. Subtrahiret hiervon das zu viel genommene 1 oder etliche fache, nach Anweisung §. 129 oder 193, so kommt das begehrte Product.

Z. E. N°. 1. 38965 mit 249, das ist mit 250 —÷ 1, oder $\frac{1}{4}$ (aus 1000) —÷ 1, zu multipliciren. Also:

38965...

4) 974!250 das 250 (als $\frac{1}{4}$ aus 1000) fache.

Antw. 9702285 das 250 —÷ 1fache, oder 249fache.

Nota. Dieses Exempel kann auch nach der Manier §. 724 solviret werden, indem 249 = $\frac{1}{4}$ aus 996; folglich kann man die 38965 mit 996 multipliciren (§. 707), und das kommende in 4 dividiren. Allein man achtet in solchem Falle, die vorhin gezeigte Auflösung vor etwas leichter, weil man nach solcher nur 1mal, nach der itztgedachten Manier aber 4mal die gegebene Zahl zu subtrahiren hat.

N°. 2. 38965 mit 247, das ist mit 250 —÷ 3, zu multipliciren. Also:

38965...

4) 974!250 das 250fache, wie vorhin.

Antw. 9624355 das 250 —÷ 3fache, oder 247fache.

Nämlich subtrahiret 3 mal 38965 von 9741250 (§. 193), so kommt das verlangte Product 9624355.

N°. 3. 58397 mit 329$\frac{1}{3}$, das ist mit 333$\frac{1}{3}$ —÷ 4, oder $\frac{1}{3}$ (aus 1000) —÷ 4, zu multipliciren. Also:

58397

3) 58397...
194656662/3 das 333 1/3 (als 1/3 aus 1000) fache.

Antw. 19232078 2/3 das 333 1/3 ÷ 4fache, oder 329 1/3 fache.

§. 736. Hieher ist dasjenige zu ziehen, das oben (§. 725 und 727) bereits angemerket worden. Also, daß ein fähiger Rechner diese Manier unterweilen auch in solchem Falle anbringen kann, wenn der andere Factor schon eine vermischte oder mehrerley namige Zahl ist.

Z. E. 58397 7/8 mit 329 1/3 zu multipliciren. Also:

3) 58397875 das 1000fache (§. 702).
194659581/3 das 333 1/3fache, als 1/3 aus dem 1000fachen.

Antw. 19232366 5/6 das 333 1/3 ÷ 4fache, oder 329 1/3fache.

§. 737. Aus allen dem, so von §. 693 bis 713, und 717 bis hieher angeführet worden, ist zur Gnüge zu ersehen, wie gar oft das verlangte Product auch solcher Multiplicatorum, welche aus etlichen bedeutlichen Ziffern, oder auch aus Theilen oder kleinen Sorten bestehen, auf einmal zu finden, ohne daß man dieselben Multiplicatores allererst zergliedern oder zerstreuen darf (§. 681). Nun sollen diejenigen Multiplicationsarten folgen, in welchen der Multiplicator zerstreuet wird.

§. 738. Ueberhaupt giebt es 2erley Art Zerstreuung, oder wie es etliche nennen, Zerfällung. Nämlich man zerstreuet den Multiplicatorem entweder in seine Factores, aus welchen er componiret ist (§. 164), oder sonst in beliebige Stücke oder Partes. Jene Art heiße ich eine **multiplicirte**- und diese eine **addirte Zerstreuung**, weil nach jener das verlangte Product ohne Addition, und nur durch die Multiplication gefunden wird, da hingegen nach dieser alle Facta partialia erstlich addiret wer-

werden müssen, bevor man das Factum totale erlangen kann. Ich sage aber deswegen **überhaupt giebt es 2erley Art Zerstreuung**, weil die addirte Zerstreuung selbst sich wiederum in zerley besondere Arten zertheilet; wie solches alles aus dem folgenden bald zu ersehen seyn wird.

Die 96. Aufgabe.

§. 739. Eine ganze Zahl, und eine componirte Zahl (§. 164) mit einander zu multipliciren.

Zerstreuet die componirte Zahl in ihre Factores, und multipliciret erstlich mit einem derselben, und das kommende ferner mit dem andern. Allermaßen es oben (§. 690) schon gezeiget worden, daß das 4fache erlanget wird, wenn man das 2fache ferner mit 2 multipliciret; wie denn solcher Proceß im §. 160 bereits mit mehrern dargethan ist.

Z. E. 327 mit 56 zu multipliciren. Weil nun 56 aus 7mal 8 componiret ist, so multipliciret mit 7, und das kommende 7fache ferner mit 8; oder erstlich mit 8, und das kommende 8fache hernach mit 7, so kommt in allewege das 56fache. Also:

327 mit 56
2289 das 7fache.

Antw. 18312 das 8mal 7fache.

Oder 327 mit 56
2616 das 8fache.

Antw. 18312 das 7mal 8fache.

§. 740. Diese Art der multiplicirten Zerstreuung kann man zwar auch bey solchen Zahlen appliciren, welche aus größern 2

Zah-

Zahlen, als nur einzelnen Ziffern, oder auch aus mehr als 2 Factoribus, componiret sind.

Z. E. N°. 1. Wenn man mit 1247 multipliciren will, kann man erstlich mit 29, und das kommende 29fache ferner mit 43 multipliciren, weil 1247 componiret ist aus 43 mal 29.

N°. 2. Wenn man mit 378 multipliciren will, so darf man nur mit 9, ferner das 9fache mit 7, und endlich das 7 mal 9fache, nämlich das 63fache, mit 6 multipliciren, weil 378 componiret ist aus 9 mal 7 mal 6. Allein, weil man bey solchen großen Zahlen nicht so geschwinde wissen kann, aus was für welchen Factoribus sie componiret sind; hat man insonderheit im ersten Falle, wenn nämlich die Factores solche große Zahlen sind, deren Producte nicht unmittelbar gefunden werden, durch die multiplicirte Zerstreuung ganz und gar keinen Vortheil. Derowegen bedienet man sich dieser Zerstreuungsart lieber nur bey solchen Zahlen, deren Composition einem jeden Rechner aus dem Einmal Eins bekannt ist; wie auch bey solchen, die aus 2 gleichen Ziffern, als 22, 33, 44 ꝛc. bestehen, als welche leicht zu erkennen sind, daß sie aus 11 mal einer solchen Ziffer componiret sind (§. 693). Im übrigen hindert es nichts, wenn bey dergleichen Zahlen eine oder mehr Nullen stehen, allermaßen solche Nullen dem kommenden Product aufs letzte nur beygesetzet werden dürfen (§. 179).

§. 741. Den Anfängern zu gute, habe folgende Tabelle beyfügen wollen, damit sie daraus wahrnehmen bey welchen Zahlen vornehmlich diese Art mit Nutzen zu, gebrauchen sey.

	12	oder 12	14	15	16	oder 16
wird zerstreuet in	2	3	2	3	2	4
	6	4	7	5	8	4
	18	oder 18	21	22	24	oder 24
wird zerstreuet in	2	3	3	2	3	4
	9	6	7	11	8	6
	25	27	28	32	33	35
wird zerstreuet in	5	3	4	4	3	5
	5	9	7	8	11	7

	36 oder 36	42	44	45	48	
wird zerstreuet in	4	6	6	4	5	6
	9	6	7	11	9	8
	49	54	55	56	63	64
wird zerstreuet in	7	6	5	7	7	8
	7	9	11	8	9	8
	66	72	77	81	88	99	121
wird zerstreuet in	6	8	7	9	8	9	11
	11	9	VI	9	11	11	11

Daß aber 20 in 2 mal 10, 30 in 3 mal 10, 40 in 4 mal 10 ꝛc. zu zerstreuen sey, ist von sich selbst einem jeden bekannt, auch oben schon aus §. 166 zu ersehen.

§. 742. Hierauf folgen noch etliche Exempel zur Uebung.

N°. 1. 4867 mit 48 zu multipliciren.

29202 (6, 8)

Antw. 233616

N°. 2. 5396 mit 66 zu multipliciren.

32376 (6, 11)

Antw. 356136

N°. 3. 8974 mit 420 zu multipliciren.

53844 (6, 70)

Antw. 3769080

N°. 4. 4379 mit 7700 zu multipliciren.

30653 (7, 1100)

Antw. 33718300

§. 743. Jedoch, weil in ganzen Zahlen, wenn der Multiplicator 12, 14, 16, 18, 21 und 81 nach obiger Anzeigung §. 174 eben so kurz, wie nach dieser gegenwär-

tigen Manier zu multipliciren ist, so hält man in solchen Fällen jene obige Manier deswegen vor leichter, indem man einmal multipliciren, und das andere mal nur addiren darf; da man hingegen nach itziger Art der multiplicirten Zerstreuung beyde mal multipliciren muß (§. 514). Wenn aber der Multiplicandus eine mehrerley namige, oder vermischte Zahl, so ist diese multiplicirte Zerstreuung auch bey den erwehnten Multiplicatoribus 12, 14 ꝛc. jener Art (§. 174) ohnstreitig weit vorzuziehen; wie aus folgendem zu ersehen.

Die 97. Aufgabe.

§. 744. **Eine mehrerley namige Zahl von allerhand kleinen Sorten, oder auch eine vermischte Zahl mit einer componirten Zahl zu multipliciren.**

Multipliciret nach nächst vorhergehender Anweisung den Multiplicandum mit den Factoribus, aus welchen der Multiplicator componiret ist, und zwar auf die Weise, wie oben in §. 467 gelehret worden, so habt ihr an solchem Proceß noch diesen sonderbaren Vortheil, daß ihr solchergestalt immerfort nur mit einer einzelnen Ziffer, oder höchstens mit 10 oder 11 multipliciren dürfet, mit welchen Multiplicatoribus viel leichter und bequemer als sonst mit größern Zahlen zu multipliciren ist (§. 468).

Z. E. N°. 1. Wenn man das oben §. 467 N°. 15 und §. 470 solvirte Exempel, da man 327 fl. 18 ß 12 ₰ 56 mal haben will, nach der multiplicirten Zerstreuung auflöset, so kommt es wie folget zu stehen:

327

327 fl. 18 ß 12 ₰ mit 56
2620 = 29 = 6 das 8fache.

Antw. 18346 = 25 = 6 das 7mal 8, oder 56fache.

Allhier ist erstlich mit 8 nach Anweisung §. 467. N°. 6, und eben auf solche Weise ferner das kommende 8fache mit 7 multipliciret; so hat man das begehrte 56fache, viel kürzer und leichter als oben nach dem gemeinen Wege.

N°. 2. 38975 13/16 mit 21
116927 7/16 (3 7)

Antw. 818492 1/16

N°. 3. 428 Thl. 17 Sgr 8 ₰ mit 80
3429 = 21 = 4 = (8 10)

Antw. 34298 = 21 = 4 =

N°. 4. 531 ℔ 13 ß 6½ ₰ mit 100
5318 = 7 = 5 (10 10)

Antw. 53184 = 10 = 2

N°. 5. 639 fl. Holl. 14 St. 8¾ Pen. mit 110
7037 = — = — 1/4 (11 10)

Antw. 70370 = — = 2½

N°. 6.
3879 ℔ 25 Loth 2 Qu. 3 ₰ mit 420
23278 = 26 = — = 2 das 6fache.
162951 = 22 = 3 = 2 das 7mal 6fache, oder 42fache.

1629517 = 4 = 3 = — das 10mal 42fache, oder 420fache.

Nämlich obgleich vorhin in ganzen Zahlen (§. 742. N°. 3) die 420 in 6 mal 70 zerstreuet worden, so fällt es doch allhier bey einer mehrerley namigen Zahl (wie §. 468 schon erinnert) beschwerlich, auf einmal mit 70 zu multipliciren. Derowegen zerstreuet man allhier die 420 lieber in 6, 7 und 10.

N°. 7.	138 ℔	10 Loth	3 Qu.	$2\frac{3}{8}$ ℞	mit	770
	970 =	12 =	1 =	$-\frac{5}{8}$		7
	10678 =	7 =	— =	$2\frac{7}{8}$		11
						10
Antw.	106784 =	7 =	3 =	$-\frac{3}{4}$		

Die 98. Aufgabe.

§. 745. Eine ganze, vermischte oder mehrerley namige Zahl, mit einer solchen Zahl zu multipliciren, welche nur 1 oder etliche weniger ist, als eine der vorhin gemeldten componirten Zahlen, und das Product leichter, auch wohl öfters kürzer, als nach dem gemeinen Wege zu finden.

Die Auflösung dieser Aufgabe, ist gleich der Auflösung in §. 735. Nämlich

I. suchet das Factum von derselben componirten Zahl nach Anweisung §. 739 und 744.

II. Subtrahiret hiervon das zu viel genommene 1 oder etlichefache, und zwar, wenn der Multiplicandus eine ganze Zahl, nach Anzeigung §. 129 oder 193. Im Falle er aber eine mehrerley namige oder vermischte Zahl ist, so suchet das abzunehmende etliche fache, daferne dasselbe nicht vorhin schon in der Rechnung sich befindet, durch eine besondere Multiplication. Auf solche Weise erlanget ihr in dem bleibenden das begehrte Product.

Z. E. N°. 1.	579	mit	359
	3474		6
	208440		60÷1
Antw.	207861		
N°. 2.	2893	mit	762
	20251		7
	2227610		110÷8
Antw.	2204466		

N°. 3.

N°. 3. 43 fl. 13 ß 6 ₰ mit 69
304 = 3 = 6 7
3041 = 3 = 6 10 ÷ 1
Antw. 2997 = 20 = —

N°. 4. 379 1 1/6 mit 78
3038 1/2 8
30385 10 ÷ 2
Antw. 29625 3/8

N°. 5. 1283 Thl. 11 Gß 7 3/4 ₰ mit 534
7700 = 21 = 10 1/2 6
69308 = 4 = 10 1/2 9
693082 = — = 9 10 ÷ 6
Antw. 685381 = 2 = 10 1/2

Nämlich, weil allhier das 6fache vorhin schon stehet, so dürfet ihr dasselbe hernach nicht allererst suchen. Dannenhero, ob es schon gleichviel gilt, mit welchem Factore man erst oder nach multipliciret (§. 739), so nimmt man doch allhier deswegen erstlich die 6, weil ein 6faches hernach zu subtrahiren kommt. Und so auch bey allen andern dergleichen Exempeln.

N°. 6. 421 fl. 17 ß 3 5/6 ₰ mit 429
4637 = 9 = 6 1/6 11
18549 = 7 = 6 2/3 4
185492 = 13 = 12 2/3 10 ÷ 11
Antw. 180855 = 4 = 6 1/2

Die 99. Aufgabe.

§. 746. Eine ganze Zahl mit einer großen Zahl,

nach der 1sten Art der addirten Zerstreuung (§. 738), mit Vortheil zu multiplicieren.

Wenn der Multiplicator weder eine solche bequeme componirte Zahl, wie §. 740 erwehnet, noch von solcher Beschaffenheit, daß dessen ganzes Factum nach ein oder anderer der vorhin gezeigten Manieren gefunden werden könnte, so zerstreuet ihn

I. in solche Partes, deren Facta unmittelbar aus dem Multiplicando selbst (§. 716) oder auch aus einem bereits gefundenen Facto partiali so fort zu finden, folglich suchet

II. die Facta aller solchen Partium, und zwar in solcher Ordnung, als es euch am bequemsten dünket, oder die Sache selbst erheischet (weil sonst hierinnen kein Rang geachtet wird, wie bereits §. 172 gemeldet), und merket nur mit Fleiß auf ihre Stellen, (wie insonderheit §. 173 angezeiget worden) damit ihr solche Facta gehörigermaßen unter einander schreibet. Endlich

III. addiret alle gefundene Facta partialia zusammen, so kommt das verlangte Hauptfactum. Der Beweis hiervon ist gleich dem Beweise der gemeinen Art (§. 170). Nur, daß es allhier gleichviel gilt, ob ein Factum partiale nach dem gemeinen Wege, durch das Einmal Eins, oder auf eine von den andern vorhin beschriebenen und dargethanen Manieren ausgefunden werde; vielmehr stehet es frey, eines auf diese, und ein anders auch auf eine andere Art zu suchen, wie es sich am füglichsten und vortheilhaftigsten thun lässet. Und hierinnen eben ist diese Zerstreuungsart von der gemeinen fürnemlich unterschieden, indem man allhier keinesweges gebunden ist, jede bedeutliche Ziffer des Multiplicatoris in der Zerstreu-

ung,

ung, wie nach der gemeinen Art (wovon §. 680 gemeldet worden) für einen Partem anzunehmen.

Zu desto mehrerer Erläuterung habe ich die Exempel von gegenwärtiger Aufgabe, in nachfolgenden 9 besondern Abtheilungen fürtragen, anbey die Specialia, so bey einer solchen Abtheilung überhaupt, oder auch sonst irgend bey einem Exempel zu merken sind, umständlich erklären wollen.

1ste Abtheilung.

Wenn in dem Multiplicatore zwey Einer neben einander stehen, kann man dieselben für 11 zählen, folgends als eine einzelne Ziffer gebrauchen (§. 693), und ist nur zu merken, daß man die Stellen gehörigermaßen beobachte; worzu den Anfängern die Punkte (§. 173) nicht wenig dienen können.

Z.E.N°. 1. 2378 mit 3114 zu multipliciren. Also:

9512 das ... 4fache.
26158 . das . 110fache.
7134 ... das 3000fache.

Antw. 7405092 das 3114fache.

Oder: 2378 mit 3114 zu multipliciren. Also:

7134 ... das 3000fache.
26158 . das . 110fache.
9512 das ... 4fache.

Antw. 7405092 das 3114fache, wie vorhin.

2te Abtheilung.

Alle Zahlen, die just ein solcher Theil aus 10, 100 oder 1000 ꝛc. wie §. 697 Tab. I. erwehnet, können in der Zerstreuung, als ein einziger Pars angesehen werden,

weil deren Facta eben so wol, als das Factum von einer einzelnen Ziffer, so fort unmittelbar, und zwar aus dem Multiplicando selbst zu finden sind (§. 700). Damit man aber eine desto bessere Einsicht hierinnen erlangen möge, so will ich allhier mit Fleiß lauter solche Exempel anführen, welche oben (ibid.) bereits solviret worden, und nur die Multiplicatores in etwas verändern.

N°. 2. 3579 .. mit 925 zu multipliciren. Also:

4) ——— ———

89475 das 25fache, als $\frac{1}{4}$ aus dem 100fachē
32211 .. das 900fache (nach gemeiner Art).

Antw. 3310575 das 925fache.

N°. 3. 23879 .. mit $112\frac{1}{2}$ zu multipliciren. Also:

8) $298487\frac{1}{2}$ das $12\frac{1}{2}$ (als $\frac{1}{8}$ aus 100) fache.

Antw. $2686387\frac{1}{2}$ das $100+12\frac{1}{2}$fache, nämlich das $(112\frac{1}{2}$fache.

N°. 4. 4958. mit $13\frac{1}{3}$ zu multipliciren. Also:

3) $16526\frac{2}{3}$ das $3\frac{1}{3}$fache, als $\frac{1}{3}$ aus dem 10fachen.

Antw. $66106\frac{2}{3}$ das $10+3\frac{1}{3}$fache, näml. das $13\frac{1}{3}$fache.

N°. 5. 7985 .. mit $116\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Also:

6) $133083\frac{1}{3}$ das $16\frac{2}{3}$ (als $\frac{1}{6}$ aus 100) fache.

Antw. $931583\frac{1}{3}$ das $100+16\frac{2}{3}$fache, näml. $116\frac{2}{3}$fache.

N°. 6. 5897 mit 251 zu multipliciren. Also:

4) 1474250 das 250 (als $\frac{1}{4}$ aus 1000) fache.

Antw. 1480147 das $250+1$fache, näml. das 251fache.

Nämlich bildet euch nur in den Gedanken ein, als sollten an dem Multiplicando zur Rechten drey Nullen oder Puncte stehen, welcher alsdenn das 1000fache bedeu-

deuten würde; und nehmet daraus durch die Division in 4 das 250 fache: Jedoch damit die Ziffern gehörigermaßen unter einander zu stehen kommen, so fanget den Quotienten um drey Stellen zur Linken hinaus an zu schreiben (§. 221), wie aus voriger Solution selbst zu ersehen.

N°. 7. 5103... mit 1253 zu multipliciren. Also:

8)

637875. das 125. fache (als $\frac{1}{8}$ aus 1000).
15309 das 3fache (nach gemeiner Art)

Antw. 6394059 das 1253fache.

Nota. 1. Wenn ihr das Exempel N°. 3 gegen den obigen §. 731. N°. 7; das Exempel N°. 4 gegen den obigen §. 728 N°. 3; und das Exempel N°. 5 gegen den obigen §. 731 N°. 6 haltet, so könnet ihr klar sehen, daß der allhiesige Proceß gleich sey, dem obigen: Nur allein, daß oben das $12\frac{1}{2}$fache, $3\frac{1}{3}$fache, und $16\frac{2}{3}$fache, wie billig subtrahiret; da dieselben allhier nothwendig addiret werden.

Nota. 2. Ihr könnet auch diese gedachte Exempel N°. 3, 4 und 5 wohl eben so kurz nach Anzeigung §. 717 solviren. Denn $112\frac{1}{2}$ ist $\frac{1}{8}$ aus 900; $13\frac{1}{3}$ ist $\frac{1}{3}$ aus 40; und $116\frac{2}{3}$ ist $\frac{1}{6}$ aus 700. Allein es wird in solchen Fällen, da nur ein einzelner Theil über 10, 100 oder 1000 ist, diese ietzt beschriebene Manier deswegen vor leichter geachtet, indem man nach derselben 1 mal dividiren, und hernach nur addiren darf; da man hingegen nach jener Manier (§. 717) dividiren und multipliciren muß. Von eben dieser Ursache ist oben (§. 743) bereits erwehnet worden.

3te Abtheilung.

Alle Zahlen, welche just ein solcher Theil aus einer angewachsenen Ziffer, wie §. 697 Tab. II. erwehnet, und zwar aus einer solchen Ziffer, deren Factum in der vorhabenden Multiplication vorhin gefunden worden, können in der Zerstreuung als ein Pars angenommen wer-

den, weil solchergestalt das Factum dieses Partis aus dem vorhergehenden Facto partiali unmittelbar zu finden ist (§. 717).

N°. 8.

3589 mit 675 zu multipliciren. Also:

8) 21534.. das 600fache (nach gemeiner Art).
269175 das 75fache, als $\frac{1}{8}$ aus dem 600fachen.

2422575 das 675fache.

N°. 9. Wenn aber der Multiplicator in diesem nächsten Exempel 756 wäre, käme der Proceß als folget:

3589 mit 756

21534 das 6fache, nach gemeiner Art.
8) 2691750 das 750fache, als $\frac{1}{8}$ aus dem 6000fachen.

Antw. 2713284 das 756fache.

Nota. Obwohl allhier kein 6000faches vorhin gefunden worden, so ist doch genug, daß bereits ein 6faches ausgefunden sey, an welches man in den Gedanken nur 3 Nullen oder Puncte setzen darf, so hat man daran zugleich ein 6000faches. Uebrigens ist nur zu beobachten, daß man wegen solcher 3 Nullen, den Quotienten um 3 Stellen zur Linken hinaus zu schreiben anfange, damit die Stellen gehörigermaßen zu der Addition gerade unter einander kommen; wie hiervon vorhin bey N°. 6 bereits gemeldet worden. Gleiche Bewandniß hat es mit dem folgenden Exempel.

N°. 10.

3589.. mit 6175 zu multipliciren. Also:

8) 21534... das 6000fache (nach gemeiner Art).
269175 das 75fache, als $\frac{1}{8}$ aus dem 600fachen.

22162075 das 6075+100fache, näml. das 6175-(fache.

All-

Allhier stellet euch in Gedanken vor, als sollten neben dem 6fachen nur 2 Punkte stehen, in welchem Falle es nur ein 600faches bedeutet; woraus das 75fache $\frac{1}{8}$ ist. Demnach fanget den Quotienten um eine Stelle nach der Rechten hinein an zu schreiben. Und da endlich auch das 1fache in der 3ten Stelle mit addiret wird, so kommt allerdings in dem Hauptfacto das 100+6000+75fache, das ist das 6175fache.

N°. 11.

2387 mit $466\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Also:

6) 9548.. das 400 fache (nach gemeiner Art).
159133$\frac{1}{3}$ das $66\frac{2}{3}$fache, als $\frac{1}{6}$ aus dem 400fachen.

1113933$\frac{1}{3}$ das $466\frac{2}{3}$fache.

Nota. 1. Dasjenige, was vorhin in der 2ten Abtheilung Not. 1. angemerket worden, könnet ihr auch allhier sonderlich bey N°. 8. merken, nämlich daß die Auflösung dieses Exempels gleich sey der Auflösung des 10ten Exempels §. 731; außer allein, daß dorten das 75fache subtrahiret, allhier aber addiret werden müsse.

Nota. 2. Nicht minder ist allhier bey N°. 8 und 11 auch dasjenige zu merken, welches vorhin in der 2ten Abtheilung Not. 2. angemerket worden: Nämlich ihr könnet diese Exempel wohl eben so kurz nach der gezeigten Manier §. 717 solviren, indem $675 = \frac{1}{4}$ aus 2700; und $466\frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ aus 1400; zumal da ihr mit dergleichen componirten Zahlen kurz zu multipliciren vorhin (§. 739) bereits erlernet.

4te Abtheilung.

Alle Zahlen welche nur eine einzelne Ziffer oder 11, bis auf 100 oder 1000 ꝛc. differiren, können in der Zerstreuung als ein einziger Pars angenommen werden, immaßen deren Facta nach Anzeigung §. 707 unmittelbar aus dem Multiplicando selbst zu finden sind.

Z. E.

Z. E. N°. 12.

23057 ... mit 9974 zu multipliciren. Also:

229878290 das 9970fache (ibid. N°. 2)
92228 das 4fache (nach gemeiner Art)

Antw. 22997051 8 das 9974fache.

N°. 13. 38924 ... mit 1923 zu multipliciren. Also:

3581008. das 92. nämlich das 100÷8fache
116772 das 3fache (nach gemeiner Art)

Antw. 74850852 das 1000+920+3fache, nämlich (das 1923fache.

5te Abtheilung.

Alle Zahlen, welche nur eine einzelne Ziffer oder 11, bis auf eine angewachsene Ziffer differiren, und zwar bis auf eine solche angewachsene Ziffer, deren Factum in der vorhabenden Multiplication vorhin schon gefunden worden, können in der Zerstreuung als ein einziger Pars gebraucht werden, weil solchergestalt das Factum dieses Partis aus dem vorhergehenden Facto partiali nach Anzeigung §. 726 unmittelbar zu finden ist.

N°. 14. 3796 mit 4398 zu multipliciren. Also:

15184 ... das 4000fache (nach gemeiner Art)
1510808 das 398fache, als das 400÷2fache

Antw. 16694808 das 4398fache.

Allhier stellet euch in Gedanken vor, als sollten an dem 4fachen nur 2 Punkte stehen,) wie oben bey N°. 10 gemeldet), so habt ihr daran ein 400faches; von welchem das 2fache subtrahiret, kommt das 398fache.

N°. 15.

N°. 15.

84235 mit 17689 zu multipliciren. Also:
589645... das 7000fache (nach gemeiner Art).
58037915 das 689fache, als das 700 ÷ 11fache.

1490032915 das 10000+7000+689fache, nämlich das 17689fache.

Nota. Allhier ist bey N°. 14 abermal die 2te Anmerkung aus der vorigen 3ten Abtheilung zu beobachten: Nämlich, weil 4398 = 4400 ÷ 2, so kann man erstlich mit 4400 nach Anzeigung §. 739 multipliciren, und von dem kommenden das 2fache subtrahiren (§. 726), so erlanget man eben so kurz, als vorhin geschehen, das begehrte Product.

6te Abtheilung.

Alle dergleichen componirte Zahlen, wie §. 741 gedacht, können im Falle das Factum von einem ihrer Factorum, in der vorhabenden Multiplication vorhin schon gefunden worden, nur als ein einziger Pars angebracht werden, indem solchergestalt das Factum dieses Partis aus dem vorhergehenden Facto partiali nach Anweisung §. 739 zu finden ist.

Z. E. N°. 16.

3589 mit 567, d.i. mit 560+7, zu multipl. Also:

25123 das 7fache
2009840 das 80 × 7fache, nämlich das 560fache.

2034963 das 560+7fache, nämlich das 567fache.

N°. 17. 3589 mit 756, d.i. mit 700+56 zu multipl.
Also: 25123.. das 700fache.
200984 das 8mal 7fache, nämlich das 56fache.

Antw. 2713284 das 700+56fache, näml. das 756fache.

Nota.

Nota. Dieses Exempel ist oben N°. 9 in der 3ten Abtheilung eben so kurz wie hier solviret. Man kann aber die itzige deswegen vor etwas leichter halten, indem man allhier 2 mal multipliciret, an stat, daß man dorten einmal multipliciren und das andere mal dividiren muß (§. 514).

N°. 18. 24783 mit 11771 zu multipliciren.
Also: 272613 ... das 11000fache (§. 693).
1908291. das 70 × 11, d. i. das 770fache.

Antw. 291720693 das 11000+770+1fache, nämlich das 11771fache.

7te Abtheilung.

Wenn ein Multiplicator mehr als eine solche componirte Zahl, wie vorhin gedacht, neben einander stehen hat, und beyde einen gemeinen Factorem haben, so kann man gleichfalls den in nächst voriger Abtheilung angewiesenen Vortheil anbringen.

Z. E. N°. 19.

3897 mit 7254, d. i. mit 7200+54 zu multiplic.
35073 das 9fache. (9 800) (9 6)

280584 .. das 8mal 9 × 100fache, näml. das 7200fache.
210438 das 6mal 9fache, nämlich das 54fache.

28268838 das 7254fache.

Nämlich multipliciret das 9fache, das ist, die 35073 einmal mit 800 und einmal mit 6, und setzet die Zahlen, als das 7200fache und das 54fache, wie es die Addition erfordert, gerade unter einander. Alsdenn addiret solche Facta partialia, so kommt das begehrte 7254fache.

8te Abtheilung.

Daß man einen großen Multiplicatorem unterweilen in

in solche Partes zerstreuen kann, bey welchen etliche der vorhin gezeigten Vortheile zugleich angebracht werden können, solches kann aus folgendem Exempel ersehen werden.

N°. 20.

234567891987 ..... mit 1251199877 zu mult. Also:

293209864983 75	das	125	fache (2 Abth.)
2580246811857	das	11	fache (1 Abth.)
2340987562030 26 ..	das	998 ..	fache (4 Abth.)
1806172768299 9	das	77	fache (6 Abth.)

293491317602283685599 das 1251199877fache.

Und dergleichen Exempel könnte man noch vielmehr darstellen.

9te Abtheilung.

Bis hierher habe ich zu desto besserer Erklärung lauter solche Multiplicatores genommen, in welchen alle diejenigen Zahlen, die vor einen Partem gebrauchet werden, jede ins besondere klar vor Augen liegen. Wenn man aber erst hierinnen geübet ist, so wird man ferner die Ziffern selbst öfters zu zerstreuen wissen, damit man solche bequeme Partes erlangen möge, wie vorhin gemeldet.

Z. E. N°. 21.

6) 7985 mit $17\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Also:
$133083\frac{1}{3}$ das $16\frac{2}{3}$fache, als $\frac{1}{6}$ aus dem 100fachen.

Antw. $141068\frac{1}{3}$ das $16\frac{2}{3}+1$fache, d. i. das $17\frac{2}{3}$fache.

Nämlich obgleich allhier in dem Multiplicatore die $16\frac{2}{3}$ nicht klar vor Augen liegen, so könnet ihr doch die Ziffer 7 in 6 und 1, und solchergestalt den ganzen Multiplicatorem in $16\frac{2}{3}$ und 1 zerstreuen. Was aber die Ordnung der Ziffern betrifft, so hat man nur dasjenige allhier

zu

zu merken, das oben insonderheit bey N°. 6 in der 2ten Abtheilung gemeldet worden: Nämlich weil der Multiplicandus allhier das einfache abgiebt, welches in der 1sten Stelle zur Rechten sein Ende hat, das $16\frac{2}{3}$fache aber $\frac{1}{6}$ aus dem 100fachen ist; so fanget den Quotienten zur Linken um 2 Stellen heraus an zu schreiben, auf welche Weise denn die Facta partialia gehörigermaßen unter einander zu stehen kommen. Gleiche Beschaffenheit hat es mit den nachfolgenden Exempeln.

N°. 22. 5103 mit 126 zu multipliciren. Also:

8) 637875 das 125 (als $\frac{1}{8}$ aus 1000)fache.

Antw. 642978 das 125+1 nämlich das 126fache.

N°. 23. 7985. mit $176\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Also:

6) 1330833$\frac{1}{3}$ das $166\frac{2}{3}$ (als $\frac{1}{6}$ aus 1000)fache.

Antw. 1410683$\frac{1}{3}$ das $166\frac{2}{3}$+10, nämlich das $176\frac{2}{3}$(fache.

N°. 24. 7985 mit $186\frac{2}{3}$ zu multipliciren. Also:

6) 55895. das 70fache.
931583$\frac{1}{3}$ das $116\frac{2}{3}$ (als $\frac{1}{6}$ aus 700) fache.

Antw. 1490533$\frac{1}{3}$ das $186\frac{2}{3}$fache.

N°. 25. 2389 mit 1375 zu multipliciren. Also:

4) 26279.. das 1100fache (§. 693).
656975 das 275fache (§. 717. N°. 4).

Antw. 3284875 das 1375fache.

N°. 26. 2389 mit 1376 zu multipliciren. Also:

26279..das 1100fache.
656975 das 275fache.

3287264 das 1100+275+1fache, nämlich das (1376fache.

N°. 27.

N°. 27. 23879. mit $722\frac{1}{2}$ zu multipliciren. Also:
8) $298487\frac{1}{2}$ das $12\frac{1}{2}$ (als $\frac{1}{8}$ aus 100)fache.
167153.. das 700fache, nach gemeiner Art.

Antw. $17252577\frac{1}{2}$ das $700 + 12\frac{1}{2} +$ 10fache, nämlich das $722\frac{1}{2}$fache.

N°. 28. 5103... mit 2253 zu multipliciren. Also:
637875 0das 1250fache, als $\frac{1}{8}$ aus dem 1000fa-
15309das 3fache. (chen, nebst 0.

Antw. 11497059das $1250 + 1000 +$ 3fache, nämlich
(das 2253fache.

N°. 29. 3589. mit 577 zu multipliciren. Also:
25123 das 7fache.
200984. das 560fache. (vorhin N°. 16).

Antw. 2070853 das $560 + 10 +$ 7fache, nämlich das
(577fache.

N°. 30. 24783.. mit 1277 zu multipliciren. Also:
272613.. das 1100fache.
1908291 das 77fache. (vorin N°. 18)

Antw. 31647891 das $1100 + 100 +$ 77fache, nämlich
(1277fache.

§. 747. Daß diese addirte Zerstreuung bisweilen auch bey mehrerley namigen und vermischten Zahlen, wenn selbige zu multipliciren gegeben sind, mit Vortheil anzubringen, solches erachte unnöthig allhier mit besondern Exempeln zu erklären, nachdem ich oben, insonderheit in den §. 694. 702. 704. 708. 719. 725. 727. 732. 736. 744. und 745, zur Genüge dargethan, wie, und welcher von den beschriebenen Vortheilen, bey allerhand kleinen Sorten und Theilen, auch welcher nur in gewissen Fällen bequem zu appliciren ist. Indessen bleibet doch dieses gewiß, daß alle bishero angezeigten Multiplicationsarten, in welchen mit mehr, als höch-

stens mit 11 auf einmal zu multipliciren ist, gleichwol unbequem fallen, dieselben bey allerhand kleinen Sorten und Theilen anzubringen (§. 468. 471 und 703). Derowegen will ich hiernächst zu der andern Art der addirten Zerstreuung schreiten, welche insonderheit bey der Multiplication in allerhand kleinen Sorten und Theilen mit Nutzen zu gebrauchen ist.

Die 100. Aufgabe.

§. 748. **Eine mehrerley namige oder vermischte Zahl mit einer ganzen Zahl nach der 2ten Art der addirten Zerstreuung (§. 738) mit Vortheil zu multipliciren.**

I. Zerstreuet den Multiplicatorem (wenn es nur ohne Weitläuftigkeit geschehen kann) in solche Partes, welche entweder durch die Multiplication mit einer einzelnen Ziffer (als 2, 3, oder 4fach ꝛc. inclusive 10 bis höchstens 11, §. 696) aufsteigen, oder durch die Division in eine einzelne Ziffer abnehmen, also, daß der Exponent (§. 298) der Verhältniß eines nachgehenden Partis zu seinem nächst vorhergehenden, oder auch sonst zu einem andern der vorhergehenden Theile, allezeit nur eine einzelne Ziffer bis höchstens 11, oder ein bequemer Bruch (§. 447) sey, das ist, der zum Zähler 1, und zum Nenner eine einzelne Ziffer (bis 11) hat.

II. Weil nun ihre Facta sich eben also zu einander verhalten müssen, wie sie, nämlich solche Partes selbst (§. 276), so könnet ihr entweder durch die Multiplication mit einer einzelnen Ziffer, oder durch die Division in eine einzelne Ziffer immerfort ein Factum partiale aus einem andern vorhergehenden finden; und solchergestalt, wenn ihr ferner

III. alle gefundenen Facta partialia nach Erforderung zu-

zusammen addiret, auch allerhand kleine Sorten oder Theile, bloß nach Anzeigung §. 467, 491 und 694 gar leichte multipliciren.

Z. E. 2374fl. 13ß 11¾d 65 mal zu nehmen.

18995 = 19 = 4	8	8× das 1fache (§. 467)
132969 = 14 = 10	57	7× 8, d. i. 56fache.

Antw. 154339 = 17 =] 7¾ das 56+8+1, näml. 65fache.

Oder 2374fl. 13ß 11¾d, 65 mal.

XBϑϑB = Xϑ = A	8	8 mal das 1fache.
151965 = 3 = 14	64	8× 8, d. i. 64fache.

Antw. 154339 = 17 = 7¾ das 64+1, näml. 65fache.

Oder 2374fl. 13ß 11¾d, 65 mal.

23744 = 16 = 9½	10	10fache.
118722 = 22 = 11½	50	5× 10, d. i. 50fache.
11872 = 8 = 4¾	5	½ × 10, d. i. 5fache (§. 491).

Antw. 154339 = 17 = 7¾ das 65fache.

Oder 2374fl. 13ß 11¾d, 65 mal.

11872 = 8 = 4¾	5	5fache.
118722 = 22 = 11½	50	10× 5, d. i. 50fache.
23744 = 16 = 9½	10	2× 5, d. i. 10fache.

Antw. 154339 = 17 = 7¾ das 65fache.

§. 749. Welche Auflösung von diesen vieren die kürzeste sey, solches kann jeder von sich selbst sehen. Also könnte dieses Exempel auch nach der gezeigten Manier §. 745 solviret werden, indem 65 = 66 (das ist 6 mal 11) —÷1 Allein ich habe mit Fleiß vorige verschiedene Solutiones vorstellen wollen, um den Anfängern die gegebene Regel von dieser 2ten Art der addirten Zerstreuung, bey einem solchen kleinen Multiplicatore 65, desto besser zu erklären, und ihnen zu den folgenden Exempeln, in welchen größere Multiplicatores sind, gleichsam den Weg zu bahnen.

§. 750. Es bestehet demnach der Unterscheid zwischen dieser 2ten Art der addirten Zerstreuung, und der 1ten (§. 746), nur darinnen, daß man allhier keine anderen Partes, als allein solche annimmt, deren Facta entweder durch die Multiplication mit einer einzelnen Ziffer, oder durch die Division in eine einzelne Ziffer zu finden sind. Uebrigens sind beyde Arten in ihren Gründen einander ganz gleich. Nur ist zu merken,

I. weil die kleinen Sorten durch die Multiplication mit einer größern Ziffer, sich gleichwol stärker anhäufen, als wenn sie mit einer kleinern Ziffer multipliciret werden (§. 468), daß man (woferne es, anderweitiger Ursachen wegen, nicht vielmehr zu unterlassen) sich der kleinsten einzelnen Ziffern befleißige.

II. Wenn zwischen den Zahlen, welche addiret werden sollen, ein Factum kommt, das nicht mit zu addiren ist, daß man dasselbe, um sich in der Addition hernach desto weniger zu irren, lieber durchstreiche; wie aus der vorigen 2ten Auflösung (§. 748) zu ersehen. Endlich

III. ist allhier eben dasjenige zu observiren, welches oben §. 745 N°. 5 bereits erwehnet worden; also, daß man das Factum desjenigen Partis allemal erst suche, dessen man sich im nachfolgenden bedienen will.

§. 751. Zu desto mehrerer Erklärung so wol, als auch zur Uebung, folgen hiernächst noch mehrere Exempel.

N°. 1. Allhier will ich das Exempel, welches oben (§. 472 N°. 1) bereits auf 2erley Art solviret worden, vornehmen, und solches (gegebener Ursache wegen, im (§. 749) durch 5 verschiedene Veränderungen der Zerstreuung, auflösen.

A. 327 fl. 18 ß 12 ₰, 369 mal.

2948 = 18 = —	9	9fache (§. 467 N°. 7)
29486 = — = —	90	10 × 9, d. i. 90fache
88458 = — = —	270	3 × 90, d. i. 270fache

Antw. 120892 fl. 18 = — das 369fache.

Oder B. 327 fl. 18 ß 12 ₰, 369 mal.

2620 = 29 = 6	8	8fache
13104 = 26 = 12	40	5 × 8, d. i. 40fache
104839 = 3 = 6	320	8 × 40, d. i. 320fache

Antw. 120892 = 18 = — das 368 + 1, d. i. 369fache.

Oder C. 327 fl. 18 ß 12 ₰, 369 mal.

2620 = 29 = 6	8	8fache
26209 = 23 = 6	80	10 × 8, d. i. 80fache
78629 = 10 = —	240	3 × 80, d. i. 240fache,
13104 = 26 = 12	40	½ × 80, d. i. 40fache

Antw. 120892 = 18 = — das 368 + 1fache.

Oder D. 327 fl. 18 ß 12 ₰, 369 mal.

2948 = 18 =	das 9fache	360 + 9
XXIIIA = XL =		9
117944 = —	das 360fache	*

Antw. 120892 = 18 = — das 369fache 10

Allhier ist das Factum von 360 nach der multiplicirten Zerstreuung (§. 744 sonderlich N°. 6 und 7); und das Factum von 9 nach Anzeigung §. 467 N°. 7 gefunden, ferner diese beyden Facta gehörigermaßen addiret worden.

Nota. Warum man aber die 360 nicht in 6 × 6 × 10 zerstreuet, auch warum erstlich mit 9 und nicht mit 4 oder 10 multipliciret worden; ist die Ursache, weil man

allhier das 9fache brauchet; wie hiervon oben (§. 750 Artik. III.) schon gemeldet worden. Sonst hätte man vielmehr Ursache, die Zerstreuung lieber in 6 × 6 × 10 anzustellen (ibid. Artik. I.). Indessen, wenn man allhier ja nach dieser Zerstreuung procediren sollte, so würde die Berechnung, als folget kommen.

Oder E. 327fl. 18ßl 12₰ — 369 mal.

1965 = 22 = —
11794 = 12 =

117944 = — = — das 360fache. (360 + 9)
2948 = 18 = — das 9fache.

Antw. 120892 = 18 = — das 369fache.

N°. 2. Das Exempel aus §. 472 N°. 2. kommt wie folget.

537℔ 23ℓ. 2qu. 3₰, 328 mal.

4301 = 29 = 2 = —	8	8fache (§467 N°. 10)
21509 = 19 = 2 = —	40	5 × 8, d. i. 40fache.
150567 = 8 = 2 = —	280	7 × 40, d. i. 280fa.

Antw. 176378 = 25 = 2 = — das 328fache.

Oder 537℔ 23ℓ, 2qu. 3₰, 328 mal.

4301 = 29 = 2 = —	8	8fache.
43019 = 7 = — = —	80	10 × 8, d. i. 80fache.
129057 = 21 = — = —	240	3 × 80, d. i. 240fa.

Antw. 176378 = 25 = 2 = — das 328fache.

Oder 537℔ 23ℓ. 2qu. 3₰, — 328 mal.

4301 = 29 = 2 = das 8fache. (320 + 8)
[illegible] = [illegible] =
172076 = 28 = das 320fache.

Antw. 176378 = 25 = 2 = — das 328fache.

Nota.

Nota. 1. Gleichergestalt würde man zu procediren haben, wenn der Multiplicator 329 wäre: Allein daß man in solchem Falle das Einfache in der Addition mit nehmen müßte.

Nota. 2. Indessen könnet ihr allhier den Nutzen obiger Anweisung im §. 711, von selbsten verspühren. Denn solchergestalt werden hier z. E. die 29 Loth gar behende mit 5 oder 10, zu geschweigen mit 4, multipliciret, und in ℔ reduciret: Immaßen, wenn ihr 29 Loth, als 1 ℔ —÷ 3 Loth betrachtet, so ist folgends 5 mal so viel: 5 ℔ —÷ 15 Loth; 10 mal so viel: 10 ℔ —÷ 30 Loth; und 4 mal so viel: 4 ℔ —÷ 12 Loth, das ist im 1sten Falle, 4 ℔ 17 Loth; im 2ten 9 ℔ 2 Loth; und im 3ten 3 ℔ 20 Loth.

N°. 3. Das Exempel aus §. 448. N°. 9 kommt also:

639 1/16 mit 184 zu multipliciren.

2558 3/4	4	4fache (nach Art §. eod.).
12793 3/4	20	5mal 4, das ist 20fache.
102350 —	160	8mal 20, das ist 160fache.

Antw. 117702 1/2 das 184fache.

N°. 4. Das Exempel aus §. 467 N°. 3: 479 ℔ 13 Schott 6 7/8 Grän, oder, welches der Eintheilung ihrer Sorten nach einerley, 479 Thl. 13 ℊ 6 7/8 ₰, mit 567 zu multipliciren, nämlich 567 mal zu nehmen, kommt allhier folgendergestalt:

479 Thl. 13 ℊ 6 7/8 ₰, 567 mal.

3356	= 23	= 1/8	7	7fache (§. 467 N°. 13)
26855	= 16	= 1	56	8 × 7, d. i. 56fache.
241701	= —	= 9	504	9 × 56, d. i. 504fache.

Antw. 271913 = 15 = 10 1/8 das 567fache.

Oder	479 Thl. 13 gr 6⅞ Pf,	567mal.
	3356 = 23 = ⅛ das 7fache.	560 +7
	26888 = 16 = 1	7
	268556 = 16 = 10 das 560fache.	8
		10
Antw.	271913 = 15 = 10⅛ das 567fache.	

Nota. Diese nächste Solution ist dem Grunde nach ganz gleich der obigen Solution (§. 746 N°. 16). Denn in beyden ist das 7fache zu dem 560fachen addiret worden; außer allein daß dorten das 560fache durch 80 mal 7, allhier aber, da keine größere Multiplicatores, als höchstens 11, angenommen werden (§. 750), durch 10 mal 8 mal 7. gefunden worden.

§. 752. Auf solche Weise könnet ihr den Vortheil der multiplicirten Zerstreuung auch bey solchen Multiplicatoribus, welche schon gar Primzahlen (§. 165) sind, wie öfters durch Hülfe der Subtraction (§. 745), also auch öfters durch die Addition anbringen. Immaßen solche Multiplicatores (wenn es nur auf eine bequeme Art, wie vorhin gezeiget, geschehen kann) in eine componirte Zahl und den Ueberschuß zerstreuet, und ihre Facta addiret werden können; und hat man hierbey nur diejenigen Facta partialia zu beobachten, welche aufs letzte zu addiren sind. Also ist oben (§. 748), da der Multiplicator 65 ist, das 64 (oder 8 mal 8) fache zum 1fachen; item (§. 751 N°. 1.) da der Multiplicator 369 ist, das 360 (oder 9 ✕ 4 ✕ 10)fache zum 9fachen; item (ibid. N°. 2), da der Multiplicator 328 ist, das 320 (oder 8 ✕ 4 ✕ 10) fache zum 8fachen; desgleichen bey dem nächsten Exempel N°. 4, das 560 (oder 7 ✕ 8 ✕ 10) fache zum 7fachen addiret worden. Gleichergestalt könnet ihr bey einem Multiplicatore, der z. E. die Primzahl 43 ist, das 42 (oder 6 mal 7) fache zum 1fachen addiren.

§. 753.

§. 753. Es ist demnach diese Manier der addirten (§. 748), wie auch multiplicirten (§. 744) Zerstreuung, im Gebrauche allerdings bequem. Allein es sind sowol diese beyde, als auch die oben (§. 467 und 470) angewiesenen andern 2 Arten zwar bey den gebrochenen oder vermischten Zahlen, als welche allgemein, und auf alle Art Größen zu appliciren (§. 51), in allen Fällen; hingegen aber bey den mehrerley namigen Zahlen, nur in folgenden 3 Fällen mit Nutzen zu gebrauchen. Als nämlich

I. wenn der Multiplicator nur eine bloße Zahl, oder doch nur als eine bloße unbenamte Zahl angesehen, und also das Product unter dem Namen des Multiplicandi begehret wird (§. 142), welches auch bey den vorher angeführten Exempeln der mehrerley namigen Zahlen (über das, so ich oben im §. 146 zum voraus bereits gemeldet) dadurch habe zu erkennen geben wollen, indem ich mehrentheils nicht so schlechterdings gesaget, dieselbe zu multipliciren, sondern mit Fleiß gemeldet, dieselben so und so vielmal zusammenzunehmen.

II. wenn auch eine benamte Zahl mit einer mehrerley namigen Zahl multipliciret, und also (ibid.) diese leztere als eine bloße Zahl angesehen werden soll, jedoch aber beyde Factores von gleicher Art sind: Wie z. E. im §. 467 N°. 2, da man 7 fl. mit 23 fl. 11 ℊ multipliciren soll, und dannenhero, weil sie beyde fl. sind, eben so viel heißet, als wenn man 23 fl. 11 ℊ mit 7 multipliciren, das ist 7mal 23 fl. 11 ℊ, begehren sollte.

III. wenn in diesem nächst gedachten Falle, beyde Factores auch wohl von ungleicher Art, jedoch aber die Eintheilung derselben, so wie sie in kleine Sorten vertheilet sind, einander ganz gleich ist. Als z. E. wenn es im §. 751 N°. 4 heißen sollte: 567 ℔ mit 479 Thlr. 13 ℊ 6⅞ ₰

zu multipliciren, also, daß das Product unter den Namen ℔, Schott und Grän begehret werden sollte; so könnet ihr, in Regard dessen, weil beyde Factores von gleicher Eintheilung (indem sowol die ℔, als der Thl. in 24 und 12 eingetheilet ist) eben also, wie daselbst gezeiget, procediren, und das kommende Product nur mit den Namen ℔, Schott und Grän benennen. Denn ihr könnet die Aufgabe betrachten, als sollte es heißen: 479 ℔ 13 Schott $6\frac{7}{8}$ Grän 567 mal zu nehmen; indem 13 Schott eben so wol $\frac{1}{2}\frac{3}{4}$ ℔, als die 13 ℳ sind $\frac{1}{2}\frac{3}{4}$ Thl. Also sind auch $6\frac{7}{8}$ Grän, eben sowol $\frac{6\frac{7}{8}}{1\frac{1}{2}}$ aus $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ ℔, als die $6\frac{7}{8}$ ℛ sind $\frac{6\frac{7}{8}}{1\frac{1}{2}}$ aus $\frac{1}{2}\frac{1}{4}$ Thl. (§. 51).

§. 754. Wenn aber bey dem gedachten Falle im vorhergehenden 2ten Artik. beyde Factores weder von gleicher Art, noch von gleicher Eintheilung, da will es mit den vorhin gemeldten Manieren nicht so schlechterdings von statten gehen, sondern es müssen, wenn man in solchem Falle sich dennoch derselben bedienen will, die kleinen Sorten des Multiplicatoris zuförderst in einen Bruch reduciret (§. 420), folgends solcher als eine unbenamte Zahl, die ferner auf alle Art Größen zu appliciren (§. 51) angesehen werden; alsdenn kann man allererst nach den erwehnten Manieren procediren, wie hiervon oben (§. 507, sonderlich §. 467 N°. 2) bereits Erinnerung geschehen. Als z. E.

N°. 1. Wenn es oben (§. 744 N°. 1) heißen sollte: 56 ℔ mit 327 fl. 18 ℳ 12 ℛ zu multipliciren, also, daß das Product in ℔, Loth, Qu. und ℛ begehret werden sollte; so müßten die 18 ℳ 12 ℛ erstlich in einen Bruch eines Guldens reduciret werden (§. 421 N°. 2), alsdenn könnte man ferner die 56 ℔ mit $327\frac{2}{4}\frac{8}{5}$, oder, so einerley, die

$327\frac{2}{4}\frac{8}{5}$

$327\frac{2}{4}\frac{8}{5}$ mit 56 ℔, nach dasiger multiplicirten Zerstreuung, als folget, multipliciren.

$327\frac{2}{4}\frac{8}{5}$ mit 56
$2620\frac{4}{4}\frac{4}{5}$ das 8fache (§. 448 N°. 5).

Antw. $18346\frac{3}{4}\frac{8}{5}$ ℔ das 7 mal 8fache, näml. das 56fache.

Wenn ihr nun diesen Bruch $\frac{3}{4}\frac{8}{5}$ ℔ resolviret, so kommt (§. 415. N°. 2) das verlangte Product 18346 ℔ 27 Loth — Qu. — $\frac{1}{4}\frac{6}{5}$ ℞. Oder ihr könnet den Bruch $\frac{2}{4}\frac{8}{5}$ sofort in Loth, Qu. und ℞ resolviren, kommen 19 Loth 3 Qu. $2\frac{2}{4}\frac{6}{5}$ ℞; und solchergestalt die begehrte Multiplication ferner in diese verlangte Sorten anstellen, also:

327 ℔ 19 Loth 3 Qu. $2\frac{2}{4}\frac{6}{5}$ ℞ mit 56, od. 56 mal
2620 = 31 = 1 = $-\frac{2}{4}\frac{8}{5}$ das 8fache.

Antw. 18346 = 27 = — = $-\frac{1}{4}\frac{6}{5}$ 7 ⋈ 8, d. i. 56, fache wie vorhin.

N°. 2. Wenn oben (§. 751 N°. 1) 369 ℔ mit 327 fl. 18 ℋ 12 ℞ zu multipliciren wären, also, daß das Product in ℔, Schott und Grän verlanget werden sollte, so müßten die 18 ℋ 12 ℞, wie beym nächst vorigen Exempel geschehen, in einen Bruch reduciret werden, alsdenn könnte man die $327\frac{2}{4}\frac{8}{5}$ mit 369 nach dasiger addirten Zerstreuung multipliciren, als folget:

$327\frac{2}{4}\frac{8}{5}$ mit 369

2948 $\frac{3}{5}$	9	9fache.
29486	90	10 mal 9fache.
88458	270	3 mal 90fache.

Antw. 120892 $\frac{3}{5}$ ℔ das 369fache; welche $\frac{3}{5}$ ℔ resolviret, so hat man das verlangte Product 120892 ℔ 14 Schott $4\frac{4}{5}$ Grän.

Oder ihr könnet die $\frac{2}{4}\frac{8}{5}$, so fort in Schott und Grän resolviren, kommen 14 Schott $11\frac{1}{5}$ Grän; und folgends die

die Multiplication in diese begehrten Sorten anstellen, also: 327℔ 14Sch. 11 1/5 Gr. mit 369 od. 369 mal

2948 = 14 = 4 4/5	9	9fache
29486 = — = —	90	10 × 9fache
88458 = — = —	270	3 × 90fache

Antw. 120892 = 14 = 4 4/5 das 369fache, wie vorhin.

§. 755. Da nun in den Exempeln der Regel Detri das Facit allezeit gleicher Art mit B, das ist (§. 353), mit dem 2ten Gliede seyn muß (§. 349); C oder das 3te Glied aber der Multiplicator ist, und nur als eine bloße Zahl angesehen wird (§. 365), so können bey solchen Exempeln alle vorhergehenden Multiplicationsarten, im Falle C eine mehrerley namige Zahl, und weder von gleicher Art, noch von gleicher Eintheilung mit B ist, nicht anders angebracht werden, es müßten denn die in C stehenden kleinen Sorten zuförderst in einen Bruch reduciret werden; wie hiervon (ibid.) bereits erwehnet worden.

§. 756. Weil aber solche Reduction und nachmalige Resolution (§. 754) öfters weitläuftig und verdrießlich fällt; über dieses auch die Partes der gemeldten addirten Zerstreuung (§. 748) öfters einem nicht so geschwinde beyfallen, ja unterweilen, insonderheit bey großen Multiplicatoribus, auch wohl gar langsam allererst gesuchet werden müssen, (wie ich denn eben deswegen ibid. Artik. I exprimiret habe, daß solche Zerstreuung nur in solchem Falle zu gebrauchen, **wenn es ohne Weitläuftigkeit geschehen kann**): Als ist man insgemein gewohnet, die mehrerley namigen Zahlen nach folgender 3ten Art der addirten Zerstreuung (§. 738) zu multipliciren, welche Art eigentlich die welsche Practica genennet zu werden pfleget (§. 519), und durchsgehends in allen vorkommenden Fällen zu gebrauchen ist. Mit was vor Bequemlichkeit aber, und was bey dieser Manier zu merken und öfters auszusetzen sey, soll sich im folgenden zeigen.

Die

Die 101. Aufgabe.

§. 757. Eine Multiplication bey welcher einer von den gegebenen Factoribus, oder auch beyde, allerhand kleine Sorten, oder in gewissen Fällen auch Brüche, in sich enthalten, nach der 3ten Art der addirten Zerstreuung (§. 738) zu verrichten.

Die Hauptregel zu dieser Aufgabe bestehet darinne, daß ihr alles dasjenige, was ihr nicht nach ein oder der andern vorhin gezeigten Manier auf einmal ohne Weitläuftigkeit (§. 756) multipliciren könnet, stückweise nach und nach vrrrichtet.

I. Zerstreuet die kleinen Sorten oder Theile, welcher Facta auf einmal unbequem zu finden, in solche ab-oder aufsteigende Partes, deren Exponent ihrer Verhältniß, die sie entweder zu einer Unität der größern Sorten, oder zu etlichen Unitäten derselben, im Fall deren Factum vorhin schon gefunden worden (wie hiervon §. 705 bereits erwehnet), oder auch die sie sonst zu einander haben, entweder ein bequemer Bruch (§. 447), oder bloß eine einzelne Ziffer ist.

II. Suchet die Facta von solchen zerstreuten Partibus eines Factoris, aus dem andern Factore, eben auf die Weise, auch eben mit selbigem Grunde, wie vorhin bey der 2ten Art der addirten Zerstreuung (§. 748 Artik. II.) gezeiget worden, das ist, nach Proportion ihrer Verhältnisse, entweder durch die Division in eine einzelne Ziffer, oder durch die Multiplication mit einer einzelnen Ziffer, und merket nur auf den Namen, den ihr in dem Product verlanget; denn eben unter solchem Namen stellet al-

le solche Facta, und setzet dieselben gehörigermaßen untereinander. Endlich

III. addiret alle gefundenen Facta partialia zusammen, so kommt das verlangte Hauptfactum.

§. 758. Weil aber diese Multiplicationsart besser durch Exempel, als durch eine Regel zu erlernen ist; so will ich die vorgeschriebene Regel mit mehrern in folgenden Exempeln erklären, anbey auch alle Particularia, was bey einem oder andern Falle zu observiren ist, in besondern Paragraphis umständlich anführen. Damit ihr aber klar sehen möget, daß diese Art in allen gedachten 5 Fällen (§. 463), insonderheit auch bey solchen Factoribus, die ganz von ungleicher Art der Münzen, Maaße oder Gewichte, anzubringen, und das Product unter welchen Namen derselben, als man will, so fort herzustellen sey, so will hierzu folgende 10 Exempel vornehmen, als:

N°. 1.) 1 ℔ = 327 fl. 18 ß 12 ₰ = 369 ℔?
2.) 1 fl. = 369 ℔ — = — = 327 fl. 18 ß 12 ₰?
3.) 1 ℔ = — 18 ß 12 ₰ = 369 ℔?
4.) 1 fl. = 369 ℔ — — = — 18 ß 12 ₰?
5.) 1 fl. = — 19 Sch. 6 Gr. = — 18 ß 12 ₰?
6.) 1 ℔ = — 18 ß. 12 ₰ = — 19 Sch. 6 Gr?
7.) 1 fl. = 369 ℔ 19 Sch. 6 Gr. = — 18 ß 12 ₰?
8.) 1 ℔ = — 18 ß 12 ₰ = 369 ℔ 19 Sch. 6 Gr?
9.) 1 ℔ = 327 fl. 18 ß 12 ₰ = 369 ℔ 19 Sch. 6 Gr?
10.) 1 fl. = 369 ℔ 19 Sch. 6 Gr. = 327 fl. 18 ß 12 ₰?

§. 759. N°. 1. 1 ℔ kostet 327 fl. 18 ß 12 ₰, was 369 ℔?

All-

Allhier werden die 369, als eine bloße Zahl angesehen (§. 365), und das Product in fl. begehret (§. 349). Demnach stehet die Berechnung, als folget:

327 fl. 18 ℔ — 12 ℛ — mit 369

15 | ½ fl. — 6 | ⅑ aus 3 ℔ — 2583
3 | ⅕ aus 15 ℔ oder $\frac{1}{10}$ fl. — 6 | do. — 738.
1107..
184 = 15 ℔
36 = 27
4 = 3
4 = 3

Antw. fl. 120892 = 18 ℔

Nämlich multipliciret erstlich die 369 mit 327, nach gemeiner Art, und seßet ihre Facta partialia, nämlich das 7fache, 20fache, und 300fache gehörigermaßen unter einander.

Ferner zerstreuet die 18 ℔ in 15 und 3 ℔, sagende 15 ℔ ist ½ fl, derowegen ist ihr Factum die Hälfte aus dem 1fachen, oder ½ mal die 369; folgends dividiret die 369 in 2 (§. 446), und zwar weil das Product in fl. und ℔ begehret wird, so machet den Rest in solcher Division zu ℔ (§. 226), so kommen fl. 184 = 15 ℔. Weiter heißet es: 3 ℔ ist ⅕ aus 15 ℔, folgends ist auch das Factum von 3 ℔ allerdings ⅕ aus dem nächst vorigen Facto von 15 ℔ (§. 276); diesemnach dividiret die 184 fl. 15 ℔ in 5, kommen 36 fl. 27 ℔ für das Factum von 3 ℔; oder, weil 3 ℔ gleich ist $\frac{1}{10}$ fl, so könnet ihr das Factum von 3 ℔ aus dem Einfachen nehmen, und also abermal das Einfache oder die 369 in 10 dividiren, so kommen ebenfalls 36 fl. 27 ℔. Gleichergestalt zerstreuet ferner die

12 ℛ in 6 und 6 ℛ, sagende 6 ℛ ist $\frac{1}{5}$ aus 3 ℋ oder 54 ℛ; demnach dividiret das vorige Factum der 3 ℋ, nämlich die 36 fl. 27 ℋ, in 9, kommen 4 fl. 3 ℋ. Hierunter seßet wegen der übrigen 6 ℛ noch einmal 4 fl. 3 ℋ, und addiret endlich alle gefundenen Facta partialia zu einander, so kommt das begehrte Hauptfactum 120892 fl. 18 ℋ (wie vorhin §. 751 N°. 1).

§. 760. Oder ihr könnet die Solution dieses Exempels, als folget anstellen:

327 fl. 18 ℋ | 12 ℛ | mit 369

3	$\frac{1}{10}$ fl.	6	$\frac{1}{5}$ aus 3 ℛ
15	5 mal 3 ℋ	6	do.

2583
738.
1107..
36 = 27 ℋ
184 = 15
4 = 3

Antw. fl. 120892 = 18

Allhier sind die 369 mit 327, wie vorhin multipliciret. Die 18 ℋ aber in aufsteigende Theile zerstreuet, nämlich in 3 und hernach 15. Da denn 3 ℋ = $\frac{1}{10}$ fl. derowegen nehmet $\frac{1}{10}$ aus dem Einfachen, das ist, aus 369. Dieses Factum von 3 ℋ multipliciret mit 5, weil 15 ℋ 5 mal 3 ℋ in sich enthalten, so kommt das Factum von 15 ℋ. Ferner procediret mit den 12 ℛ, wie vorhin, und addiret alle Facta partialia zusammen, kommt die begehrte Antwort.

§. 761.

§. 761. Oder ihr könnet auch kürzer also verfahren:

327 fl. 18 ℔ 12 ℞ mit 369

6 | ½ fl. — ½ aus 6 ℔

12 | 2 mal 6 ℔

2583
738.
1107..
⌈ 73=24
| 147=18
⌊ 8= 6

Antw. fl. 120892=18

Allhier sind die 18 ℔ abermal in aufsteigende Theile zerstreuet worden, nämlich in 6 und 12 ℔. Da denn 6 ℔ = ⅓ fl; Derowegen nehmet ⅓ aus dem Einfachen oder aus 369. Ferner multipliciret das Factum von 6 ℔ mit 2, weil 12 ℔ ist 2 mal 6 ℔, kommt das Factum von 12 ℔. Weil nun die 12 ℞ = ⅑ aus 6 ℔ oder 108 ℞, so dürfet ihr dieselben nicht zerstreuen, sondern nur das vorhergefundene Factum von 6 ℔ in 9 dividiren, so kommt das Factum von 12 ℞. Auf solche Weise kommt die Berechnung kürzer, als in beyden vorigen Auflösungen.

§. 762. Ich habe dieses Exempel aus der gegebenen Ursache im §. 749 mit Fleiß auf verschiedene Wege solviren wollen. Ihr könnet aber von euch selbst ersehen, daß die letztere Solution (§. 761) die kürzeste sey, welche ich denn in folgenden Exempeln beybehalten werde. Und will ich hiernächst nur alles dasjenige noch anmerken, so hierbey zu erinnern nützlich erachte.

§. 763. Weil die 369 mit 327 eben so kurz als 327 mit 369 zu multipliciren sind, so könnet ihr allhier, was die Ganzen betrifft, auch die 327 mit 369 multipliciren, und also die ganze Berechnung unter den Multiplicandum stellen, als folget:

327 fl.

2943
1962.
981..
73=24 ℔
147=18
8= 6

Antw. fl. 120892=18

18 ℔
6 | ½ fl.
12 | 2 mal 6

12 ₰ mit 369
(1/9 aus 6 ℔)

§. 764. In den ersten zweyen Auflösungen (§. 759 und 760) könnte man die 12 ₰ auch wohl in 9 ₰ (als 1/6 aus den vorhergehenden 3 ℔), und in 3 ₰ (als 1/3 aus 9 ₰), zerstreuen: Allein man nimmt, wo es nur thulich ist, deswegen lieber 6 und 6 ₰, weil man solchergestalt das Factum von 6 ₰ nur zweymal hinschreiben darf, ohne daß man das anderemal einiger Rechnung benöthiget sey.

§. 765. Also könnten die 18 ℔ auch wohl in andere beliebige Partes zerstreuet werden; allein, gleichwie man sich einerseits um den kürzesten Weg befleißigen, und nicht mehr Partes, als zu Ausfindung des verlangten Products höchstens nöthig sind, machen muß, also muß man auch andererseits zugleich beobachten, die Zerstreuung dergestalt anzustellen, damit die nachfolgenden noch kleineren Sorten, aus einem der vorhergehenden Partium füglich zu nehmen seyn mögen. Z. E. Wenn beym vorigen Exempel nur 327 fl. 18 ℔ zu multipliciren wären, so dürfte man die Berechnung nur unter die 369 stellen, damit man von dieser Zahl das 3fache, nämlich die 1107 erlanget, folgends die 18 ℔ gar nicht zerstreuen, sondern auf einmal als 1/3 aus dem vorhergehenden 3fachen, das ist aus 1107 nehmen. Also:

327

327 fl. 18 ℋ mit 369

(1/3 aus 3 fl.)

2583
738.
1107..
221 = 12 ℋ

Antw. fl. 120884 = 12

Allein da in dem vorhin beygebrachten Exempel noch 12 ℛ stehen, welche aus 18 ℋ nicht füglich zu nehmen sind, so werden diese 18 ℋ lieber zerstreuet, wie vorhin gezeiget, um aus solchen zerstreuten Partibus das Factum von 12 ℛ bequem finden zu können.

§. 766. Derowegen wenn beym gedachten Exempel 327 fl. 18 ℋ 4 ℛ zu multipliciren wären, so würde man die 18 ℋ in drey Partes, als in 6, 10 und 2 zerstreuen müssen, damit das Factum von den übrigen 4 ℛ, als 1/9 aus 2 ℋ oder 36 ℛ, aus dem Facto von 2 ℋ genommen werden könnte; weil anderergestalt die Zerstreuung der 18 ℋ so wenig nach §. 759, als nach §. 760 und 761, zulänglich ist, das Factum von 4 ℛ bequem aus ihnen zu finden. Demnach müßte in solchem Falle die Berechnung also zu stehen kommen:

327 fl. 18 ℋ 4 ℛ mit 369

(6	1/5	(1/9 aus 2 ℋ
10	1/3	
2)	1/2 aus 6 ℋ, oder 1/3 aus 10 ℋ	

2583
738.
1107..
73 = 24
123 = —
24 = 18
2 = 22

Antw. fl. 120887 = 4

§. 767. Wenn aber die kleinen Sorten von solcher Beschaffenheit, daß sie auf keine Weise durch eine Division in eine einzelne Ziffer, aus den vorhergehenden Zahlen zu nehmen sind; wie z. E. wenn 327 fl. 12 ₰ mit 369 zu multipliciren vorkommen, da die 12 ₰ weder insgesammt, noch weniger zerstreuet, aus den Gulden durch die Division in eine einzelne Ziffer genommen werden können; alsdenn ist man gemüßiget, sich einer Hülfzahl zu bedienen, nämlich man suchet erstlich das Factum von einem solchen Theile eines Guldens, welcher am bequemsten dazu ist, um aus demselben das Factum der zu multipliciren begehrenden kleineren Sorten leicht finden zu können. Als beym nächst gedachten Exempel suchet man das Factum von 6 ℔, als $\frac{1}{5}$ aus dem Einfachen, und aus diesem findet sich durch die Division in 9 das Factum von 12 ₰, als $\frac{1}{9}$ aus 6 ℔. Und ist hierbey nur zu beobachten, daß man hernach in der Addition der Factorum partialium das Factum von der Hülfzahl nicht mit summire; weswegen denn dieselbe insgemein (wie §. 750 Artik. II. bereits erwehnet) durchstrichen wird. Also:

327 fl. — 12 ₰ mit 369 zu multipliciren

6 ℔ | $\frac{1}{5}$ fl. $\frac{1}{9}$ aus 6 ℔

2583
738.
1107..
~~113.24~~
8. 6

Antw. fl. 120671. 6

§. 768. N°. 2. Wenn das vorige Exempel (§. 759) umgewendet, und also stehet, 1 fl. giebt 369 ₰, was 327 fl. 18 ℔ 12 ₰?

Allhier

Allhier müssen die 327 fl. 18 ℋ 12 ℜ, als eine bloße Zahl, nämlich als Ganze nebst Theilen eines Ganzen angesehen (§. 365), und das Product in ℔ (§. 349) heraus gebracht werden. Demnach verfahret, wie bey der Berechnung des 1ten Exempels (§. 759. 760. 761 oder 763) gezeiget. Nur allein an stat, daß dorten die Reste aus den Divisionibus zu ℋ gemachet werden, so machet dieselben allhier zu Schott und Gr. Es kommet also die Auflösung dieses Exempels, nach Art §. 761, als folget:

369 ℔ mit 327 fl. 18 ℋ 12 ℜ

2583
738.
1107..

6	⅕ fl.		($\frac{1}{9}$ aus 6 ℋ	
12	2mal 6 ℋ			
73	= 19	Schott	$2\frac{2}{5}$	Gr.
147	= 14	=	$4\frac{4}{5}$	
8	= 4	=	$9\frac{3}{5}$	

Antw. 120892 ℔ 14 Schott $4\frac{4}{5}$ Gr.

§. 769. Allhier hat man durch einen viel leichtern und kürzern Weg das verlangte Product gefunden, als oben (§. 754 N°. 2). Jedoch damit ihr den wahren Unterscheid dieser beyden Wege gründlich verstehen möget; so dienet zu merken, daß allhier eben so wol, als oben, die kleinen Sorten des Multiplicatoris, nämlich die 18 ℋ 12 ℜ, in Theile oder Brüche reduciret werden (welches auch nicht anders seyn kann §. 365), nur allein mit dem Unterscheide, daß oben dieselbe sämmtlich auf einmal (nach Anzeigung §. 421) in einen einfachen Bruch ($\frac{2}{4}\frac{8}{5}$), allhier aber nach und nach stückweise in Brüche und Brüche aus Brüchen (§. 395), reduciret werden, also, daß man allhier den Multiplicatorem 327 fl. 18 ℋ 12 ℜ

dergestalt betrachtet, als sollte er heißen: 327 Ganze + $\frac{1}{5} + \frac{2}{5} + [\frac{1}{9}$ aus $\frac{1}{5}]$. Und eben diese Brüche und Brüche aus Brüchen geben zusammen den einfachen Bruch $\frac{2}{4}\frac{8}{5}$ (§. 429).

§. 770. Eben also würde man auch zu procediren haben, wenn der Multiplicator $327\frac{2}{4}\frac{8}{5}$ wäre, wie folget:

369 ℔ mit $327\frac{2}{4}\frac{8}{5}$

2583
738.
1107..

9	$\frac{1}{5}$ aus	45
18	2 mal	9
1	$\frac{1}{9}$ aus	9

73	=	19	Schott	$2\frac{2}{5}$ Gr.
147	=	14	=	$4\frac{4}{5}$
8	=	4	=	$9\frac{3}{5}$

Antw. 120892 ℔ 14 Schott $4\frac{4}{5}$ Gr. wie vorhin.

Nämlich weil das Ganze so viele Theile in sich enthält, als der Nenner anzeiget (§. 48), so zerstreuet man die Einheiten des Zählers auf den Werth eines Ganzen, folgends ist allhier, da der Nenner 45, 9 solcher Theile $= \frac{1}{5}$ aus dem Ganzen, ferner 18 $= \frac{2}{5}$, und 1 $= \frac{1}{9}$ aus 9. Woraus klar zu ersehen, daß es gleichviel sey, ob man saget: 369 ℔ mit 327 fl. 18 ß 12 ₰; oder: 369 ℔ mit $327\frac{2}{4}\frac{8}{5}$, zu multipliciren, so hat man doch immer die 369 mit $327 + \frac{1}{5} + \frac{2}{5} + [\frac{1}{9}$ aus $\frac{1}{5}]$ zu multipliciren.

§. 771. N°. 3. 1 ℔ kostet 18 ß 12 ₰, was 369 ℔?
Dieses stehet also:

18 ß 12 ₰ mit 369

6	$\frac{1}{5}$ fl.	$\frac{1}{9}$ aus	6 ß
12	2 mal		

73	fl.	24	ß	
147	=	18		
8	=	6		

Antw. 229 fl. 18 ß.

Nämlich

Nämlich weil allhier das Product gerne so fort in fl. verlanget wird, so zerstreuet die 18 ℔ 12 ₰ in Theile eines Guldens. Uebrigens ist dieser Proceß gleich der Berechnung im §. 761; nur allein, weil in diesem Exempel keine fl. in dem Multiplicando vorhin stehen, so fällt die dortige Multiplication mit 327 Ganzen allhier hinweg, also, daß man allhier nur die Facta partialia von 18 ℔ 12 ₰ suchen, und dieselben addiren darf.

§. 772. Sollte man aber bey diesem Exempel das Product nicht so fort in fl. begehren, so könnte die Ausrechnung also angestellet werden:

18 ℔ 12 ₰ mit 369.

6 | ½ ℔
6 | do.

2952
123
123

Antw. ℔ 6888, welche ferner zu fl. gemacht, kommen 229 fl. 18 ℔, wie vorhin.

Allhier sind die ℔ nach ihren eigenen Einheiten, und nicht als Theile eines Guldens angesehen (§. 366), folgends sind die 369 mit 18 Ganzen nach Anzeigung §. 174 multipliciret, und die 12 ₰ in Theile eines Groschens zerstreuet worden; auf welche Weise denn die Antwort in ℔ herauskommet.

§. 773. N°. 4. Das vorige Exempel umgewendet: 1 fl. giebt 369 ₰, was 18 ℔ 12 ₰? Dieses stehet also:

369 ₰	mit	18 ℔	12 ₰
73 = 19 Sch. $2\frac{2}{5}$ Gr.		6 | ½ fl.	$\frac{1}{9}$ aus 6 ℔
147 = 14 = $4\frac{4}{5}$		12 | 2mal 6 ℔	
8 = 4 = $9\frac{3}{5}$			

Antw. 229 ₰ 14 Sch. $4\frac{4}{5}$ Gr.

Dieser Proceß ist gleich der Berechnung im §. 768; nur allein, daß die dortige Multiplication mit den 327 ganzen fl. allhier hinweg fällt, und werden die 329 ℔ nur mit $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}+[\frac{1}{5}$ aus $\frac{1}{5}]$ (§. 769), das ist so viel, als mit $\frac{2}{4}\frac{8}{5}$ (§. 770) multipliciret.

§. 774. N°. 5. 1 fl. giebt 19 Schott 6 Gr., was 18 ℔ 12 ₰? Dieses stehet also:

19 Schott 6 Gr.			mit 18 ℔ 12 ₰		
3	=	$10\frac{4}{5}$	6	$\frac{1}{5}$ fl.	$\frac{1}{9}$ aus 6 ℔
7	=	$9\frac{3}{5}$	12	2mal 6 ℔	
--	=	$5\frac{1}{5}$			

Antw. 12 Schott $1\frac{3}{5}$ Gr.

Es ist dieser Proceß nichts anders, als der nächst vorige, indem bey beyden der Multiplicandus in 5 dividiret, und das kommende mit 2 multipliciret, auch in 9 dividiret wird; außer allein, daß im vorigen Exempel der Multiplicandus aus ganzen ℔, in diesem aber aus Schott und Gr. bestehet.

§. 775. N°. 6. Das nächst vorige Exempel umgekehrt: 1 ℔ kostet 18 ℔ 12 ₰, was 19 Schott 6 Gr.? Also:

18 ℔ 12 ₰			mit 19 Schott 6 Gr.		
9	=	6	12	$\frac{1}{2}$ ℔	$\frac{1}{2}$ aus 1 Schott
4	=	12	6	$\frac{1}{2}$ aus 12	
--	=	14	1	$\frac{1}{6}$ aus 6	
--	=	7			

Antw. 15 ℔ 3 ₰

Dieser Proceß ist gleich dem nächst vorigen, indem bey beyden nur des Multiplicatoris kleine Sorten zerstreuet, und die Partes aus dem Multiplicando gesucht werden.

§. 776.

§. 776. Oder ihr könnet die Solution dieses Exempels kürzer als vorhin verrichten, also:

18 ℳ 12 ₰ mit 19 Schott 6 Gr.

9	= 6	
4	= 12	
1	= 3	

12	½ ℔
6	½ aus 12
1 : 6	¼ aus 6

Antw. 15 ℳ 3 ₰

Allhier ist in der Zerstreuung das 1 Schott und die 6 Gr. das ist 1½ Schott, zusammen für einen Partem, als ¼ aus 6 Schott genommen worden. Welches deswegen wohl zu merken ist, weil man auf solche Weise öfters einen Vortheil erlangen kann.

§. 777. N°. 7. 1 fl. giebt 369 ℔ 19 Schott 6 Gr., was 18 ℳ 12 ₰. Dieses stehet also:

369 ℔ 19 Schott 6 Gr. mit 18 ℳ 12 ₰

73	= 23	=	1 1/5
147	= 22	=	2 2/5
8	= 5	=	2 4/5

6	1/5 fl.	1/5 aus 6 ℳ
12	2 mal 6	

Antw. 230 ℔ 2 Schott 6⅖ Gr.

Wenn ihr diese Solution und Antwort gegen die obigen Solutiones in §. 773 und 774 haltet, so könnet ihr klar sehen, das diese 3 Exempel einen gleichen Proceß haben, und weil der Multiplicandus im §. 773 nur 369 ℔, im §. 774 nur 19 Schott 6 Gr., allhier aber beyde zusammen, nämlich 369 ℔ 19 Schott 6 Gr. in sich enthält, daß die Antwort allhier die Summe von jenen beyden Antworten sey. Denn wenn ihr die Antwort 229 ℔ 14 Schott 4⅘ Gr., und die Antwort 12 Schott 1⅗ Gr. zusammen addiret, so kommt die hiesige Antwort 230 ℔ 2 Schott 6⅖ Gr.

§. 778. N°. 8. Das nächst vorige Exempel umgekehrt: 1 ℔ kostet 18 ß 12 ₰, was 369 ℔ 19 Schott 6 Gr? Also:

18 ß 12 ₰ mit 369 ℔ 19 Schott 6 Gr.

6 | 1/5 fl. — 1/2 aus 6 ß
12 | 2 mal 6

73 fl. 24 ß — 12 | 1/2 ℔
147 = 18 — 6 | 1/2 aus 12
8 = 6 — 1=6 | 1/4 aus 6
-- = 9 = 6 ₰
-- = 4 = 12
-- = 1 = 3

Antw. 230 = 3 = 3

Wenn ihr diese Solution und die obigen Solutiones im §. 771 und 776, gegen einander haltet, so könnet ihr klar ersehen, daß allhier die 18 ß 12 ₰ erstlich mit den 369 Ganzen, nach Anzeigung §. 771, hernach ins besondere mit den 19 Schott 6 Gr. nach Anzeigung §. 776, multipliciret, und beyde Facta partialia endlich auf einmal addiret worden.

§. 779. N°. 9. 1 ℔ kostet 327 fl. 18 ß 12 ₰, was 369 ℔ 19 Schott 6 Gr.? Dieses stehet also:

327 fl. 18 ß 12 ₰ mit 369 ℔ 19 Schott 6 Gr.

6 | 1/5 fl. — 1/2 aus 6 ß
12 | 2 mal 6

2583 — 12 | 1/2 ℔
738. — 6 | 1/2 aus 12
1107.. — 1=6 | 1/4 aus 6

73 = 24 ß
147 = 18
8 = 6

163 = 24 = 6 ₰
81 = 27 = 3
20 = 14 = 5 1/4

Antw. 121158 fl. 23 ß 14 1/4 ₰

Allhier

Allhier sind die 327 fl. 18 ß 12 ₰ erstlich mit 369, wie im §. 761 geschehen, multipliciret, welche Multiplication die ersten 6 Facta partialia abgeben: Hernach sind abermal die 327 fl. 18 ß 12 ₰ insbesondere auch mit 19 Schott 6 Gr. multipliciret, welche Multiplication dem Proceß nach gleich ist der Solution im §. 777, allwo ebenfalls Ganze nebst verschiedenen kleinen Sorten, mit kleinen Sorten multipliciret worden, außer allein, daß allda die Facta partialia unter den Multiplicandum, allhier aber unter die vorhin gefundenen 6 Facta partialia, um selbige alle zugleich in eines addiren zu können, gesetzet worden. Demnach enthält die Summe aller Factorum partialium die 327 fl. 18 ß 12 ₰, 369 mal und 19 Schott 6 Gr. mal in sich, das ist deutlicher zu reden (§. 769) $369 + \frac{1}{2} + [\frac{1}{2}\text{aus}\frac{1}{2}] + [\frac{1}{4}\text{aus}\frac{1}{2}\text{aus}\frac{1}{2}]$ mal; oder wenn ihr alle diese Brüche zusammen nehmet (§. 429) $369\frac{1}{1\frac{3}{6}}$ mal. Gleichergestalt würdet ihr auch zu procediren haben, wenn dieses Exempel heißen sollte: 327 fl. 18 ß 12 ₰ mit $369\frac{1}{1\frac{3}{6}}$ zu multipliciren, wie oben (§. 770) hiervon bereits Anzeigung geschehen.

§. 780. N°. 10. Das vorige Exempel umgekehrt: 1 fl. giebt 369 ₰ 19 Schott 6 Gr., was 327 fl. 18 ß 12 ₰?

369 ₰ 19 Schott 6 Gr. mit 327 fl. 18 ß 12 ₰

2583	12	$\frac{1}{2}$ ₰
738.	6	$\frac{1}{2}$ aus 12
1107..	1=6	$\frac{1}{4}$ aus 6

	6	$\frac{1}{5}$ fl. $\frac{1}{2}$ aus 6 ß
	12	2×6

163=12 Schott
81=18
20=10=6 Gr.

73	$=23=1\frac{1}{5}$
147	$=22=2\frac{2}{5}$
8	$=5=2\frac{4}{5}$

121158=19=$\frac{12}{5}$

Allhier

Allhier sind die 369 ℔ 19 Schott 6 Gr. erstlich mit 327 multipliciret, welche Multiplication dem Proceß nach gleich ist der Solution im §. 763, allwo eine mehrerley namige Zahl mit einer ganzen Zahl multipliciret worden; und diese Multiplication giebt die erstern 6 Facta partialia: Hernach sind abermal die 369 ℔ 19 Schott 6 Gr. ins besondere mit 18 ℔ 12 ₰ multipliciret, eben auf die Weise (nämlich dem Proceß nach), wie im §. 777 geschehen; und endlich alle gefundene Facta partialia insgesamt addiret worden.

§. 781. Die erstern 7 Exempel (§. 758) haben keine Schwierigkeit. Denn obgleich in den Exempeln N°. 5 6 und 7 beyde Factores kleine Sorten in sich enthalten, so werden doch nur des Multiplicatoris kleine Sorten allein zerstreuet. Hingegen bey den letztern 3 Exempeln, in welchen der Multiplicator aus Ganzen nebst kleinen Sorten oder Theilen, und der Multiplicandus ebenfalls aus verschiedenen Sorten bestehet, da pflegen die Anfänger zu stutzen, weil in selbigen so wol des Multiplicandi als des Multiplicatoris kleine Sorten zerstreuet werden. Allein wenn ihr dasjenige, so ich bey diesen Exempeln (§. 778. 779. 780) geschrieben, gründlich betrachtet, so fällt solche vermeynte Schwierigkeit und besorgende Confusion von sich selbst hinweg. Immaßen ihr jederzeit nur merken dürfet, unter wessen Factoris Namen die Antwort begehret wird, und so ihr dieses wisset, so multipliciret allezeit eben denselben Factorem erstlich mit des andern Factoris Ganzen (gleichsam als sollte dieser einig und allein nur aus solchen Ganzen bestehen), und zwar entweder nach itzt beschriebener addirten Zerstreuung, oder sonst, wenn es füglich geschehen kann, auch nach einer andern Art von den vorhin gezeigten Manieren; alsdenn

alsdenn ins besondere auch mit desselben kleinen Sorten oder Theilen, und addiret endlich alle gefundene Facta partialia zusammen.

§. 782. Wer demnach diese angeführten Exempel nebst ihren Solutionibus, und alles dasjenige, was von §. 757 bis hierher angemerket worden, wohl verstanden, dem wird es hoffentlich ein leichtes seyn, sich in alle vorkommende Fälle von dergleichen Rechnungen, wohl zu schicken; jedoch einiger kleinen Anmerkungen wegen, habe noch folgende Exempel fürstellen wollen.

N°. 1. Wenn das Exempel im §. 779 heißen sollte: 1 ℔ kostet 327 fl. 18 ß 12 ₰, was 9 ℔ 19 Schott 6 Gr? so würde die Ausrechnung also kommen:

327 fl. 18 ß 12 ₰ mit 9 ℔ 19 Schott 6 Gr.

2948	= 18 =	—	
163	= 24 =	6	
81	= 27 =	3	
20	= 14 =	$5\frac{1}{4}$	

12	$\frac{1}{2}$ ℔
6	$\frac{1}{2}$ aus 12
1′6	$\frac{1}{4}$ aus 6

Antw. 3214 = 23 = $14\frac{1}{4}$.

Nämlich, wenn ihr absonderlich auf dasjenige Achtung habt, das ich vorhin (§. 781) gemeldet, so bestehet dieses Exempel gleichsam aus 2 besondern Exempeln, in welchen die 327 fl. 18 ß 12 ₰ einmal mit 9, und das andere mal mit 19 Schott 6 Gr., zu multipliciren sind. Indessen ist die erstere Multiplication mit der einzelnen Ziffer 9, nach Anzeigung §. 467 N°. 7, leicht zu verrichten (§. 468), derowegen hat man auch nicht nöthig, die kleinen Sorten des Multiplicandi zu zerstreuen, und verrichtet man solche Multiplication eben nach solcher gedachten Art (§. 467), so kommet auf einmal das Factum

ctum partiale von 9 ℔. Ferner ist die andere Multiplication mit den 19 Schott 6 Gr. wie auch der übrige Proceß ganz gleich der geschehenen Berechnung im §. 779.

N°. 2. So aber dieses Exempel umgekehrt wäre, als: 1 fl. giebt 9 ℔ 19 Schott 6 Gr., was 327 fl. 18 ß 12 ₰? so müßte die Berechnung, wie oben im §. 780 angestellet, und also beyde Factores zerstreuet werden, indem die 9 ℔ 19 Schott 6 Gr. mit der großen Zahl 327 Ganze nach der Manier §. 467 unbequem zu verrichten ist (§. 468). Und kommet demnach die Auflösung, als folget:

9 ℔ 19 Schott 6 Gr. mit 327 fl. 18 ß 12 ₰

12	½ ℔
6	½ aus 12
1:6	¼ aus 6

	6 | ⅕ fl.	
2943	12 | 2 × 6	½ aus 6 ß

163 = 12 Schott
81 = 18
20 = 10 = 6 Gr.

1 = 23	= 1⅕
3 = 22	= 2⅖
= 5	= 2⅘

Antw. ℔ 3214 = 19 = --⅔ Gr.

Nota. Daß die Facta partialia allhier unter den Multiplicatorem, und nicht unter den Multiplicandum, wie oben im §. 780, geschrieben worden, solches ist bloß aus dieser Veranlassung geschehen, weil man gewohnet ist, lieber den kleinern Factorem 9, als den größern 327 für den Multiplicatorem anzunehmen, wenn diese 2 Zahlen mit einander multipliciret werden (§. 149). Wenn ihr aber dasjenige merket, so oben (§. 156 und §. 167 N°. 3) erwehnet worden, so dürfet ihr euch auch hier an keinen Satz oder Ort binden, und kann demnach die vorige Berechnung auch unter den Multiplicandum, als folget, gestellet werden.

9 ℔ 19 Sch. 6 Gr. mit 327 fl. 18 ßr 12 ₰

2943	12	½ ℔	6	⅕ fl. ⅕ aus 6 ßr
163=12 Sch.	6	½ aus 12	12	2 × 6
81=18	1=6	¼ aus 6		
20=10=6 Gr.				
1=23=1⅕				
3=22=2⅖				
--= 5=2⅘				
3214=19=--⅖				

Auf solche Weise dürfet ihr bey dergleichen Rechnungen nur auf den Raum sehen, und dahin dieselbe schreiben, wo euch der Platz am bequemsten zu seyn dünket.

N°. 3. 1 fl. giebt 56 ₰, was 327 fl. 18 ßr 12 ₰?

Allhier habt ihr die Weitläuftigkeit, so oben (§. 754 N°. 1) angewiesen worden, nicht nöthig, und kommet die Ausrechnung eben auf die Weise, wie vorhin (§. 768) geschehen, also:

56 ₰ mit 327 fl. 18 ßr 12 ₰

2289	6	⅕ fl.	⅑ aus 6 ßr	
18312	12	2 mal 6		
11 = 6 Loth 1 Qu. 2 ⅖				
22 = 12 = 3 = -- ⅘				
1 = 7 = 3 = 1 ⅘				

Antw. 18346 ₰ 27 Loth -- Qu. --¼⅘ ₰, wie oben (§. 754. N°. 1).

Nämlich, die Ganzen sind mit einander (weil 56 eine componirte Zahl) nach der multiplicirten (§. 739), und die kleinen Sorten nach der addirten Zerstreuung (§. 757) multipliciret, und beyder Facta addiret worden.

Nota.

Nota. Bey diesem und dergleichen Exempel, da die ganze Zahl 327 mit 56 zu multipliciren, will der Vortheil der multiplicirten Zerstreuung nichts zu sagen haben, weil doch die Facta partialia ohnedem addiret werden müssen: Und kommt die Ausrechnung eben so kurz, wenn auch mit 56 nach gemeiner Art multipliciret wird, als folget:

56 ℔ mit 327 fl. 18 ß 12 ₰

1962 | 6 | $\frac{1}{5}$ fl. | $\frac{1}{5}$ aus 6 ß

1635. | 12 | 2 mal 6

11 = 6 Loth 1 Qu. 2 $\frac{2}{5}$ ₰

22 = 12 = 3 = — $\frac{4}{5}$

1 = 7 = 3 = 1 $\frac{7}{5}$

Antw. ℔ 18346 = 27 = — = -- $\frac{16}{45}$ wie vorhin.

N°. 4

1 ℔ kostet 327 fl. 18 ß 12 ₰, was 56 ℔ 10 Loth 2 Qu.?

Also: 2293 = 10 = 12 | 7 | 8 | $\frac{1}{4}$ ℔ | $\frac{1}{4}$ aus 2 L. | 8 | 2 | $\frac{1}{4}$ aus 8

18346 = 25 = 6

81 = 27 = 3

20 = 14 = 5 $\frac{1}{4}$

5 = 3 = 10 $\frac{5}{16}$

Antw. 18454 fl. 10 ß 6 $\frac{9}{16}$ ₰

Nämlich die erste Multiplication, da die 327 fl. 18 ß 12 ₰ mit 56 multipliciret werden, geschiehet allhier lieber durch die multiplicirte Zerstreuung (§. 744 N°. 1), auf welche Weise die 18 ß 12 ₰ ohne Zerstreuung multipliciret werden können; die andere Multiplication aber von 327 fl. 18 ß 12 ₰, mit 10 Loth 2. Qu. nach der addirten Zerstreuung (§. 757).

§. 783.

§. 783. Mehrere Exempel hiervon sollen hernach in der Regel Detri, allwo sich dergleichen Rechnungen ohnedem besser erklären lassen (§. 463), beygebracht werden. Nur dieses ist noch zu erinnern, daß diejenigen, welche in dieser Art Zerstreuung sich habil und läufig zu machen gedenken, die kleinen Sorten, absonderlich in welchen ihnen öfters Rechnungen zu handen kommen, unterweilen betrachten, und die Weise nachsinnen müssen, wie jede Anzahl derselben aus einer größern Sorte bequem zu nehmen, oder in geschickte Partes zu zerstreuen. Ein Exempel von solcher Betrachtung, will ich den Anfängern zu gut in folgender Tabelle vor Augen legen, welche auf die Preußischen ℔, deren 30 auf 1 fl. gehen, gestellet worden. Und wenn man sich in dieser Tabelle geübet, so ist es ein geringes, auch alle andere kleinen Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte, auf dergleichen Art zu zerstreuen.

Tabelle über die Zerstreuung der ℔ auf Theile eines auch etlicher Gulden, wie auch auf Theile aus Theilen.

℔ 1	oder 1	oder 1	oder 1	2	oder 2	oder 2	3	4
ß 1	1/10 1/3	ß 1	1/6 1/5	ø 1	1/5 1/6	xø 1	1/3 1/10	ø 2	1/5 1/3	xø 2	1/3 1/5	xø 1 1	1/3 1/10 d°.	3	1/10 1	3	1/10 1/3

5	6	oder 6	oder 6	7	8	oder 8	9	oder 9	oder 9
5	1/6	6	1/5	5 1	1/6 1/5	3 3	1/10 d°.	6 1	1/5 1/6	6 2	1/5 1/3	6 1 1	1/5 1/6 d°.	6 3	1/5 1/2	3 6	1/10 2m	6 2 1	1/5 1/3 1/2

od. 9		10	oder 10	oder 10	11	oder 11	12
9	1/10. 3 fl.	10	1/3	5 5	1/6 d°.	6 3 1	1/5 1/2 1/3	10 1	1/3 1/10	6 5	1/5 1/6 fl.	6 6	1/5 d°.

od. 12	od. 12	oder 12	oder 12	oder 12		13	oder 13
10 2	1/3 1/3	3 9	1/10 3m	10 1 1	1/3 1/10 d°.	12	1/5. 2 fl.	12	1/10. 4 fl.	10 3	1/3 1/10. fl.	10 2 1	1/3 1/5 1/2

od. 13 oder 13 oder 13 — 14 oder 14 oder 14 oder 14

6	1/5	a3	1/10	5	1/6	10	1/3	6	1/5	10	1/3	12	1/5.2fl.
6	d°.	9	3m	6	1/5fl.	2	1/5	6	d°.	3	1/10.fl.	2	1/6
1	1/6	1	1/3a	2	1/3	2	d°.	2	1/3	1	1/3		

15 oder 15 oder 15 oder 15 oder 15 — 16 oder 16

15	1/2	10	1/3	3	1/10	a10	1/3	12	1/5.2fl.	10	1/3	a3	1/10
		5	1/2	12	4m	3	1/10fl.	3	1/4	5	1/2	12	4m
						2	1/5a			1	1/5	1	1/3a

od. 16 — 17 oder 17 oder 17 oder 17 — 18 oder 18

12	1/5.2fl.	a10	1/3	10	1/3	6	1/5	12	1/5.2fl.	15	1/2	6	1/5
4	1/3	5	1/2	6	1/5fl.	6	d°.	5	1/6fl.	3	1/5	12	2m
		2	1/5a	1	1/6	5	1/6fl.						

od. 18 oder 18 oder 18 oder 18 — 19 oder 19

12	1/5.2fl.	10	1/3	18	1/5.3fl.	18	1/10.6fl.	15	1/2	a6	1/5
6	1/2	6	1/5fl.					3	1/5	12	2m
		2	1/3					1	1/5	1	1/6a

oder 19 oder 19 — 20 oder 20 oder 20 oder 20

12	1/5.2fl.	9	1/10.3fl.	10	1/3	15	1/2	a6	1/5	12	1/5.2fl.
6	1/2	10	1/9 d°.	10	d°.	5	1/3	12	2m	6	1/2
1	1/6							2	1/3a	2	1/3

oder 20 oder 20 oder 20 — 21 oder 21 oder 21

20	1/3.2fl.	20	1/6.4fl.	20	1/9.6fl.	15	1/2	3	1/10	15	1/2
						6	1/5fl.	18	6m	5	1/3
										1	1/5

od. 21 oder 21 — 22 oder 22 oder 22 — 23

12	1/5.2fl.	21	1/10.7fl.	15	1/2	a3	1/10	20	1/3.2fl.	a15	1/2
6	1/2			6	1/5fl.	18	6m	2	1/10	5	1/3
3	1/2			1	1/6	1	1/3a			3	1/5a

oder 23 oder 23 oder 23 oder 23 — 24 oder 24

15	1/2	3	1/10	6	1/5	20	1/3.2fl.	3	1/10	6	1/5
6	1/5fl.	18	6m	12	2m	2	1/10	21	7m	18	3m
2	1/3	2	1/9	5	1/6fl.	1	1/2				

oder

oder 24		oder 24		oder 24		oder 24		25	oder 25		
15	$\frac{1}{2}$	20	$\frac{1}{3}$.2fl.	24	$\frac{1}{5}$.4fl.	24	$\frac{1}{10}$.8fl.	15	$\frac{1}{2}$	a3	$\frac{1}{10}$
6	$\frac{1}{5}$fl.	4	$\frac{1}{5}$					10	$\frac{1}{3}$fl.	21	7m
3	$\frac{1}{2}$									1	$\frac{1}{5}$a

oder 25		oder 25		26	oder 26		oder 26		oder 26		
5	$\frac{1}{6}$	25	$\frac{1}{6}$.5fl.	15	$\frac{1}{2}$	a6	$\frac{1}{5}$	10	$\frac{1}{3}$	a5	$\frac{1}{6}$
20	4m			10	$\frac{1}{3}$fl.	18	3m	10	d°.	20	4m
				1	$\frac{1}{10}$	2	$\frac{1}{3}$a	6	$\frac{1}{5}$fl.	1	$\frac{1}{5}$a

od.26	oder 26		27	oder 27	oder 27		oder 27		
15	$\frac{1}{2}$	20	$\frac{1}{3}$.2fl.	3	$\frac{1}{10}$	5	$\frac{1}{6}$	15	$\frac{1}{2}$	27	$\frac{1}{10}$.9 fl.
5	$\frac{1}{3}$	6	$\frac{1}{5}$fl.	24	8m	20	4m	6	$\frac{1}{5}$fl.		
6	$\frac{1}{3}$fl.					2	$\frac{1}{10}$	6	d°.		

28	oder 28		oder 28		oder 28		oder 28		oder 28		29
a15	$\frac{1}{2}$	a3	$\frac{1}{10}$	5	$\frac{1}{6}$	6	$\frac{1}{5}$	18	$\frac{1}{5}$.3fl.	6	$\frac{1}{5}$
10	$\frac{1}{3}$fl.	24	8m	20	4m	12	2m	10	$\frac{1}{3}$fl.	18	3m
3	$\frac{1}{5}$a	1	$\frac{1}{5}$a	3	$\frac{1}{10}$fl.	10	$\frac{1}{3}$fl.			5	$\frac{1}{6}$fl.

oder 29		oder 29		oder 29	
3	$\frac{1}{10}$	5	$\frac{1}{6}$	24	$\frac{1}{5}$.4fl.
21	7m	20	4m	5	$\frac{1}{6}$ fl.
5	$\frac{1}{6}$fl.	4	$\frac{1}{5}$		

Ich könnte allhier noch mehr Zerstreuungsarten vorstellig gemachet haben, wenn mich so oft der Partium aus 3, 4 oder 5 fl. ꝛc., als aus 2 fl. hätte bedienen wollen: Allein ich begnüge mich an diesen, woraus die andern Arten von selbsten gefunden werden können. Die Erklärung oder der Gebrauch dieser Tabelle aber lieget in nachfolgenden 7 Punkten, welche nicht minder auch fernerhin bey meinen Ausrechnungen zu beobachten sind.

I. Jeder erster Bruch, der immediate unter der Anzahl ℔ hinter der Perpendicularlinie, oder auch ieder Bruch, bey welchem fl. stehet, beziehet sich auf einen einzigen fl., das ist auf den einfachen.

II. Wo aber bey einem Bruche 2, 3 oder 4 fl. ꝛc. stehen, solcher beziehet sich auf eben so viele fl., und bedienet man sich derselben in

solchem Falle, da das 2, 3 oder 4fache ꝛc. vorhin schon gefunden worden.

III. Die andern Brüche, bey denen nichts stehet, beziehen sich allezeit auf den nächst vorhergehenden Theil.

IV. Und diejenigen Brüche, bey welchen ein a stehet, beziehen sich auf einen andern vorhergehenden Theil, der deswegen ebenfalls mit a bemerket ist.

Derowegen wenn man das Factum von so vielen ℔, als neben einem solchen Bruche zur Rechten der Perpendicularlinie stehen, haben will, so dividiret man im gedachten ersten Falle das Einfache; im andern das vorhin gefundene 2, 3 oder 4fache ꝛc.; im dritten das nächst vorhergehende; und im vierten dasjenige Factum partiale, welches aus dem mit a connectirten Theile gefunden worden, allezeit in des Bruchs Nenner, so erlanget man, was begehret wird.

V. Wo aber hinter der Perpendicularlinie eine ganze Zahl mit m bezeichnet stehet, solche bedeutet aufsteigende Theile. Z. E. 2m bedeutet 2 mal; 3m bedeutet 3 mal, u. s. w. und beziehet sich auf den nächst vorhergehenden Theil. Derowegen wenn man das Factum von so vielen ℔, als neben einer solchen mit m bezeichneten Zahl zur Rechten der Perpendicularlinie stehen, verlanget, so multipliciret man das vorhergehende Factum mit eben so viel, als solche gedachte Zahl Unitäten hat.

VI. Wo hinter der Perpendicularlinie d°. stehet, heißet dito, und bedeutet eben dasselbe Factum, welches nächst vorher gefunden worden, also, daß man in der Berechnung bey dergleichen Fällen das vorhergehende Factum nur noch einmal hinschreiben darf. Endlich

VII. die Theile, welche durchstrichen sind, selbige bedeuten nur Hülfzahlen (§. 767).

Wobey jedoch zu merken, daß ich die ℔ mit Fleiß nicht nur auf die kürzeste, sondern auch auf andere verschiedene Arten zerstreuet habe, weil öfters wegen der nachfolgenden noch kleinern Sorten (z. E. der ℞) bald diese und bald eine andere Art Zerstreuung bequemer ist (§. 765 und 766).

§. 784. Aus voriger Tabelle ist zugleich klar zu ersehen, daß diese Art der addirten Zerstreuung bey allerhand Anzahlen der ℔ von 1 bis 29 ℔, anzubringen sey. Und gleiche Bewandniß hat es fast mit allen andern Münzen, Maaßen oder Gewichten.

Denn

Denn da beynahe alle größeren Sorten in eine geschickte Anzahl kleinere Sorten gemeiniglich eingetheilet sind (§. 540), so können aus jenen auch geschickte Theile (§. 538) auf die Weise, wie in voriger Tabelle gezeiget, genommen werden.

§. 785. Hingegen habe ich oben in der Aufgabe selbst (§. 757) von den Brüchen mit Fleiß nur in gewissen Fällen gesaget, weil die Nenner öfters Primzahlen sind, welche außer 1 keine Partes aliquotas haben, (§. 531), in welchem Falle, und zwar insonderheit, wenn er größer als 11 ist, (weil $\frac{1}{11}$, nach folgendem §. 801, noch wohl leichtlich zu nehmen ist) solche addirte Zerstreuung des Zählers auf den Nenner, wie vorhin (§. 770) angewiesen, nicht so leicht und mit Vortheil angebracht werden kann. Als z. E. die Brüche $\frac{24}{79}$, $\frac{63}{131}$, oder $\frac{55}{137}$ ꝛc. lassen sich nicht füglich zerstreuen, weil aus 79 kein anderer geschickter Theil, als nur $\frac{1}{79}$ zu nehmen (§. 539), welcher ein solcher Pars ist, dessen Factum ohne besondere weitläuftige Division in 79 nicht so geschwinde gefunden werden kann. Und gleiche Beschaffenheit hat es mit den Nennern 131 oder 137 ꝛc.

§. 786. Ohnerachtet aber, daß diese addirte Zerstreuung bey allerhand Anzahlen kleiner Sorten angebracht werden kann (§. 784) so geschiehet es doch nicht allezeit mit Vortheil, wie solches klar aus dem angeführten Exempel (§. 759) zu ersehen, welches Exempel oben im §. 751. N°. 1 A weit kürzer und leichter solviret worden. Ja es fällt diese Multiplicationsart insonderheit, wenn der Multiplicator (§. 143), oder deutlicher zu reden, C in einem Exempel der Regel Detri (§. 365), allerhand verschiedene kleine Sorten in sich enthält, und die Antwort gleichwol ganz punktuel begehret wird, um so viel beschwer- und verdrüßlicher, je mehr Partes solche kleinen Sorten in ihrer Zerstreuung enthalten, indem solchergestalt die Brüche durch das vielfältige Dividiren öfters stark anwachsen (§. 505), und über dieses auch die nachmalige Addition der Factorum partialium, wegen der ungleichnamigen Brüche, öfters nicht ohne Weitläuftigkeit geschehen kann.

Z. E. will ich setzen

1 fl. giebt 13 ℔ 9 Loth 3 Qu. was 47 fl. 23 ℋ 16 ℛ?

8	1/4	2	1/2
1	1/8	1	1/2

141
11=24 L.
1=15

a	15	1/2
	5	1/3 1/5
b	3	a

	9	1/6
	6	1/9 1/6
	1	

—=23=2=Qu.
—=11=3

6=20=3=2	ℛ	135
2= 6=3=3	1/3	45
1=10=2=1	1/5	27
—= 7=—=1	8/15	72
—= 4=2=3	3 1/5	93
—= —=3=—	8 3/135	83

Antw. ℔ 635=29=1=— 10/27 | 320 d. i. 2 50/135

Allhier sind die 13 ℔ 9 Loth 3 Qu. erstlich mit der ganzen Zahl 47, hernach mit den kleinern Sorten 23 ℋ 16 ℛ multipliciret, und endlich alle Facta partialia addiret worden. Nun hat zwar die erstere Multiplication keine sonderliche Schwierigkeit, weil deren Facta ohnmöglich kleinere Theile als Qu. bringen können (§. 503): Hingegen fällt die andere Multiplication wegen der Brüche desto verdrüßlicher. Und in der That kann dieses Exempel, wenn man C und A nach der gemeinen Art (§. 501) zu lauter ℛ machet, weit leichter und bequemer solviret werden, nämlich also:

1 fl. giebt 13 ℔ 9 Loth 3 Qu. was 47 fl. 23 ℋ 16 ℛ?

540 ℛ

8	1/4	2	1/2
1	1/8	1	1/2

1433
11464

25810 ℛ
77430
6452=16 Loth
806=18
403= 9
201=20=2 Qu.

℔ 343393=31=2

Dieses

Dieses Product in 540 (wie hernach im §. 802 sonderlich N°. 6 zu ersehen) dividiret, kommt die Antwort wie vorhin 635 ℔ 29 Loth 1 Qu. — $\frac{10}{27}$ ℛ. Denn auf solche Weise werden die kleineren Sorten aus C hinweggeschafft, und heißt die Aufgabe: 540 ℛ geben 13 ℔ 9 Loth 3 Qu. was 25810 ℛ? Oder auch (§. 363): 540 fl. geben 13 ℔ 9 Loth 3 Qu., was 25810 fl? Folgends hat man die 13 ℔ 9 Loth 3 Qu. nur mit der ganzen Zahl 25810 zu multipliciren, welche in der Multiplication keine Brüche bringen können (§. 503).

§. 787. Jedoch ist dieses nur mit der Condition zu verstehen, im Falle die Antwort ganz punktuel gesuchet wird (wie dieses vorhin schon im §. 786 mit Fleiß conditioniret habe): Sonst aber in der Praxi, in welcher die allzu genaue Schärfe so wenig nützet, als wenig geachtet wird (§. 229), ist die mehrgedachte addirte Zerstreuung nicht nur wegen der Kürze, sondern auch der Leichtigkeit wegen ohnstreitig der gemeinen Art vorzuziehen, weil man die bey den kleinsten Sorten kommenden Brüche entweder gar fahren lassen, oder nur in circa setzen kann, welchergestalt denn die Divisiones in einzelne Ziffern, nach Anzeigung §. 491 um so viel leichter und geschwinder von statten gehen. Zu diesem Ende habe allhier nachfolgende Aufgabe fürstellen wollen.

Die 102. Aufgabe.

§. 788. **Wie die gedachte 3te Art der addirten Zerstreuung (§. 757) in der Prari oder sonst wenn keine mathematische Schärfe gesuchet wird, weit leichter und kürzer, als vorhin gezeiget, anzubringen, und die Antwort obwol in circa, dennoch so nahe, als es immer verlanget wird, auszufinden.**

Nach dem gemeinen Gebrauch dürfet ihr euch nur der erwehnten Manier, im §. 229 bedienen, und also dasjenige, was unter eine halbe Unität von der kleinsten Sorte

ist, fahren lassen; hingegen, wenn es $\frac{1}{2}$ oder darüber ist, dem Quotienten eine ganze Unität beylegen. Welchemnach die Solution des vorigen Exempels (§. 786) also zu stehen kommt:

1 fl. = 13 ß 9 ₰. 3 Du. = 47 fl. 23 ℳ 16 ₰?

		8	$\frac{1}{4}$	2	$\frac{1}{2}$			a 15	$\frac{1}{2}$	9	$\frac{1}{6}$
		1	$\frac{1}{8}$	1	$\frac{1}{2}$			5	$\frac{1}{3}$	6	$\frac{1}{9}$ b
								b 3	$\frac{1}{5}$ a	1	$\frac{1}{6}$

141
11 = 24 Loth
1 = 15 =
— = 23 = 2 Du.
— = 11 = 3
6 = 20 = 3 = 2 ₰
2 = 6 = 3 = 3 A
1 = 10 = 2 = 1 B
— = 7 = — = 2 C
— = 4 = 2 = 4 D
— = — = 3 = 1 E

Antw. ß 6 35 = 29 = 1 = 1

Nämlich den restirenden ₰ bey A lasset fahren, denn der Quotient ist kein $\frac{1}{2}$; desgleichen das $\frac{1}{5}$ bey B. Hingegen, weil bey C der Quotient aus 9 ₰ 1 $\frac{1}{2}$ ist, so setzet 2 davor; aus gleicher Ursache sey bey D an statt $\frac{6}{9}$; und bey E an statt $\frac{4}{6}$ jedesmal 1 ₰ mehr.

Es differiret also dieses Facit von dem punktuellen Facit nur um $\frac{1}{2}\frac{7}{7}$ ₰; allein es kann nach dieser Manier öfters auch 1 oder etliche ₰ differiren: Derowegen, wenn es noch genauer, und insonderheit so genau begehret wird, daß es keinen ganzen ₰ differiren soll, da ist die allerbequemste Methode, daß man die Reste bey den kleinsten Sorten zu Decimaltheilen mache (§. 230); jedoch ist es bey dergleichen Exempeln genug, wenn sie,

nämlich

nämlich die Reste, nur zu 1otel gemacht werden. Uebrigens könnet ihr auf die Weise, wie vorhin gedacht, alles was unter $\frac{1}{2}$ Zehentel, fahren lassen, hingegen wenn es $\frac{1}{2}$ oder darüber, ein ganz Zehentel dem Quoto beylegen.

Solchergestalt kommt die angeführte Solution, wie folget zu stehen:

1 fl. = 13 ß 9 Loth 3 Qu. = 47 fl. 23 ℋ 16 ℜ?

8	$\frac{1}{4}$	2	$\frac{1}{2}$
1	$\frac{1}{8}$	1	$\frac{1}{3}$

141	a 15	$\frac{1}{2}$	9 $\frac{1}{6}$
11 = 24 ℒ.	5	$\frac{1}{3}$	6 $\frac{1}{9}$b
1 = 15	b 3	$\frac{1}{5}$a	1 $\frac{1}{6}$

— = 23 = 2 Qu.
— = 11 = 3

6	= 20	= 3	= 2	ℜ 1otel	
2	= 6	= 3	= 3	= 3	A
1	= 10	= 2	= 1	= 2	
—	= 7	= —	= 1	= 5	B
—	= 4	= 2	= 3	= 7	C
—	= —	= 3	= —	= 6	D

Antw. ß 6 35 = 29 = 1 = — = $\frac{3}{10}$

Nämlich das restirende 1 bey A und D, wie auch die restirende 2 bey B lasset fahren. Hingegen setzet bey C 1 mehr.

Dieses Facit nun differiret von dem punctuellen Facit nur um $\frac{19}{170}$ ℜ, welches weniger ist, als vorhin $\frac{17}{27}$ ℜ. Auf solche Weise könnet ihr das Facit so nahe, als ihr es verlanget, finden, wenn ihr die Reste zu 100tel oder 1000tel ꝛc. machen wollet, wie solches unten an seinem Orte mit mehrern ausgeführet werden soll.

§. 789. Bey den Exempeln der Regel Detri, in welchen A mehr als 1 ist, und also das Product aus B mit C hernach in A dividiret wird, muß das verlangte Facit,

wenn man die Multiplication von B mit C, wie vorhin gezeiget, schon in circa verrichtet, desto weniger von dem accuraten Facit differiren, je größer A ist. Denn wenn das Product von B mit C z. E. um 1 differiret, und A oder der Divisor zu solchem Product ist 100, so wird der Quotient nur auf $\frac{1}{100}$ differiren, ist aber A 1000, so wird der Quotient nur auf $\frac{1}{1000}$ differiren können, u.s.w. welches in der Praxi deswegen wohl zu merken ist, damit man daraus sehen möge, wie nahe die Facta der Multiplication genommen werden müssen, wenn man nicht zu weit vom Ziele schießen will. Wovon hernach in der Regel Detri ein mehrers. Vorietzo aber will ich zum Beschluß der Multiplication, wegen der Brüche nur noch folgende Aufgabe vortragen.

Die 103. Aufgabe.

§. 790. Einen Bruch mit einer ganzen Zahl, welche mit des Bruchs Nenner ein gemeines Maaß hat, mit Vortheil zu multipliciren.

I. Kleinert den Nenner gegen die ganze Zahl in das gemeine Maaß.

II. Multipliciret den Zähler mit der gekleinerten ganzen Zahl, und

III. dividiret das kommende in den gekleinerten Nenner.

Z. E. $\frac{1}{5}\frac{9}{4}$ mit 24 zu multipliciren, so kleinert die 54 gegen 24 in 6, kommen 9 und 4. Folgends multiplicirt die 19 mit 4, und dividiret das Product 76 in 9, kommt die begehrte Antwort $8\frac{4}{9}$.

Beweis.

Vermöge obiger Lehre (§. 442) müßte man den Zähler des

des Bruchs mit der ganzen Zahl multipliciren, und das Product in den gegebenen Nenner dividiren. Wenn nun der Nenner mit der gegebenen ganzen Zahl ein gemeines Maaß hat, so wird das gedachte Product ebenfalls in solches Maaß theilbar seyn müssen (§. 544). Folgends würde man solches Product als Dividendum, gegen den Nenner als Divisorem, in solches Maaß kleinern können (§. 293). Derowegen thut man ja besser, wenn man solches Kleinern gleich anfangs verrichtet (denn solchergestalt kommt das Product sofort im kleinsten wie oben §. 278 schon gemeldet), und solches in den gekleinerten Nenner oder Divisorem dividiret.

§. 791. Wenn demnach die gegebene ganze Zahl selbst das gedachte gemeine Maaß ist, so dürfet ihr nur den Nenner kleinern, so ist der gegebene Zähler und der gekleinerte Nenner die begehrte Antwort. Als $\frac{89}{180}$ mit 5 zu multipliciren, so kleinert die 180 gegen 5 in 5, so kommt $\frac{89}{36}$ mit 1 zu multipliciren, und ist also die Antwort $\frac{89}{36}$ (§. 264), das ist (§. 380) $2\frac{17}{36}$.

§. 792. Hiermit hoffe der Multiplication in Practica eine sattsame Genüge gethan zu haben. Zwar sollen hernach noch andere Arten gezeiget werden, nämlich wie die einzig benamten, oder auch unbenamten Zahlen, vermittelst der Quadrattabelle, und die mehrerley namigen oder vermischten Zahlen durch die Decimal-Rechnung zu multipliciren sind. Allein jene Art hat in Prari keinen solchen Nutzen, wie die bisher beschriebenen Manieren; und diese wird vornemlich nur in andern Theilen der Mathematik (wiewol sie auch mit Nutzen in der Handelschaft, wenn man nur wollte, appliciret werden könnte) gebrauchet. Derowegen werde von denselben allererst in dem 4ten Theile dieses Buchs handeln.

Von

Von den Vortheilen in der Division.

§. 793.

Von der Division kann man, nach Beschaffenheit des Divisoris, alle diejenigen Vortheile, welche oben in der Multiplication gezeiget und zum Gebrauch recommandiret worden (außer die addirte Zerstreuung, die nicht so leichtlich angehen will) anbringen. Jedoch will ich erstlich diejenigen Arten beschreiben, welche en general bey allen Divisoribus zu appliciren sind.

§. 794. Die Anfänger halten bey der oben beschriebenen Division, wenn der Divisor mehr als eine einzelne bedeutliche Ziffer (§. 243 und 246) dieses vor das beschwerlichste, daß man den Quotienten erst durch Versuchen finden müsse (§. 244); und wäre es in diesem Stücke freylich desto bequemer, je weiter man das Einmal Eins als nur bis 9, folgends auch dasselbe umgekehrt (§. 210) auswendig wissen sollte: Allein weil solches eine weitläuftige schwere Erlernung (§. 682), auch die gedachte Schwierigkeit im Dividiren dadurch nicht gänzlich gehoben werden kann, es sey denn, man müßte das Einmal Eins bis in infinitum, oder doch sehr weit hinaus auswendig lernen. Derowegen pflegen diejenigen, welche nicht hurtig im Rechnen sind, zu jedem vorkommenden Divisore ein expresses Multiplicirtabellchen bis auf 9 mal den Divisorem (denn mehr als 9 mal können die Quotienten jedes Dividui, wie §. 219 gedacht, nicht seyn) zu verfertigen, wodurch alles Nachsinnen und Suchen gehoben wird, wie aus nachfolgender Aufgabe zu ersehen.

Die 104. Aufgabe.

§. 795. **Auf eine sehr leichte, jedoch aber sehr langsame Art durch eine Tarif oder Tabelle zu dividiren.**

Machet zu dem Divisore nach Anleitung §. 683 eine

Tarif

Tarif oder Multiplicirtabelle, bis auf das 9fache, so könnet ihr aus selbigem sofort ersehen, wie vielmal der Divisor in jedem Dividuo enthalten sey.

Z. E. Es sollen 249803 durch 43 dividiret werden, so setzet es beschriebenermaßen, nebst, dem hierzu gehörigen Multiplicirtabellchen, als folget.

Divisor	Dividendus
43	249803
Quot.	

1 mal 43	ist 43
2	. 86
3	. 129
4	. 172
5	. 215
6	. 258
7	. 301
8	. 344
9	. 387

Alsdenn besehet, wie oft der Divisor 43 in dem Stücke 249 zur Linken des Dividendi (denn in dem Stücke 24 ist 43 auch nicht einmal begriffen) enthalten sey, das ist: Sehet welches Product in dem gemachten Multiplicirtabellchen der Zahl 249 solchergestalt am nächsten kommet, daß selbiges von 249 abgezogen werden könne, da findet ihr, daß 215 das begehrte Product sey, und ist demnach die 43 in 249, 5 mal enthalten. Derowegen setzet die 5 in Quotienten, die 215 aber unter die 249, und subtrahiret jene Zahl von dieser, so bleiben 34 übrig.

Also:	43	249803
Quot.	5	215
		34

Hierauf fahret, wie gewöhnlich, eine Stelle weiter fort, das ist, nehmet die folgenden 8 herunter zu dem Reste, und besehet, wie oft der Divisor 43 in dem Dividuo 348 enthal-

halten sey. Und weil das Product 344 aus dem gemachten Tabellchen der Zahl 348 am nächsten kommt, so ist der Quotient dieses Dividui, 8. Folglich setzet die 8 zu der vorigen 5 zur Rechten, und subtrahiret, wie vorhin, das Product 344 von 348, Rest 4. Also:

```
   43    249803
  ----
Quot.58  215.
        ------
          34.
          344
         -----
            4
```

Auf gleiche Weise gehet abermal eine Stelle weiter, und weil dieselbe nebst der gebliebenen 4 nur 40 ausmachen, welcher Dividuus kleiner als 43 ist, so setzet in den Quotienten in selbige Stelle eine 0. Gehet in dem Dividendo weiter fort zu der 3, und besehet, wie oft die 43 in 403 enthalten sey, und da das Product 387 dieser Zahl 403 am nächsten kommt, so ist zu diesem Dividuo der Quotient 9, welche 9 ihr in den Quotienten neben der 0 setzet, und ferner wie vorhin procediret, so stehet es also:

```
   43    249803
  ----
Quot.5809  215...
          ------
            34...
            344..
           ------
              4..
              387
             -----
Rest 16
```

Und weil keine Stelle in dem Dividendo mehr folget, so ist der völlige Quotient 5809, nämlich 5809 mal 43 ist in dem Dividendo 249803 enthalten, und bleiben noch 16 übrig.

Der ganz genaue Quotient aber ist $5809\frac{16}{43}$ (§. 225).

§. 796. Bey dieser beschriebenen Manier, ist zwar alles Nachsinnen und Suchen gehoben, und deswegen schreibet ein gewisser Mathematicus, daß **solcher Art zu dividiren an Behendigkeit keine viel vorgehe, an Gewißheit aber gar keine**: Allein meines Bedünkens gehöret diese Behendigkeit für solche Leute, welche im Rechnen kriechen müssen (wie man im gemeinen Sprich-

Sprichwort saget: Wer nicht fahren kann, der muß zu Fuße gehen, und wer nicht gehen kann, derselbe muß wohl gar kriechen). Denn allen denenjenigen, welche fertig im Rechnen seyn wollen, kann diese Manier nicht anders als verdrüßlich seyn, wenn sie allezeit zuförderst eine expresse Tabelle bis auf 9 mal den Divisorem machen müßten, deren Producte öfters, insonderheit bey kleinen Exempeln, da im Quotient nur eine oder etliche Ziffern kommen, nicht alle gebrauchet werden; wie solches augenscheinlich aus dem angeführten Exempel zu ersehen, in welchem nur die Producte von 5, 8 und 9 mal dem Divisore 43 gebrauchet, und folgends die andern Producte ohne Noth, noch Nutzen berechnet und hingeschrieben worden.

§. 797. Einige vermeynen solche Tabelle zu verkürzen, und nur auf das 1, 2 und 5fache zu stellen, weil die andern Facta als nämlich das 3, 4, 6, 7, 8 und 9fache, aus jenen leicht zu finden sind.

Z. E.	43	249803	1 mal 43 ist 43
		215...	2 mal = = 86
Quot.	5809	34...	5 mal = = 215
		344..	
		4..	
		387	
		16	

Nämlich vergleichet das erste Stück des Dividendi, das ist die 249, mit des Divisoris vielfachen, so findet ihr, daß 215 der Zahl 249 am nächsten kommt. Demnach ist der Quotient 5. Diese 5 setzet gehörigermaßen unter den Divisorem, die 215 aber unter die 249, und subtrahiret jene Zahl von dieser. Zu dem Reste 34, nehmet die folgende 8, vergleichet, wie vorhin, solche 348 mit des Divisoris vielfachen, so werdet ihr wahrnehmen, daß 348 größer als das 5fache, auch größer als das 5 zusammt

sammt dem 2fachen, auch noch etwas größer als das 5 + 2 + 1fache, aber kleiner als das 5 sammt dem doppelten 2fachen; derowegen ist der Quotient 8. Setzet demnach solche 8 neben die erstgefundenen 5; die Summe aber von 1, 2 und 5fachen, nämlich 344, unter die 348, und subtrahiret gehörigermaßen, bleiben 4. Zu diesem Reste nehmet die nachfolgende 0, vergleichet dieses Stück 40 mit dem Divisore, und da solches kleiner als der Divisor, so setzet für diese Stelle im Quotient eine 0. Weiter nehmet zu diesen 40 die folgende 3, haltet also die 403 gegen des Divisoris vielfache, so werdet ihr finden, daß das 5fache sammt dem doppelten 2fachen der Zahl 403 so nahe kommt, daß jene Summe von dieser Zahl abzunehmen sey. Diesemnach ist der Quotient 9. Setzet also die gedachte Summe unter die 403, und subtrahiret die Summe 387 von 403 bleibt zum Reste 16.

§. 798. Allein meines Erachtens kann ich auch bey dieser Manier keinen sonderlichen Vortheil finden, indem man den Quotienten, wie jeder von sich selbst aus dem vorigen Exempel verspüren wird, nicht allezeit ohne nachdenkliches Suchen sofort finden kann. Demnach kann ich diese gedachten 2 Arten zu dividiren niemanden anders als nur demjenigen recommandiren, dem das Einmal Eins gar nicht in Kopf will; immaßen sie so wol die erwehnte lange Tabelle (nach Anzeigung §. 683), als die gedachte kürzere (nach Anweisung §. 690), ohne das Einmal Eins verfertigen können.

§. 799. Demnach halte ich die oben im §. 243 gezeigte Manier zu dividiren (und zwar in so weit, wenn man sonst durch die Eigenschaften des Divisoris keinen vortheilhaftigern Weg haben kann, wovon hernach gemeldet werden soll) für die beste, und einem Rechner anständigste. Es kann auch jeder von sich selbst verspüren, daß diese Art zu dividiren allen andern Arten unstreitig vorzuziehen sey, nicht allein, weil selbige sehr kurz, und weniger Ziffern in der Ausrechnung, als sonst andere, erfordert, sondern auch deswegen, weil der Proceß an sich selbst auch nur einem we-

nig

nig geübten (wie schon §. 244 erwehnet) gar leicht ist. Und ob man gleich allhier nicht sofort die Probe dabey hat, wie nach der beschriebenen Manier im §. 246, so werde ich doch hernach eine andere Probe zeigen, durch welche die Division, wenn man sie ja probiren will, kürzer und leichter, als durch die wirkliche Multiplication (§. 375) zu probiren ist.

§. 800. Ich schreite also zu den andern vortheilhaften Arten, welche von den Eigenschaften des Divisoris dependiren. Und obgleich die Gründe aller dieser Arten aus der vorhin beschriebenen Multiplication hergeleitet werden können; denn, da der Dividendus, als ein Factum, und der Divisor, als ein Factor anzusehen (§. 208), dieser aber durch seine Eigenschaft das Factum, nach obiger Anweisung in der Multiplication, öfters durch einen viel kürzern Weg herstellen kann, so darf man bey der Division, welche wieder auflöset, was die Multiplication zusammen nimmt (§. 267), nur eben in demselben kürzern Wege wiederum zurücke gehen, in welchem man zu dem Facto gelanget ist: So will ich dennoch, um die Anfänger desto geschickter im Rechnen zu machen, solche Gründe auch ins besondere darthun, wie aus dem folgenden zu ersehen seyn wird.

Die 105. Aufgabe.

§. 801. Eine ganze, vermischte, oder mehrerley namige Zahl in 11 zu dividiren, und den Quotienten sofort unmittelbar darunzu schreiben.

Wenn ihr mit 11, nach der oben (§. 693) gezeigten Art, wie mit einer einzelnen Ziffer multipliciren könnet, so wird es euch bey der Division nicht schwer fallen, auf gleiche Art in 11, wie in eine einzelne Ziffer zu dividiren, und also den verlangten Quotienten gleich hinzuschreiben (§. 215).

Z. E. N°. 1. Die Zahl 3598037 in 11 zu diviren.

3598037
11) ———————
Quot. 327094 $\frac{3}{11}$

Nämlich saget: 11 in 35 ist 3 mal. Setzet also die 3 gerade unter die 5, und subtrahiret 33 (als 3 mal 11) von 35, bleiben 2. Diese 2 zählet weiter zu der nächst folgenden niedrigen Stelle, allwo die 2 Zehener oder 20 bedeuten, und sprechet in solcher Stelle: 11 in 29 ist 2 mal. Schreibet demnach solche gefundene 2 unter die 9, und subtrahiret 22 (als 2 mal 11) von 29, restiren 7. Solche nehmet auf vorige Weise zu der nachfolgenden Stelle, und saget ferner: 11 in 78 ist 7 mal, und bleibet 1 übrig. Hierauf gehet abermal eine Stelle weiter nach der Rechten, allwo das gebliebene 1, 10 bedeutet, und sprechet: 11 in 10 ist 0 mal. Derowegen schreibet in diese Stelle eine 0, und gehet mit solcher 10 zu der ferner folgenden Stelle, allwo sie 10 Zehener oder 100 gelten. Saget demnach in solcher Stelle: 11 in 103 ist 9 mal. Setzet also solche gefundene 9 unter die 3, und subtrahiret 99 (als 9 mal 11) von 103, bleiben 4. Endlich zählet die 4 weiter fort zu der letzten Stelle, allwo sie 40 gelten, und saget: 11 in 47 ist 4 mal, und bleiben 3 übrig. Derowegen schreibet neben die 4 den Bruch $\frac{3}{11}$ (§. 225), so habt ihr den verlangten Quotienten 327094 $\frac{3}{11}$.

N°. 2. 83074 $\frac{1}{3}\frac{3}{2}$ in 11 zu dividiren.

Quot. 7552 $\frac{7}{32}$. Der Proceß mit dem Bruch ist allhier gleich der Berechnung §. 483 N°. 9.

N°. 3. 279008 $\frac{7}{176}$ in 11 zu dividiren.

Quot. 25364 $\frac{71}{176}$ Dieser Proceß ist gleich der Ausrechnung §. eod. N°. 10.

N°. 4.

N°. 4. 8783fl. 20ℋ 6 ℛ in 11 zu dividiren.

Quot. 798 : 15 : $8\frac{8}{11}$ Dieser Proceß mit den kleinern Sorten ist hier gleich der Berechnung §. 491 N°. 8.

30 18
—(5 —(5
170ℋ 69ℛ

Die 106. Aufgabe.

§. 802. Eine ganze, vermischte, oder mehrerley namige Zahl in eine componirte Zahl (§. 164) mit Vortheil zu dividiren.

In diesem Falle bedienet euch der multiplicirten Zerstreuung (§. 738) und dividiret also den gegebenen Dividendum erstlich in einen Factorem, aus welchem der Divisor componiret ist, ferner das kommende in den andern Factorem.

Z. E. 207088 in 56 zu dividiren; so dividiret die Zahl 207088 in 7, und das kommende ferner in 8; oder erstlich in 8, und das kommende ferner in 7, weil 56 aus 7 mal 8 componiret ist, so kommt der begehrte Quotient 3698, als folget:

207088 in	56		oder	207088 in	56
29584	(7			25886	(8
Quot. 3698	(8			Quot. 3698	(7

Beweis.

Es ist dieser Proceß fürs erste der Rückweg von der Multiplication in §. 739; fürs andere oben (§. 236) bereits dargethan worden, nämlich, wenn ihr aus dem 7ten Theile von einer gegebenen Zahl ferner den 8ten Theil; oder aus dem 8ten Theile von solcher gegebenen Zahl ferner $\frac{1}{7}$ nehmet, so bekommt ihr jederzeit $\frac{1}{56}$ aus derselben

ben gegebenen Zahl. Und gleiche Bewandniß hat es mit allen andern folgenden Exempeln.

§. 803. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 84397 in 66 zu dividiren.
14066 $\frac{1}{6}$ (6) (11)

Quot. $1278\frac{42}{66}$. Allhier ist erstlich in 6, hernach in 11 (wie §. 801, sonderlich N°. 3) dividiret worden.

N°. 2. 89735 in 240
22433 $\frac{3}{4}$ (4) (60)

Quot. 373 $\frac{215}{240}$ | $\frac{43}{48}$

N°. 3. 6237 $\frac{9}{16}$ in 54 zu dividiren.
1039 $\frac{19}{32}$ (6) (9)

Quot. $115\frac{147}{288}$.

N°. 4. 1387 fl. 16 ß 12 ₰ in 42 zu dividiren.
231 = 7 = 14 (6) (7)

Quot. 33 = 1 = 2. Allhier ist erstlich in 6, hernach in 7 (nach Anzeigung §. 491) dividiret worden.

N°. 5. 2798 ℔ 23 Loth 3 Qu. 2 ₰ in 22 zu dividiren.
1399 = 11 = 3 = 3 (2) (11)

Quot. 127 = 3 = 3 = $3\frac{10}{11}$

N°. 6. 7519975 ℔ 16 Loth in 540
1253329 = 8 (6) (9)
139258 = 25 = 3 Qu. — $\frac{4}{9}$ ₰ (10)

Quot. 13925 = 28 = — = $2\frac{38}{45}$

§. 804. Man bedienet sich dieses Vortheils der multiplicirten Zerstreuung insonderheit bey solchen componirten Zahlen, deren Factores einzelne Ziffern oder höchstens 11 sind (§. 741), also, daß man anstatt großer Zahlen, nur in einzelne Ziffern, oder in 11 dividiren darf. Jedoch, wenn der Dividendus nur eine schlechte Zahl ohne Bruch oder kleinere Sorten, und nicht allzu groß ist, so kann man die begehrte Division durch die allgemeine Art (§. 243) eben so leicht, als nach dieser multiplicirten Zerstreuung verrichten.

Die

Die 107. Aufgabe.

§. 805. **Eine ganze, vermischte, oder mehrerley namige Zahl, in eine solche Zahl, welche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ ꝛc. aus 10, 100 oder 1000 ꝛc. mit Vortheil zu dividiren.**

I. Multipliciret den Dividendum mit des Bruchs Nenner.

II. Dividiret das Product durch die 10, 100 oder 1000 ꝛc. welches denn durch bloßes Abschneiden einiger Ziffern geschiehet (§. 235).

Z. E. Die Zahl 89475 in 25 zu dividiren. Weil nun 25 ist $\frac{1}{4}$ aus 100, so multipliciret den Dividendum mit 4, und dividiret das Product in 100. Also:

89475 in 25
———(4
Quot. 3579|00
———

Beweis.

Wenn man diesen Proceß gegen den obigen in der Multiplication (§. 700. N°. 1) hält, siehet man gar bald, daß dieser allhier der Rückweg von jenem Wege, und folgends nothwendig recht sey (§. 270). Ich will aber den Beweis hiervon auch anderwärts herleiten, nämlich, wenn man einen Divisorem und Dividendum mit gleichem größert, und die gegrößerten Zahlen in einander dividiret, so kommt der begehrte Quotient unverändert (§. 293). Derowegen, wenn ihr beym gedachten Exempel beyde mit 4 größert, und die kommende 357900 in 100 dividiret, so muß allerdings der verlangte Quotient kommen. Indessen ist die Division in 100 viel leichter, als in 25, indem man nur 2 Ziffern ab-

schneiden darf (§. 235): Demnach erlanget man durch solche Vergrößerung eine kürzere und leichtere Division, und also einen Vortheil (§. 511).

§. 806 Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 68973 in 125 zu dividiren, das ist in $\frac{1}{8}$ aus 1000. Also:

——————(8

Quot. 551 1|784 oder den Bruch in 8 gekleinert, kommen $551\frac{8}{125}$

1000

N°. 2. $23897\frac{3}{5}$ in $12\frac{1}{2}$ zu dividiren, das ist in $\frac{1}{8}$ aus 100. Also:

——————(8

Quot. 1911|$80\frac{4}{5}$|404|101

100 |500|125

N°. 3. 46789 fl. 13ℋ 12ℜ in $166\frac{2}{3}$ zu divid. d. i. in $\frac{1}{6}$ aus 1000. Also: ——————(6

Quot. fl. 280|736 = 22 = —

ℋ 22|102 (30

| 816 (18

ℜ = 1|836

1000

Allhier ist der gegebene Dividendus, nach Art §. 467 mit 6 multipliciret, und das kommende, nach Art §. 491 N°. 10 dividiret worden.

Nota. Oder man kann bey dieser Manier in der Vergrößerung die Facta jeder Sorte nur sofort hinschreiben, ohne dieselbe, wie sonst gewöhnlich, allererst in ihre größere Sorte zu reduciren, und alsdenn ferner, wie vorhin dividiren. Also:

46789 fl. 13ℋ 12ℜ in $166\frac{2}{3}$ zu dividiren. Also;

——————(6

Quot. fl. 280|734 = 78 = 72

ℋ 22|098 (30

| 784 (18

ℜ = 1|836

1000 wie vorhin.

Und

Und gleichergestalt könnet ihr mit dem vorigen Exempel N°. 2 verfahren. Also:

23897 $\frac{3}{5}$ in 12$\frac{1}{2}$

——————(8

Quot. 1911|76$\frac{24}{5}$

404|101

———————— wie vorhin.

500|125

Auf gleiche Weise bedienet man sich dieses Vortheils bey allen solchen Divisoribus, welche just solche Theile aus 10, 100 oder 1000 ꝛc. wie oben §. 697 in der 1sten Tabelle angezeiget worden.

Die 108. Aufgabe.

§. 807. **Eine ganze, vermischte, oder mehrerley namige Zahl, in eine solche Zahl, welche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ ꝛc. aus einer angewachsenen Ziffer (§. 71) mit Vortheil zu dividiren.**

I. Multipliciret den Dividendum mit des Bruchs Nenner.

II. Dividiret das Product durch die angewachsene Ziffer, in welche leichter zu dividiren ist (§. 238), als sonst in mehrere bedeutliche Ziffern. Und gründet sich dieser Proceß sowol auf den Rückweg von der Multiplication (§. 717), als auch auf den vorigen andern Beweis (§. 805).

Z.E.N°.1. 129115 in 35 zu dividiren, d. i. in $\frac{1}{2}$ aus 70.

Also: ————(2

258230

70)————————

Quot. 3689.

N°. 2. 738542$\frac{1}{3}$ in 225 zu dividiren, d. i. in $\frac{1}{4}$ aus 900.

Also: ——————(4

2954169$\frac{1}{3}$

900)————————

Quot. 3282 $\frac{1108}{900}$|$\frac{277}{675}$

N°. 3. 238795 fl. 25 ℋ 6 ℜ in $137\frac{1}{2}$, d. i. in $\frac{1}{8}$ aus 1100

Also: ——————————(8

191036o = 200 = 48

1100)——————————

Quot. 1736 fl. 20 ℋ $16\frac{448}{1100}|\frac{112}{275}$

Rest 760 fl.

——(30

23000 ℋ

Rest 1000 ℋ

——(18

18048 ℜ

Gleichergestalt verfahret auch bey allen andern dergleichen Divisoribus. Wie man aber selbige sofort zu erkennen habe, ist oben (§. 699) bereits angewiesen, auch zu desto mehrerer Commodität eine besondere Tabelle hierzu verfertiget worden (§. 697).

§. 808. Ihr könnet zwar allhier bey dieser Manier, wie auch bey der gezeigten Art §. 805, zugleich den Rückweg von der Multiplication (§. 705 und 721) merken, und daraus wahrnehmen, daß man auf gleiche Weise procediren könne, wenn der Divisor aus so vielen kleinen Sorten bestehet, wie oben in der Multiplication (in gedachten Syhis) angezeiget worden: Allein es ist oben (§. 490) schon erinnert, daß solches allhier in der Division zum theil nicht geachtet, und zum theil bis hernach in die Regel Detri versparet wird.

Die 109. Aufgabe.

§. 809. Eine ganze, vermischte, oder mehrerley namige Zahl, in eine solche Zahl mit Vortheil zu dividiren, welche so nahe an eine angewachsene Einheit, daß die Differenz, um welche die gegebene Zahl darunter ist, nur eine einzelne bedeutliche Ziffer oder höchstens 11.

I. Dividiret den gegebenen Dividendum vermittelst des Abschnittes (§. 235), durch die Zahl 100, 1000 oder

oder 10000 ꝛc. als zu welcher der gegebene Divisor so nahe ist, wie gemeldet.

II. Den kommenden Quotienten aber, nämlich die Zahl, welche zur Linken des Abschnittes stehet, multipliciret mit der gedachten Differenz, und setzet das Product ordentlich unter den Dividendum, zur Rechten unter desselben ersten Stelle anfangende.

III. Daferne gedachtes Product so groß ist, daß es über den Abschnitt nach der Linken gelanget, so multipliciret dasjenige, was zur Linken des Abschnittes gekommen, abermal mit der erwehnten Differenz, und setzet das kommende Product gerade unter das vorige. Solches continuiret so lange, bis endlich nichts mehr zur Linken des Abschnitts kommt.

IV. Addiret alle Zahlen, so wie sie unter einander stehen, zusammen, so kommt der begehrte Quotient zur Linken, und der Rest zur Rechten des Abschnittes. Jedoch merket, wenn durch die Addition noch ein oder etliche Unitäten aus der Summe der Reste in die Summe der Quotienten gekommen, daß ihr solche eine oder etliche Unitäten abermal, wie vorhin, mit der Differenz multipliciren, und solches Product der vorhin gefundenen Summe der Reste beylegen müsset.

Z. E. 379681 in 97 zu dividiren, das ist in 100 — 3. Dieses stehet also:

	3796	81
	113	88
	3	39
		9
Quot.	3914	17
		6
Rest =		23

Nämlich schneidet 2 Ziffern zur Rechten ab (weil hier der Divisor 100 genommen wird). Hierauf multipliciret den gefundenen Quotienten 3796 mit der Differenz 3, und setzet das Product 11388 gerade darunter. Auf gleiche Weise multipliciret abermals die zur Linken des Abschnittes stehende 113 mit 3 kommen 339; und ferner auch die zur Linken kommende 3 mit der Differenz 3, so kommen 9. Endlich addiret alles zusammen, und weil die Summe der zur Rechten des Abschnittes stehenden Restes ist 217, folgends 2 Unitäten zu der 3ten Stelle genommen werden, welche Stelle zur Linken des Abschnittes gehöret, so multipliciret solche 2 abermal mit 3, kommen 6. Diese 6 addiret zu dem Reste, so habt ihr endlich den verlangten Quotienten 3914, und den Rest 23.

Beweis.

Wenn man diesen Proceß gegen den obigen in der Multiplication (§. 707) hält, und der Sache mit Bedacht nur ein wenig nachdenket, so wird man leichtlich finden können, daß dieser allhier in der Division der Rückweg von jenem Wege sey. Ich will aber diese Manier zu dividiren ins besondere und noch klärer darthun, nämlich: In der Division wird der Divisor so oft von dem Dividendo subtrahiret, als der Quotient Unitäten hat (§. 206); oder, welches einerley, es wird der Quotient so oft subtrahiret, als der Divisor Unitäten hat (§. 283). Wenn man demnach den Divisorem größer, als er gegeben ist, annimmt, und die Division in solchen größern Divisorem verrichtet, so wird dem Dividendo mehr abgezogen, als nach der begehrten Division eigentlich erfordert wird, und zwar eben um so viel mehr, als das Product ist, wel-

welches entstehet, so man solchen gefundenen Quotienten mit so viel Unitäten multipliciret, als der Divisor zu groß genommen worden. Als beym angeführten Exempel ist der Divisor anstatt 97 auf 100, das ist auf 97+3 gesetzet, und in Quotienten 3796 gebracht worden, so ist dem Dividendo 3796 mal 3, nämlich 11388 zu viel abgenommen. Derowegen, wenn man solches Product dem Dividendo wiederum beyleget, und gleichsam zurück giebt, so ist der gefundene Quotient 3796 auch zu dem gegebenen Divisore 97 zwar so weit richtig; allein, weil in dem vorhin gebliebenen Reste 81, und in dem zurück gegebenen Stücke 11388, der Divisor 97 noch mehrmal enthalten ist, so muß man untersuchen, wie vielmal er, der Divisor 97 nämlich, darinnen enthalten, und eben so viel Unitäten dem vorigen Quotienten 3796 noch beyfügen. Indessen kann dieses Untersuchen abermal auf vorige Weise geschehen. Derowegen, wenn man es solchergestalt so lange continuiret, bis der Rest kleiner, als der Divisor 97 kommt, und addiret endlich alle gefundene Quotienten zusammen, so hat man allerdings den wahren Quotienten, welcher eigentlich gesucht worden, nebst seinem Reste. Gleiche Beschaffenheit hat es auch mit allen andern dergleichen Exempeln.

§. 810. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 678345 in 99 zu dividiren, das ist in 100—÷1. Also:

	6783	45
	67	83
		67
Quot.	6851	95
		1
Rest		96

N°. 2.

N°. 2. Oben (§. 707. N°. 2) sind 23057 mit 997 multipliciret, und zum Product 22987829 gebracht worden. Wenn man nun diese Rechnung nach der gemeinen Probe (§. 374) untersuchen, und also besagtes Product in 997 dividiren will, so kommt die Division, als folget zu stehen:

22987	829
68	961
	204
Quot. 23056	994
	3

Rest 997. Weil aber in diesem Reste der Divisor 997 just noch einmal enthalten ist, so leget dem Quotienten 23056 noch 1 bey, kommt der begehrte Quotient 23057, und bleibet nichts übrig.

N°. 3. $897643250\frac{9}{4}$ in 9989 zu dividiren, das ist in 10000 $\frac{\cdot}{\cdot}$ 11. Dieses stehet also:

897643	$2509\frac{3}{4}$	
987	4073	
1	0857	
	11	
Quot. 898631	$7450\frac{3}{4}$	29803
	9989	39956

N°. 4. 538 | 721 fl. 17 ℋ in 994 zu dividiren, d. i. in 1000 $\frac{\cdot}{\cdot}$ 6.

Also:	3	228
		18
Qot. fl.	541	967 (30
ℋ	29	027
		174

$\frac{201}{994}$ ℋ

N°. 5.

N°. 5. 2812 | $50\frac{2}{3}$ in 93 zu dividiren, d. i. in 100 —÷ 7. Also:
196 | 84
13 | 72
| 91

Quot. 3023 | $97\frac{2}{3}$
| 14 , das ist, wie vorhin bey N°. 2 gemeldet,
Rest $111\frac{2}{3}$ | Quot. 3024 und Rest $18\frac{1}{2}$.
oder Quot. $3024\frac{5}{7}\frac{6}{9}$.

N°. 6. 25709837 in $496\frac{1}{2}$ zu dividiren.

Wenn ihr allhier beyde Zahlen mit 2 multipliciret (§. 485), so kommen 51419674 in 993 zu dividiren, das ist in 1000 —÷ 7. Hiermit verfahret, als folget:

51419 | 674 in 993
359 | 933
2 | 513
| 14

Quot. 51782 | 134
| 14

Rest 148

§. 811. Nach obbeschriebenem Grunde (§. 809) kann man das durch den größern Divisorem zu viel abgezogene, sofort bey jeder gefundenen Ziffer des Quoti demselben Dividuo (§. 217) addiren. Auf solche Art darf man nur den Divisorem eben um so viel Unitäten über 100, 1000 oder 10000 ꝛc. setzen, als er darunter ist, und die Division zwar nach der gezeigten Ordnung im §. 243 anstellen; allein daß man das Factum solcher Differenz oder solches Ueberschusses über 100 oder 1000 ꝛc., und des gefundenen Quoti, anstatt der sonst gewöhnlichen Subtraction, allemal zu der letzten Stelle des Dividui, addiren müsse.

Als beym gedachten Exempel (§. 809) setzet anstatt 97 oder 100 —÷ 3, die Zahl 100 + 3, nämlich 103. Also:

103 | 379681

Hier-

Hierauf dividiret, wie gewöhnlich, das Stück 379 in 103, so kommt im Quotienten 3. Demnach subtrahiret 3 mal 1 von der zur Linken dieses Dividui stehenden 3, wie sonst gebräuchlich, und addiret hingegen 3 mal die über 100 genommenen 3, das ist 9, zu der zur Rechten des Dividui stehenden 9. Also:

103	379681
3	88

Gleichergestalt dividiret ferner das Stück 886 in 103, kommt 8. Demnach subtrahiret 8 mal 1 von der zur Linken dieses Dividui befindlichen 8, und addiret hingegen 8 mal 3, nämlich 24 zu den übrigen 86. Also:

103	379681
38	88.
	110

Weil aber in diesem Reste 110 noch einmal der Divisor 97 enthalten, ist, so leget dem Quotienten in diese Stelle zu der gefundenen 8 noch 1 bey, und subtrahiret also 97 von 110, bleiben 13. Derowegen streichet die vorhin in Quotienten geschriebenen 8 aus, und setzet in solche Stelle 9. Desgleichen streichet den vorigen Rest 110 aus, und setzet davor 13, folgendergestalt.

103	379681
38	88..
9	XXØ.
	13.

Also dividiret weiter die 138 in 103, kommt 1. Demnach subtrahiret 1 mal 1, wie gewöhnlich, und addiret hingegen 1 mal 3 nach voriger Anweisung. Also:

103	379681
381	88..
9	XXØ.
	13.
	41

Endlich dividiret das Stück 411 in 103, kommen 4. Demnach subtrahiret 4 mal 1 von dieses Dividui 4, und addiret hingegen 4 mal

4 mal 3 zu den übrigen 11, so hat man die ganze Berechnung, als folget:

103	379681
3814	88...
9	XXØ..
	13..
	41.

Quot. 3914 und Rest 23 wie oben §. 809.

Auf solche Weise kommen die oben (§. 810) angeführten Exempel, als folget zu stehen:

N°. 1. 678345 in 99 zu dividiren. Also:

101	84..
Quot. 6851	51..
	19.
	Rest 96

N°. 2. 22987829 in 997 zu dividiren. Also:

1003	304....
23056	56...
1	697.
Quot. 23057	ØØ7

N°. 3. $89764325\,09\frac{3}{4}$ in 9989 zu dividiren. Also:

10011	9852.....
Quot. 898631	8622....
	6310...
	3171..
	1743.
	Rest $7450\frac{3}{4}$.

N°. 4.

N°. 4. 538721 fl. 17 ℋ in 994 zu dividir. Also:

1006 — 417. — 196 — 967 — (30 — 29027 — 914.

Quot. 541 fl. 29 ℋ. — Rest 201.

N°. 5. $281250\frac{2}{3}$ in 93 zu dividiren. Also:

107 — 95... — XXℬ.. — 22.. — 39. — XXX

Quot. 2ℊ2ℬ — I I

das ist 3024 — Rest $18\frac{2}{3}$

N°. 6. 51419674 in 993 zu dividiren. Also:

1007 — 176.... — 776... — 815.. — 213.

Quot. 51782 — Rest 148

§. 812. Also kann man diese Art zu dividiren, und zwar aus vorhin gemeldetem Grunde (§. 809) auch bey solchen Divisoribus anbringen, welche so nahe an eine angewachsene einzelne Ziffer. Als z. E. 3789546 in 798 zu dividiren, das ist in 800 — 2. Dieses stehet nach Art im §. eod. also:

37895.46

37895.46
800) ——————
4736 Rest 746
9472
102.18
12 618
24
——————
Quot. 4748 u. Rest 642

Zu diesem Reste leget 2 mal die gefundenen 4736, nämlich 9472, kommen 10218, welche abermal in 800 dividiret, kommen 12, und restiren 618. Hierzu addiret 2 mal 12, so hat man endlich $4748\frac{642}{798}$.

Oder nach der gezeigten Art §. 811. Also:

802 3789546 in 798 zu dividiren.
597...
389..
702.
——————
Quot. 4748
Rest 642

§. 813. Allein bey denen, welche in der angewiesenen Art §. 243. geübet sind, kann so wenig dieser Vortheil im §. 812, als die beschriebene Art im §. 811 viel zu sagen haben. Denn ob dieselbe schon kürzer, auch wohl leichter, als die ganz gemeine alte Manier (von welcher oben §. 197. in etwas erwehnet worden), so sind sie dennoch keinesweges kürzer noch leichter, als die angewiesene Art im §. 243. Vielmehr kann jeder aus den gegebenen Exempeln von sich selbst ersehen, daß nach beyden angeführten Manieren im §. 811 und 812, wo nicht mehrere, jedennoch aufs mindeste eben so viel, ja eben dieselben Ziffern in dem Processe kommen, welche sonst durch die beschriebene Art im §. 243, wenn man den Dividendum schlechterdings durch den gegebenen Divisorem dividiret, herausgebracht werden.

§. 814. Jedoch habe ich die Art im §. 811 deswegen anzuzeigen nicht unterlassen wollen, indem ein gewisser Mathematicus solche angeführet, und dieselbe **per Divisorem vicarium, oder einen Tablwechsel zum leichtern Dividiren**, benennet. Nun will ich zwar, wie vorhin (§. 813) schon gedacht, gerne zu-

lassen, daß diese Manier gegen die ganz gemeine alte Divisionart wohl ein Vortheil heißen möge: Allein da wir solche alte Art gänzlich verwerfen, und uns zur allgemeinen Division der beschriebenen Manier im §. 243, als der best- und kürzesten (§. 799) bedienen, so werde von diesen vorigen Lehren hinfort auch nur die angewiesene Art im §. 809 beybehalten, als welche nicht nur öfters ganz kurz, sondern auch sehr leicht ist, und ihre ganze Berechnung einig und allein in einer bloßen Multiplication mit einer einzelnen Ziffer bestehet, weswegen solche Methode mit Recht ein Vortheil heißen kann. Und eben hieraus wollen wir noch nachfolgenden Vortheil herleiten.

Die 110. Aufgabe.

§. 815. **Wie und in welchem Falle der vorige Vortheil im §. 809 auch bey andern aus vermischten Zahlen bestehenden Divisoribus mit Nutzen anzubringen.**

Wenn der Divisor eine vermischte Zahl, und just ein $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ ꝛc. aus einer solchen Zahl ist, welche so nahe an 100, 1000 oder 10000 ꝛc. wie oben im § eod. gemeldet, so größert den Divisorem und Dividendum um so viel, damit ihr die Division, wie vorhin gezeiget, anstellen könet.

Z. E. 8973546 in $165\frac{1}{3}$ zu dividiren.

Allhier müßte man auch ohne das beyde gegebenen Zahlen mit 3 multipliciren (§. 485); derowegen größert sie lieber mit 6, kommen 53841276 in 992 zu dividiren, welches leichtlich nach voriger Anweisung zu verrichten ist, als folget:

53841	276 in 1000 — 8 zu dividiren.
430	728
3	440
	24
Quot. 54275	468
	8
Rest 476	

Be

Beweis.

Wenn der Divisor und Dividendus mit gleichem gegrößert wird, behalten sie ihre vorige Verhältniß (§. 293). Indessen ist die Richtigkeit solcher Divisionsart, wie z. E. durch 992, vorhin schon erwiesen worden (§. 809): Derowegen erlanget man auf solche Weise den begehrten Quotienten.

§. 816. Es ist leicht zu erachten, daß man aus eben demselben Grunde diese Methode (§. 815) nicht minder auch bey solchen Divisoribus anbringen könne, welche schon keine vermischte sondern ganze Zahlen sind; wie z. E. bey dem Divisore 23, das ist $\frac{1}{4}$ aus 92; item 47, das ist $\frac{1}{2}$ aus 94; item 142, das ist $\frac{1}{7}$ aus 994 ꝛc.: Allein ohne sonderlichen Vortheil, weil man in solchen Fällen den Divisorem und Dividendum allererst größern müßte. Derowegen habe ich vorhin (ibid.) mit Fleiß nur von den vermischten Zahlen erwehnet, weil solche ohnedem gegrößert werden müssen (§. 485), und es einem geübten eben so leicht ist, z. E. mit 6, wie mit 3 zu größern (§. 514).

§. 817. Also könnte ich diese Methode auch bey solchen Divisoribus appliciren, in welchen so viele kleine Sorten oder Brüche stehen, wie oben §. 711 gemeldet worden. Allein da man in solchen Fällen dadurch gar keinen Vortheil erlangen kann, so habe solches allhier, nicht wie in der Multiplication geschehen (ibid.) weiter ausführen wollen.

Die III. Aufgabe.

§. 818. Eine ganze, vermischte oder mehrerley namige Zahl in eine solche Zahl mit Vortheil zu dividiren, welche so nahe an 1, 10, 100 oder 1000 ꝛc. daß derer Differenz just $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{4}$ ꝛc. aus dem gegebenen Divisore selbsten ist.

I. Addiret eben einen solchen Theil (als die Differenz aus dem Divisore ist) aus dem Dividendo zu demselben.

II. Dividiret die kommende Summe alsdenn durch die 10, 100 oder 1000 ꝛc.

Z. E. 268425 in 75 zu dividiren, das ist in $100 \div 25$, oder $100 \div \frac{1}{3}$ aus 75. So nehmet aus dem Dividendo 268425 gleichfalls $\frac{1}{3}$, und addiret es zu demselben. Alsdenn dividiret die kommende Summe in 100.

Also:

	268425	in	75
3)+	89475		
Quot.	3579	00	

Beweis.

Wenn man diesen Proceß und den obigen in der Multiplication (§. 728 insonderheit §. 731 N°. 5) gegen einander hält, so siehet man klar, daß dieser allhier der Rückweg von jenem sey. Es kann aber der Beweis dieses Vortheils, auch nach Art des Beweises im §. 805 angegeben werden. Denn wenn man einen gewissen Theil aus einer Zahl zu ihr addiret, wird dieselbe dadurch mit 1 + eben einen solchen Theil aus 1 multipliciret (§. 454). Folgends wenn man so wohl zu dem Divisore als dem Dividendo gleiche Theile aus ihnen addiret, so werden beyde dadurch mit gleichem multipliciret. Als beym gedachten Exempel ist der Divisor an statt 75 auf 100 gesetzet, und also um 25, das ist $\frac{1}{3}$ aus 75, vermehret worden: Folglich, wenn man zu dem Dividendo ebenfalls seinen dritten Theil addiret, so sind beyde dadurch mit $1\frac{1}{3}$, und also mit gleichem gegrößert. Indessen behalten die Zahlen auf solche Weise ihre unverrückte Verhältniß (§. 293): Derowegen müssen 357900 in 100 dividiret, eben denselben Quotienten geben, welcher bey den gegebenen Zahlen gesuchet wird. Also ist es auch mit allen andern nachfolgenden Exempeln beschaffen.

§. 819.

§. 819. Damit man aber bey dergleichen Exempeln die Größe des manquirenden Theils so fort erkennen möge; so darf man nur die oben §. 697 in der 1sten Tabelle specificirten Theile aus 10, 100 und 1000 ꝛc. sich auswendig bekannt machen, woraus das begehrte gar bald zu finden ist. Denn wenn man z. E. weiß, daß $12\frac{1}{2}$ sey $\frac{1}{8}$ aus 100, so ist offenbar, daß in 100, 8 mal $12\frac{1}{2}$ (§. 48), folglich in $100 \div 1$ mal $12\frac{1}{2}$, das ist in $87\frac{1}{2}$, nur 7 mal $12\frac{1}{2}$ enthalten sey: Demnach erhellet zugleich, daß $12\frac{1}{2}$ sey $\frac{1}{7}$ aus $87\frac{1}{2}$. Und so auch bey allen andern dergleichen Exempeln.

§. 820. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 38976 in $87\frac{1}{2}$ zu dividiren, das ist in $100 \div 12\frac{1}{2}$, oder $100 \div \frac{1}{7}$ aus $87\frac{1}{2}$. Also:

38976 in $87\frac{1}{2}$

7) + 5568

Quot. 445|44

100 oder $445\frac{1}{2}\frac{1}{5}$.

N°. 2. $23897\frac{3}{4}$ in $6\frac{2}{3}$ zu dividiren, das ist in $10 \div 3\frac{1}{3}$; oder $10 \div \frac{1}{2}$ aus $6\frac{2}{3}$. Also: $23897\frac{3}{4}$ in $6\frac{2}{3}$

2) + 11948 $\frac{7}{8}$

Quot. 3584|$6\frac{5}{8}$|53

10 |80

N°. 3. 25793 fl. 13 ℋ 8 ℜ in $7\frac{1}{2}$ zu dividiren, das ist $10 \div 2\frac{1}{2}$; oder $10 \div \frac{1}{3}$ aus $7\frac{1}{2}$. Also:

25793 fl. 13 ℋ 8 ℜ in $7\frac{1}{2}$

3) + 8597 = 24 = $8\frac{2}{3}$

Quot. fl. 3439|1 = 7 = $16\frac{2}{3}$

——(30

ℋ = 3|7 ——(18

ℜ = 14|$2\frac{2}{3}$| 8| 4

10 |30|15

 Nota.

Nota. Eben nach dieser Manier könnet ihr in Hamburg die ℔ Lüb. zu L. Vls. machen, indem ein L. gleich ist mit $7\frac{1}{2}$ ℔.

Als z. E. 4381 ℔ zu L. Vls. Also:

3)+1460 $\frac{1}{3}$

Antw. L. 584|1 $\frac{1}{3}$

10 oder $\frac{4}{30}$ L. oder 2 ß 8 ₰ Vls.

Wenn aber nebst den ℔ auch ß und ₰ Lüb. stehen, vid. §. 848. N°. 62. Nota 2.

N°. 4. 2794 ℔ 13 L. 3 Qu. 1 ₰ in $\frac{7}{8}$, d. i. in 1 ÷ $\frac{1}{8}$, oder 1 ÷ $\frac{7}{7}$ aus $\frac{7}{8}$. Also: 7)+ 399 = 6 = 2 $\frac{5}{7}$

Antw. 3193 = 20 = 1 1 $\frac{5}{7}$

Und weil 1 nicht dividiren kann (§. 264), so ist dieses der begehrte Quotient.

§. 821. Es können zwar alle diese angeführten Exempel auch nach der Manier §. 807 solviret werden; indem die 75 (§. 818) als $\frac{1}{4}$ aus 300; die $87\frac{1}{2}$ (§. 820. N°. 1) als $\frac{1}{8}$ aus 700; die $6\frac{2}{3}$ (ibid. N°. 2) als $\frac{1}{3}$ aus 20; die $7\frac{1}{2}$ (ibid. N°. 3) als $\frac{1}{4}$ aus 30; und die $\frac{7}{8}$ (ibid. N°. 4) als $\frac{1}{8}$ aus 7 angesehen werden können. Allein es wird diese gegenwärtige Manier aus eben der Ursache, welche oben (§. 746, 2te Abtheilung, Not. 2) bereits angemerket worden, in etwas leichter als jene geachtet.

§. 822. Auf gleiche Weise könnet ihr verfahren, wenn der Divisor so nahe, wie vorhin (§. 818) gemeldet, an eine angewachsene Ziffer (§. 71).

Z. E. N°. 1. 695275 in 175 zu dividiren, das ist in 200 ÷ 25, oder 200 ÷ $\frac{1}{7}$ aus 175. Also:

695275

7)+ 99325

794600

200)

Quot. 3973

N°. 2.

N°. 2. 8805417 in 375 zu dividiren, das ist in 500 ÷— 125, oder 500 ÷— $\frac{1}{3}$ aus 375. Also:

8805417
3)+ 2935139
11740556
500)
Quot. $23481\frac{56}{500}\left|\frac{14}{125}\right.$

N°. 3. 2045925 in 525 zu dividiren, das ist in 600 ÷— 75, oder 600 ÷— $\frac{1}{7}$ aus 525. Also:

2045925
7)+ 292275
23382.00
600)
Quot. 3897

Und gründet sich dieser Proceß so wol auf den Rückweg von der Multiplication (§. 728, wie sonderlich §. 731 aus den Exempeln N°. 10 und 11 zu ersehen), als auch auf den vorigen andern Beweis (§. 818): Allein es können dergleichen Exempel öfters kürzer, nach Anzeigung §. 807 solviret werden; wie z. E. $175 = \frac{1}{4}$ aus 700.

§. 823. Man gestehet gar gerne (§. 793), daß die addirte Zerstreuung in der Division nicht so leichtlich anzubringen sey; jedennoch ist es darum auch nicht ganz unmöglich, vielmehr soll im folgenden gezeiget werden, daß solches bisweilen gar füglich und nicht ohne Vortheil geschehen könne.

Die 112. Aufgabe.

§. 824. Einen Divisorem nach der addirten Zerstreuung zu zerstreuen, und die Division mit Vortheil zu verrichten.

Wenn ein Divisor so viel über 1, 10, 100 oder 1000 ist, daß die Differenz just $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ ꝛc. aus dem Divisore, so zerstreuet ihn in 2 Stücke, als nämlich in die Differenz und das übrige Stück. Alsdenn nehmet

I. eben einen solchen Theil, als die Differenz aus dem Divisore ist, von dem Dividendo ab, und dividiret

II. das bleibende in das übrige Stücke des Divisoris, das ist in 10, 100 oder 1000 ꝛc.

Z. E. 66106$\frac{2}{3}$ in 13$\frac{1}{3}$ zu dividiren. Allhier erkennet man auf die Art, wie oben (§. 819) angezeiget worden, gar bald, daß 3$\frac{1}{3}$, als der Ueberschuß über 10, sey $\frac{1}{4}$ aus 13$\frac{1}{3}$. Denn da man aus der obigen 1ten Tabelle (§. 697) weiß, daß 3$\frac{1}{3}$ sey $\frac{1}{3}$ aus 10, das ist, daß 3$\frac{1}{3}$ in 10, 3 mal enthalten sey, so erhellet, daß in 10+3$\frac{1}{3}$, oder in 13$\frac{1}{3}$, nothwendig 4 mal 3$\frac{1}{3}$ begriffen seyn müsse; und also ferner, daß 3$\frac{1}{3}$ sey $\frac{1}{4}$ aus 13$\frac{1}{3}$. Derowegen zerstreuet solchen Divisorem in 10 und 3$\frac{1}{3}$. Folgends subtrahiret $\frac{1}{4}$ aus der Zahl 66106$\frac{2}{3}$ von derselben, und dividiret den Rest 49580 in das andere Stücke des Divisoris, nämlich in 10, wie folget:

66106$\frac{2}{3}$ in 13$\frac{1}{3}$ zu dividiren.

4)÷ — 16526$\frac{2}{3}$

Quot. 4958|0

Beweis.

Wenn ihr diesen Proceß gegen den obigen in der Multiplication (§. 746 N°. 4) haltet, so könnet ihr gar leicht wahrnehmen, daß dieser allhier der Rückweg von jenem sey. Denn an statt, daß man dorten zu dem 10fachen das 3$\frac{1}{3}$fache, als $\frac{1}{3}$ aus dem 10fachen addiret, so nimmt man allhier in dem Rückwege von dem 13$\frac{1}{3}$fachen, das ist

von

von dem Dividendo, welcher allezeit das Factum Divisoris und Quoti ist (§. 208), das $3\frac{1}{3}$fache, als $\frac{1}{4}$ aus dem $13\frac{1}{3}$fachen ab, so bleibet nothwendig das 10fache übrig, welches ferner in 12 dividiret wird.

Oder es ist auch der Beweis allhier ganz gleich dem andern Beweise im §. 818. Denn wenn man einen gewissen Theil aus einer Zahl von ihr subtrahiret, wird dieselbe dadurch mit $1 \div$ eben einen solchen Theil aus 1 multipliciret (§. 734). Folgends, wenn man so wol dem Divisori als dem Dividendo einen gleichen Theil aus ihnen (wie beym vorigen Exempel $\frac{1}{4}$, so wol aus $13\frac{1}{3}$ als auch aus $66106\frac{2}{3}$, abnimmt, so werden beyde dadurch mit gleichem gegrößert (wie im gedachten Exempel, werden beyde mit $1 \div \frac{1}{4}$ oder mit $\frac{3}{4}$ multipliciret): Derowegen muß auf solche Art der verlangte Quotient unverändert heraus kommen (§. 293).

§. 825. Noch etliche Exempel zur Uebung.

N°. 1. $738542\frac{1}{3}$ in $112\frac{1}{2}$, das ist in $100 + 12\frac{1}{2}$, oder $100 + \frac{1}{9}$ aus $112\frac{1}{2}$. Also:

738542 $\frac{1}{3}$ in $112\frac{1}{2}$

9) $\div$ 82060 $\frac{7}{27}$

Quot. 6564 | 82 $\frac{2}{27}$

246 (3

(9

$\frac{2216}{2700}$ oder $\frac{554}{675}$.

N°. 2. 874329 fl. 13 ℋ 12 ℛ in $133\frac{1}{3}$, das ist in $100 + 33\frac{1}{3}$, oder $100 + \frac{1}{4}$ aus $133\frac{1}{3}$. Also:

874329 fl. 13 ℋ 12 ℛ in $133\frac{1}{3}$

4) $\div$ 21858 : 10 : $16\frac{1}{2}$

Quot. fl. 6557 | 47 : 2 : $13\frac{1}{2}$

ℋ : 14 | 12 (30

| 96 (18

ℛ : 2 | $29\frac{1}{2}$ | 59

100 | 200

N°. 3. 67982 ℔ 23 Loth 3 Qu. 2 ℞ in $1\frac{1}{4}$, das ist in $1+\frac{1}{4}$, oder $1+\frac{1}{5}$ aus $1\frac{1}{4}$. Also:

67982 ℔ 23 Loth 3 Qu. 2 ℞ in $1\frac{1}{4}$

5)÷ 13596 = 17 = 2 = $1\frac{1}{5}$

Quot. 54386 = 6 = 1 = $-\frac{4}{5}$. Denn weil 1 nicht dividiren kann (§. 264), so ist dieses der verlangte Quotient.

§. 826. Diese angeführten Exempel können eben so kurz nach der Manier §. 807 solviret werden. Denn $13\frac{1}{3}$ ist $\frac{1}{3}$ aus 40; $112\frac{1}{2}$ ist $\frac{1}{8}$ aus 900; $133\frac{1}{3}$ ist $\frac{1}{3}$ aus 400; und $1\frac{1}{4}$ ist $\frac{1}{4}$ aus 5. Allein eben die Ursache, welche oben (§. 733) schon angezeiget worden, ist auch allhier Ursache, daß man diese itzt beschriebene Manier bey dergleichen Exempel, wie gedacht, etwas leichter als jene Manier (§. 807) achtet.

§. 827. Auf gleiche Weise könnet ihr procediren, wenn der Divisor um einen solchen Theil (wie vorhin §. 824 angewiesen) mehr als eine angewachsene Ziffer ist.

Z. E. N°. 1. 8973 in 225. Das ist in 200+25, oder $200+\frac{1}{9}$ aus 225. Also:

8973

9)÷ 997

7976

200)

Quot. $39\frac{176}{200}|\frac{22}{225}$

N°. 2. 8805417 in 375, das ist in 300+75, oder $300+\frac{1}{5}$ aus 375. Also:

8805417

5)÷ 1761083 $\frac{2}{5}$

7044333 $\frac{3}{5}$

300)

Quot. $23481\frac{168}{500}|\frac{14}{225}$

N°. 3.

N°. 3. 9731 in 675, das ist in 600+75, oder 600 $+\frac{1}{9}$ aus 675. Also:

9731

9)÷ 1081 $\frac{2}{9}$

8649 $\frac{7}{9}$

600)

Quot. $14\frac{2}{5}\frac{2}{4}\frac{4}{0}\frac{8}{0}\,|\,\frac{2}{6}\,\frac{8}{7}\,\frac{1}{5}$

Allein es ist oben (§. 822) bereits erinnert worden, daß dergleichen Exempel öfters kürzer nach Anzeigung §. 807 solviret werden können. wie z. E. $225=\frac{1}{4}$ aus 900.

§. 828. Also könnte man diese von §. 818 bis hierher beschriebenen Manieren auch bey solchen Divisoribus anbringen, welche aus kleinen Sorten der Münzen, Maaße oder Gewichte bestehen, wie solches aus den im §. 728 und 731 angeführten Exempeln in benamten Zahlen zu ersehen, bey welchen man allhier in der Division nur den Rückweg wahrnehmen darf. Allein es ist oben (§. 808) bereits die Ursache angemerket worden, warum ich dieses allhier mit Stillschweigen übergehen wollen.

§. 829. Indessen, weil gegenwärtige Absicht nur auf Vortheile gezielet ist, so habe die vorige addirte Zerstreuung (§. 824) mit Fleiß nur auf solche Divisores gestellet, welche 1.) nur in zwey Stücke zerstreuet werden, und 2.) da die Differenz ein bequemer Bruch ist, welcher (§. 447) im Zähler 1 und im Nenner nur eine einzelne Ziffer oder 11 hat. Es verstehet sich aber von selbsten, daß man diese Art der addirten Zerstreuung, daferne nur auf eine curieuse Solution, und nicht auf einen Vortheil gesehen wird, auch bey andern Divisoribus, welche weitläuftiger zerstreuet werden müssen, mit eben dem vorigen Grunde anbringen könne.

Z. E. Es sey in der Regel Detri aufgegeben: Vor 3 fl. 27 ℳ 6 ₰ bekommet man 8972 ℔, wie viel ℔ kommen

vor

vor 1 fl? (welches Exempel oben §. 501. N°. 2 ordentlich aufgelöset zu finden). Dieses kann nach voriger Manier, wie folget, solviret werden.

3 fl. 27 ℔ 6 ℞ = 8972 ℔ = 1 fl?

÷ 7 ℔ 6	1 1/6, od. 1/4 ✕ 1/4	4) 2243
÷ 5	2 1/2, od. 1/2 ✕ 1 1/1	4) ÷ 560 3/4
÷ 15	1/7	8411 1/4
		11) 764 2/4 9/4
		2) ÷ 382 2/8 9/8
		8028 8/8 1/8
		7) ÷ 1146 8/8 7/8
		3) 6881 4/4 1/4
3 fl.		Quot. 2293 4/4 3/4 ℔

Nämlich nehmet dem Divisori erstlich 7 ℔ 6 ℞ ab, das ist 1 1/6 aus 3 fl. 27 ℔ 6 ℞; desgleichen subtrahiret von dem Dividendo 1 1/6, so bleiben im Divisore 3 fl. 20 ℔, und im Dividendo 8411 1/4, welche Zahlen (wie vorhin §. 824 erwiesen) unverändert ihre vorige Verhältniß haben. Ferner nehmet von dem Divisore 5 ℔, das ist 2 1/2 aus 3 fl. 20 ℔; desgleichen auch 2 1/2 von dem Dividendo, so bleiben in jenem noch 3 fl. 15 ℔, und in diesem 8028 8/8 1/8, so nicht minder die erste Verhältniß noch haben. Also nehmet weiter von dem Divisore 15 ℔, das ist 1/7 aus 3 fl. 15 ℔; desgleichen auch 1/7 von dem Dividendo, so bleiben endlich 6881 4/4 1/4 in 3 zu dividiren, welche, wie gewöhnlich, dividiret werden, und kommet sodenn der begehrte Quotient 2293 4/4 3/4 ℔.

Oder ihr könnet bey gegenwärtigem Exempel die Zerstreuung wie folget, anstellen:

3 fl.

3 fl. 27 ℔ 6 ₰ = 8972 ℔ = 1 fl?

÷ 7 = 6 | 1/16
÷ 10 | 1/11 d°.] od. 2/11
÷ 10 |

3 fl. 16) ÷ 560 3/4 wie vorhin

8411 1/4

11) 764 2/4 9/4 mit 2 multipl.

÷ 1529 1/44

6881 4/44

3)

Quot. 2293 4/44

Nämlich nehmet beyderseits erstlich 1/16 ab, wie vorhin, bleiben 8411 1/4 in 3 fl. 20 ℔. zu dividiren. Ferner nehmet von dem Divisore 2 mal 10 ℔ ab, das ist 2/11 aus 3 fl. 20 ℔, desgleichen subtrahiret von dem Dividendo 2/11, so bleiben, wie vorhin 6881 4/11, in 3 zu dividiren.

§. 830. Gleichergestalt kann man auch die vorige Manier (§. 818) bey dergleichen weitläuftigen Exempeln anbringen, und kommt demnach die Auflösung des nächst angeführten Exempels, wie folget:

3 fl. 27 ℔ 6 ₰ = 8972 ℔ = 1 fl?

+ 2 = 12 | 1/44 oder 1/4 aus 1/11

4 fl. 11) 815 7/11

4) + 203 10/11

4) 9175 10/11

Quot. 2293 4/44 ℔

Nämlich leget dem Divisori 2 ℔ 12 ₰ bey, das ist 1/44 aus 3 fl. 27 ℔ 6 ₰, desgleichen addiret 1/4 aus dem Dividendo zu demselben, so kommen 9175 10/11 in 4 zu dividiren, welche Division den vorigen Quotienten 2293 4/44 herausbringet.

§. 831.

§. 831. Da 3 fl. 27 ℋ 6 ₰ eben so viel sind, als $3\frac{82}{90}$ fl. (§. 420), so verstehet es sich ferner von selbsten, daß man eben wie vorhin (§. 829 und §. 830) verfahren könne, wenn 8972 in $3\frac{82}{90}$ zu dividiren gegeben werden; und kommen demnach die Partes

nach der 1sten			2ten			und 3ten Manier		
also:	$3\frac{82}{90}$			$3\frac{82}{90}$			$3\frac{82}{90}$	
÷	$\frac{22}{90}$	$\frac{1}{16}$	÷	$\frac{22}{90}$	$\frac{1}{16}$	+	$\frac{8}{90}$	$\frac{1}{44}$
÷	$\frac{15}{90}$	$\frac{1}{22}$	÷	$\frac{30}{90}$	$\frac{1}{11}$			
÷	$\frac{45}{90}$	$\frac{1}{7}$	÷	$\frac{30}{90}$	d°.	komen 4 —		
bleiben	3 —		bleiben	3 —				

§. 832. Allein es dienen dergleichen Solutiones (wie bereits §. 829 gedacht) nur zur Curiosität, welche denn insonderheit darinnen bestehet, weil man nach solcher Manier die verschiedenen kleinen Sorten in dem Divisore, nicht wie sonst gewöhnlich (§. 501) in die kleinste Sorte resolviren darf. Und weil dieses den meisten ganz fremde scheinet, auch nach gemeiner Art vor eine Nothwendigkeit geachtet wird (§. 506), insonderheit da im **mathematischen Sinnenconfect** unter andern Kunstexempeln eine dergleichen Aufgabe der Regel Detri gefunden wird, bey welcher der geschickte Autor die Solution vornemlich ohne die verschiedenen Sorten in die kleinsten zu resolviren begehret: Als habe bey gegenwärtiger Gelegenheit, durch gedachtes Exempel, sowol die Möglichkeit, als den wahren Grund von solcher Art Auflösungen, wie dieselben nämlich aus §. 818 und §. 824 herfließen, anzeigen, und des erwehnten Autoris Verlangen auf verschiedene Art vergnügen wollen.

§. 833. Insgemein werden bey der Division eines Bruches durch eine ganze Zahl, 2 Fälle beobachtet, die ich oben (§. 480) bereits angeführet. Es ist aber noch ein 3ter Fall zu merken, in welchem die Division des gegebenen Zählers in den Divisorem zwar nicht aufgehet, jedoch aber beyde ein gemeines Maaß mit einander haben.

ben. Hierbey kann man insonderheit, wo man durch die gegebene Kennzeichen (§. 625 sequ.) das gemeine Maaß in der Geschwindigkeit sehen kann, an stat der obigen Lehre (§. 480), sich folgendes Vortheils bedienen.

Die 113. Aufgabe.

§. 834. Einen Bruch durch eine ganze Zahl, welche des Bruchs Zähler zwar nicht gerade aufmisset (§. 249), jedoch aber ein gemeines Maaß (§. 252) mit demselben hat, mit Vortheil zu dividiren.

I. Dividiret den Zähler in das gemeine Maaß.

II. Multipliciret den Nenner mit dem Quotienten, welcher entstehet, so man den Divisorem gleichfalls in solches Maaß kleinert, so kommt der begehrte Zähler und Nenner sofort in ihrer kleinsten Verhältniß.

Z. E. Es sollen $\frac{3}{35}$ in 15 dividiret werden.

Allhier siehet man durch das gegebene Kennzeichen im §. 628) gar bald, daß 35 und 15 das gemeine Maaß 5 haben. Demnach dividiret solche 35 in 5, kommt der begehrte Zähler 7. Und multipliciret die 38 nur mit 3 (als dem 5ten Theil aus 15) kommt der verlangte Nenner 114; folgends ist der gesuchte Quotient $\frac{7}{114}$.

Beweis.

Dieser ist gleich dem obigen andern Beweise des 2ten Falles (§. 480). Denn nach der daselbst gegebenen gemeinen Lehre, müßte bey gegenwärtigem Exempel der Nenner 38 mit dem ganzen Divisore 15 multipliciret werden, und also die Antwort $\frac{3}{570}$ seyn. Indessen siehet man allhier im voraus, weil der kommende neue Nenner in seinen Factorem 15 allerdings theilbar ist (§. 271),

daß

daß er auch in das Maaß von solchem Factore (als 5) theilbar seyn müsse (§. 544). Nun hat der gegebene Zähler, vermöge der Aufgabe, eben dieses Maaß (5); demnach ist man voraus versichert, daß der nach solcher gemeinen Art kommende Bruch ($\frac{3}{5}\frac{5}{7}\frac{5}{0}$) in solches Maaß (5) zu kleinern seyn würde (§. 384). Folglich thut man ja kürzer (§. 278), wenn man den gegebenen Zähler sofort in solches Maaß 5 kleinert, und den Nenner 38 nur mit $\frac{1}{5}$ aus 15, das ist mit 3 multipliciret. Gleiche Beschaffenheit hat es auch mit andern dergleichen Exempeln.

§. 835. Noch ein Exempel von einer vermischten Zahl. Es sollen $1\frac{2}{2}\frac{0}{0}\frac{5}{4}\frac{}{8}$ in 6, das ist (nach Anzeigung §. 483 N°. 3) $\frac{2}{2}\frac{2}{0}\frac{5}{4}\frac{3}{8}$ in 6 zu dividiren. Allhier siehet man aus dem gegebenen Kennzeichen im §. 626, daß der Zähler 2253 mit dem Divisore 6 das gemeine Maaß 3 habe. Derowegen multipliciret den Nenner 2048 nur mit 2 (als mit $\frac{1}{3}$ aus 6), und kleinert hingegen den Zähler 2253 in 3, kommt der begehrte Quotient $\frac{7}{4}\frac{5}{0}\frac{1}{9}\frac{}{6}$.

§. 836. Gleichergestalt werden insgemein bey der Division eines Rests in benamten Zahlen nur 2 Fälle angemerket, die ich oben §. 226 und 227 erkläret, nämlich 1.) wenn der Divisor eine andere Zahl, als die Anzahl der kleinern Sorten ist, so viel derer auf eine Einheit des Rests gehen; und 2.) wenn der Divisor eben so viel ist. Es giebt aber noch einen dritten Fall zu merken, in welchem der Divisor zwar nicht eben so viel, jedoch aber mit der gedachten Anzahl ein gemeines Maaß hat. Und hierzu dienet folgender Vortheil.

Die 114. Aufgabe.

§. 837. **Einen Rest in benamten Zahlen von welchem der Werth einer Unität desselben**

ben aus einer solchen Anzahl kleiner Sorten bestehet, die mit dem Divisore ein gemeines Maaß haben, mit Vortheil zu dividiren.

I. Kleinert solche Anzahl gegen den Divisorem in das gemeine Maaß.

II. Procediret nach Anzeigung §. 226, nämlich, multipliciret den Rest mit der gekleinerten Anzahl, und dividiret das kommende in den gekleinerten Divisorem.

Z. E. Wenn der Rest ist 29 fl. und der Divisor 354, so kleinert die Anzahl 30 gegen den Divisorem 354 in 6 (§. 629), kommen 5 und 59. Demnach multipliciret den Rest 29 nur mit 5, und dividiret die kommenden 145 in 59, kommt der gesuchte Quotient $2\frac{7}{59}$ fl.

Beweis.

Denn solchergestalt kommt das Product von dem Rest eben um so vielmal kleiner, weder das Product, welches kommen müßte, wenn er mit der ganzen Anzahl multipliciret werden sollte, als das gemeine Maaß Unitäten hat (§. 276); als beym gegebenen Exempel kommt das Product 5 mal kleiner. Wenn nun der Divisor ebenfalls um so viel (in 5) gekleinert wird, und die Division in den gekleinerten Divisorem angestellet wird, so muß allerdings der verlangte Quotient kommen (§. 293).

§. 838. Solchergestalt hat man zuweilen den Vortheil, daß man den Rest gar nicht multipliciren, sondern nur so fort dividiren darf; welches denn geschiehet, wenn die Anzahl der kleinen Sorten, so viel deren auf eine Unität des Rests gehen, selbst das gedachte gemeine Maaß abgiebt.

Z. E. Wenn der Divisor zu einem Reste an fl. ist 60,

90 oder 120, welche Zahlen in 30 theilbar; so dürfet ihr solchen Divisorem in 30 kleinern, und demnach den Rest nur sofort in den gekleinerten Divisorem 2, 3 oder 4 ꝛc. dividiren, so kommt der Quotient in ℋ.

§. 839. Also kommt es auch, daß man zuweilen einen Rest nur multipliciren darf, welches geschiehet, wenn der Divisor das erwehnte gemeine Maaß ist.

Z. E. Wenn zu einem Reste an fl. der Divisor ist 2, 3, 5, 6, 10 oder 15, welche Zahlen die Maaße von 30 sind? so dürfet ihr nur die 30 in selbigen Divisorem dividiren, und also den Rest mit dem kommenden multipliciren. (Nota. Dieser Satz ist auch aus §. 278 klar).

§. 840. Es ist aber zu merken, daß dieser vorhin (§. 837) angewiesene Vortheil nur in solchem Falle schlechterdings anzubringen, wenn in dem Dividendo nebst dem Reste der größern Sorten keine kleineren Sorten stehen. Wenn aber kleinere Sorten darbey stehen; als wenn beym gedachten Exempel (ibid.) nebst den 29 fl. noch 17 ℋ stehen, so müssen die 29 fl. wirklich mit 30 multipliciret und zu ℋ gemachet werden, damit die 17 darzu genommen werden mögen (§. 491).

§. 841. Jedoch wenn die beystehenden kleineren Sorten ebenfalls in solches Maaß theilbar sind, so kann der erwehnte Vortheil dennoch angebracht werden, nur allein, daß man solche kleineren Sorten ebenfalls kleinern, und die kommende kleinere Anzahl zu dem Product nehmen müsse. Z. E. wenn der Rest 29 fl. 24 ℋ, und der Divisor 354 ist; so kleinert die Anzahl der ℋ, nämlich 30 gegen 354, wie auch die beystehenden 24 ℋ in 6; folgends multipliciret, wie vorhin gedacht, die 29 fl. mit 5, und nehmet an stat 24 ℋ nur 4 (als den 6ten Theil

aus

aus 24 ℔) darzu, kommen 145 + 4, oder 149, in 59 zu dividiren; und ist demnach der Quotient $2\frac{3}{5}\frac{1}{9}$ ℔.

Von den Vortheilen im Resolviren der Brüche.

Die 115. Aufgabe.

§. 842. Wie die Brüche mit Vortheil zu resolviren.

Nachdem oben zum öftern schon gewiesen worden, daß einen Bruch zu resolviren, oder solchen mit dem Werthe des gegebenen Ganzen zu multipliciren, einerley sey; so können auch die vorhin angezeigten Vortheile der Multiplication, eben so wol, wie derselben allgemeine Regeln (§. 458), auf die Resolution appliciret und solchergestalt öfters ein Vortheil erlanget werden. Demnach brauchet es allhier nichts mehr, als nur solches durch Exempel zu erklären.

N°. 1. $\frac{3}{4}$ fl. zu ℔ zu machen, das ist $\frac{3}{4}$ aus oder mal 30 ℔. Weil nun bey diesem Bruche zwischen dem Zähler und Nenner nur 1 differiret, und also zum Ganzen just $\frac{1}{4}$ manquiret, so verfahret nach Anzeigung §. 728. N°. 1. oder vielmehr §. 731. N°. 2. Also:

30 ℔

4) ÷ $7\frac{1}{2}$

Antw. $22\frac{1}{2}$ ℔.

N°. 2. $\frac{5}{8}$ ℔ in Loth zu resolviren, das ist $\frac{5}{8}$ aus oder mal 32 Loth.

Allhier könnet ihr euch der addirten Zerstreuung nach

Anzeigung §. 757, insonderheit §. 770 bedienen, wie folget:

$\frac{5}{8}$ aus		32 Loth
4	$\frac{1}{2}$ aus 8	16
1	$\frac{1}{4}$	4
		Antw. 20 Loth.

§. 843. Auf gleiche Weise kann man bey den oben §. 416 angeführten Fällen öfters mit Vortheil verfahren.

Z. E. N°. 1. Wie viel Unitäten sind $\frac{3}{5}$ aus 169 Unitäten? Allhier procediret wie vorhin §. 842. N°. 1. Also:

169

3)÷ $56\frac{1}{3}$

Antw. $112\frac{2}{3}$

N°. 2. Wie viel betragen $\frac{1}{3}\frac{9}{2}$ aus 3874? Allhier verfahret wie vorhin (ibid.) N°. 2. Also:

$\frac{1}{3}\frac{9}{2}$ aus		3874
16	$\frac{1}{2}$ aus 32	1937
2	$\frac{1}{8}$	242 $\frac{1}{8}$
1	$\frac{1}{2}$	121 $\frac{1}{16}$
		Antw. 2300 $\frac{3}{16}$

§. 844. Die vorhin gedachte 1ste Art kann auch bey solchen Brüchen mit Vortheil angebracht werden, deren Nenner schon große Primzahlen sind.

Z. E. $\frac{7}{7}\frac{8}{9}$ fl. zu ℋ zu machen; so subtrahiret $\frac{1}{7}\frac{1}{9}$ aus 30 ℋ von 30 ℋ. Also:

30

79)÷ — $\frac{3}{7}\frac{0}{9}$

Antw. $29\frac{4}{7}\frac{0}{9}$ ℋ.

Item

Item $\frac{78}{79}$ aus 129, stehet also:

129

79)÷ $1\frac{50}{79}$

Antw. $127\frac{29}{79}$

Hingegen die gedachte 2te Art, kann bey dergleichen Brüchen, wo der Nenner eine Primzahl und größer als 11 ist, keinesweges mit Vortheil angebracht werden; wie hiervon oben §. 785 bereits gedacht worden.

Von den Vortheilen in der Regel Detri.

§. 845.

Allhier kommen wir gleichsam zu dem Sammelplatz der meisten vorhin erwehnten Vortheile, indem diese so wol als die Regel Detri selbst vornemlich auf die Gleichförmigkeit der Verhältnisse sich gründen. Und da man in der Practica nicht auf allgemeine Regeln, welche nämlich auf alle vorkommende Fälle bequem zu appliciren sind, zu sehen hat (§. 520); so sollen allhier nebst der allgemeinen Hauptregel (§. 338) noch andere 2 besondere Regeln, welche gleichwol in gewissen Fällen gute Dienste thun können, angewiesen, und diese 3 durch 3 besondere Aufgaben, wie folget, erkläret werden.

Die 116. Aufgabe.

§. 846. **Wie allerhand Exempel der Regel Detri nach der Hauptregel (§. 331), jedoch nach Bewandniß der Zahlen mit Vortheil zu solviren.**

I. Merket daß A, als Divisor in der Regel Detri, ent-

weder eine einzig benamte ganze (§. 506) oder doch eine solche vermischte oder mehrerley namige Zahl sey, durch welche auf eine bequeme Art mit Vortheil zu dividiren. Wo aber dieses nicht ist, so bringet sie unter einen einzigen Namen in Ganzen (§. 405).

II. Gebt Achtung, daß C keine größere Sorten habe, als A bedeutet. Wo aber dieses ist, so machet solche größere Sorten zu kleinern, und zwar nur zu solchen kleinern, als A andeutet. Denn noch kleinere Sorten können in C unverändert stehen bleiben, indem man dieselben in der Multiplication als Partes aus der größern Sorte ansehen (§. 365), und mit ihnen nach Anzeigung §. 757, und zwar insonderheit, wie solches §. 768, 769, 770, 773, 774 ꝛc. bis 780 weitläuftig erkläret worden, verfahren kann.

III. Merket entweder durch die gegebenen Kennzeichen (§. 625 sequ.) oder sonst durch eure natürliche Fähigkeit (§. 644), ob A gegen B oder C zu kleinern; und im Falle man durch solche Verkleinerung einen Vortheil haben kann (denn sonst wird die Verkleinerung nicht geachtet, wie oben §. 514 bereits erwehnet), so kleinert sie nach Möglichkeit.

IV. Also größert auch A gegen B oder C, wo es nützlich, das ist, entweder um Brüche oder kleine Sorten aus A hinwegzuschaffen (§. 499 und 501), oder so es sonst zu einem Vortheile, um etwa einen bequemern Multiplicatorem oder Divisorem zu erlangen, dienen kann. Wenn nun der Aufsatz beschriebenermaßen in Ordnung gebracht, und so viel als möglich bequem gemacht worden, alsdenn

V. procediret nach der Hauptregel (§. 331), nämlich multipliciret B mit C, und dividiret das kommende

Product

Product in A; jedoch nach Bewandniß der Zahlen bald nach diesem, und bald nach einem andern der vorhin in der Multiplication und Division angezeigten Vortheile.

Beweis.

Was das Kleinern betrifft, so ist dessen Beweis gleich dem obigen Beweise des Größerns (§. 493). Die fernere Ausführung aber gründet sich auf alles dasjenige, was von dieser Materie vorhin bereits dargethan worden.

§. 847. Damit ich aber auch alle Specialia anzeige, als nämlich in welchen Fällen zu kleinern oder zu größern sey; auch welche Brüche beyzubehalten, oder hinwegzuschaffen; desgleichen wo die eine oder eine andere Multiplications-und Divisionsart anzubringen: So folgen hiernächst allerhand Exempel, wobey das benöthigte jedesmal insbesondere angemerket werden soll. Bevor ich aber zu den Exempeln schreite, habe ich absonderlich wegen der Multiplication von B mit C, nicht undienlich zu seyn erachtet, folgende 6 Punkte zuvoraus zu setzen, als welche anzeigen, welche Multiplicationsart in jedem Falle am bequemsten zu gebrauchen sey.

I. Wenn 1) sowol B als C ganze Zahlen, oder auch 2.) solche vermischte Zahlen, wie oben hin und wieder von §. 700 bis §. 736 angeführet worden, mit welchen bequem zu multipliciren ist; so verrichtet in diesem andern Falle die begehrte Multiplication nach den daselbst, in benannten Syphis, angewiesenen Lehren; und im ersten Falle, nach den Lehren in ganzen Zahlen.

II. Wenn B allerhand kleine Sorten oder Brüche hat, und C 1.) eine einzelne Ziffer in Ganzen (worunter allhier auch 10 und 11 verstanden wird) von gleicher Art Einheiten mit A, oder 2.) eine größere Zahl über 11,

jedoch entweder durch die multiplicirte (§. 744) oder addirte Zerstreuung (§. 748) ohne viele Weitläuftigkeit zu einzelnen Ziffern zu machen ist; so bedienet euch in diesem Falle der daselbst in den angezogenen Sphis angewiesenen Multiplicationsarten; und in jenem Falle des gezeigten Processes §. 467 oder (wenn C 11 ist) §. 694.

III. Wenn C allerhand kleinere Sorten oder Theile hat, die nämlich kleinere Einheiten sind, als in A befindlich, auch B entweder eine einzelne Ziffer, oder zu einzelnen Ziffern, wie nächst vorhin (Artik. II.) erwehnet, zu machen ist, und beyde, nämlich B und C, von gleicher Art, oder gleicher Eintheilung (wie §. 753 Artik. II. und III erkläret); so könnet ihr B vor C, und wiederum C vor B ansehen (wie oben §. 507 von den allgemeinen Theilen gemeldet worden), solchergestalt die verlangte Multiplication ebenfalls wie in dem vorhergehenden 2ten Artik. angewiesen, verrichten, und nur das Product gehörigermaßen mit den Namen von B benennen.

IV. Wenn aber B allerhand kleine Sorten hat, und C 1.) eine so große ganze Zahl, welche ohne Weitläuftigkeit nicht zu einzelnen Ziffern zu machen (§. 756); oder 2.) wenn C allerhand kleinere Sorten oder Theile hat, und B auch wol nur eine ganze Zahl ist, (gleichwie vorhin im 3ten Artik. gemeldet), jedoch aber beyde, nämlich B und C, weder von gleicher Art, noch von gleicher Eintheilung; oder 3.) wenn sowol C als auch B allerhand kleine Sorten haben, es mögen übrigens dieselbe in C bequeme (wie im 1ten Artik. erwehnet), oder auch unbequeme Theile seyn: Alsdenn bedienet euch der Manier aus §. 757. Ausgenommen

V. wenn in B oder C sich solche Brüche befinden, welche ungeschickte Nenner haben (§. 785), das ist, deren

Zäh-

Zähler sich nicht in bequemere Partes zerstreuen lassen; in welchem Falle ihr dieselbe zuförderst hinweg schaffet (§. 493). Endlich

VI. wenn C aus gar zu viel Partibus bestehet, die in der Ausrechnung viele Mühe mit den Brüchen verursachen (§. 786), und ihr das Facit punktuel verlanget (denn sonst will diese Sorge wegen der Brüche nichts zu sagen haben, wie zu ersehen im §. 787 und §. 788), so bringet dieselbe um alle mühsame Weitläuftigkeit zu vermeiden, viel lieber unter den Namen der kleinsten Sorte, nach Anweisung §. 501; so erlanget ihr eine ganze Zahl, mit welcher ihr ferner nach Anzeigung der vorhergehenden Lehren verfahren könnet.

Die übrigen Observationes und alle andere Umstände wie auch sonst ein und andere Exceptiones, die bey den nächst gemeldten 6 Punkten unterweilen zu machen sind, lassen sich besser aus der Uebung selbst, als durch Regeln erlernen.

§. 848. Demnach folgen hiernächst die Exempel zur Uebung, und zwar nach den vorhin angezeigten 6 Punkten, ebenfalls in 6 besonderen Abtheilungen abgetheilet.

1ste Abtheilung,

von solchen Exempeln, welche unter den gedachten 1sten Punkt gehören.

1ster Fall,

in welchem B und C ganze Zahlen sind.

N°. 1. 32 ℔ kosten 749 fl. was 848 ℔?

8)——
4

4494
79394

Fac. 19848 fl. 15 ℋ

Allhier ist A gegen C gekleinert in 8, folgends B mit 106 multipliciret, nach Anweisung §. 174, und das kommende Product ferner in 4 dividiret, nach Anzeigung §. 215 und §. 226.

Nota. Es könnten zwar die in A gekommenen 4 gegen die in C gekommenen 106 ferner in 2 gekleinert, und also 2 und 53 herausgebracht werden: Allein es würde dieses doch keinen Vortheil abgeben. Denn eines Theils ist in 4 eben so kurz und leicht zu dividiren, als in 2 (§. 514), und andern Theils ist es vielmehr bequemer, mit 106 als mit 53 zu multipliciren.

N°. 2. 600 ℔ kosten 2052 fl. was 11 ℔?

6)600 ℔
100

6)2052 fl.
342

Fac. fl. 37|62 (3
ℋ 18|6 — oder $\frac{3}{5}$ ℋ
10

Allhier ist A gegen B gekleinert in 6 (§. 629), ferner die 342 mit C multipliciret, nach Anzeigung §. 693, und das kommende Product in 100 dividiret, nach Anweisung §. 235. N°. 2. Die restirenden 62 fl. aber sind (weil sowol der Divisor 100 als 30 ℋ in 10 theilbar) anstatt 30, nur mit 3 multipliciret, und hingegen die kommenden 186 nur in 10 dividiret worden (§. 837).

Nota. Ob wol die gekommenen A und B, nämlich 100 und 342 ferner in 2 zu kleinern sind, so wird solches doch deswegen unterlassen, weil 100 der bequemste Divisor ist (§. 235).

N°. 3.

N°. 3. 966ø ℔ kosten 148ø fl. was 161 ℔?

7)——— 2)——— 7)———
138 74 23
2)——— ——— 23)———
69 Fac. 24⅔ fl. 1
23)———
3

Allhier ist A gegen B erstlich in 10 (§. 634) gekleinert, das ist beyderseits die 0 zur Rechten hinweggestrichen worden. Ferner siehet man gar leicht, entweder durch das Kennzeichen §. 630, oder durch einen kleinen Ueberschlag in Gedanken (§. 631), daß A gegen C in 7 zu kleinern, so sind dieselben in 7 gekleinert worden. Weiter ist A gegen B in 2 (§. 625), und ferner, weil auch nur ein wenig geübter gar bald sehen kann, daß 69 in 23 aufgehen (§. 644), abermal A gegen C in 23, gekleinert worden; so hat man endlich den Aufsatz 3 = 74 = 1. Folgends sind die 74 in 3 dividiret, kommt das begehrte Facit 24⅔ fl. (§. 358).

Nota. Dieses ist das Exempel, welches oben §. 494. N°. 6 zu finden.

N°. 4. 2635 Last kosten fl. 289710 ... was 625 Last?

5)——— 8)——— 5)———
527 3621375 125
——— 459...
Fac. 6871 fl. 20ß 6$\frac{438}{527}$ ℌ 377..
88.
———
Rest 358 (30
10740 ℋ
———
Rest 200 (18
3600 ℌ
———
Rest 438

Allhier

Allhier ist A gegen C gekleinert in 5 (§. 628). Ferner ist B mit 125 multipliciret nach Anzeigung §. 700, sonderlich N°. 10, und das Product durch 527 dividiret nach Lehre §. 243. Mit den Resten aber ist, wie §. 226 gelehret, procediret worden.

N°. 5. 56 Stein kosten 110 fl. was 73, Stein?

Fac. $143\frac{1}{2}\frac{1}{8}$ fl.

8030
24..
19.

Rest 22

Allhier ist C mit B (indem 110 ein bequemer Multiplicator als 73) multipliciret, nach Anzeigung §. 693 N°. 2, und also die Berechnung unter C gesetzet worden (§. 354). Und eben deswegen, weil mit 110 leichter als mit halb 110 oder 55 zu multipliciren ist, so werden sie gegen A nicht, wie sonst, in 2 gekleinert. Ferner ist das kommende Product in A dividiret nach Anweisung §. 243. Mit dem Reste aber ist wie §. 225 gelehret, verfahren worden.

Nota. Zwar könnte man A in 7 mal 8 (§. 802) zerstreuen; allein bey gegenwärtigem Falle, will solcher Vortheil der multiplicirten Zerstreuung nichts zu sagen haben (§. 804).

N°. 6. 16 ℔ 16 Schott
oder $16\frac{2}{3}$ ℔ = 657 (8 fl. = 88 ℔?

5256 (8
57816 (11
3468|96 (6
28|8|$\frac{4}{5}$ (3
10|

Fac. fl.
℔ =

Allhier

Allhier ist B mit C multipliciret, nach Anzeigung §. 739, und das kommende Product in A (weil $16\frac{2}{3} = \frac{1}{6}$ aus 100) dividiret, nach Anweisung §. 805. Der Rest aber ist (wie vorhin bey N°. 2) an stat 30 nur mit 3 multipliciret, und hingegen an stat 100 nur in 10 dividiret worden.

Nota. 1. Dieses Exempel kann auch wie folget aufgelöset werden:

16⅔ ℔ = 657 fl. = 88 ℔?

657 (6
3942 (8
31536 (11
3468|96 wie vorhin.
100

Fac. fl. 3468|96

Dieser Proceß ist gleich dem vorigen, indem in beyden Ausrechnungen, das Product aus den Factoribus 657, 8, 11 und 6 (denn an der Ordnung, ob man erstlich mit 8 oder 6 multipliciret, lieget nichts, wie schon §. 163 gemeldet) in 100 dividiret worden. Nur allein daß diese Berechnung aus einem andern Grunde hergeleitet wird, indem allhier A gegen B sofort anfangs mit Fleiß mit 6 gegrößert worden, um den bequemen Divisorem 100 zu erlangen. Indessen ist zu merken, wenn man in dergleichen Fällen ja dieser Solution durch die Vergrößerung sich bedienen will, daß man wohl wahrzunehmen habe, welches Glied man gegen A größern solle, nämlich B oder C, damit man nicht in unnöthige Weitläuftigkeit gerathen möge. Und eben dieser Ursache wegen ist allhier B und C (als welches vorhin ein bequemer Multiplicator ist nach Anweisung §. 739) gegen A gegrößert worden, weil sonst die Ausrechnung in etwas weitläuftiger kommen müßte.

Nota 2.

Nota. 2. Zwar wenn man den Bruch $\frac{2}{3}$ hinwegschaffen will, darf man die Vergrößerung nur mit 3 verrichten (§. 449 und §. 493); allein es wird allhier die Vergrößerung deswegen lieber mit 6 angestellet, um solchergestalt den bequemern Divisorem 100 zu erlangen.

N°. 7. 22 ℔ 16 Loth
oder $22\frac{1}{2}$ ℔ = 997 fl. = ℔ 857 ...

854429 (4
3417716
90)
Fac. 37974 fl. 18 gr 12 ₰.

Allhier ist C mit B multipliciret, nach Anzeigung §. 707 N°. 2, und das kommende Product in A (weil $22\frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ aus 90) dividiret, nach Anweisung §. 807. Die restirende 56 fl. aber sind, (weil der Divisor 90 in 30 gerade aufgehet, und also 3 mal so groß ist) ohne Multiplication, und sofort nur in 3 dividiret worden (§. 838), durch welche Division denn die 18 gr 12 ₰ gekommen.

Nota. Will man allhier sich des Vergrößerns bedienen, so hat man eben dasjenige zu merken, welches beym nächst vorigen Exempel N°. 6 erinnert worden. Solchemnach verrichtet man allhier die Vergrößerung, weil B vorhin ein bequemer Multiplicator ist, lieber an C, und zwar nicht nur mit 2, sondern mit 4, damit man den Divisorem 90 erlanget, welcher bequemer als 45 ist, wie folget:

$22\frac{1}{2}$ = 997 fl. = 857

——(4 ——(4

90 3428...

3417716

90)——————

Fac. 37974 fl. 18 ß 12 ₰,
wie vorhin.

N°. 8. 3 fl. geben 5 Timpfen, was fl. 3791.

——(2 ——(2 ————

6 10 Fac. 6318 $\frac{1}{3}$ Timpfen.

Nota. Ob wol in diesem Exempel lauter ganze Zahlen stehen, und also nicht nöthig wäre, dieselben zu grössern, so wird A gegen B dennoch deswegen mit 2 gegrößert, damit in B der bequemste Multiplicator 10 (§. 159) komme; zumal da A, als der Divisor, gleichwol nur eine einzelne Ziffer bleibet, die folgends eben so bequem als vorhin (§. 514). Demnach darf man an C nur einen Punkt machen (§. 173), und ferner in 6 dividiren.

N°. 9. 5 Timpf. geben 3 fl. was 8237 Timpfen?

——(2 ——(2 ————

10 6 Fac. fl. 4942/2

—— oder $\frac{1}{5}$.

10

Allhier ist aus nächst vorher erwehnter Ursache A gegen B mit 2 gegrößert; ferner C mit 6 multipliciret, und in 10 dividiret.

N°. 10. 15 Loth kosten fl. 7676, was 3 ℔ 5 Loth?

——(2 ——(32

15352 101 Loth

30)——————

Fac. 511 fl. 22 ß.

Allhier

Allhier ist in C zwar eine mehrerley namige Zahl gegeben, allein weil selbige (vermöge des II. Artikels in §. 846) zu Loth gemachet, und also unter einen einzigen Namen gebracht werden müssen, so gehöret dieses Exempel hierher in die 1ste Abtheilung: Folgends ist B mit C multipliciret, nach Anzeigung §. 176, und das Product in A dividiret nach Anweisung §. 807.

Nota 1. Man könnte zwar die 15 in 3 mal 5 zerstreuen (§. 802): Allein man bedienet sich bey gegenwärtigem Falle absonderlich deswegen der Methode aus §. 807, weil solchergestalt der Divisor 30 kommt; und da ein restirender fl. ebenfalls 30 ℋ hat, so kann man den Rest 22 sofort unter den Namen ℋ, ohne einige Berechnung hinschreiben (§. 227).

Nota 2. Also auch könnte man die 30 in A durch das Größern mit 2 erlangen; allein es würde dadurch die Multiplication, die sonst ganz bequem ist (§. 176), desto unbequemer kommen, wenn man B oder C größern sollte.

N°. 11.

166 Last 29 Scheffel = 39576 fl. = 4 Last 35 Sch.?

166 (60 — 9989

39576 (1100 — 43533600

4) 43533600

10883400	
11968	11
Fac. fl. 10895379	(30
ℋ = 16 1370	
1176	
15469989 ℋ	

4 (60 — 275

Allhier

Allhier ist zwar in C keine größere Sorte gegeben, als in A: Allein, weil A allhier aus verschiedenen Sorten bestehet, und aber kein solcher bequemer Divisor ist, wie in den vorigen Exempeln N°. 6 und 7, folgends zu Scheffeln gemacht werden muß (§. 846 Artik. I.); so müssen auch die Lasten in C zu Scheffeln gemacht werden (ibid. Artik. II). Demnach ist ferner B mit C multipliciret nach Anzeigung §. 717. N°. 4, und das kommende Product in A dividiret nach Anweisung §. 810 N°. 3,

Nota. Auch hier könnte man sich des Größerns mit 4 bey A und C (wenn selbige erst zu Scheffeln gemachet) bedienen, wodurch C zu einem desto bequemern Multiplicatore 1100 gemachet werden könnte: Allein es würde auf solche Weise A ein desto unbequemerer Divisor werden.

N°. 12. 112 ℔ 16 Loth
oder $112\frac{1}{2}$ ℔ kosten 471 fl. was 4993 ℔?

(5000
2355000
(÷ 7fach.
2351703
9)÷ 261300$\frac{1}{3}$

Fac. fl.			
20904	○ $2\frac{2}{3}$	$\frac{8}{300}$	$7\frac{2}{5}$
	100		

Allhier ist B mit C multipliciret nach Anzeigung §. 726, und das Product in A dividiret nach Anweisung §. 825 N°. 1.

Nota. Man könnte allhier A gegen B auch anfangs gleich mit 8 größern, damit der bequeme Divisor 900 komme (wie vorhin bey N°. 6 Nota. 1. gezeiget worden): Allein eben diejenige Ursache, welche oben (§. 826) erwehnet worden, findet auch allhier statt.

N°. 13. 240 ℔ kosten fl. 9487 ... was 1253 ℔?

1185875.
28461
11887211
6) 1981201 5/6
40) ———
Fac. fl. 4953 0 1 1/2 4 0

Allhier ist B mit C multipliciret, nach Anzeigung §. 746 N°. 7, und das kommende Product (weil es nicht, wie vorhin in N°. 5 eine kleine Zahl ist) lieber nach der multiplicirten Zerstreuung, nach Anweisung §. 803 N°. 2, in A dividiret.

N°. 14. 375 Stücke = 1923 fl. = 4579 ... St.

421268.
13737
88054 17
5) ÷ 1761083 2/5
———
7044333 3/5
306) ———
Fac. fl. 23481 1/1 168/500 1/2 14/15

Allhier ist C mit B multipliciret, nach Anzeigung §. 746 N°. 13, und das kommende Product in A dividiret, nach Anweisung §. 827 N°. 2.

Nota. 1. Daß man diese Division auch nach Anzeigung §. 822. N°. 2. anstellen könnte, ist daselbst klar zu ersehen. Demnach habe allhier nur dieses noch anmerken wollen, nämlich, daß ihr bey gegenwärtigem Exempel A gegen C mit 4 größern könnet. Und obgleich auf solche Weise der kommende Divisor 1500 aus mehr, als nur einer bedeutlichen Ziffer bestehet: so ist derselbe dennoch

bequem,

bequem, weil 15 aus 3 mal 5 componiret ist, folgends 1500 aus 3 mal 500, und kommt demnach die Ausrechnung, als folget:

375 = 1923 = 4579

375 (4 — 4579 (4

1500 — 18316...

1685072.

54948

35221668

3) 11740556

500) —————

23481 $\frac{56}{300}$ | $\frac{14}{125}$, wie vorhin.

Diese Solution ist zwar eben so kurz, als die erste, wie auch die vorhin erwehnte nach §. 822: allein es werden diese beyde aus der oben in §. 821 und §. 826 gegebenen Ursache vor etwas leichter geachtet.

Nota. 2. Ich könnte allhier in ganzen Zahlen noch verschiedene Exempel vorstellen, bey welchen die übrigen Vortheile der Multiplication aus §. 746 angebracht werden können, wenn ich dieselbe, um unnöthige Weitläuftigkeit zu vermeiden, nicht mit Fleiß hätte übergehen wollen.

2ter Fall,

in welchem B, oder auch C kleine Sorten haben, so aber bequem zu multipliciren sind.

N°. 15. 7℔ kosten fl. 209 : 30 : 22ℋ 9₰, was 875 ℔?

7) —— 7) ——

1 Fac. 26218 fl. 22ℋ 9₰ 125

Nämlich, wenn ihr die oben (§. 697 Tab. I. specificirte Theile aus 10, 100 und 1000 innen habt, so könnet ihr eben auf die Weise, wie in der Anmerkung §. 819 angezeiget worden, sofort wissen, daß der bequeme Multipli-

cator 125 sey $\frac{1}{7}$ aus 875. Und da allhier A gleichfalls in 7 aufgehet, so ist dasselbe gegen C in 7 gekleinert, und also B, nämlich die 209 fl. 22ℋ 9₰, welche gleich sind $209\frac{3}{4}$ fl. mit 125 nach Anzeigung §. 702 multipliciret worden. Indessen ist das verkleinerte A allhier 1; derowegen ist das gefundene Product zugleich auch das verlangte Facit (§. 358).

Nota. 1. Ihr könnet dieses Exempel eben wie vorhin, jedoch aber aus einem andern Grunde solviren, nämlich, wenn ihr wisset, daß A und C in 7 aufgehen, so könnet ihr beyderseits den 7ten Theil addiren, das ist, beyde mit $1\frac{1}{7}$ größern (§. 454): Mithin erlanget man in C den bequemen Multiplicatorem 1000, und in A kommen 8, in welche eben so bequem, als in die gegebene 7 zu dividiren ist (wie §. 514 bereits erwehnet worden), welchergestalt die Ausrechnung, als folget zu stehen kommt:

7 ℔ kosten fl. 209 7 5 0 22ℋ 9₰, was 875 ℔?

7)+ 1 — Fac. 26218 fl. 22ℋ 9₰ — 7)+ 125

8 — 1000

Nota. 2. Obgleich in diesem Exempel B eine mehrerley namige Zahl ist, so wird sie doch wie eine einzigbenamte ganze Zahl tractiret, weil 209 fl. 22ℋ 9₰ = $209\frac{3}{4}$ fl. welche eben sowol, als eine einzigbenamte ganze Zahl mit 125 oder 1000 gar leicht zu multiplicieren sind (§. 702); und derowegen gehören dergleichen Exempel ohne Anstoß hieher in die 1ste Abtheilung.

N°. 16 14 ℔ 8 Loth kosten fl. 359 ☉ 21 ℊ, was 48 ℔?

(2 (2

29 345 31 $\frac{2}{10}$ fl. od. 6 ℊ 96

Fac. 1190 fl. 21 $\frac{2}{2}\frac{7}{9}$ ℊ 5...

26..

21

(30

636

5.

27

Nämlich, weil allhier A kein so bequemer Divisor ist, wie in vorigen Exempeln (N°. 6 und 7), so bringet man dasselbe (vermöge Artik. I. §. 846) unter einen einzigen Namen; jedoch, weil 8 Loth = $\frac{1}{2}$ ℔, so machet man solches A nicht zu lauter Loth, sondern nur zu halben ℔. Demnach größert man C ebenfalls mit 2 (§. 493). Indessen ist B 359 fl. 21 ℊ = 359 $\frac{7}{10}$ fl; derowegen multipliciret man solche mit 96 nach Anzeigung §. 708, und dividiret ferner das Product in 29 nach Anweisung §. 243.

N°. 17. 10 ℔ kosten 145 fl. 28 ℊ 9 ₰, was 23 ℔?

ist 146 ÷ 1 $\frac{1}{2}$ ℊ

438 23 mal 1 $\frac{1}{2}$ ℊ ist 1 fl. 4 $\frac{1}{2}$ ℊ

292

Fac. fl. 335 | 6 25 $\frac{1}{2}$ ℊ

(30

ℊ = 20 | 5 $\frac{1}{2}$ ℊ

10 | $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{0}$

Allhier hat B zwar allerhand unbequeme kleine Sorten; allein, weil dieselbe sehr nahe an einen ganzen fl. so multipliciret man solche mit C nach Anzeigung §. 711. Ferner ist das Product in A dividiret nach Anweisung §. 491 N°. 10.

N°. 18. 7 Stück kosten 12ℳ, was 4639 Stück?

4639

fl. 1855|6 — oder 18ℳ
10

Facit fl. 265 = $2\frac{4}{7}$ℳ

Allhier ist B zwar nur kleine Sorten; allein, weil sie just $\frac{4}{10}$fl. (wiewol es auch als $\frac{2}{5}$fl. angesehen werden könnte, wenn es nicht der Kürze wegen lieber vor $\frac{4}{10}$ anzunehmen wäre, wie §. 721 bey N°. 2 bereits angemerket worden) mit welchen leicht zu multipliciren, so tractiret man dieselbe, als eine ganze Zahl in fl. Demnach ist C mit B multipliciret, nach Anzeigung §. ejusd. und das Product in A dividiret, nach Anweisung §. 483 oder §. 491.

N°. 19. 3 ℔ kosten 79 fl. 25 ℳ, was 286 ℔?

(80
22880
6)÷ $47\frac{2}{3}$

$22832\frac{1}{5}$ oder 10ℳ

Fac. fl. 7610$\frac{7}{9}$ oder $23\frac{1}{3}$ℳ

Nämlich, weil 79 fl. 25 ℳ = 80 ÷ $\frac{1}{6}$ fl. so multipliciret C mit B, nach Anzeigung §. 728, und dividiret das Product ferner in A.

N°. 20.

N°. 20. 11 Schock = fl. 43 2 s 7 ℋ 9 ₰ = 87½ Sch.?

8) ÷ 540 ⅝

3784 ⅜ oder 11 ℋ 4½ ₰

Fac. fl. 344 ⅜⅜ oder 1 ℋ — ½ ⅜ ₰

Allhier ist zwar B eine mehrerley namige, und C eine vermischte Zahl; gleichwol können selbige als einzigbenamte ganze Zahlen tractiret werden, indem 43 fl. 7 ℋ 9 ₰ gleich sind 43¼ fl. welche mit 87½, nach Anzeigung §. 732, multipliciret, und ferner das Product, nach Anweisung §. 801, in A dividiret.

N°. 21. Vor 100 fl. kommen 129 ℔, was vor 27 ℋ?

Fac. ℔ 1 | 1 6 1/10 | 161/1000
100

Allhier ist C zwar eine kleinere Sorte, als A; allein, weil 27 ℋ = 1 fl. ÷ 1/10, so ist B mit C, nach Anzeigung §. 731 N°. 3 in Nota, multipliciret, und demnach dieses Exempel hieher in die 1ste Abtheilung gebracht worden.

N°. 22.

93 Stein = 329 fl. 10 ℋ = 854 . . . Stein?

3) ——

284666⅔ das 333⅓fache.

2812 | 50⅔ (÷ 4fache.
196 | 84
13 | 72
| 91
2 | 97
| 14

Fac. fl. 3024 | 18⅔ | 56/279
93

Allhier ist C mit B multiplicirет, nach Anweisung §. 735 N°. 3. und das Product in A dividiret nach Anzeigung §. 810 N°. 5.

N°. 23. 11 Dußet kosten 237 fl. 15 ℋ, was 525 Dußet?

(600

142500

8)÷ 17812½

124687½

Fac. 11335 fl. 6 11/11 ℋ.

Allhier ist B mit C multipliciret, nach Anzeigung §. 731 N°. 10, und das kommende Product in A dividiret, nach Anweisung §. 801.

N°. 24. 87 Kl.St. 12 ℔

oder 87½ Kl.St. 248 fl. 49 1/2 ℒ 4 St. 18 ℔?

(5

2459750

4)

614937½ das 250fache.

(÷ 2fache.

610018

7)+ 87145 3/7

Fac. fl. 6971 | 63 3/7 | 444 | 111

100 | 700 | 175

Weil allhier die 87½ Stein, oder 87 Stein 12 ℔, in A ein bequemer Divisor sind, indem 87½ = 100 ÷ 12½ = 100 ÷ 1/7 aus 87½, so hat man (wie vorhin N°. 6 und 7) nicht nöthig, denselben zu halben Steinen, vielweniger zu ℔ zu machen; derowegen wird C (besage des II. Artik. §. 846) auch nur zu lauter Steinen gemachet, so kommen 2459 St. 18 ℔. Diese mit B multiplici-

ret,

ret, nach Anweisung §. 736 (weil 248=($\frac{1}{4}$ aus 1000) ÷2, und 2459 St. 18 ℔ = 2459$\frac{3}{4}$ St.), und das kommende Product in A dividiret, nach Anzeigung §. 818.

Nota. Warum aber diese Auflösung leichter heiße, als wenn man A gegen C mit 8 größern sollte, solches ist vorhin in N°. 12 bereits angemerket worden.

N°. 25.

3 Sch℔. 2 ℥℔. 5 ℔. = 8357 fl. 10 gr = 2 Sch℔. 2 ℥℔. 3 ℔?

62 (20
372 (16
997 ℔

5014400
8) + 626800
5641 | 200
16 | 923
48
Fac. fl. 5658 | 171
3
174 (30
gr = 5 | 220
15
$\frac{2}{9}\frac{3}{9}\frac{5}{7}$ gr

42 (20
252 (16
675 ℔

Allhier ist, nachdem A und C zu lauter ℔ gemacht, B mit C multipliciret, nach Anzeigung §. 746 N°. 8 und das kommende Product in A dividiret, nach Anweisung §. 810 N°. 2.

2te Abtheilung,

Von solchen Exempeln, welche unter den 2ten Punkt gehören.

1ster Fall,
in welchem C eine einzelne ganze Ziffer, oder auch 10 oder 11 ist.

N°. 26. 100 ℔ kosten 379 fl. 14 ß 6 ₰, was 7 ℔?

Fac. fl. 26 | 56 = 10 = 6

ß 16 | 90 (30
(18

₰ 16 | 26

Allhier ist B mit C multipliciret, nach Anzeigung §. 467, und das Product in A dividiret nach Anweisung §. 491 N°. 10.

N°. 27. 7 ℔ kosten 8 Thl. 17 Gß 9½ ₰, was 10 ℔?

837 = 9 = 11

Fac. 119 Thl. 15 Gß 1 4/7 ₰

Allhier ist B mit C multipliciret, nach Anweisung §. 467 N°. 14, und das Product in A dividiret, nach Anzeigung §. 491.

N°. 28. 6 ℓ kosten 453 fl. 15 ß 7 ¾ ₰, was 11 ℓ?

4988 = 19 = 13 ¼

Fac. 831 = 13 = 5 5/24

Allhier ist B mit C multipliciret, nach Anzeigung §. 694, und das Product in A dividiret, nach Anweisung §. 491.

N°. 29. 5 Schff. = 241 fl. 16 ß 8 7/16 ₰, = 2¾ Schff?

—(4
20

2657 = 1 = 2 13/16

—(4
11

Fac. 132 fl. 25 ß 10 ½ 3/10 ₰ 17

—(30
511

11

—(18
200

Nämlich,

Nämlich, weil allhier C durch die Vergrößerung dennoch nicht über 11 kommt, so größert A gegen C mit 4. Demnach ist B mit C multipliciret nach Anzeigung §. 694, und das Product in A dividiret nach Anweisung §. 491 N°. 11.

Nota. Unter diesem 1sten Falle der 2ten Abtheilung könnte ich auch Exempel beybringen, in welchen B nur aus kleinen Sorten oder Theilen bestehet; allein es ist deren Ausrechnung ganz gleich dem Proceß der nächst vorhin gedachten Auflösung. Als, wenn das nächst vorige Exempel heißen sollte; 5 geben 16 ℔ 8 $\frac{7}{16}$ ℛ, was $2\frac{3}{4}$? so würde man die Multiplication eben wie vorhin geschehen, nach Anzeigung §. 694 zu verrichten, und also die völlige Auflösung gleich der vorigen, und zwar wie folget, anzustellen haben.

5 : 16 ℔ 8 $\frac{7}{16}$ ℛ : $2\frac{3}{4}$

20 (4 — 181 = 2 $\frac{13}{16}$ — 11 (4

Fac. 9 ℔ 1 $\frac{13}{320}$ ℛ.

2ter Fall,

in welchem C größer als 11, jedoch aber durch die multiplicirte oder addirte Zerstreuung zu einzelnen Ziffern zu machen ist.

N°. 30. 24 ℔ kosten 43 fl. 13 ℔ 6 ℛ, was 70 ℔?

6) 4 — 6) 7 = 7 = 4

(7 — 50 = 20 = 10

(10 — 506 = 25 = 10

Fac. 126 = 21 = 7

Allhier ist A gegen B, ob es gleich eine mehrerley namige Zahl (weil man aus §. 570 siehet, daß sie eben sowol, als 24 in 6 aufgehet) in 6 gekleinert; alsdenn das

ver-

verkleinerte B mit C multipliciret nach Anzeigung §. 744.

N°. 31. 11℔ kosten 317fl. 19ß 7 ¾ ₰, was 180 ℔?

1905 = 26 = 10 ½ — 6
5717 = 19 = 13 ½ — 3
57176 = 17 = 9 — 10

Fac. 5197 = 26 = $2\frac{5}{11}$

Allhier ist B mit C multipliciret nach Anzeigung §. 744 N°. 6, und das Product in A dividiret, nach Anweisung §. 801.

N°. 32. 24 ℔ kosten 43 fl. 13 ß 6 ₰, was 71 ℔?

6)— 6)—— ——
4 — 7 = 7 = 4 — 7
8Ø = 2Ø = 1Ø — 10+1
506 = 25 = 10
514 = 2 = 14

Fac. 128 = 15 = 12½ ₰

Dieser Proceß ist gleich dem Proceß N°. 30, in welchem die 70 in 7mal 10 zerstreuet worden; allein, weil C allhier 71 ist, so wird das Einfache zu dem 70fachen addirt, eben auf die Art, wie §. 748 zu dem 64fachen das 1fache addiret worden.

N°. 33. 24 ℔ kosten 43 fl. 13 ß 6 ₰, was 69 ℔?

6)— 6)—— ——
4 — 7 = 7 = 4 — 7
10÷1
50 = 20 = 10
506 = 25 = 10
499 = 18 = 6

Fac. 124 = 27 = $1\frac{1}{2}$

Dieser

Dieser Proceß ist abermal gleich dem Proceß N°. 30; allein, weil $69 = 70 \div 1$, so ist das 1fache von dem 70fachen subtrahiret worden (§. 745 N°. 3).

N°. 34. 7℔ kosten 329 fl. 14 ℊ 11 ₰, was 25℔?

1647 = 13 = 1 (5
——————(5
8237 = 5 = 5
——————
Fac. 1176 = 22 = $3\frac{2}{7}$

Nämlich, weil allhier B eine mehrerley namige Zahl von allerhand Sorten (§. 695), so lässet sich der Vortheil aus §. 702 nicht so bequem anbringen (§. 703). Derowegen ist B mit C multipliciret nach Anzeigung §. 744; ferner das kommende Product in A dividiret nach Anweisung §. 491.

N°. 35. 25℔ kosten 613 fl. 16 ℊ 6 ₰, was 276℔?

3681 = 8 = —
18406 = 10 = —
147250 = 20 = —
——————
169338 = 8 = —
——————(4

6	6
30	5 m 6
240	8 m 30

Fac. fl. 6773 | 53 = 2 = —
——————
ℊ = 15 | 92 | (30
——————
100 | $\frac{23}{25}$ ℊ

Allhier ist B mit C multipliciret nach Anweisung §. 748 oder 751, und das kommende Product in A dividiret nach Anzeigung §. 805.

N°. 36.

N°. 36. 77℔ = 645 Thl. 10 Gℊ 6 ₰ = 549 ℔?

5808	=	22	=	6
34853	=	13	=	—
348536	=	6	=	—
354345	=	4	=	6
7) 50620	=	17	=	9 $\frac{3}{7}$
11) Fac. 4601	=	21	=	37 $\frac{3}{7}$

9	9
84	6 m 9
540	10 m 54

Allhier ist B mit C multipliciret, nach Anzeigung §. 747 (wobey insonderheit der §. 751 N°. 2 Nota 2 angemerkte Vortheil, wie nämlich die 22 Gℊ ganz leicht mit 6 zu multipliciren, zu beobachten ist), und das Product (weil solches allhier nicht, wie vorhin in N°. 5 nur eine ganze, sondern eine mehrerley namige Zahl) nach Anweisung §. 802, in A dividiret.

Nota. Ihr könnet bey gegenwärtigem Exempel die Multiplication auch nach Anzeigung §. 745 verrichten, indem 549 = 550 ÷ 1, und 550 aus 5 × 11 × 10 componiret ist; wie folget:

645 Thl. 10 Gℊ 6 ₰ mit 549

3227	=	4	=	6
35499	=	1	=	6
354990	=	15	=	—
354345	=	4	=	6 das verlangte Product, wie vorhin.

5
11
10 ÷ 1

N°. 37. 10000 fl. = 671 fl. 17 ℋ 13 $\frac{7}{12}$ ℜ = 556 fl.?

3357 = 28 = 13 $\frac{1}{12}$

ℬ 𝔇 ℨ ℌ = ℵ ℬ = 𝔇 $\frac{\text{ℵ}}{\text{ℵ ℭ}}$

369375 = 15 = — $\frac{10}{121}$

Fac. fl. 37 | 3405 = 1 = 10 $\frac{1}{3}$

ℋ = 10 | 2151 (30

17208 (18

ℜ = 3 | 8728 $\frac{1}{3}$ | 10000

1	
5	5
88	11 m 5
550	10 m 55

5

$\frac{261855}{30000}$ | $\frac{52377}{60000}$ ℜ

Allhier ist B mit C multipliciret, nach Anweisung §. 747, und das Product in A dividiret nach Anweisung §. 491. N°. 10.

Nota 1. Daß ich in der Ausrechnung gesetzet $\frac{10}{12}$, und solchen Bruch nicht sofort in 2 gekleinert habe (§. 386) ist deswegen geschehen, damit die hernach zu addiren kommenden Brüche gleiche Namen haben mögen. Und eben dieser Ursache wegen wird die Verkleinerung der Brüche in dergleichen Fällen, in welchen man zu voraus weiß, daß dieselbe hernach zu addiren, oder zu subtrahiren, nicht allezeit so genau geachtet.

Nota. 2. Ihr könnet zwar die Multiplication bey diesem Exempel auch wohl nach Anzeigung §. 745 verrichten, indem 556 = 560 ÷ 4, und 560 componiret aus 7 ✕ 8 ✕ 10. Allein, weil das 4fache allererst ins besondere gesuchet werden müßte, so ist die vorige Art kürzer, als diese; wie hiervon im §. 751 N°. 1 in Not. bemerket, absonderlich im §. 750 im 3ten Artik. bereits erwehnet worden.

Nota. 3. Dasjenige, so vorhin nach N°. 29 von dem 1sten Falle dieser 2ten Abtheilung mit Nota bemerket worden, ist auch hieher zu ziehen; derowegen habe ich unnöthig erachtet, allhier

in

in dem 2ten Falle einige Exempel vorzustellen, in welchen B nur kleinere Sorten oder Theile hat.

3te Abtheilung,

Von solchen Exempeln, welche unter den 3ten Punkt gehören.

Darnit man die Erklärung dieser Art Exempel desto deutlicher sehen möge, so will ich allhier die vorigen Exempel aus der 2ten Abtheilung nur verkehrt proponiren, nämlich die Zahl aus B in C, und die Zahl aus C in B setzen, und beyde, B und C, nur mit gleichen Namen, oder mit Namen von gleicher Eintheilung benennen, so wird man klar vor Augen sehen können, daß eben derselbe Proceß, welcher vorhin angebracht worden, nicht minder auch allhier anzubringen sey.

N°. 38. Das Exempel N°. 26, will ich allhier folgendergestalt setzen:

100 fl. gewinnen 7 fl. was 379 fl. 14ℋ 6ℜ?

Fac. fl. 26|56 = 10 = 6
——(30
ℋ = 16|90
———(18
ℜ = 16|26
——

Nämlich, weil allhier B und C von gleicher Art Münze, so gilt es gleichviel, ob ich setze: fl. 100 = 7 fl. = 379 fl. 14ℋ 6ℜ? Oder 100 fl. = 379 fl. 14ℋ 6ℜ = 7 fl. (§. 507). Derowegen ist sowol der gegenwärtige Proceß, als auch das Facit selbst, ganz gleich dem Proceß und Facit N°. 26.

N°. 39. Das Exempel N°. 27 setzet also:

7 Thl. erfordern 10 ℔, was 83 Thl. 17 Gℋ 9½ℜ?

837 = 9 = 11

Fac. 119 ℔ 15 Schott 1⅘ Gr.

Nämlich

Nämlich obgleich in diesem Exempel B und C nicht von gleicher Art, indem dieses Thl. und jenes ℔ bedeutet, so sind sie doch von gleicher Eintheilung, weil beyde sowol 1 Leipziger Thl. als 1 ℔, in 24 und 12 vertheilet sind (§. 753 Artik. III.). Derowegen kann man dieses Exempel ansehen, als sollte es heißen:

7 Thl. = 83 ℔ 17 Schott 9½ Grän = 10 Thl.?.
Oder 7 ℔ = 83 Thl. 17 ßℋ 9½ ₰ = 10 ℔?

Folgends hat man allhier eben also wie in N°. 27 zu procediren, und das Facit gehörigermaßen (§. 349) nur mit den Namen ℔, Schott und Grän zu benennen; so kommt dasselbe zwar mit andern Namen, jedoch den Zahlen nach ganz gleich, wie in gedachter N°. 27.

N°. 40. Das Exempel N°. 28 setzet also:

weñ 6 £ Sterl. = 11 £ Vls., was 453 £. 15 ß 7 ¾ ₰ Sterl.?

4991 = 12 = 1 ¼

Fac. 831 £. 18 ß 8 5/24 ₰ Vls.

Nämlich weil 1 £. Sterl. und 1 £. Vls. von gleicher Eintheilung, indem beyde in 20 und 12 (das ist in 20 ß à 12 ₰) vertheilet sind; so kann man dieses Exempel ansehen, als sollte es heißen: 6 £. Sterl. geben 453 £. Vls 15 ß 7¾ ₰ was 11 £. Sterl.? Folglich ist die Ausrechnung allhier gleich dem Processe in erwehnter N°. 28, nämlich, daß man die 453 £. Sterl. 15 ß 7¾ mit 11 nach Anzeigung §. 694 multipliciret, und das Product nach Anzeigung §. 491 dividiret.

Nota. Es darf aber niemanden befremden, daß allhier das Facit nicht (wie in den nächst vorhergehenden 2 Exempeln) auch den Zahlen nach ganz gleich mit dem Facit in N°. 28 komme; gestalt ein jeder von sich selbst er-

messen kann, weil die allhier gegebenen 15 ß 7¾ ₰ ein größerer Pars sind aus 1 L. Sterl., als die oben gegebenen 15 ℳ 7¾ ₰ aus 1 fl. (indem 15 ℳ 7¾ ₰ nur etwas weniges über ½ fl. da hingegen 15 ß 7¾ ₰ mehr als ¾ L. Sterl. ausmachen), daß demnach auch das hiesige Facit, mehr als das obige seyn müsse. Indessen ist gleichwol der Proceß allhier, das ist nämlich die Rechnungsart, welcher man sich bedienet (wie vorhin gemeldet) nicht anders, als der obige Proceß.

N°. 41 Das Exempel N°. 29 setzet also:

Schff	fl. Hol.	Schff Lff	ff
auf 5 sind gewonnen	2¾, was auf	241 = 16 =	8 1 7/8
—(4	—(4	—	
20	11	2660 =	1 = 12 1 3/8
		—(16	
Fac. 133 fl. - Stüb.	1 4 1/2 0 ₰ Hol.	28 ₰	
		Rest 8	

Nämlich, weil 1 Schff und 1 fl. Hol. von gleicher Eintheilung, indem beyde in 20 und 16 (das ist jenes in 20 Lff à 16 ff, und dieses in 20 Stüber à 16 Pen.) vertheilet sind; so ist dieses Exempel eben so viel, als sollte es heißen: 5 Schff kosten 241 fl. 16 Stüb. 8 1 7/8 Pen., was 2¾ Schff? Folgends ist der Proceß gleich dem obigen Processe in N°. 29.

Nota. Warum aber das Facit allhier größer kommt, als in gedachter N°. 29, solches habe beym vorigen Exempel (N°. 40) bereits erkläret, nämlich weil 16 Lff 8 1 7/8 ff ein größerer Pars aus 1 Schff ist, als 16 ℳ 8 1 7/8 ₰ aus 1 fl. Gleiche Bewandniß hat es mit allen dergleichen nachfolgenden Exempeln.

N°. 42.

N°. 42. Das Exempel N°. 30 setzet also:

Hamb. Thl. ℔ Silb. Thl. ß Lüb.

24 sind gewonnen an 70, was 43 = 13 = 6?

6)—

4 -

6)—

7 = 10 = 3

50 = 23 = 9 (7

—(10

504 = 45 = 6

Fac. 126 ℔ 11 Kar. 4½ Gr.

Nämlich weil 1 ℔ und 1 Thl. von gleicher Eintheilung, indem beyde in 48 und 12 (das ist jenes in 48 Karat à 12 Gr. und dieses in 48 ß Lüb. à 12 ₰) vertheilet sind; so kann dieses Exempel dergestalt angesehen werden, als sollte es heißen: 24 Thl. = 43 ℔ 13 Kar. 6 Gr. = 70 Thl.? Folgends ist die Berechnung gleich der Ausrechnung in N°. 30.

N°. 43. Das Exempel N°. 31 setzet also:

£. Sterl. Livres £. ß ₰ Sterl.

Wenn 11 thäten 180, was 317 = 19 = 7¾ ?

6 1907 = 17 = 10½

8 5723 = 13 = 7½

10 57236 = 16 = 3

Fac. 5203 Livers 6 Sols 11 1/11 ₰

Nämlich weil 1 £. Sterl. und 1 Livres von gleicher Eintheilung, denn beyde in 20 und 12 (das ist jenes in 20 ß à 12 ₰, und dieses in 20 Sols à 12 ₰) vertheilet sind; so kann man dieses Exempel betrachten, als sollte es heißen: 11 = 317 Livres 19 Sols 7¾ ₰ = 180? Folgends ist die Ausrechnung gleich dem obigen Proceß in N°. 31.

N°. 44. Das Exempel N°. 32 setzet also:

£. Vls	Lire	£. ß ₰ Vls.
an 24 sind gewoñ.	71, was an	43 = 13 = 6?
6)		6)
4	7 / 10+1	7 = 5 = 7
		80 = 19 = 1
		509 = 10 = 10
		516 = 16 = 5

Fac. 129 Lire 4 Soldi 1¼ ₰

Denn 1 Lire ist eingetheilet in 20 Soldi à 12 ₰, gleichwie 1 £. Vls. in 20 ß à 12 ₰. Derowegen ist es eben so viel, als sollte dieses Exempel heißen: 24 = 43 Lire 13 Soldi 6 ₰, was 71? Folglich ist die Ausrechnung gleich der Berechnung in N°. 32.

N°. 45. Das Exempel N°. 33. setzet also:

£. Sterl.	Käys. fl.	£. ß ₰ Sterl.
Wenn 24 gewinnen	69, was	43 = 13 = 6?
6)		6)
4	7 / 10÷1	7 = 5 = 7
		50 = 19 = 1
		509 = 10 = 10
		502 = 5 = 3

Fac. 125 Kfl. 11 Kgr. 3¾ ₰

Denn 1 Kayserfl. in Schlesien ist eingetheilet in 20 Kaysergr. à 12 ₰, gleichwie 1 £. Sterl. in 20 ß à 12 ₰. Demnach ist dieses Exempel dergestalt zu betrachten, als sollte es heißen: 24 = 43 Kfl. 13 Kgr. 6 ₰ = 69? Folgends ist die Berechnung gleich dem Proceß in N°. 33.

N°. 46.

N°. 46. Das Exempel N°. 34 setzet also:

Malter ℔ Silb. Malt. Scheffel Metz.

wenn 7 so viel kosten als 25, was 329 = 14 = 11?

1649 = 9 = 7

(5

8247 = 15 = 3 (5

Fac 1178 ℔ 4 Loth $7\frac{2}{7}$ ℔

Nämlich weil 1 ℔ Silber, und 1 Malter Getrayde von gleicher Eintheilung, denn beyde in 16 und 16 (das ist jenes in 16 Loth à 16 ℔, und dieser in 16 Scheffel à 16 Metzen) eingetheilet sind; so kann man dieses Exempel ansehen, als sollte es heißen: 7 = 329 ℔ 14 Loth 11 ℔ = 25? Folglich ist der Proceß gleichwie in N°. 34.

N°. 47. Das Exempel N°. 37 setzet also:

fl. Hol. Cor. fl. Hol. B°. fl. Cor. Stüb. Pen.

25 sind gewoñ. an 276, was 613 = 16 = 6?

6 | 6
30 | 5 m 6
240 | 8 m 30

3682 = 18 = 4
18414 = 11 = 4
147316 = 10 = —

169413 = 19 = 8

(4

Fac. fl. B°. 6776 | 55 = 18 = —

(20

Stüb. = 11 | 18

(16

108

℔ = 2 | 88 oder $\frac{22}{25}$ Pen.

100

Nämlich bey diesem Exempel ist der Unterscheid nur in der Valuta di Banco und Corrent; sonst sind beyderley fl. in 20 Stüb. à 16 Pen. eingetheilet. Derowegen hat man dieses Exempel anzusehen, als sollte es heißen:

25=613 fl. 16 Stüb. 6 Pen.=276? Folgends ist die Ausrechnung gleich der obigen N°. 35.

N°. 48. Das Exempel N°. 36 setzet also:

Thl. ℔ Silb. Thl. Gge ℛ

Wenn 77 sind gewonnen an 549, was 645 = 10 =6?

Bey diesem Exempel ist so wol die Ausrechnung als das Facit selbst ganz gleich dem obigen Proceß und Facit in gedachter N°. 36, und ist nur der Unterscheid, daß man allhier das Facit mit ℔, Schott und Gr. zu benennen habe (als nämlich 4601 ℔ 21 Schott $3\frac{3}{7}$ Gr.) wie solches vorhin in N°. 39 bereits erkläret worden. Derowegen habe ich nicht nöthig erachtet, die Solution allhier aufs neue vorzustellen.

N°. 49. Das Exempel N°. 37 setzet also:

An 10000 fl. sind gewon. 556 fl. was an 671 fl. 17 ℳ $13_{1}\frac{7}{2}$ ℛ

Mit diesem Exempel hat es eben solche Beschaffenheit als mit dem vorigen, nämlich es ist allhier so wol die Ausrechnung als das Facit selbst ganz gleich dem Proceß und Facit in erwehnter N°. 37, worauf ich mich beziehe.

Nota. Auch hier ist dasjenige zu merken, das vorhin nach N°. 29 mit Nota; und nach N°. 37 mit Nota 3, bemerket worden. Also wenn das Exempel, so in gemeldter Nota nach N°. 29 erwehnet worden, allhier folgendergestalt heißen sollte 5 Schℓℓ = $2\frac{3}{4}$ fl. Hol. = 16 ℓ ℓℓ $8_{1}\frac{7}{8}$ ℓℓ, so würde die Ausrechnung gleich der Berechnung N°. 41, und als folget kommen:

5 Schℓℓ = $2\frac{3}{4}$ fl. Hol. = 16 ℓ ℓℓ $8_{1}\frac{7}{8}$ ℓℓ?

—(4 —(4

20 11 18.1 = $12\frac{1}{1}\frac{3}{6}$

—(16

28

8

Fac. 9 Stüb. $1\frac{1}{3}\frac{4}{2}\frac{1}{0}$ ℛ

Denn man kann dieses Exempel ansehen, als sollte es heis-

heißen 5 Schff = 16 Stüb. $8\frac{7}{16}$ Pen. = $2\frac{3}{4}$ Schff? wie hiervon mit mehrern in gedachter N°. 41 zu ersehen.

4te Abtheilung,
von solchen Exempeln, welche unter den 4ten Punkt gehörē

1ster Fall,
in welchem C allzugroß ist.

N°. 50.

11 ℔ = 201 fl. 23 ℋ 8 ₰ = 2894 ℔?

10	$\frac{1}{3}$	6	$\frac{1}{9}$
10	d°.	2	$\frac{1}{3}$
3	$\frac{1}{10}$ fl.		

5788..
964 = 20 ℋ
964 = 20
289 = 12
32 = 4 = 12
10 = 21 = 10

583955 = 18 = 4

Fac. fl. 53086 = 26 = $3\frac{7}{11}$ ₰

Nämlich weil C allzu groß ist, so multipliciret es mit B nach Anzeigung §. 757, insonderheit aber nach Art des Exempels N°. 1. §. 758 und 759. Ferner dividiret das Product in A, nach Anweisung §. 801.

Nota 1. Hierher gehören auch solche Exempel, bey welchen C zwar zu einzelnen Ziffern zu machen ist, jedoch aber die Zerstreuung in solche Ziffern einem nicht so geschwinde beyfällt. Also könnet ihr in dem angeführten Exempel N°. 35 die Multiplication als folget verrichten:

613 fl. 16 ℋ 6 ₰ mit 276.

10	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	
5	$\frac{1}{2}$		
6	$\frac{1}{5}$		

828
1656..
92
46
9 = 6 ℋ
3 = 2

Fac. fl. 169338 = 8 ℋ wie oben.

In N°. 47 aber kommt diese Art Multiplication also:

276. fl. Holl. B°. mit 613 fl. 16 St. 6 Pen.

828
1656..

a 2	1/10	4	1/8 a
14	7m	2	1/2

27 = 12 Stüb.
193 = 4
3 = 9
1 = 14 = 8 Pen.

Fac. 169413 fl. 19 Stüb. 8 Pen. wie oben.

Item die Multiplication in dem Exempel N°. 36, als auch bey dem Exempel N°. 48, also:

645 Thl. 10 Sgr 6 ₰ mit 549

8	1/3	1/4	
2	1/4		

2745
2196
3294
183
45 = 18 Sgr
11 = 10 = 6 ₰

Fac. 354345 Thl. 4 Sgr 6 ₰

Item die Multiplication in dem Exempel N°. 37 und 49, also:

671 fl. 17 ß 13 7/12 ₰ mit 556

a 10	1/3	6	1/6	6	1/2
5	1/2	6	d°. 1		1/6
2	1/5 a	1	1/6		

3892
3336
185 = 10 ß
92 = 20
37 = 2
6 = 5 = 6 ₰
6, 5 = 6
1, — = 16
— = 15 = 8
— = 2 = 10 1/3

Fac. 373405 fl. 1 ß 10 1/3 ₰ wie oben.

Nota 2. Unter diesen 1sten Fall der 4ten Abtheilung gehöret auch

auch das Exempel N°. 3 im §. 758, in welchem B nur aus kleinen Sorten bestehet; allein weil dasselbe (§. 771 und 772) bereits zur Genüge erkläret worden, so habe es unnöthig zu seyn erachtet, allhier deswegen besondere Worte zu machen.

2ter Fall,

welcher von den Exempeln, so in die vorige 3te Abtheilung gehören, nur allein darinnen unterschieden, daß B und C allhier weder von gleicher Art, noch von gleicher Eintheilung sind.

Zu diesem Ende, und um alles desto klärer zu machen, so will ich die vorhin in der 3ten Abtheilung vorgestelleten Exempel allhier wiederholen, und dieselbe erforderlichermaßen nur mit andern Namen benennen. Uebrigens hat es mit deren Auflösungen, und zwar insonderheit was die Multiplication von B mit C betrifft, eine gleiche Bewandniß, wie mit dem Exempel N°. 2 im §. 758, welches oben (§. 768, 769 und 770) zur Genüge erkläret worden.

N°. 51. Das Exempel N°. 38 will ich allhier wie folget benennen und solviren.

Vor 100 fl. komen 7 ℔, was vor 379 fl. 14 ß 6 ₰?

2653		45	
2	= 10 = 2 = 2 $\frac{2}{3}$	30	
—	= 22 = 1 = 2 $\frac{2}{5}$	18	
—	= 7 = 1 = 3 $\frac{7}{15}$	21	
—	= 2 = 1 = 3 $\frac{3}{4}\frac{7}{5}$	37	
Fac. ℔ 26 56	= 11 = — = — $\frac{16}{45}$	106	

(10 | $\frac{1}{3}$ ($\frac{1}{3}$)
3 | $\frac{1}{10}$ fl.
(1 | $\frac{1}{3}$

26 | 56 (4
224 (8
£. 18 | 03 (4
12 (4
148 $\frac{16}{45}$ | 2176 | 5442 ₰.

N°. 52.

N°. 52. Das Exempel N°. 39. setzet also:

7 Thl. = 10 Ell. = 83. Thl. 17 Gr. 9½ Pf?

5		288	12	½	6	½	
1	⅔	192	4	⅓	3	½	
	1½	120	1	¼	½	1/6	
	2¼	60					
	4⅛	30					
	28/8	5					
837	119/28/8	407					

Fac. 119½ 27 1/6 Ell.

Nota. Diese Ausrechnung in lauter Brüchen dienet nicht nur den Anfängern zu mehrerer Uebung und Erfahrung in gebrochenen Zahlen, sondern auch darzu, weil man dadurch die Richtigkeit dieser Berechnung desto eher ersehen kann. Denn wenn ihr die 10 als auch die im Facit gekommenen 119½ 27 1/6 gleichwie in N° 39, ℔ benennet, und solchen Bruch auf Schott und Grän resolviret (§. 414) so kommt netto 15 Schott 1⅘ Gr. Oder wenn ihr die in gedachter N°. 39 gefundenen 15 Schott 1⅘ Gr. in einen Bruch reduciret (§. 420), so kömmt netto der Bruch 127 1/6. Woraus klar erhellet, daß beyderley Facit im Grunde eines sind.

N°. 53. Das Exempel N°. 40 setzet also:

6 ℔. Sterl. gewinnen 11 fl. was 453 ℔. Sterl. 15 ß 7¾ ₰?

4983		10	½	a6	1/10
5=15 ℳ		5	½	1	1/6
2=22=9		16		¾	1/8
−= 8=4	½	8			
−= 1=6	¾	12			
−= 1=−	9/16	9			
4991=18=2	13/16	29			

Fac. fl. 831=28=− 15/32

Nota.

Nota. Ob es allhier zwar mehr Mühe kostet, dieses Facit mit dem Facit in gedachter N°. 40, dem Grunde nach auf die Weise zu vergleichen, wie ich beym nächst vorhergehenden Exempel angemerket habe; so ist es doch absonderlich demjenigen, der tiefere Einsicht in die Rechenkunst zu erlangen gedenket, nicht undienlich, solche Vergleichung, sowol bey diesem Exempel, als bey dem nachfolgenden, allemal zu untersuchen. Es bestehet aber solches Untersuchen darinnen, daß man so wol allhier die 28 ℋ $\frac{1}{3}\frac{5}{2}$ ℛ in einen Bruch eines Güldens, als auch besonders die in erwehnter N°. 40 gefundenen 18 ß 8 $\frac{5}{24}$ ℛ Vls. in einen Bruch eines Pfundes Vls. reducire (§. 420), so wird man befinden, daß in beyden ein gleicher Bruch, nämlich $\frac{5}{5}\frac{3}{7}\frac{8}{6}\frac{1}{0}$, kommet. Also auch mit den nachfolgenden Exempeln.

N°. 54. Das Exempel N°. 41 setzet also:

Schff.	fl.	Schff.	Lff.	ff
An 5 sind gewonnen	$2\frac{3}{4}$,	was an	241 =	16 = 8 $1\frac{7}{6}$?

—(4

20	11	2651	a2	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{4}$a	4	$\frac{1}{4}$
			14	7m	1 $\frac{1}{8}$	2	$\frac{1}{2}$
						1	$\frac{1}{2}$

Fac. 133 fl. — = $2\frac{2}{5}\frac{3}{1}\frac{0}{2}\frac{7}{0}$ ℛ

1 = 3ℋ

7 = 21 256

— = 8 = 4 $\frac{1}{2}$ ℛ | 128

x = — $\frac{\emptyset}{x\emptyset}$ | —

= 4 $\frac{4}{6}\frac{1}{4}$ | 164

= $2_{1}\frac{4}{2}\frac{1}{8}$ | 82

= $1_{2}\frac{4}{5}\frac{1}{6}$ | 41

2660 = 2 = $12\frac{1}{2}\frac{5}{5}\frac{9}{6}$ | 415

—(18

48

8

N°. 55.

N° 55. Das Exempel N°. 42 setzet also:

Hamb. Thl.		Schock		Thl.	ß	Lüb.
24	sind gewonnen an	70,	was	43	13	6?
6)—				6)—		
4		490		7	10	3
		11=40	Stück.	(8	1/6	(1/8)
		2=55		2)	1/4	
		—=21 7/8				
		504=56 7/8				

Fac. Schock 126=14 3/8 Stück.

Nota. Dem es fremde scheinen möchte, daß allhier die Ausrechnung zuweilen unter B und zuweilen unter C gesetzet worden, der beliebe nur oben die Anmerkung im §. 782. zu lesen.

N°. 56. Das Exempel N°. 43 setzet also:

	£. Sterl.	fl.	£.	ß	Lüb.
Wenn 11 geben	180,	was 317..	19		7 3/3?
		2536.	a2	1/10	6 1/2
		[18	16	8m	1 2/4 1/4
		[144	1	1/2a	1/4) 1/6
		9			
			4=15	℔	
			1= 3	= 13	1/2 ß
			—= 5	= 11	1/4
		57236	=24	= 6	3/4

Fac. fl. 5203=10 = 7 7/4

Allhier sind die 7 ganzen ß und die 3 Viertel ß in der Zerstreuung zusammen genommen, auf die Weise, wie oben (§. 776) bereits angezeiget worden.

N°. 57.

N°. 57. Das Exempel N°. 44 setzet also:

Wen 24 L. Bls. geben 71 Leipz. thl., was 43 L. 13 ß 6 ₰ Bls?

6)— 6)—

4 497 7 = 5 = 7

17 = 18 Gr (1/4) (6) | 1 1/10

1 = 18 = 7 1/5 ₰ (1) | 1/6

— = 7 = 1 1/5

516 = 19 = 8 2/5

Fac. 129 Thl. 4 Gr 11 1/10 ₰

N°. 58. Das Exempel N°. 45 setzet also:

Wenn 24 L. Sterl. geben 69 ℔, was 43 L. 13 ß 6 ₰ Sterl.?

6)— 6)—

4 483 7 = 5 = 7

17 = 8 Loth (1/4) (6) | 1 1/10

1 = 23 = — Qu. 3 1/5 ₰ (1) | 1/6

— = 9 = — = 3 1/5

502 = 8 = 1 = 2 2/5

Fac. 125 = 18 L. — Qu. 1 3/5 ₰

N°. 59. Das Exempel N°. 46 setzet also:

Malter	L. Bls.	Malter	Scheffel	Metzen
Wenn 7	geben 25,	was 329..	= 14	= 11?

(a 2) | 1/8 (8) | 1/4 a

12 | 6 m 2 | 1/4

(1) | 1/2

8225

3 = 2 ß 6 ₰

18 = 15 = — | 16

— = 15 = 7 1/2 | 8

— = 3 = 10 7/8 | 14

— = 1 = 11 7/16 | 7

8247 = 18 = 11 1/1 3/6 | 29

Fac. 1178 L. 5 ß 6 1/1 9/2 ₰

Näm-

Nämlich die 25 und 329 Ganze sind nach der angezeigten Art §. 700; die kleinern Sorten aber nach der addirten Zerstreuung multipliciret; und endlich beyder Facta addiret worden, fast gleich der angewiesenen Manier im §. 782. N°. 3.

N°. 60. Das Exempel N°. 47 setzet also:

25 H. Holl. = 276. Dutz. = 613 fl. 16 Stüb. 6 Pen.?

828

1656..

a 2	$\frac{1}{10}$ fl.	4	$\frac{1}{8}$ a
12	7 m	2	$\frac{1}{2}$

27 = 7 $\frac{1}{5}$ Stück

193 = 2 $\frac{2}{5}$

3 = 5 $\frac{2}{5}$

1 = 8 $\frac{7}{10}$

169413 = 11 $\frac{7}{10}$ (4

Fac. Dutz. 6776 | 55 = 10 $\frac{4}{5}$ (12

Stück = 6 | 70

$\frac{3}{5}$ 5 4 | 1 7 7 $\frac{}{10}$

N°. 61. Das Exempel N°. 48 setzet also:

77 Thl. geben 549, was 645 Thl. 10 Gr. 6 H?

2745

2196

3294

183

45 $\frac{3}{4}$

11 $\frac{7}{16}$

354345 $\frac{3}{16}$

7) 50620 $\frac{8}{12}$

11)

Fac. 4601 $\frac{10}{12}$ $\frac{9}{32}$

8	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{4}$
2	$\frac{1}{4}$		

N°. 62.

N°. 62. Das Exempel N°. 49 setzet also:

10000 fl. geben 556 ℔, was 671 fl. 17 ß 13 ₰ 7/2 ₰?

3892
3336
185 = 1 Stein 16 ℔
111 = 1 = —
18 = 2 = 16 | 27
6 = — = 21 1/3 | 9
6 = — = 21 1/3 | 9
1 = — = 3 5/9 | 15
— = 2 = 13 7/9 | 21
— = — = 10 2/7 8/7 | 8
Fac. ℔ 37|3405 = — = 6 2/7 8/7 | 62

(5
Stein 1|7025
(24
℔ = 16|8606 2/7 8/7

10000

10 | 1/3 | 6 | 1/3 | 6 | 1/2
6 | 1/5 fl. | 6 | d°. | 1 | 1/6
1 | 1/6 | 1 | 1/6

Nota. 1. Hierher gehöret auch das Exempel N°. 4. im §. 758. bey welchem C nur aus kleinen Sorten bestehet; allein es ist dieses oben (§. 773) bereits erkläret worden, daß allhier nicht nöthig ist, deswegen mehrere Exempel von dergleichen Art vorstellig zu machen.

Nota. 2. Nach dieser vorhergehenden Art müßte man auch die Rechnung anstellen, wenn man in Hamburg die ℔. nebst ß und ₰ Vls, zu ℔ (wovon oben §. 731. N°. 4 angemerket); oder die ℔ nebst ß und ₰ Lüb. zu ℔. Vls. (wovon oben §. 820. N°. 3 gemeldet) machen, weil die Eintheilung der ℔. nicht gleich ist der Eintheilung der ℔, indem diese in 16 ß Lüb. à 12 ₰, und jene in 20 ß Vls. à 12 ₰ vertheilet sind. Allein weil 1 ß Vls. gleich 6 ß Lüb., und 1 ₰ Vls. gleich 1/2 ß oder 6 ₰ Lüb., so kann man diese

kleinen

kleinen Sorten gar leicht im Kopfe eine in die andere reduciren, und übrigens die Ausrechnung der ganzen L. und ℔ nach obiger Anweisung (ibid.) anstellen.

Als z. E. 5789 L. 14 ß 4 ₰ Vls. zu ℔ stehet also:

4) ÷ 14472 = 8 (84 + 2 ß Lüb.) oder 5 ℔ 6 ß

Fac. ℔ 43422 = 14 ß Lüb.

Nämlich multipliciret die 14 mit 6, kommen 84 ß Lüb. Ferner saget ½ aus 4 ist 2 ß Lüb. diese 84 + 2 ß Lüb. geben 5 ℔ 6 ß. Hierauf machet die 5789 L. zu ℔, wie in §. 731 gelehret, und leget zum Facit die vorige 5 ℔ 6 ß, so kommen die begehrten 43422 ℔ 14 ß Lüb.

Item 4381 ℔ 11 ß 6 ₰ Lüb. zu L. Vls. stehet also:

3) + 1460 ⅓ (1 ß 11 ₰ Vls.)

Fac. L. 584 | 1 ⅓

ist 2 ß 8 ₰

1 = 11 ₰ darzu addirt

ß = 4 = 7 ₰ Vls.

3ter Fall,
in welchem sowol B als C allerhand kleine Sorten haben.

Zu diesem Falle gehören die im §. 758 gemeldten Exempel N°. 5. 6. 7. 8. 9 und 10, welche zur Gnüge in den §phis 774 bis 781 bereits erkläret worden. Wenn ihr demnach diese, wie auch dasjenige, so ich im §. 781 gemeldet, und die Solutiones der gegebenen Exempel im §. 782 euch wohl bekannt machet, so werdet ihr euch gar

leicht

leicht in allen dergleichen Exempeln ferner von selbsten zu finden wissen. Derowegen will ich allhier nur noch etliche Exempel, nicht allein in mehrerley namigen, sondern auch in vermischten Zahlen, zur Uebung vorstellen.

N°. 63.

7ℬ. 125fl. 19ℋ 3ℜ = 127... ℬ 24Loth?

15 | 1/2 1/6
3 | 1/5
1 | 1/3

15875
63 = 15ℋ 16 | 1/2
12 = 21 8 | 1/2
4 = 7
— = 21 = 3 ℜ
62 = 24 = 10 1/2
31 = 12 = 5 1/4
16050 = 11 = — 3/4

Fac. 2292 fl. 27 ℋ 5 1/4 ℜ.

Allhier ist die erste Multiplication, da man die 125 fl. 19 ℋ 3 ℜ mit 127 multipliciret, zwar nach der addirten Zerstreuung (§. 757); jedoch die Ganzen, nämlich die 127 mit 125, nach Anzeigung §. 700, und die andere Multiplication der 125 fl. 19 ℋ 3 ℜ mit 24 Loth, auf die Weise, wie oben (§. 777) erkläret, verrichtet worden.

N°. 64.

$5\frac{5}{6}$℔ kosten 32 fl. 13ℳ 12₰, was 47℔ 25 Loth?

(6 (6

35 194 : 22 = —

1358 : 776

10	$\frac{1}{3}$
10	d°.
2	$\frac{1}{5}$

15 = 20
15 = 20
3 = 4
97 = 11
48 = 20 = 9
6 = 2 = 10 $\frac{1}{8}$

9304 = 18 = 1 $\frac{1}{8}$
1863 = 27 = 11 $\frac{1}{40}$

5)

7)

Fac. 265 fl. 25ℳ $6\frac{201}{280}$₰

16	$\frac{1}{2}$
8	$\frac{1}{2}$
1	$\frac{1}{8}$

Allhier ist A gegen B erstlich mit 6 gegrößert (besage des I Artik. §. 846). Ferner sind die 194 fl. 22ℳ mit 47℔ 25 Loth, wie vorhin, durch die addirte Zerstreuung (§. 757) multipliciret, und das kommende in A, nach Anzeigung §. 802 dividiret.

N°. 65.

℔ $5\frac{5}{8}$ kosten 32 fl. 13 ℳ 12₰, was 47℔ 25 Loth?

(8 (8

45 : 382 = 8 : 764 : 1146

10	$\frac{1}{3}$
3	$\frac{1}{10}$ fl. 6
6	$\frac{1}{9}$
d°.	
8	$\frac{1}{4}$

127 = 10ℳ
38 = 6
4 = 7 = 6 ₰
4 = 7 = 6
8 = 3 = 7 $\frac{1}{2}$

12406 = 4 = 1 $\frac{1}{2}$
2481 = 6 = 14 $\frac{7}{10}$

5)

9)

Fac. 275 fl. 20ℳ $13\frac{190}{360}$₰.

Notta.

Nota. 1. Dieser Proceß ist gleich dem vorigen N°. 64): Nur allein, daß allhier A nicht gegen B, sondern gegen C gegrößert worden. Also könnte man es auch gegen B, gleichwie vorhin, verrichtet haben, wie denn im vorigen Exempel die Vergrößerung, gleichwie allhier, gegen C hätte geschehen können: Allein, weil 6 das Maaß ist von dem Werthe eines ℋ, das ist von 18 ℛ, die 8 aber das Maaß ist von dem Werthe eines Pfundes, das ist von 32 Loth, so ist die vorige Vergrößerung lieber gegen B, und diese lieber gegen C geschehen, indem solchergestalt die kleineren Sorten, wo sie nicht gänzlich hinwegfallen (wie im vorigen Exempel die ℛ aus B), jedoch so vermindert werden, daß in der Zerstreuung hernach destoweniger Partes kommen, worauf ein geschickter Rechner allezeit zu sehen hat.

Nota. 2. Warum aber allhier die 32 nicht in 4 mal 8 zerstreuet worden, solches ist oben (§. 782 N°. 3) bereits angemerket worden.

Nota 3. Auch warum die 45 gegen 32 fl. 13 ℋ 12 ℛ nicht, wie in N°. 30 gekleinert worden, ist die Ursache fast gleich demjenigen, so bey N°. 1 schon erinnert worden, indem eines theils durch 15 nicht kürzer, als durch 45 zu dividiren ist, anderntheils auch die Partes in B dadurch nicht vermindert werden. Eben dieser letztern Ursache wegen gebrauchet man allhier bey der addirten Zerstreuung, nicht anders den Vortheil des Kleinerns, es sey denn, wo man zu voraus vergewissert ist, daß man dadurch nicht desto ungeschicktere Partes bekomme.

N°. 66. $2\frac{2}{5}$ ℔ kosten 32 fl. 13 ℳ 12 ₰, was 44 $\frac{3}{8}$ ℔?

(5 (5

12 162 = 8 = 6

6)—— 6)———————

2 27 = 1 = 7

108 = 5 = 10

1190 = 1 = 2

6 = 22 = 15 $\frac{1}{4}$

3 = 11 = 7 $\frac{5}{8}$

1200 = 5 = 6 $\frac{7}{8}$

Fac. 600 fl. 2 ℳ 12 $\frac{7}{8}$ ₰

44 4 2 | $\frac{1}{4}$

11 1 | $\frac{1}{2}$

Nämlich, wenn ihr die $44\frac{3}{8}$ ℔, als 44 ℔ 12 Loth ansehet, so ist dieser Proceß fast gleich dem obigen in §. 782 N°. 4, indem die erstere Multiplication mit 44 nach der multiplicirten, und die andere mit den $\frac{3}{8}$ nach der addirten Zerstreuung verrichtet worden.

Nota. 1. Eben darum, weil B ohne Zerstreuung mit 44 bequem zu multipliciren ist, so wird die Vergrößerung mit 5 lieber bey B, als bey C, angestellet.

Nota. 2. Weil nun in solchem Falle die kleineren Sorten in B nicht in Partes zerstreuet worden, so fällt auch dasjenige hinweg, welches beym nächst vorigen Exempel (Nota. 3) erinnert worden, und derowegen werden A und B allhier lieber in 6 gekleinert, gleichwie oben bey N°. 30 geschehen.

5te Abtheilung,

von solchen Exempeln, welche unter den 5ten Punkt gehören.

N°. 67. 8 ℭ kosten 386 fl. 17 ℳ 12 ₰, was $4\frac{7}{19}$ ℭ?

(19 (19

152 83

Näm-

Nämlich, weil der Nenner 19 eine ungeschickte Zahl ist, auf welchen der Zähler nicht zerstreuet werden kann (§. 785), so schaffet solchen Bruch durch die Vergrößerung mit 19 hinweg (§. 493); folgends heißet es: 152 geben 386 fl. 17 ℔ 12 ß, was 83? Mit diesem Aufsatze könnet ihr ferner entweder, wie in der 2ten Abtheilung im 2ten Falle, oder wie in der 4ten Abtheilung im 1sten Falle verfahren, das ist nämlich, ihr könnet entweder die 83 in 8 mal 10 + 3 zerstreuen, und also die Multiplication, nach Anzeigung §. 748 sequ. anstellen; oder die kleinen Sorten in B zerstreuen, folgends die Multiplication, nach Anweisung §. 757, insonderheit nach der Art N°. 1 in §. 758 und 759 verrichten, als folget.

386 fl. 17 ℔ 12 ß mit 83

3092 = 21 = 6

30927 = 3 = 6

1159 = 23 = —

Fac. 32086 = 26 = 6

Oder 386 fl. 17 ℔ 12 ß mit 83

1158

3088

27 = 20 ℔

13 = 25

5 = 16

1 = 25 = 6 ß

Fac. 32086 = 26 = 6 wie vorhin. Dieses Product dividiret in 152, kommt das Facit 211 fl. 2 ℔ $16\frac{6}{7}\frac{5}{8}$ ß.

N°. 68.

℔ 100 kosten 238 fl. 23ℋ 15 ₰, was 42 ℔ 24 $\frac{7}{19}$ Loth?

——(32
3200 (19
288
——
60800

168 (4
——(8
1368 (19
12312
——
25999

Nämlich obgleich die 24 Loth bequem zu zerstreuen sind, so hindern doch die $\frac{7}{19}$, daß solche Zerstreuung nicht angebracht werden kann. Derowegen machet A und C zu lauter 19tel Loth, so heißet es: 60800 geben 238 fl. 23ℋ 15 ₰, was 25999? Mit diesem Aufsatze procediret ferner auf die Weise, wie in der 4ten Abtheilung im 1sten Falle gelehret worden, so kommt das Facit 102 fl. 3ℋ $6\frac{3}{8}\frac{30}{80}\frac{51}{00}$ ₰.

Nota. Ich könnte allhier in gegenwärtiger Abtheilung noch Exempel geben, in welchen auch B dergleichen ungeschickte Brüche hat, die hinweggeschaffet werden: Allein, da solches Hinwegschaffen der Brüche oder Theile oben (§. 493, 499 und 501) zur Genüge erkläret worden, so erachte es unnöthig zu seyn, solches allhier zu wiederholen.

6te Abtheilung,

von den Exempeln, die unter den 6ten Punkt gehören.

N°. 69. Bey dieser Abtheilung will ich mich nur auf das Exempel beziehen, welches oben schon (§. 786) angeführet und erkläret habe. Und soll allhier nur dieses noch angemerket werden, daß zwar die Solution dieses Exempels auch wie folget angestellet werden kann.

1 fl. = 13 ℔ 9 Loth 3 Qu. = 47 fl. 23 ℋ 16 ℜ ?

30 — (8 | 1/4, 1 | 1/8) (2 | 1/2, 1 | 1/2)

1433 ℋ (30 — (9 | 1/2 ℋ, 6 | 1/3 ℋ, 1 | 1/6)

4299

Fac. 635 ℔ 29 L. 1 Qu. 100/270 ℜ

358 = 8 L.

44 = 25

22 = 12 = 2 Qu.

11 = 6 = 1

6 = 20 = 3 = 2 ℜ

4 = 13 = 3 = 2 2/3

— = 23 = 2 = 2 4/9

19077 = 14 = — = 3 1/9

Rest 27 (4

108 (8

878 L.

32 Qu.

11 ℜ

100/270

Allhier sind die fl. in A und C nur zu ℋ und nicht zu ℜ gemacht, also, daß es heiße: 30 ℋ geben 13 ℔ 9 Loth 3 Qu., was 1433 ℋ 16 ℜ? wodurch zwar in C weniger Partes, und demnach in der Berechnung kleinere und weniger Brüche kommen, als in der obigen Solution (§. eod.): Allein, da man ja schon größern soll, so größert man es lieber dergestalt, auf daß C in lauter Ganzen kommt, das ist, wie oben (ibid.) gezeiget, man machet A und C lieber zu lauter ℜ.

§. 849. Bey allen diesen Exempeln ist in deren Auflösung vornemlich auf die Hauptregel (§. 338) gesehen worden, nach welcher erstlich B mit C multipliciret, und

das Product hernach in A dividiret wird (§. 845 Artik. V). Nun sollen hiernächst noch die (§. 845) erwehnten 2 besondern Regeln angezeiget werden. Und zwar, wenn man bey einem Exempel zum voraus siehet, daß A in B oder in C just etliche mal enthalten, davon ist oben schon (§. 334 und 336) gemeldet worden, daß es in solchen Fällen bequemer sey, das verlangte Facit durch die angewiesenen 2 Regeln im §. 332, als durch die Hauptregel (§. 331) zu finden. Derowegen soll allhier nur noch angewiesen werden, wie man auch in dem Falle, da A in B und in C nicht just etliche mal enthalten ist, das begehrte Facit dennoch ohne die gedachte Hauptregel, und mit Vortheil finden möge.

Die 117. Aufgabe.

§. 850. **Wie, und in welchem Falle die 4te Proportionalzahl, das ist, das Facit der Exempel der Regel Detri (§. 337) auf eine andere Art, als nach der vorigen Hauptregel, und zwar durch eine Zerstreuung des dritten Gliedes, mit Vortheil zu finden.**

I. Wenn A entweder eine einzelne Ziffer (worunter, wie schon oft gedacht, auch 11 verstanden wird) oder sonst eine solche geschickte Zahl (§. 539) ist, aus welcher bequeme Brüche oder Theile (§. 447) zu nehmen sind.

II. Wenn C, es sey eine ganze, mehrerley namige oder in gewissen Fällen (wie hiervon §. 785 erkläret) eine vermischte Zahl, jedoch nicht allzu groß ist:

III. So zerstreuet dieses, nämlich das C in Partes, dergestalt, daß ihr aufs mindeste den Quotienten des 1sten

Partis,

Partis, wenn derselbe durch A dividiret wird, sofort aus dem Kopfe hersagen; und die Quotienten der übrigen Partium auf die Art, wie oben (§. 286) gemeldet worden, einen aus dem andern herleiten könnet.

IV. Folgends multipliciret B (es sey dasselbe beschaffen, wie es will) erstlich mit dem Quotienten des erwehnten 1sten Partis, und leitet die übrigen Facta in eben solchen Verhältnissen aus einander, gleichwie sich die zerstreuten Partes in C zu einander verhalten, und zwar auf die Weise, wie oben §. 748 und 757 zur Genüge angewiesen worden.

V. Endlich addiret alle gefundene Facta partialia zusammen, so erlanget ihr in dem Collecte das gesuchte Facit.

Z. E. 24℔ kosten 137 fl. 18ß, was 82℔ 20 Loth?

412 = 24
51 = 18
5 = 22
2 = 26
— = 21 = 9₰

Fac. 473 = 21 = 9

72	3m	16	½
9	⅛	4	¼
1	1/9		

Nämlich zerstreuet die 82℔, in 72, 9 und 1℔, ferner die 20 Loth in 16 und 4 Loth, sagende: 72℔ ist 3 mal so viel, als 24℔. Derowegen multipliciret B mit 3, kommen 412 fl. 24ß für den Werth von 72 ℔. Hieraus leitet die Werthe der übrigen Partium, nach ihrer Proportion, eben also, wie §. 748 und 757 sequ. ausführlich gelehret, und aus vorigem Proceß klar zu ersehen ist. Endlich addiret alle gefundene Werthe zusammen, kommt das begehrte Facit 473 fl. 21ß 9₰. Es ist demnach alles dasjenige, welches oben (in gedachten §§)

von der addirten Zerstreuung, sowol wegen der auf als absteigenden Theile, weitläuftig erkläret worden, hieher zu ziehen, und ist vornemlich nur zu merken, daß man allhier aufs mindeste den 1sten Partem dergestalt nehmen muß, wie vorhin Artik. III. gelehret worden.

Beweis.

Es ist zwar diese Regel an sich selbst, wenn man der Sache mit Vernunft auch nur ein wenig nachdenket, klar genug; allein, um den Anfängern hiervon einen desto deutlichern Begriff zu machen, insonderheit auch damit dieselben im Nachdenken zugleich geübet werden, so habe ich solche Regel auf dreyerley Art, als folget, demonstriren wollen.

1ster Beweis.

Jede Größe kann vor sich selbst, als eine Eins angesehen werden (§. 29). Demnach könnet ihr allhier A, das ist in dem angeführten Exempel die 24℔, als eine Unität betrachten, welche 24℔ in sich enthält; wie z. E. ein Kleinstein aus 24 einzeln ℔ bestehet (§. 87 N°. 6). Folgends wird auf solche Weise, weil 72℔ gleich 3mal 24℔, aus dem gegebenen Proportionsexempel, nur ein Multiplicationsexempel (§. 358), welches heißet: 1 Stein kostet 137 fl. 18 ₰, was 3 Stein 10 ℔ 20 Loth? mit welchem nach Anzeigung §. 782 N°. 1. eben also zu procediren ist, als in voriger Auflösung geschehen.

2ter Beweis.

Stellet euch vor, es wären so viel besondere Fragen, als Partes in C genommen sind. Als das gegebene Exempel könnet ihr euch in 5 besondern Fragen vorstellen, welche heißen:

24 ℔ kosten 137 fl. 18 ₰, was 72 ?℔
24 = 137 = 18 was 9℔?
24 = 137 = 18 was 1℔?
24 = 137 = 18 was 16 Loth?
24 = 137 = 18 was 4 Loth?

Alle diese 5 Fragen gründen sich auf die einzige gegebene Verhältniß, da 24℔ kosten 137 fl. 18 ₰. Folglich, wenn ihr nach solcher Verhältniß die hierzu gehörige 5 Facite suchet, und solche zusammen addiret, so ist die Summe ohnstreitig das Facit, oder der Preis von der Summe von 72℔ + 9℔ + 1℔ + 16 Loth + 4 Loth, das ist von 82 ℔ 20 Loth, als der eigentlich gegebenen einzigen Frage. Nach der vorhin gezeigten Auflösung aber, da ein Factum immer aus dem andern hergeleitet wird, werden die gedachten 5 Fragen, wie folget angesehen.

24 ℔ kosten 137 fl. 18 ₰, was 72 ℔?
72 ℔ = 412 = 24 was 9℔?
9 ℔ = 51 = 18 was 1℔?
1 ℔ = 5 = 22 was 16 Loth?
16 Loth 2 = 26 was 4 Loth?

Demnach stehet allhier nur zu erweisen, daß die nach diesen Aufsätzen gefundenen 5 Facite, als 412 fl. 24 ₰, 51 fl. 18 ₰, 5 fl. 22 ₰, 2 fl. 26 ₰ und 21 ₰ 9 ₰, eben die gehörigen 5 Facite sind, welche in jenen 5 Aufsätzen nach der gegebenen einzigen Verhältniß von 24℔ zu 137 fl. 18 ₰ kommen müssen. Nun ist das Facit zu dem 1sten Parte, nämlich zu 72 ℔, aus der gegebenen Verhältniß selbst hergeleitet, nach Anzeigung §. 332, da B mit dem Namen der Verhältniß von A zu C, das ist, von 24 zu 72 (nämlich mit 3, laut §. 317) multipliciret worden. Derowegen ist solches Product 412 fl. 24 ₰ das gehörige Facit

cit zu 72ℳ. Indessen, wenn man aus diesem gefundenen Facit, oder aus dieser gefundenen Verhältniß, da 72 ℳ kosten 412 fl. 24ß, eben auf vorige Weise (nach §. 332) das Facit des andern Partis, nämlich von 9ℳ, hergeleitet, so muß eben dasselbe Facit kommen, als wenn es aus der gegebenen Verhältniß selbst hergeleitet worden (§. 367): Demnach gilt es gleichviel, ob man die Berechnung nach der gegebenen Verhältniß selbst anstellet, und setzet: 24ℳ kosten 137fl. 18ß, was 9ℳ? oder ob man es nach der gefundenen Verhältniß anstellet, und saget: 72ℳ kosten 412 fl. 24ß, was 9ℳ? Solchergestalt gründen sich alle nachfolgende Facite, ob sie gleich immerfort aus einer neuen gefundenen Verhältniß hergeleitet werden, dennoch allezeit auf die zuerst gegebene Verhältniß; derowegen sind sie nothwendig die hierzu gehörigen Facite, und folglich deren Summe das begehrte Facit zu der Summe aller Partium.

3ter Beweis,

Wenn ihr diese Regel gegen die oben (§. 332) erklärte Regel haltet, so könnet ihr gar leicht wahrnehmen, daß beyde im Grunde eines sind, nämlich in dem, daß man nach beyden erstlich durch die Division den Namen der Verhältniß suchet, den A zu C hat, und mit diesem Namen hernach B multipliciret. Nur allein ist der Unterscheid, daß solcher Name der Verhältniß, dorten durch eine einzige Division, wie gewöhnlich (§. 317), allhier aber durch die Zerstreuung (auf die Weise, wie oben §. 357 gezeiget worden) gesuchet wird. Als bey dem gegebenen Exempel saget man: Es ist der Name der Verhältniß von A zu C, oder so einerley, es sind die 24ℳ in der 82ℳ 20 Loth enthalten, 3 mal, $+\frac{1}{8}$ mal des 3fachen, $+\frac{1}{9}$ mal des $\frac{1}{8}$ aus dem 3fachen, $+\frac{1}{2}$ mal des $\frac{1}{9}$ aus $\frac{1}{8}$ mal

des

des 3fachen, + $\frac{1}{4}$ mal des $\frac{1}{2}$ aus $\frac{1}{9}$ mal $\frac{1}{8}$ des 3fachen. Folglich, wenn man B mit diesen gefundenen Namen oder Quotienten ordentlich multipliciret, muß eben sowol, als nach der obigen Regel (§. 332), das begehrte Facit kommen.

§. 851. Hieraus ist klar, warum ich nicht, wie andere Autores, welche von dieser Regel erwehnet, gesaget habe, daß durch dieselbe das Facit ohne Division gefunden würde. Denn obgleich nicht allhier, wie nach der Hauptregel (§. 331) das gefundene Product aus B ferner dividiret wird, so geschiehet doch die Division, wiewol zerstreuter Weise (§. 287) wirklich vorher, eben wie nach der obigen Regel in §. 332 die Division vorhergehet vor der Multiplication.

§. 852. Was aber den 1sten und 2ten Artikel bey gegenwärtiger Regel (§. 850) betrifft, so ist die Ursache des erstern gleich demjenigen, das schon oben im §. 785 gemeldet worden, nämlich, weil aus einer ungeschickten und größern Zahl, als 11, keine bequemen Brüche oder Theile zu nehmen sind; und des andern gleich demjenigen, welches oben §. 847, bey dem 1sten Falle des 4ten Punkts erinnert worden, nämlich, weil bey allzugroßen Zahlen die Zerstreuung allzuweitläuftig fallen würde.

§. 853. Noch mehrere Exempel zur Uebung.

N°. 1. 8 ℔ kosten 47 fl. 19 ℋ 10 ₰, was 163 ℔?

476	= 15 = 10	80	10 m
476	= 15 = 10	80	d°.
11	= 27 = 7	2	$\frac{1}{4}$ aus 8
5	= 28 = $12\frac{1}{2}$	1	$\frac{1}{2}$
Fac. 970	= 27 = $3\frac{1}{2}$		

Allhier ist der Werth von 80 (als 10 mal 8 ℔) und der Werth von 2 ℔ (als $\frac{1}{4}$ aus 8 ℔), aus dem gegebenen Werthe von 8 ℔ selbst; und der Werth von 1 ℔ aus dem gefundenen Werthe von 2 ℔ (als $\frac{1}{2}$ aus 2 ℔) hergeleitet worden.

N°. 2.

N°. 2. 10ℬ = 145fl. 28ℋ 9 ℜ = 23ℬ?

145 = 28 = 9	10	1 m
29 = 5 = 12 $\frac{3}{5}$	10	d°.
14 = 14 = 15$\frac{3}{10}$	2	$\frac{1}{5}$
	1	$\frac{1}{2}$

Fac. 335 = 20 = 9$\frac{9}{10}$, wie oben §. 848 N°. 17.

Nota. Man könnte allhier zwar 20, als 2 mal 10, vor einen einzigen Partem annehmen; allein, weil die Facta partialia ohnedem addiret werden, so nimmt man in dergleichen Fällen lieber 10 und 10, weil solchergestalt das gegebene B, als das 1fache, ohne Berechnung nur noch einmal hingeschrieben werden darf.

N°. 3. 24ℬ = 43 fl. 13ℋ 6ℜ = 69ℬ?

43 = 13 = 6	24	1 m
5 = 12 = 16$\frac{1}{2}$	24	d°.
32 = 17 = 9	3	$\frac{1}{8}$
	18	6 m

Fac. 124 = 27 = 1$\frac{1}{2}$, wie oben §. 848 N°. 33.

Oder: 24ℬ = 43fl. 13ℋ 6ℜ = 69ℬ?

5 = 12 = 16$\frac{1}{2}$	3	$\frac{1}{8}$
10 = 25 = 15	6	2 m
108 = 18 = 6	60	10 m

Fac. 124 = 27 = 1$\frac{1}{2}$

Nota. Daß ich bey gegenwärtigen beyderley Auflösungen die Zerstreuung in aufsteigende Partes angestellet, solches ist der Kürze wegen geschehen, welche man jederzeit billig beobachten soll (§. 765). Sonst könnte man allhier die Zerstreuung auch in lauter absteigenden Partibus verrichten, als in 48 (oder 2 mal 24) + 12 + 6 + 3.

N°. 4. 25ℬ = 613fl. 16ℋ 6 ℜ = 276ℬ?

6135 = 13 = 6	25	1 m
xzz = z1 = 4 $\frac{4}{8}$	250	10 m
24 = 16 = 4$\frac{14}{25}$	8	$\frac{1}{5}$
	1	$\frac{1}{5}$

Fac. 6773 = 15 = 16$\frac{14}{25}$, wie oben §. 848 N°. 35.

Näm-

Nämlich, weil 1 ℔ aus 25 ℔ unbequem zu nehmen ist, so bedienet man sich einer Hülfzahl, wovon oben (§. 767) bereits erwehnet worden.

N°. 5. 7 ℔ = 125 fl. 19 ℊ 3 ₰, = 127 ℔ 24 Loth?

1382 = — = 15
879 = 14 = 3
17 = 28 = 8 $\frac{1}{7}$
8 = 29 = 4 $\frac{1}{14}$
4 = 14 = 11 $\frac{1}{28}$

77 | 11 m 16 | $\frac{1}{2}$
49 | 7 m 7 8 | $\frac{1}{2}$
1 | $\frac{1}{7}$ aus 7

Fac. 2292 = 27 = 5 $\frac{1}{4}$, wie oben §. 848 N°. 63.

N°. 6.

100 ℔ = 347 fl. 13 ℊ 6 ₰ = 17 ℔ 18 Loth 2 Qu.?

34 = 22 = 6
17 = 11 = 3
6 = 28 = 8 $\frac{2}{5}$
1 = 22 = 2 $\frac{1}{10}$
— = 6 = 9 $\frac{21}{80}$
— = 1 = 11 $\frac{101}{320}$

320 | 128 | 32 | 84 | 101

a10 | $\frac{1}{10}$
5 | $\frac{1}{2}$
2 | $\frac{1}{5}$ a

16 | $\frac{1}{4}$
2 | $\frac{1}{8}$

$\frac{1}{4}$

Fac. 61 = 2 = 4 $\frac{5}{64}$ | 345 ist 1 $\frac{25}{320}$ (5) | $\frac{5}{64}$

Nota. Bey gegenwärtigem Exempel ist zwar eben dieselbe Schwierigkeit zu merken, welche oben (§. 786) schon erinnert worden; allein in der Praxi fällt solche Schwierigkeit hinweg, wie solches in §. 787 und 788 bereits angezeiget habe.

Die 118. Aufgabe.

§. 854. **Wie, und in welchem Falle die 4te Proportionalzahl, oder das Facit der Exempel der Regel Detri noch auf eine andere Art, und zwar durch eine Zerstreuung des 2ten Gliedes, mit Vortheil zu finden.**

I. Wenn A von solcher Beschaffenheit, wie oben (§. 850 im 1sten Artik.) gemeldet.

II. Wenn

II. Wenn C eine ganze oder auch vermischte Zahl von gleichem Namen mit A, oder auch, wenn sie zwar eine mehrerley namige Zahl, jedoch aber von gleicher Art oder gleicher Eintheilung mit B (wie §. 753 erkläret).

III. Wenn B nicht allzugroß, und übrigens von solcher Beschaffenheit ist, wie oben (§. 845 im 2ten Artikel) C beschrieben worden.

IV. So könnet ihr B dergestalt in Partes zerstreuen, wie vorhin (ibid. im 3ten Artik.) von C gelehret worden.

V. Hierauf multipliciret C mit dem Quotienten des 1sten Partis, und leitet die übrigen Facta in eben solchen Verhältnissen aus einander, gleichwie sich die zerstreuten Partes in B zu einander verhalten; wie zum öftern oben schon angewiesen worden.

VI. Endlich addiret alle gefundene Facta partialia zusammen, so kommt in dem Collect das begehrte Facit.

Z. E. 36 ℔ = 173 fl. 12 ℊ = 527 ℔?

144	4 m	$\frac{1}{10}$ a	2108
24	$\frac{1}{6}$		351 = 10
a 4	$\frac{1}{6}$		58 = 16 = 12
1	$\frac{1}{4}$		14 = 19 = 3
			5 = 25 = 12

Fac. 2538 fl. 11 ℊ 9 ₰

Nämlich zerstreuet die 173 fl. 12 ℊ in 144 fl. + 24 fl. + 4 fl. + 1 fl. + 12 ℊ, sagende: 144 ist 4 mal so viel als 36. Derowegen multipliciret C mit 4, kommen 2108. Hieraus leitet die Facta der übrigen Partium nach und nach, nach ihrer Proportion, wie zum öftern schon gelehret worden, und addiret endlich alle gefunde-

nen

nen Facta zusammen, kommt das begehrte Facit 2538 fl. 11 ß 9 ₰.

Beweis.

Dieser ist gleich dem 3ten Beweise im §. 850. Denn durch solche Zerstreuung wird der Name der Verhältniß von A zu B auf die Weise gefunden, wie oben (§. 357) gezeiget worden. Wenn man demnach C eben mit solchen Namen nach und nach multipliciret, so muß nothwendig das gesuchte Facit, wie nach der gegebenen Regel im §. 332 heraus kommen.

§. 855. Will man sich aber von diesem Proceß einen desto deutlichern Begriff machen, so lasse man die Namen fahren (§. 363), und betrachte das Exempel als folget: Vor 36 fl. bekommt man 173 fl. 12 ß, oder so einerley 144 fl. + 24 fl. + 4 fl. + 1 fl. + 12 ß, wie viel bekommt man vor 527 fl.? das ist eben so viel, als sollte man sagen: Vor 36 fl. bekommt man 4mal so viel, und darüber noch $\frac{1}{6}$ aus dem 4fachen, + $\frac{1}{6}$ aus dem vorigen $\frac{1}{6}$, + $\frac{1}{4}$ wie auch $\frac{1}{10}$ aus dem nächst gedachten $\frac{1}{6}$, wie viel bekommt man demnach vor 527 fl.? Solchergestalt ist es klar, daß man nach solcher Verhältniß vor 527 fl. ebenfalls bekommen muß 4mal 527 fl. und darüber noch $\frac{1}{6}$ aus diesem 4fachen, + $\frac{1}{6}$ aus dem vorigen $\frac{1}{6}$, + $\frac{1}{4}$ wie auch $\frac{1}{10}$ aus dem nächsten $\frac{1}{6}$, welche Partes zusammen addiret allerdings das begehrte Facit abgeben, nämlich 2538 fl. 11 ß 9 ₰.

Oder weil A und C ebenfalls wie B, fl. benennet werden kann, so könnet ihr B mit C verwechseln (wie §. 847. Artik. III. gelehret worden), und das gegebene Exempel betrachten, als sollte es heißen: Vor 36 fl. bekommt man 527 fl., was vor 173 fl. 12 ß? welchergestalt die vorige Solution nach der vorher zur Genüge erklärten Manier (§. 850) desto deutlicher zu begreifen fällt.

§. 856. Es läßt sich demnach diese Manier nur in solchem Falle bequem anbringen (wie §. 854. Artik. II. schon gemeldet), wo C nicht eine mehrerley namige Zahl von anderer Eintheilung ist, als B. Denn daferne dieses ist, so läßt sich dieselbe öfters ohne weitläuftige Reduction nicht unter den Namen von B bringen (wie hiervon §. 753 angezeiget worden), da doch das Facit unter den Namen von B gesuchet wird (§. 349).

§. 857. Was aber den gedachten 1sten und 3ten Artikel (im §. 854) betrifft, hiermit hat es gleiche Bewandniß, wie mit dem 1sten und 2ten Artikel im §. 850, welche oben (§. 852) bereits erkläret worden.

§. 858. Noch einige Exempel zur Uebung.

N°. 1. 100 Brab. Ell. geben 120 Danz. Ell., was 587 Brab. Ell.?

100 | 1 m
20 | 1/5

587
117 2/5
Fac. 704 2/5 Danz. Ell.

N°. 2. 42 ℔ = 24 fl. 19 ℋ = 239 ℔?

21 | 1/2
23 | 1/4

10 | 1/9
9 | 1/10 a

119 : 15
17 : 2 : 2 4/7
1 : 26 : 16 4/7
1 : 21 : 3 6/7

Fac. 140 fl. 5 ℋ 4 5/7 ₰

N°. 3.

24 ℔ = 137 fl. 18 ℋ = 82 ℔ 20 Loth oder 82 5/8

120 | 5 m
12 | 1/2 aus 24
2 | 1/6
3 | 1/4 a

1/5

413 | 1/8 | 120
41 | 5/6 | 300
6 | 8 5/6 | 850
10 | 21/84 | 315
2 3/20 | 21/160 | 63
1648

Fac. fl. 473 688/960 | 43/60

Nota.

Nota. Dieses Exempel ist oben (§. 850) weit leichter und kürzer solviret; allein ich wollte nur die Möglichkeit zeigen, wie dergleichen Exempel nach itzt beschriebener Manier zu solviren, da in C verschiedene Sorten stehen, welche weder von gleicher Art, noch gleicher Eintheilung mit B sind, nämlich ob allhier schon 82 ℔ 20 Loth stehen, so können diese Loth doch gar leicht im Kopfe in einen Bruch reduciret werden. Und weil die Brüche allgemeine Zahlen sind (§. 51), so können die $82\frac{5}{8}$ ℔, als $82\frac{5}{8}$ fl. angesehen werden. Ich habe auch mit Fleiß diese Berechnung in Brüchen angestellet, um nur den Anfängern Gelegenheit zu geben, sich in den Brüchen zu üben. Denn sonst sind $\frac{5}{8}$ fl. auch leichte im Kopfe zu ℋ und ℜ zu resolviren (§. 414); und weil dieselben 18 ℋ $13\frac{1}{2}$ ℜ machen, so kann man die Rechnung lieber als folget, anstellen.

24 fl. : 137 fl.

120	5 m
12	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{6}$
3	$\frac{1}{4}$ a

18 ℋ = 82 fl. 18 ℋ 13 $\frac{1}{2}$ ℜ

$\frac{1}{5}$

413 = 3 = 13 $\frac{1}{2}$

41 = 9 = 6 $\frac{3}{4}$

6 = 26 = 10 $\frac{1}{8}$

10 = 9 = 15 $\frac{3}{16}$

2 = 1 = 17 $\frac{7}{16}$

Fac. 473 fl. 21 ℋ 9 ℜ, wie oben §. 850.

§. 859. Hiermit hoffe ich die Vortheile in der Regel Detri zur Genüge erkläret zu haben. Ich habe auch jederzeit die Facite ganz genau ausgerechnet. Wie man aber in der Praxi, da die genaue Schärfe nicht geachtet wird, leichter und kürzer verfahren kann, solches ist oben (§. 787 und 788) schon angewiesen worden.

§. 860. Also habe ich auch im §. 846. Artik. III. das Verkleinern nur in solchem Falle zu gebrauchen geheißen, wenn A gegen B oder C ein gemeines Maaß hat; und dieses deswegen, damit das Facit punktuel hervorgebracht werden möge. Wenn man aber die genaue Schärfe nicht achtet, so könnte ich gar füglich auch wohl

Exempel angeben, bey denen man sich des Verkleinerns, obgleich die Zahlen nicht gerade aufgehen, bedienen kann, ohne daß das Facit mehr, als etwa einen solchen Defect, der in der Praxi auch außerdem nicht geachtet wird, bekommen sollte; wie ich denn eben dieser Methode in Ausfindung der Universalregeln, in meinem herausgegebenen Wechselarbitragenmanual, öfters mich bedienet: Allein weil hierzu, damit man unterweilen nicht zu weit vom Ziele schieße, eine gute Einsicht im Rechnen und besondere Aufmerksamkeit erfordert wird (§. 789), so pflege ich dieses lieber in der mündlichen Information zu zeigen, allermaßen die Anfänger dadurch gar leicht confus und irrig gemacht werden können. Aus dieser Ursache habe ich solches allhier mit Fleiß übergangen.

Von den vortheilhaften Proben der 4 Specierum und Regel Detri.

§. 861.

Man findet fast in allen Rechenbüchern die bekannte Probe durch die Zahl 9. Es haben aber andere vor mir schon angemerket, wie wenig dieser Probe zu trauen sey. Ueber dieses hat meines Wissens niemand diese Probe auf weitläuftige Rechnungen, sonderlich auf die 4 Species in mehrerley namigen Zahlen, noch weniger auf höhere oder gar auf große Wechselrechnungen zu appliciren; oder sonst eine andere kurze Probe zu dergleichen Rechnungen angezeiget. Zwar haben einige Mathematici, was das erste betrifft, die gedachte

Probe

Probe in etwas sicherer zu machen gesuchet, wenn sie bey der Addition geheißen, sowol in dem Summiren, als hernach in der angestellten Probe Achtung zu haben, wie viel mal 9 hinweggelassen oder ausgestrichen werden, welchergestalt solche Probe nicht anders trügen könnte, man müßte denn in der Ausrechnung wenigstens zweymal gefehlet, und zwar in einer Stelle eben so viel zu viel, als in einer andern zu wenig gesetzet haben, dergleichen Fehler aber im Rechnen nicht leichtlich zu vermuthen sind: Allein es ist dieses Hülfsmittel nicht nur zu weitläuftig, und noch weitläuftiger, wenn man dasselbe bey großen Multiplicationen und Divisionen, zugeschweige höhern Rechnungen, anbringen wollte, sondern auch unvermögend der Sache Schwierigkeit gänzlich abzuhelfen. Denn obgleich die gedachten zwey Fehler, die so genau, wie gemeldet, zusammen treffen, im Rechnen nicht zu vermuthen sind, so ereignen sich dieselben doch gar oft im bloßen Schreiben, wenn nämlich aus Unvorsichtigkeit die Zahlen versetzet und z. E. an statt 32, 23 geschrieben werden. Also habe auch, was das andere belanget, ohnlängst ein Buch unter Hände bekommen, in welchem der Autor bey der Addition der mehrerley namigen Zahlen zwar erwehnet, daß man die gemeldte Probe bey jeder Sorte insbesondere, ehe sie in die größere Sorte reduciret wird, anstellen soll; nicht minder findet man auch in mehrern Büchern, noch andere verschiedene Proben zu der Addition, die entweder durch die Division, oder sonst auf eine andere Art zu verrichten seyn sollen: Allein ausserdem, daß alle diese Proben fast weitläuftiger, als die gemeine Probe (§. 372), so lieget doch der führnehmste Nutzen der compendiösen Proben nicht in der Addition noch Subtraction, deren Ausrechnung einig und allein

in den gegebenen Zahlen und der gefundenen Antwort bestehet (§. 518), worauf allerdings in der Probe eben sowol, als in der Ausrechnung selbsten, gesehen werden muß; sondern und vornemlich in weit höhern Rechnungen, bey welchen die Antworten mittelbar (ibid.) und öfters weitläuftig hergeholet werden.

§. 862. Es ist auch vielen bekannt, daß ich in der mündlichen Information verschiedene curieuse Proben anzuzeigen pflege, welche alle allhier auszuführen zu weitläuftig fallen würde. Derowegen habe hiernächst nur eine derselben, welche insonderheit hernach bey grossen Wechselrechnungen sehr bequem anzubringen ist, vortragen, und insonderheit zeigen wollen, wie dieselbe allgemein bey allen vorkommenden Rechnungen, mit Nutzen zu gebrauchen. Von den andern aber, denke göttlicher Verleihung nach dereinst insbesondere ein Tractätgen auszugeben.

§. 863. Wenn man die Ziffern der geraden Stellen, als auch besonders der ungeraden Stellen zusammen zählet, und jene Summe von dieser, nach Anweisung §. 635 abziehet, so benenne ich das bleibende eine **Probzahl**, weil durch dieselbe alle Rechnungen, wie hernach gezeiget werden soll, zu probiren sind: und werde ich solche Kürze halben zuweilen nur mit P. Z. bemerken.

§. 864. Ihr dürfet demnach den gemeldten § nachschlagen, so werdet ihr dieses umständlich ausgeführet finden, und daraus wahrnehmen können, daß ich durch Probzahl denjenigen Rest verstehe, welcher übrig bleibet, wenn die gegebene Zahl in 11 dividiret wird; nur allein daß solcher nicht durch eine wirkliche Division, son-

sondern durch das daselbst gegebene Kennzeichen auf eine kurze und leichte Art zu suchen sey.

§. 865. Solchemnach ist die Probzahl allezeit entweder 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, oder gar nur eine 0. Mehr als 10 aber kann sie niemals kommen (§. 209). Und lieget allhier nichts daran, daß durch die Probzahl auch eine 1 oder gar eine 0 (so sonst nicht wohl Zahlen heißen können) verstanden wird.

§. 866. Weil nun auf solche Weise die Probzahl aus 24 ist 2 (denn 2 von 4 bleiben 2), die Probzahl aus 30 ist 8 (denn 3 von 0 kann man nicht abnehmen, so saget: 3 von 11 bleiben 8), und die Probzahl aus 32 ist 10 (denn weil 3 von 2 nicht abgenommen werden können, so nehmet abermal 11 darzu, und sprechet: 3 von 2 + 11, das ist von 13, bleiben 10); so rechne ich im Probiren 1 Thl. in Leipzig von 24 Gge nur vor 2 Gge, 1 fl. von 30 ßl nur vor 8 ßl, und 1 ℔ von 32 Loth nur vor 10 Loth. Eben aus diesem Grunde rechne ich im Probiren z. E.

1 ßl von 18 ₰ vor 7 ₰. 1 ℔ Lüb. von 16 ßß vor 5 ßß.
1 ßl von 12 ₰ vor 1 ₰. 1 Ham. Thl. von 48 ßß vor 4 ßß.
1 Hol. Thl. von 50 Stüb. vor 6 Stüb.
u. s. w.

§. 867. Demnach rechne ich 2 Leipziger Thl. im Probiren vor 4 Gge, und zwar nicht als 2 mal 24 Gge, sondern nur als 2 mal 2 Gge; item: 5 solcher Thl. vor 10 Gge, und zwar nicht als 5 mal 24, sondern nur kurz, als 5 mal 2 Gge; hingegen 6 Thl. nicht darum vor 12 als 6 mal 2 Gge, sondern nur vor 1 Gge. Denn weil keine Probzahl über 10 seyn kann (§. 865), so wird nur die Probzahl aus 12 genommen, und diese ist 1 Gge. Also auch werden

z. E. 69 Thl. nicht darum vor 69 mal 2 Gr, sondern nur vor 3 mal 2 Gr, nämlich vor 6 Gr gezählet, weil die Probzahl aus 69 ist 3. Solchergestalt hat man im Probiren niemals größere Zahlen als höchstens 10 mit einander zu multipliciren, welche Producte ein jeder Rechner aus dem Einmal Eins (§. 151) schon im Kopfe hat.

§. 868. Zu desto mehrerer Erklärung folgen noch etliche Exempel.

N°. 1. Wie viel machen 7 fl. im Probiren, an gr? Antwort: 1 gr. Denn 1 fl. wird gerechnet auf 8 gr (§. 866), folgends 7 fl. vor 7 mal 8 gr, dieses thut 56 gr, welcher Probzahl (wenn nämlich 5 von 6 abgenommen werden) 1 ist.

N°. 2. Wenn aber die Frage ist: Wie viel machen 7 fl. im Probiren, an ℛ? da kommt die Antwort 7 ℛ. Denn machet erstlich die 7 fl. zu gr, kommet, wie aus dem nächst vorigen Exempel zu ersehen, 1 gr, ferner hat 1 gr im Probiren nur 7 ℛ (§. 866).

N°. 3. Wie viel machen 8 ℔ im Probiren, an Loth, wie auch an Qu. und ℛ? Antwort: An Loth machen sie 3; an Qu. 1; und an ℛ 4. Denn 1 ℔ wird gezählet vor 10 Loth (§. 866), folgends 8 ℔ vor 8 mal 10, nämlich 80 Loth, deren Probzahl ist 3 Loth. Will man aber die Antwort an Qu. wissen, so saget ferner: 1 Loth hat 4 Qu. folglich haben 3 Loth, 3 mal 4, oder 12, welcher Probzahl 1 Qu. ist. Endlich hat 1 Qu. im Probiren nur 4 ℛ, derowegen ist die begehrte Antwort an ℛ 4.

N°. 4. Wie viel machen 38547 ℔ Lüb. im Probiren, an ß? Antwort 4 ß. Denn die Probzahl aus

38547

38547 ℔, ist 3 ℔ (weil die ungeraden Stellen 7 + 5 + 3 = 15, die geraden Stellen 4 + 8 = 12, und 15 ÷ 12 = 3), 1 ℔ aber hat 5 ß (§. 866); folgends geben 3 ℔, 3 mal 5 ß, nämlich 15 ß, deren Probzahl ist 4 ß.

§. 869. Dieses was allhier von der Verwandlung der größern Sorten in ihre kleinere gemeldet worden, gründet sich auf dasjenige, das ich oben im §. 570 von dem Reste aus der Division gemeldet habe. Denn da die Probzahl eigentlich der Rest ist, welcher durch die Division in 11 entstehet (§. 864), so hat es mit ihr eben dieselbe Beschaffenheit, wie dorten mit dem Reste.

§. 870. Wenn man demnach die Probzahl aus einer mehrerley namigen Zahl haben will, so hat man eben in solcher Ordnung zu verfahren, als wenn man diese unter den Namen der kleinsten Sorte bringen will, wovon oben im §. 405 gelehret worden: Nur allein, daß allhier die ganze Berechnung weit kürzer und leichter nach vorher gezeigter Probirart aus dem Kopfe verrichtet wird (§. 867). Z. E. die Probzahl aus 367 fl. 25 ℳ 12 ℛ zu finden; so saget, die Probzahl aus 367 fl. ist 4 (denn 7 + 3 ÷ 6 = 4). Diese machet zu ℳ nach Anzeigung §. 867 und 868, nämlich saget 1 fl. hat 8 ℳ, folglich geben 4 fl. 4 mal 8, oder 32, das ist 10 ℳ. Diese zählet zu den 5 ℳ in der ersten Stelle der ℳ, kommen 15, und ziehet davon die 2 aus der geraden Stelle ab, bleiben 13, welcher Probzahl ist 2 ℳ. Solche machet ferner zu ℛ, sagende, 1 ℳ hat 7 ℛ, folglich haben 2 ℳ, 2 mal 7 oder 14, das ist 3 ℛ. Diese zählet zu den 2 ℛ in der ersten Stelle der ℛ, kommen 5 ℛ, und ziehet davon das 1

aus der geraden Stelle der Ꝛ ab, bleiben 4 Ꝛ, die gesuchte Probzahl aus 367 fl. 25 ℋ 12 Ꝛ.

§. 871. Mit den allgemeinen Theilen eines Ganzen (§. 51), nämlich mit den Brüchen hat es eben dieselbe Beschaffenheit, wie mit den kleinen Sorten der Münzen, Maaße und Gewichte; und demnach zähle ich im Probiren z. E. $_2\frac{1}{4}$ vor $\frac{1}{2}$, weil die Probzahl aus dem Nenner 2 ist. Item $\frac{1}{2}\frac{7}{4}$ zähle ich vor $\frac{6}{2}$, denn die Probzahl aus dem Zähler ist 6, und aus dem Nenner 2. Aus diesem Grunde zähle ich im Probiren, z. E. den Bruch $\frac{2}{5}\frac{6}{9}$ vor $\frac{4}{4}$; den Bruch $_2\frac{2}{8}\frac{6}{9}\frac{7}{4}$ vor $\frac{3}{1}$; den Bruch $\frac{3}{8}\frac{6}{5}\frac{4}{9}$ vor $\frac{1}{1}$; den Bruch $\frac{1}{3}\frac{8}{4}\frac{7}{6}$ vor $\frac{0}{5}$; den Bruch $\frac{1}{3}\frac{5}{4}\frac{8}{1}$ vor $\frac{4}{6}$ u. s. w. Es darf sich aber niemand befremden lassen, daß allhier solche ungewöhnliche Formuln der Brüche kommen; indem hier nicht auf den eigentlichen Werth des Bruchs, sondern nur auf desselben Probzahl, oder eigentlicher auf die vorhin im §. 864 erklärten Reste gesehen wird.

§. 872. Also auch wenn man die Probzahl aus einer vermischten Zahl haben will, so bleibet es allerdings bey der Ordnung, als wenn diese unter den Namen ihrer Theile gebracht werden soll, wovon oben im §. 405 gelehret worden: Nur daß alles allhier kurz und nach der gezeigten Probirart geschiehet. Z. E. Die Probzahl aus 537 $\frac{1}{5}\frac{3}{3}\frac{7}{2}$ zu finden; so notiret (der Bequemlichkeit wegen) erstlich beyseit oder darunter, wie viel dieser Bruch im Probiren ausmachet (§. 871); und zwar damit ihr diesen gleichsam fingirten Bruch nicht vor den rechten eigentlichen Bruch ansehen möget, in Parenthesi. Als hier bey gegenwärtigem Exempel also $(\frac{5}{4})$. Hierauf nehmet die Probzahl aus den Ganzen, nämlich aus 537,

kom-

kommen 9 (denn $7 + 5 \div 3 = 9$), diese machet zu 4tel (weil der Nenner des Bruchs 4 ist), kommen 36, deren Probzahl ist 3. Solche zählet zu dem Zähler 5, kommen 8 Viertel, die verlangte Probzahl aus $5\,37\frac{1}{5}\frac{3}{3}\frac{7}{2}$.

§. 873. Zu desto mehrerer Erläuterung habe nicht undienlich zu seyn erachtet, wegen desjenigen, das vorhin im §. 870 und §. 871 gelehret worden, noch ein paar Exempel fürzustellen.

N°. 1. Die Probzahl aus 1346 Thl. 14 Ggr $7\frac{1}{1}\frac{3}{6}$ ℛ zu finden. Notiret erstlich den Betrag des Bruchs (§. 872) also: $(\frac{2}{5})$. Auch damit ihr hernach in der Ausrechnung selbst nicht gestöret werdet, so betrachtet vorher, vor wie viel Ggr ein Thl, und vor wie viel ℛ ein Ggr im Probiren zu zählen sey, und fasset euch solches, nämlich, daß 1 Thl. vor 2 Ggr, und 1 Ggr vor 1 ℛ gerechnet wird, ins Gedächtniß. Hierauf sprechet: Die Probzahl aus 1346 Thl. ist 4 Thl. (denn $6 + 3 \div 4 \div 1 = 4$), diese geben, weil 1 Thl. hat 2 Ggr, 4 mal 2 nämlich 8 Ggr. Solche leget zu den 4 Ggr in der ersten Stelle der Ggr, kommen 12, und ziehet davon das 1 aus der geraden Stelle ab, bleiben 11, deren Probzahl ist 0. Weil nun solchergestalt keine Ggr vorhanden, so gehet weiter zu den ℛ, machet die 7 ℛ zu 5tel (weil des Bruchs Nenner 5 ist), kommen 35, deren Probzahl ist 2. Solche leget zu dem Zähler 2, kommen 4, nämlich 5tel, die verlangte Probzahl aus 1346 Thl. 14 Ggr $7\frac{1}{1}\frac{3}{6}$ ℛ.

N°. 2. Die Probzahl aus 568 ℔ 10 ß $5\frac{2}{3}\frac{7}{2}$ ℛ Lübisch zu finden. Notiret erstlich den Betrag des Bruchs also $(\frac{5}{1}\frac{5}{6})$, und bedenket, daß 1 ℔ hat 5 ß, und 1 ß, 1 ℛ (§. 866).

866). Hierauf sprechet: Die Probzahl aus 568 ist 7 ℔ (denn 8 + 5 ÷ 6 = 7), und 7 mal 5 ß geben 35, das ist 2 ß (denn 5 ÷ 3 = 2). Solche leget zu der ersten Stelle der ß, und weil diese eine o ist, so bleibet es bey 2 ß. Folglich ziehet hiervon das 1 aus der geraden Stelle der ß ab, restiret 1 ß, dieser thut (ibid.) 1 ℔. Demnach zählet solchen 1 ℔ zu den 5 ℔, kommen 6 ℔, welche zu 1 otel gemacht, geben 60, das ist 5 (denn o + 11 ÷ 6 = 5). Endlich leget diese 5 zu dem Zähler 5, kommen 10, nämlich 1 otel, die verlangte Probzahl aus 568 ℔ 10 ß $5\frac{7}{12}$ ₰.

§. 874. Wenn man die Summe der Probzahlen aus etlichen gegebenen Zahlen wissen will, so gilt es gleich viel, ob man aus jeder gegebenen Zahl insbesondere ihre Probzahl nimmt, und solche hernach addiret, oder ob man so fort die Ziffern der ungeraden, und besonders der geraden Stellen, von allen gegebenen zusammen zählet, und auf solche Weise auf einmal die verlangte Probzahl suchet.

Z. E. Man begehret zu wissen, wie viel die Summe der Probzahlen ist aus den Zahlen 37 und 69; so gilt es gleichviel, ob ich sage, die Probzahl aus 37 ist 4; aus 69, 3, und addire die gefundenen 3 und 4 zusammen: Oder ob ich sofort die 7 und 9 der ungeraden Stellen, wie auch die 3 und 6 der geraden Stellen zusammen zähle, und also 9 von 16 abziehe, so kommet in allewege die verlangte Summe beyder Probzahlen 7. Gleiche Bewandniß hat es mit mehr als 2 gegebenen Zahlen.

§. 875. Wer in den nachfolgenden Proben wohl fortkommen

men will, der beliebe sich im vorhergehenden zuförderst wohl zu üben.

Die 119. Aufgabe.

§. 876. Das gefundene Collect in der Addition mit Vortheil zu probiren.

I. Suchet die Summe der Probzahlen aus allen gegebenen Zahlen, auf die Weise, wie vorher (insonderheit §. 874) gelehret worden; und zwar, wenn die gegebenen Zahlen aus verschiedenen Sorten bestehen, so suchet die gedachte Summe erstlich aus der größten Sorte, bringet dasjenige, was hieraus kommt, unter den Namen der nächst kleinern, und zählet das kommende zu den ungeraden Stellen dieser kleinern Sorten, eben also wie vorhin (§. 870. 872 und 873) erkläret worden, u. s. w. Daferne aber solche Summe der Probzahlen über 10 ist, so nehmet aus derselben abermals die Probzahl, und notiret solche beyseite.

II. Suchet die Probzahl aus dem Collect, und zwar unter eben denselben Namen, als jene Probzahl (vorhin Artik. I.) heißet; so müssen beyde einander gleich seyn. Wo dieses aber nicht ist, so ist es eine gewisse Anzeigung, daß in der Rechnung ein Fehler enthalten seyn müsse.

Z. E. N°. 1. Die obige Addition §. 105, kommt allhier nebst der Probe also zu stehen:

3597	
154	
9068	P. Z.
85	1
Summe 12904	1

Nam-

Nämlich zählet zusammen 7+5+4+1+8+0+5; desgleichen 9+3+5+6+9+8: So kommen aus den ungeraden Stellen 30, das ist 8; und aus den geraden 40, das ist 7. Folgends ist die verlangte Probzahl 8÷7, nämlich 1. Auf gleiche Weise suchet die Probzahl aus dem Collecte 12904, kommt ebenfalls 1. Weil nun beyde Probzahlen einander gleich gekommen, so urtheilet man, daß das gefundene Collect recht sey.

N°. 2. Die obige Addition §. 427 N°. 2 kommt nebst der Probe, als folget:

	328 fl.	25 ℋ	6 ℛ	
	2465 =	13 =	12	
	— =	27 =	9	P. Z.
	207 =	— =	4	10 ℛ
Summe	3002 =	6 =	13	10 ℛ

Nämlich saget, bey den fl. anfangend, 8+3+5+4+7+2 geben 29, das ist 7; desgleichen ferner 2+6+2+0, geben 10, welche von 7 oder vielmehr 7+11, das ist von 18, abgezogen, bleiben 8 fl. Solche machet zu ℋ (nach Anzeigung §. 870) sagende: 8 mal 8 (weil 1 fl. hat 8 ℋ) geben 64, das ist 9 ℋ. Diese 9 ℋ zählet zu den ℋ, in den ungeraden Stellen, als nämlich 9+5+3+7, kommen 24, das ist 2, hiervon nehmet aus den geraden Stellen die 2+1+2, das ist 5, ab, und weil 5 von 2 nicht kann abgenommen werden, so nehmet die 5 von 2+11, nämlich von 13 ab, bleiben 8 ℋ. Solche machet ferner zu ℛ, sagende: 8 mal 7 (weil 1 ℋ hat 7 ℛ) geben 56, das ist 1 ℛ. Diesen zählet zu den ℛ in den ungeraden Stellen, als nämlich 1+6+2+9+4, kommen

men 22, das ist 0. Hiervon oder vielmehr von 0 + 11 nehmet das 1 ab, das in den geraden Stellen stehet, bleiben 10 ℞, die Probzahl aus allen summirenden Zahlen. Gleichergestalt suchet die Probzahl aus dem Collecte 3002 fl. 6 ₰ 13 ℞, wie dieses oben (§. 870 und 873) schon zur Genüge angewiesen worden, kommen ebenfalls 10 ℞. Dahero urtheilet man, weil beyde Probzahlen einander gleich gekommen, daß das gefundene Collect recht sey.

N°. 3. Die obige Addition §. 427. N°. 5 kommt nebst der Probe also zu stehen:

327 ℔	23 Loth	3 Qu.	1 ℞		
837 =	29 =	— =	3		
25 =	27 =	3 =	2		
137 =	31 =	1 =	—		
273 =	— =	2 =	3		
69 =	29 =	— =	1		
354 =	— =	— =	2		
— =	30 =	— =	3		P. Z.
587 =	19 =	3 =	1		4 ℞
Summe 2615 =	— =	— =	—		4 ℞

Nämlich suchet die Probzahl aus den summirenden Zahlen auf die Weise, wie beym vorigen Exempel umständlich gezeiget worden, kommen 4 ℞. Desgleichen suchet die Probzahl aus dem Collect, und zwar ebenfalls unter den Namen ℞ (ob schon in demselben keine ℞ vorhanden), weil jene Probzahl ℞ bedeutet, so kommen gleichfalls 4 ℞.

§. 877.

§. 877. Der Grund von dieser Probe der Addition lieget in den Lehren, welche oben bey den Eigenschaften der addirten Zahlen (§. 559, 560 und 561) bereits dargethan worden. Denn die Probzahl aus den summirenden Zahlen ist eigentlich die Summe aller Reste (§. 874), oder doch der Rest aus solcher Summe aller Reste, welche durch die Division entstehen, wenn man jede summirende Zahl ins besondere in 11 dividiret (§. 864); und eben so viel muß, vermöge der erwehnten Lehren, der Rest, oder wie es hier heißt (§. 863) die Probzahl, aus dem Collecte seyn. Daß aber der angewiesene Proceß auch bey den mehrerley namigen Zahlen allerdings seine Richtigkeit habe, solches erhellet (wie vorhin §. 869 bereits gemeldet) klar aus dem oben im §. 570 eben hierzu gelegten Grunde.

§. 878. Indessen merket insonderheit, daß allezeit, wo gesaget wird, die Probzahlen sollen einander gleich seyn, selbige zuförderst unter gleiche Namen gebracht werden müssen, wie solches im vorigen Exempel N°. 3 (§. 876) klar vor Augen geleget worden, welches ein vor allemal allhier erinnern wollen.

§. 879. Ich könnte allhier in der Addition noch Exempel von gebrochenen Zahlen fürstellen: Allein ich achte solches vor eine unnöthige Weitläuftigkeit, indem mein Hauptendzweck mit dieser Probe nicht auf die Addition noch Subtraction, sondern und vornemlich auf höhere Rechnungen zielet (§. 861), als bey welchen der Nutzen dieser Probe sich am meisten erst äußern wird; allermaßen es demjenigen, der das vorhergehende gründlich verstanden, nicht schwer fallen kann, vor sich selbst Exempel mit Brüchen zu formiren, und selbige nach voriger Art zu probiren.

Die 120. Aufgabe.

§. 880. Den gefundenen Rest in der Subtraction mit Vortheil zu probiren.

Weil der Subtractor zusammt dem Reste gleich dem Subtrahendo seyn muß (§. 373), so bleibet es allhier allerdings bey der gegebenen Regel in der Addition (§. 876); Nur allein, an statt, da dorten die Summe der Probzahlen aus den summirenden Zahlen, und besonders die Probzahl aus dem Collect allein, genommen wird, so nehmet allhier die Summe der Probzahlen, aus dem Subtractore und Rest, und besonders die Probzahl aus dem Subtrahendo allein, so müssen beyde kommende Probzahlen einander gleich seyn.

Z. E. N°. 1. Die obige Subtraction §. 126 kommt allhier nebst der Probe also zu stehen:

	P. Z.
130042965	8
90168063	8
Rest 39874902	

Nämlich die ungeraden Stellen des Subtractoris und Rests enthalten in sich 3+0+6+0+2+9+7+9 = 36, diese geben 3; die geraden Stellen aber 6+8+1+9+0+4+8+3 = 39, welche 6 geben; demnach nehmet 6 von 3+11, nämlich von 14, ab, bleiben 8 übrig. Gleichermaßen suchet die Probzahl aus dem Subtrahendo 130042965, so kommen ebenfalls 8.

N°. 2. Die obige Subtraction §. 434. N°. 3 kommt nebst der Probe als folget:

	P. Z.
1234 fl. 12 ß 9 ₰	7 ₰
697 = 21 = 12	7 ₰
Rest 536 = 20 = 15	

Nämlich 7+6+6+5 in den ungeraden Stellen der fl. des Subtractoris und Rests geben 24, das ist 2, 9+3 aber geben 12, das ist 1, welches von 2 abgezogen, bleibet 1 fl. Solcher thut 8 ℋ (§. 866); derowegen zählet weiter bey den ℋ 8+1+0 geben 9, 2+2 aber geben 4, welche von 9 abgenommen, bleiben 5 ℋ. Diese machet zu ℛ, sagende: 5 mal 7 geben 35, das ist 2 ℛ. Folglich zählet diese 2 ferner zu den ungeraden Stellen der ℛ, nämlich 2+2+5 geben 9. Hiervon ziehet ab 1+1, das ist 2, bleiben 7, die Probzahl aus dem Subtractore und Rest. Auf gleiche Weise suchet die Probzahl aus 1234 fl. 12 ℋ 9 ℛ (wie solches vorhin öfters schon erkläret worden), so kommen gleichfalls 7 ℛ.

N°. 3. Die obige Subtraction §. 434. N°. 8 kommt nebst der Probe als folget:

℔	Schott	Grän	P. Z.
583	= —	= —	— ∘(4tel Grän
234	= —	= $9\frac{3}{4}$	— ∘(4tel Grän
Rest 348	= 23	= $2\frac{1}{4}$	

Nämlich suchet die Probzahl aus dem Subtractore und Rest, auf die Weise, wie beym vorigen Exempel ausführlich gezeiget worden; und zwar, weil bey demselben auch 4tel Grän stehen, nach Anweisung §. 873, kommet ∘ 4tel Grän. Gleichergestalt suchet die Probzahl aus 583 ℔, kommt gleichfalls ∘. Diese Probzahl müßte zwar (vermöge §. 878) nicht minder auch zu 4tel Grän gemacht werden: Allein da dieselbe eine ∘ ist, und ferner in dem Subtrahendo keine kleineren Sorten oder Theile stehen, so siehet man bald, daß ∘ ℔ auch in 4tel Grän eine ∘ geben.

§. 881.

§. 881. Diese Probe der Subtraction gründet sich, wie solches in der Regel selbst (§. 880) erwehnet worden, auf die vorhergehende Probe der Addition, welcher Richtigkeit vorhin (§. 877) bereits dargethan ist. Und wer dieses verstehet, der wird gar leicht sehen können, daß ich allhier die Probe der Subtraction, aus den gelegten Gründen im §. 564, auch auf eine andere Art hätte angeben können: Allein der Kürze halben, und damit man nicht nöthig habe, viele besondere Regeln zu beobachten, habe lieber auf den Rückweg von der Addition (§. 270) sehen, und also dieser ihre Probe auch auf die Subtraction ziehen wollen.

Die 121. Aufgabe.

§. 882. Das gefundene Product in der Multiplication mit Vortheil zu probiren.

I. Suchet die Probzahlen aus jedem Factore insbesondere, und schreibet dieselben beyseite unter einander.

II. Multiplicirt die gefundenen Probzahlen mit einander, und schreibet unter dieselben, vermittelst einer Scheidelinie dasjenige, was hieraus kommt, oder daferne es mehr als 10 ist, die Probzahl aus demselben. Endlich

III. suchet die Probzahl aus dem Product, dessen Richtigkeit ihr probiren wollet. Diese muß gleich seyn der Probzahl, welche vorhin unter die Scheidelinie geschrieben worden. Wo aber dieses nicht eintrifft, so ist es eine gewisse Anzeigung, daß in der Rechnung ein Fehler stecken müsse.

Z. E. N°. 1. Oben im §. 170 ist die Zahl 2357 mit 438 multipliciret, und im Product 1032366 gebracht worden. Wollet ihr dieses probiren, so saget:

Die Probzahl aus 2357 ist 3
Die Probzahl aus 438 ist 9

Ferner sprechet: 3mal 9 geben 27, das ist 5.

Hierauf suchet die Probzahl aus dem Product 1032366, kommen gleichfalls 5; und hieraus urtheilet man, daß das gefundene Product recht sey.

N°. 2. Oben §. 472 N°. 1, wie auch §. 751 N°. 1 sind 327 fl. 18 ℋ 12 ₰ mit 369 multipliciret, und im Product 120892 fl. 18 ℋ gebracht worden: Wie ist dieses zu probiren? Antwort also:

Die Probzahl
aus 327 fl. 18 ℋ 12 ₰ ist 3 ₰ (§. 870 u. 873)
aus 369 = = = ist 6

multipliciret 3 ₰ mit 6, komen 18, d. i. 7 ₰.

Hierauf suchet die Probzahl aus dem Product 120892 fl. 18 ℋ, kommet 1 ℋ. Diesen machet zu ₰, weil jene Probzahl ₰ heißet (§. 878), kommen gleichfalls 7 ₰.

N°. 3. Oben §. 472 N°. 3, wie auch §. 751 N°. 4, sind 479 Thl. 13 Gℋ $6\frac{7}{8}$ ₰ mit 567 multipliciret, und im Product 271913 Thl. 15 Gℋ $10\frac{1}{8}$ ₰ gebracht worden: Wie ist dieses zu probiren? Antwort also:

Die Probzahl aus 479 Thl. 13 Gℋ $6\frac{7}{8}$ ₰ ist 2 (8tel ₰
Die Probzahl aus 567 = = = = ist 6

Ferner: 6mal 2 (8tel ₰ geben 12, das ist 1 (8tel ₰

Hierauf suchet die Probzahl aus dem Producte 271913 Thl. 15 Gℋ $10\frac{1}{8}$ ₰, kommt gleichfalls 1 (8tel ₰.

N°. 4. Oben §. 751 N°. 3 ist die Zahl $639\frac{1}{16}$ mit 184 multipliciret, und im Product $117702\frac{1}{2}$ gebracht worden: Wie ist dieses zu probiren? Antwort also:

Erst-

Erstlich notiret (§. 872), daß $\frac{1}{1}\frac{1}{8}$ im Probiren sey $\frac{0}{5}$ (§. 871). Hierauf saget:

Die Probzahl aus $693\frac{0}{5}$ ist 5(5tel
Die Probzahl aus 184 ist 8

Ferner: 8mal 5(5tel geben 40, d. i. 7(5tel.

Weiter suchet die Probzahl aus dem Product $1177\,02\frac{1}{2}$, kommen 5 Halbe. Weil nun jene Probzahl 5tel, und diese Halbe oder 2tel heißt, so multiplicirt jene 7 mit 2, und diese 5 mit 5, so werden sie auf solche Weise beyde unter gleiche Namen gebracht (wie aus dem Beweise §. 408 klar zu ersehen). Solchergestalt heißt es: 2 mal 7 geben 14, das ist 3, und 5 mal 5 geben 25, das ist ebenfalls 3.

§. 883. Merket demnach, wenn man 2 Probzahlen, die in Brüchen genommen sind, und ungleiche Namen (als beym nächsten Exempel 5tel und Halbe) haben, unter gleiche Benennung bringen will, daß man nur schlechterdings jede derselben mit dem Namen oder Nenner von der andern multipliciren darf. Wenn sie aber vorhin gleiche Namen haben, da hat man auch solche Multiplication nicht nöthig. Ausgenommen wenn sie beyde ○tel heißen, oder eine ○ zum Nenner haben, alsdenn muß jede mit der ○ von der andern multipliciret werden. Die Ursache hiervon ist, weil auch 2 ungleichnamige Brüche in einer Rechnung kommen können, deren beyde Nenner im Probiren gleichwol ○tel heißen, und also nur dem Scheine nach gleiche Namen haben. Dieses ist aber nur bey den Nennern, die eine ○ sind, und sonst bey andern Nennern ordentlicher Weise nicht zu besorgen.

§. 884. Der Grund von dieser Probe der Multipli-

cation lieget in den Lehren, welche oben bey den Eigenschaften der multiplicirten Zahlen (§. 542. 565 und 566 schon dargethan sind. Allermaßen dasjenige, was in diesen Lehren von den Resten überhaupt erwiesen worden, ohnstreitig hierher auf die Probzahl (§. 864) zu ziehen ist. Was aber die vermischten und mehrerley namigen Zahlen betrifft, so erhellet die Richtigkeit ihres Processes aus dem, was oben schon §. 570 und §. 869 gemeldet worden.

§. 885. Ich könnte allhier in der Multiplication noch Exempel beybringen, in welchen beyde Factores mehrerley namige Zahlen sind; allein dieselben schicken sich besser hernach in die Regel Detri, als worinnen dergleichen Exempel am meisten vorzukommen pflegen.

§. 886. Dieses aber habe allhier noch melden wollen, daß man eben auf diese Art auch ein solches Product probiren kann, das auch wol aus mehrern als nur aus 2 Factoribus entstehet. Z. E. Es sind die Zahlen 238, 105, 137 und 81 mit einander multipliciret, und im Producte 277314030 gebracht worden: Frage, wie dieses probiret wird? Antwort also:

Die Probzahl aus 238 ist 7
aus 105 ist 6
aus 137 ist 5
aus 81 ist 4

Diese multiplicirt, geben 4

Nämlich saget: 6 mal 7 geben 42, das ist 9, ferner: 9 mal 5 geben 45, das ist 1; endlich: 1 mal 4 giebt 4. Hierauf nehmet die Probzahl aus dem Product 277314030, kommen gleichfalls 4.

§. 887. Ihr werdet zweiter hinten finden, was dieses vor Nu-

hen

ten in weitläuftigen, sonderlich in Wechselrechnungen, hat. Indessen könnet ihr wahrnehmen, daß der vornemste Nutzen des vortheilhaften Probirens seinen Anfang nicht bey der Addition noch Subtraction (wie schon oben §. 861 und 879 gemeldet), sondern allererst bey der Multiplication nimmt, indem man in der Probe nur auf die gegebenen Zahlen und auf die gefundene Antwort, wie z. E. vorhin (§. 886) auf die Zahlen 238, 105, 137, 81 und 277314030 zu sehen hat, übrigens aber die ganze Ausrechnung, durch welche das Product gefunden worden, nicht wissen noch achten darf.

Die 122. Aufgabe.

§. 888. Den gefundenen Quotienten in der Division mit Vortheil zu probiren.

Weil das Product des Divisoris und Quoti, wenn diese beyde mit einander multipliciret werden, dem Dividendo gleich seyn muß (§. 375), so hat es allhier allerdings sein Verbleiben bey der gegebenen Regel in der Multiplication (§. 882). Nur allein an statt da dorten die Probzahlen aus den 2 gegebenen mit einander multipliciret werden, so multipliciret allhier die Probzahl aus dem gefundenen Quotienten (wenn er nämlich zuförderst ganz genau ausgerechnet) mit der Probzahl aus dem Divisore; so muß die hieraus kommende Probzahl gleich seyn der Probzahl aus dem Dividendo.

Z. E. N° 1. Oben im §. 243 ist die Zahl 2549361 in 439 dividiret, und im Quotienten $5807\frac{8}{4}\frac{8}{3}\frac{8}{9}$ gebracht worden. Wenn ihr diesen probiren wollet, so notiret erstlich (§. 872), daß dieser Bruch im Probiren bedeute ($1\frac{0}{8}$). Hierauf saget:

die Probzahl aus $5807\frac{0}{8}$ ist 1(1otel
die Probzahl aus 439 ist 10

Ferner: 10 mal 1(1otel geben 10(1otel.

Weiter suchet die Probzahl aus dem Dividendo 2549361, kommt 1. Dieses machet gleichfalls zu 1otel (§. 878), so kommen 1o(1otel, gleich der vorigen Probzahl; und hieraus urtheilet man, daß der gefundene Quotient recht sey.

N°. 2. Oben im §. 491. N°. 12 sind 176378 ℔ 25 Loth 2 Qu. in 328 dividiret, und im Quotienten 537 ℔ 23 Loth 2 Qu. 3 ℛ gebracht worden: Wie ist dieser zu probiren? Antwort also:

die Probzahl aus 537 ℔ 23 Loth 2 Qu. 3 ℛ ist 4 ℛ
die Probzahl aus 328 = = = = ist 9

Ferner: 9 mal 4 ℛ geben 36, das ist = 3 ℛ

Hierauf suchet die Probzahl aus dem Dividendo 176378 ℔ 25 Loth 2 Qu., kommen 9 Qu. Diese machet zu ℛ, weil jene Probzahl ℛ ist (§. 878), kommen gleichfalls 3 ℛ.

N°. 3. Oben im §. 491. N°. 13 sind 18346 fl. 25 ℋ 6 ℛ in 315 dividiret, und im Quotienten 58 fl. 7 ℋ $5\frac{1}{1}\frac{1}{5}$ ℛ gebracht worden: Wie ist dieser zu probiren? Antwort also:

Erstlich notiret den Betrag des Bruchs also ($\frac{0}{4}$) (§. 872). Hierauf folget:

die Probzahl aus 58 fl. 7 ℋ $5\frac{0}{4}$ ℛ ist 8(4tel ℛ
die Probzahl aus 315 = = = ist 7

Ferner: 7 mal 8(4tel ℛ, geben 56, das ist 1(4tel ℛ

Weiter suchet die Probzahl aus dem Dividendo 18346 fl. 25 ℋ 6 ℛ, kommen 3 ℛ. Diese machet zu 4tel ℛ, weil jene Probzahl 4tel ℛ heißt, kommt gleichfalls 1(4tel ℛ.

N°. 4. Oben im §. 483. N°. 20 ist die Zahl $138795\frac{5}{1}\frac{3}{3}\frac{3}{7}$ in 426 dividiret, und im Quotienten $325\frac{2}{3}\frac{3}{9}\frac{6}{1}\frac{5}{8}\frac{9}{1}$ gebracht worden: Wie wird dieser probiret? Antwort also: Erst-

Erstlich notiret beyde Brüche gehöriger maßen (§. 872), so habt ihr an statt $_1\frac{5}{3}\frac{3}{7}$ den Bruch $(\frac{2}{5})$, und an statt $\frac{2}{3}\frac{3}{9}\frac{6}{1}\frac{5}{8}\frac{9}{1}$ den Bruch $(\frac{9}{9})$. Hierauf sprechet:

die Probzahl aus $325\frac{9}{9}$ ist 8(9tel
die Probzahl aus 426 ist 8

Ferner: 8mal 8(9tel geben 64, d. i. 9(9tel.

Weiter suchet die Probzahl aus dem Dividendo $138795\frac{9}{5}$, kommen 5(5tel. Weil nun jene Probzahl 9tel, und diese 5tel heißt, so müsset ihr (§. 883) jene 9 mit 5, und diese 5 mit 9 multipliciren, so kommen sie beyde unter gleiche Namen; und, weil 5 mal 9 oder 9 mal 5 geben 45, beyderseits die Probzahl 1.

§. 889. Diese Probe der Division gründet sich, wie solches bey der gegebenen Regel selbst (§. 888) gemeldet worden, auf die Probe der Multiplication, die vorhin schon (§. 884) erwiesen ist.

Die 123. Aufgabe.

§. 890. Das gefundene Facit in der Regel Detri mit Vortheil zu probiren.

I. Nehmet die Probzahl aus jedem der gegebenen drey Glieder ins besondere, wie auch aus dem Facit, und schreibet dieselbe ordentlich neben einander, wie sie aus dem Aufsatze der Rechnung selbst auf einander folgen, als A. B. C. D. (§. 353). Jedoch merket

II. daß in diesem Aufsatze der Probzahlen (gleichwie solches in dem Aufsatze der Ausrechnung selbst zu beobachten ist, laut §. 349) die Probzahl A mit der Probzahl C, desgleichen die Probzahl B mit der Probzahl D gleiche Namen haben. Wo aber dieses nicht ist, so bringet sie darzu.

III. Multipliciret die Probzahl A mit der Probzahl D; desgleichen die Probzahl B mit der Probzahl C, so müssen die Probzahlen aus beyden kommenden Producten einander gleich seyn. Im Fall aber diese nicht gleich sind, so ist es gewiß, daß in der Berechnung ein Fehler seyn müsse.

Z. E. N°. 1. Oben im §. 848. N°. 3. findet man folgendes Exempel:

9660 ℔ = 1480 fl. = 161 ℔? Fac. $24\frac{2}{3}$ fl.

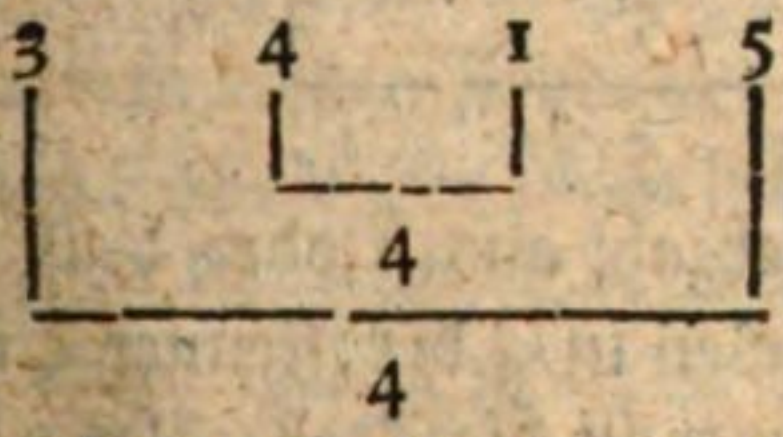
Von diesem Facit kommt die Probe folgendergestalt:

A.	B.	C.	D.
2.	7.	7.	8.
	5		
5			

Nämlich die Probzahl aus A oder 9660 ℔ ist 2 ℔, und weil auch in C keine kleinern Sorten oder Theile als ℔ vorhanden, so bleibet diese Probzahl bey 2. Ferner ist die Probzahl aus B, oder aus 1480 fl., 6. fl. Allein weil gleichwol in D 3tel fl. stehen, und B mit D gleiche Namen haben müssen, so machet die gefundenen 6 fl. gleichfalls zu 3tel fl., nämlich multipliciret die 6 mit dem Nenner 3, kommen 18, deren Probzahl ist 7. Weiter ist die Probzahl aus C, oder aus 161 ℔, 7 ℔. Und da diese dem Namen nach gleich ist mit A, so bleibet es bey 7. Endlich ist die Probzahl aus D, oder aus $24\frac{2}{3}$ fl., 8(3tel fl. Solchergestalt stehet A und C, wie auch B und D unter gleichen Namen. Hierauf multipliciret die beyden mittlern, als auch die beyden äußersten Glieder insbesondere mit einander, nämlich sprechet: 7 mal 7 geben 49, das ist 5; ferner: 2mal 8 geben 16, das ist ebenfalls 5. Da nun aus beyden Producten 5 gekomen, so urtheilet man, daß das gefundene Facit recht sey. N°. 2

N°. 2. Im §. eod. N°. 12 findet sich folgendes Exempel: 112 ℔ 16 Loth = 471 fl. = 4993 ℔? Fac. 20904 $\frac{2}{9}$ fl. Wie wird dieses probiret? Antwort also:

Erstlich notiret den Bruch in D gehöriger maßen (§. 872), kommt ($\frac{2}{9}$). Gleichergestalt bedenket vorher, ehe ihr weiter gehet (der im §. 873. N°. 1 gegebenen Ursache wegen), daß 1 ℔ auf 10 Loth zu berechnen sey (§. 866). Folgends kommt die begehrte Probe also zu stehen:



Nämlich die Probzahl aus A oder 112 ℔ 16 Loth, ist 3 Loth. Die Probzahl aus B oder 471 fl. ist 9 fl. Weil aber in D 9tel fl. stehen, so machet die 9 fl. aus B gleichfalls zu 9tel fl., kommen 81, das ist 4. Ferner ist die Probzahl aus C, oder aus 4993 ℔, 10 ℔. Weil aber die Probzahl aus A Loth heißt, so machet die 10 ℔ ebenfalls zu Loth, nämlich saget: 10 mal 10 Loth geben 100 Loth, das ist 1. Endlich ist die Probzahl aus D, oder aus 20904 $\frac{2}{9}$, 5. Auf solche Weise haben die Glieder A und C, wie auch B und D gleiche Namen, denn jene beyde heißen Loth, und diese beyde 9tel fl. Demnach multipliciret die beyden mittlern Glieder, als 4 und 1, mit einander, kommen 4; desgleichen die beyden äußersten, als 3 und 5, mit einander, kommen 15, deren Probzahl ist ebenfalls 4.

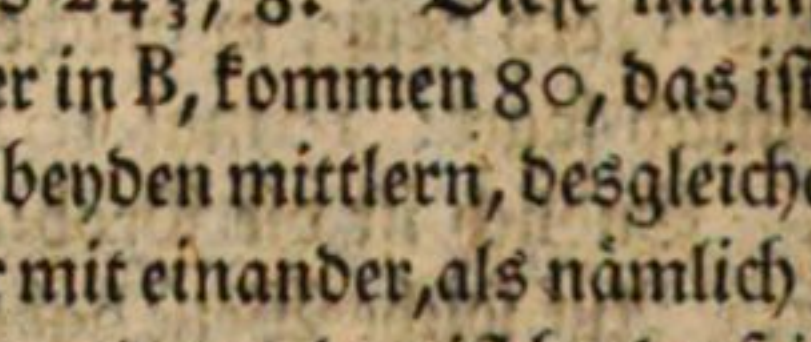
N°. 3. Im §. 494. N°. 6 findet man folgendes Exempel:

$\frac{5}{7}$ = 3 $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{3}$ = 5 $\frac{3}{4}$? Fac. 24 $\frac{2}{3}$.

Wie wird dieses probiret? Antwort also:

Erst=

Erstlich notiret den Bruch in B gehöriger maßen (denn die übrigen Brüche sind vorhin schon klein), kommt ($_1\frac{9}{0}$). Uebrigens merket allhier insonderheit dasjenige, was oben §. 883 wegen der ungleichnamigen Brüche gemeldet worden; folget kommt die Probe wie folget:



Nämlich die Probzahl aus A oder $\frac{5}{7}$, ist 5. Diese multipliciret mit 4, weil in C der Nenner 4 ist, kommen 20, das ist 9. Ferner ist die Probzahl aus B, oder aus $3_1\frac{9}{0}$, 6. Diese multipliciret mit 3, weil der Nenner in D 3 ist, kommen 18, das ist 7. Weiter ist die Probzahl aus C, oder aus $5\frac{3}{4}$, 1. Diese multipliciret mit 7 als dem Nenner in A, kommen 7. Endlich ist die Probzahl aus D, oder aus $24\frac{2}{3}$, 8. Diese multipliciret mit 10, als dem Nenner in B, kommen 80, das ist 3. Hierauf multipliciret die beyden mittlern, desgleichen die beyden äußersten Glieder mit einander, als nämlich 7 mit 7, und 9 mit 3, kommen 49 und 27, das ist beyderseits die Probzahl 5.

N°. 4. Im §. 848. N°. 63 findet sich folgendes Exempel.

7 ℔ = 125 fl. 19 ß 3 ₰ = 127 ℔ 24 Loth? Fac. 2292 fl. 27 ß $5\frac{1}{4}$ ₰.

Wie wird dieses probiret? Antwort also:

Nämlich die Probzahl aus A ist 7 ℔. Weil aber in

Loth

C Loth stehen, so macht solche 7 ℔ zu Loth, nämlich saget 7mal 10 (§. 866) geben 70, das ist 4. Die Probzahl aus B oder 125 fl. 19 ß 3 ₰, ist 8 ₰. Weil aber in D 4tel ₰ stehen, so machet solche 8 ₰ gleichfalls zu 4tel ₰. kommen 32, das ist 10. Weiter ist die Probzahl aus C oder aus 127 ℔ 24 Loth, 7 Loth; und die Probzahl aus D oder aus 2292 fl. 27 ß $5\frac{1}{4}$ ₰, 1 (4tel ₰. Wenn denn die 4 Probzahlen gefunden, so multipliciret (wie bey den vorigen Exempeln schon zur Genüge gezeiget) B mit C, und A mit D, kommen in beyden Producten die Probzahlen 4.

N°. 5. Im §. 848. N°. 64 findet sich folgendes Exempel:

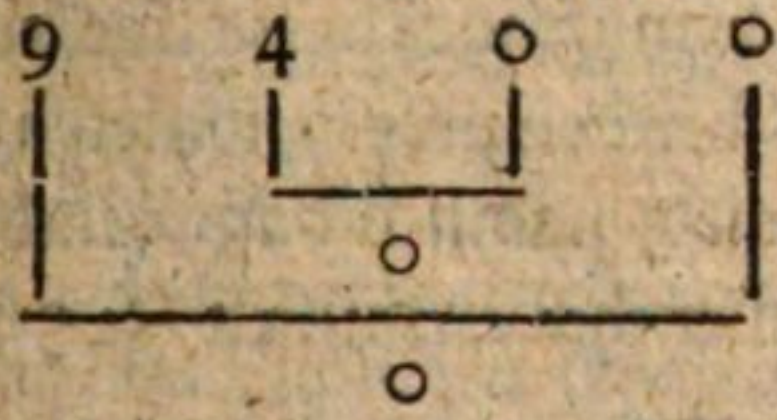
$5\frac{5}{8}$ ℔ = 32 fl. 13 ß 12 ₰ = 47 ℔ 25 Loth?

Fac. 265 fl. 25 ß $6\frac{20}{80}$ ₰.

Wie wird dieses probiret? Antwort also:

Erstlich notiret den Bruch in D gehöriger maßen also ($\frac{7}{5}$).

Folglich kommt die Probe wie folget zu stehen:



Nämlich die Probzahl aus A oder $5\frac{5}{8}$, ist 2 (6tel ℔. Diese 2 machet zu Loth oder 32tel ℔, weil in C Loth stehen, nämlich saget 2mal 10 geben 20, das ist 9. Die Probzahl aus B oder 32 fl. 13 ß 12 ₰, ist 3 ₰. Diese machet zu 5tel, weil in D 5tel stehen, kommen 15, das ist 4. Die Probzahl aus C oder 47 ℔ 25 Loth ist 0. Diese müßten sonst gleichwie A zu 6tel gemacht werden; allein 6mal 0 bleibet 0. Endlich die Probzahl aus D oder 265 fl. 25 ß $6\frac{3}{5}$ ₰, ist 0. Wenn ihr demnach B mit C und A mit D, das ist 4 mit 0, und 9 mit 0 multipliciret, kommt in beyden 0.

§. 891. Diese Probe der Regel Detri gründet sich auf

die

die 3te Art probiren im §. 378, und ferner auf die gegebene Probe der Multiplication (§. 882). Denn vermöge des gedachten ersten Syhi muß das Product von B mit C gleich seyn dem Producte von A mit D, wenn sie wirklich mit einander multipliciret werden: Folgends müssen auch die Probzahlen aus solchen Producten einander gleich seyn. Indessen erlanget man, vermöge des erwehnten andern Syhi, insonderheit nach dem gegebenen Grunde (§. 884) die Probzahl aus einem Product, wenn man sie, die Factores auch schon nicht selbst, sondern nur ihre Probzahlen mit einander multipliciret: Derowegen folget, wenn man die Probzahl aus B mit der Probzahl aus C, desgleichen die Probzahl aus A mit der Probzahl aus D multipliciret, daß die Probzahlen dieser Producte einander gleich seyn müssen. Und eben dahero, weil dieses aus der Eigenschaft der Proportion herrühret (§. 328), so muß auch dasjenige dabey beobachtet werden, welches bey den proportionirten Zahlen selbst in acht genommen wird, nämlich daß A und C, wie auch B und D gleiche Namen haben müssen (§. 349).

§. 892. Eben dieser Manier, nach welcher das Facit aus der Regel Detri zu probiren ist, könnet ihr euch nach Belieben auch bey der Multiplication und Division bedienen; allermaßen man jede Multiplication, als ein Multiplicationsexempel, und jede Division, als ein Divisionsexempel, nach der Regel Detri betrachten und berechnen kann (§. 358). Und könnet ihr insonderheit daraus wahrnehmen, wie genau diese Probe mit den oben gegebenen Multiplications- und Divisionsproben (§. 882 und 888 harmoniret.

§. 893. Indessen wer diese beschriebene Probe, und wie dieselbe bey den 4 Rechnungsarten und der Regel Detri zu gebrauchen, wohl gefasset, dem wird es ein leichtes seyn, solche bey allen vorkommenden weitläuftigen Rechnungen mit Nutzen anzubringen; zumal da alle Rechnungen aus jenen bestehen (§. 42).

Jeden-

Jedennoch werde ich nicht ermangeln, fernerhin bey verschiedenen Rechnungen (wo ich es nützlich zu seyn erachten werde) insbesondere noch anzuzeigen, wie diese Probe mit Vortheil bey ihnen zu appliciren ist.

§. 894. Um aber überhaupt von dieser Probe zu reden, so wird man deren Leicht- und Bequemlichkeit je mehr und mehr verspüren können, je mehr man in derselben sich geübet haben wird. Allermaßen auch die größesten Rechnungen durch dieselbe, und zwar bloß und allein durch etliche einzelne Ziffern, die man aus dem Kopfe finden kann, zu probiren sind. Was aber die Gewißheit derselben betrifft, so sind zwar die obgedachten gemeinen Proben (§. 368 sequ.) allerdings sicherer, als diese nächst beschriebene, und dieses dahero, weil bey jenen auf die eigentlichen Zahlen selbst, bey dieser aber nur auf der Zahlen Eigenschaften, und zwar auf solche gesehen wird, welche auch andern Zahlen zugeeignet werden können (wie solches mit mehrern im §. 523 erkläret worden); weswegen es denn gar wohl möglich ist, daß man in einer Rechnung ein ganz ander fremdes Facit mit Fleiß machen könnte, das gleichwol die gehörige Probzahl brächte. Allein diejenigen welche nicht auf ein bloßes Künsteln, sondern und vornemlich auf eine nützliche Praxin sehen, die haben sich so wenig wegen solcher mit Fleiß gemachten, als wenig sonst um unzuvermuthen seyende Fehler, viel zu bekümmern, sondern nur daran zu begnügen, wenn eine Probe, die von ungefehr eingeschlichene und sonst zu vermuthen seyenden Fehler, zu entdecken vermögend ist. Nun kann ja diese von mir angewiesene Probe nicht anders trügen, man müßte denn in einer Rechnung mehr als einmal gefehlet, und insonderheit solche Fehler begangen haben, die mit einander so accurat einstimmen müßten, damit die gehörige Probzahl kommen könnte, dergleichen Fehler aber, wie berühmte Mathematici vor mir bereits geurtheilet (§. 861), nicht zu vermuthen sind. Dahero kann man sich auch dieser Probe gar wohl mit Nutzen bedienen, zumal da durch dieselbe, indem die Ziffern der ungeraden von den Ziffern der geraden Stellen unterschieden werden, auch dem besorglichen Versetzen der Zahlen (wovon §. eod. gemeldet worden) vorgebauet ist.

§. 895.

§. 895. Ich könnte allhier wegen der Brüche, deren Nenner im Probiren eine bloße o geben, noch einige Erinnerungen machen: Allein der Weitläuftigkeit wegen habe solches aufs künftige, wenn ich von den Proben ganz insbesondere (wie schon §. 862. erwehnet) handeln werde, versparen wollen. In welcher Abhandlung, durch Anzeigung verschiedener anderer compendiösen Proben, diese ganze Sache auf einen weit festern Fuß gesetzet werden soll) allermaßen derjenigen Rechnung ohnstreitig sicher zu trauen ist, welche auf verschiedene Art probiret und richtig befunden worden.

§. 896. Es kann auch ein jeder, der den Grund der beschriebenen Probe eingesehen, von sich selbst ermessen, daß man auch einen andern Divisorem als 11 erwählen, und durch desselben Rest eben auf die Weise, wie vorhin gezeiget, alle Rechnungen probiren könnte. Nur allein ist um desto mehrerer Sicherheit und Bequemlichkeit wegen zu merken, daß solcher Divisor, 1. eine Primzahl sey (§. 165); 2. aus mehr als aus einer einzelnen Ziffer bestehe; über dieses 3. so geschickt seyn müsse, daß dessen Rest ohne wirkliche Division, nur durch ein bloßes Kennzeichen, aus dem Kopfe (wie §. 864 gemeldet) gefunden werden möge. Gleichwie nun diese Qualitäten bey der Zahl 11 anzutreffen, also werde ich inskünftige mehrere Zahlen von solcher Qualität anzeigen.

Ende des andern Theils.

Der
Demonstrativen
Rechenkunst,
oder
Wissenschaft
gründlich und kurz zu rechnen,
Dritter Theil.

Einleitung
in die
Besondere
und zwar
Kaufmännische
Rechenkunst.

§. 897.

Die besondere Rechenkunst enthält vielerley Art Rechnungen in sich, die jede nur zu Specialfällen dienen (§. 28), worunter insonderheit die Rechnungen, welche zur Kaufmannschaft gehören, um so viel mehr meritiren, umständlich angeführet zu werden, je öfterer dieselben im täglichen Handel und Wandel vorkommen, und je nöthig und nützlicher sie dahero zu achten sind.

§. 898. Es wird auch von einem Kaufmanne erfordert, daß er um so vielmehr Einsicht in die Rechenkunst

habe, je vernünftiger er in seiner Handlung verfahren will. Denn, wenn er klüglich und vorsichtig handeln soll, so muß er nicht allein die Qualität der Waaren, sondern auch die Beschaffenheit der Zeiten, des Orts, der Gelegenheit, der Münzsorten, Gewichte und Maaße ꝛc. wohl untersuchen, und also nicht nur nach dem geschlossenen Handel berechnen, wie viel er zu zahlen oder zu empfangen habe, sondern auch vorher überschlagen, ob er solchen Handel mit Nutzen, oder doch ohne Schaden schließen könne; wie hoch der Nutzen sey, der davon zu hoffen ist; wie viel hingegen an Unkosten bey solchem Handel aufgehen müssen; ob auch über dieses ein Nutzen oder Schaden an dem Gewichte oder Maaße; ob nicht eine andere Gelegenheit, die er zu selbiger Zeit nehmen könnte, profitabler sey; ob nicht die auszuzahlenden Gelder, in solcher Zeit als selbige ausstehen müssen, so viel oder gar mehr Interesse bringen könnten, wenn es in sichere Hand ausgeliehen werden sollte, als jener zu hoffender Nutzen ist u. s. w., welches beynahe alles durch Rechnen entschieden wird.

§. 899. Obgleich aber die kaufmännischen Rechnungen mancherley sind, so achtet man doch die Wechselrechnung, das ist solche Rechnungen, welche bey der Verwandlung einer Münze in die andere vorkommen, für die vornehmste; und dieses insonderheit deswegen, weil dieselben auch denen dienen, die schon keine Wechsler sind, und nur mit andern Waaren handeln, zumal wenn solche Handlung aus einem Lande in das andere geschiehet: Da hingegen einer, dessen Negotium im bloßen Wechseln bestehet, sich um die Rechnungen, welche zu dem Waarenhandel gehören, wenig zu bekümmern hat.

§. 900. Ich habe demnach diesen gegenwärtigen 3ten

Theil

Theil hauptsächlich der Wechselrechnung gewidmet, und mir angelegen seyn lassen, dieselbe gründ- und umständlich abzuhandeln, auch mit vielen Exempeln zu erklären. Gleichwol habe anbey nicht ermangelt, bey Gelegenheit anzuzeigen, wie solche Rechnungen in gewissen Fällen auch bey dem Waarenhandel mit Nutzen zu appliciren sind. Und bin ich versichert, daß es allen denenjenigen, welche in den Rechnungen dieses Theils sich habil gemacht, und insonderheit alle meine Vorträge, Anweisung und Erinnerungen, mit Vernunft begriffen, ferner ein leichtes seyn wird, auch in den anderweitigen kaufmännischen Rechnungen ohne Anstoß fortzukommen.

§. 901. Bevor ich aber zu den gedachten Rechnungen schreite, habe dienlich zu seyn erachtet, noch 4 besondere Regeln nebst ihren Proben anzuzeigen; als nämlich die so genannten

1. Regulam Detri inversam,
2. Regulam Quinque oder Duplicem,
3. Regulam Quinque inversam,
4. Regulam Multiplex oder Conjointe;

damit man hernach, zur Zeit, wenn man diese brauchen wird, sich nur auf dieselben beziehen, und sie nicht weitläuftig allererst erklären darf.

Von der Regel Detri inversa.

§. 902.

Die Regel Detri inversa, das ist die umgekehrte Regel Detri handelt von solchen Aufgaben, da zu drey gegebenen Zahlen eine solche 4te Proportionalzahl gesuchet wird, die wiederkehrlich proportionirt seyn soll (§. 311).

§. 903. Und in Ansehung dessen, pfleget man die ordentliche Regel Detri, die ich in den vorigen Theilen erkläret habe, **Regulam Detri directam**, diese aber (§. 902) **indirectam** zu nennen. Jedoch verstehet man allezeit auch durch Regel Detri allein, die ordentliche.

§. 904. Gleichwie die Regel Detri nirgends angebracht werden kann, es sey denn, wo man aus der Beschaffenheit der Sachen, von welchen die Aufgabe handelt, versichert ist, daß unter ihnen eine geometrische Proportion sey (§. 339): Also muß man auch keine Aufgabe hierher in die Regel Detri inversam ziehen, es sey denn, daß man zuvor untersuchet und befunden, daß unter den vorgebrachten Sachen eine wiederkehrliche Proportion anzutreffen.

§. 905. Derowegen gleichwie ich bey der Regel Detri directa (§. 339 bis 345) durch vernünftige Betrachtungen, von verschiedenen Gewerben und Verkehrungen klar gezeiget, daß unter ihnen eine ordentliche geometrische Proportion sey: Also will ich auch allhier verschiedene Sachen anzeigen, bey denen man durch die natürliche Vernunft klar sehen kann, daß unter ihnen eine wiederkehrliche Proportion anzutreffen. Als z. E.

N°. 1. Die Zeit, in welcher eine gewisse Arbeit vollbracht wird, ist wiederkehrlich proportionirt der Anzahl der Arbeiter, wenn einer so viel Arbeit hat als der andere, auch in einer Stunde so viel arbeitet als in der andern. Denn wenn man bey diesen Conditionibus 2 mal so viel Arbeiter nimmt, so braucht man hingegen nur halb so viel Zeit. Nimmt man 3mal so viel Arbeiter, so braucht man hingegen nur $\frac{1}{3}$ so viel Zeit, u. s. w.

N°. 2. Also ist auch die Zeit von ausgeliehenen und gleiche Interesse bringenden Capitalien wiederkehrlich proportionirt der Größe solcher Capitalien, wenn sie auf gleichen Zins p. C. ausgeliehen, oder auch der Größe des Zinses p. C., wenn die Capitalien gleich sind. Denn wenn ein Capital bey gleichem Zinse p. C., oder der Zins p. C. bey gleichen Capitalien 2 oder 3mal so groß, als das andere Capital, oder der andere Zins, so darf man nur $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{3}$ so viel Zeit, um eben so viel Interesse zu haben.

N°. 3. Die Größe des Brods, so wie es vermöge der Stadtordnung von dem Becker gebacken wird, ist wiederkehrlich proportionirt dem Preise des Getraydes. Denn wenn die Last Roggen 2mal so theuer, so bäckt er das Brod nur halb so groß.

N°. 4. Die Länge eines Zeuges, welches zu einem gewissen Werke gebraucht wird, ist wiederkehrlich proportionirt der Breite desselben. Denn wenn es 2mal so breit, braucht man nur die halbe Länge zu solchem Werke.

N°. 5. Die Anzahl der Maaße oder Gewichte von einer gewissen Sache, ist wiederkehrlich proportionirt der Größe solcher Maaße oder Gewichte. Denn wenn das Maaß oder Gewichte 2mal so groß, so wird die Anzahl derselben von solcher Sache nur halb so viel.

N°. 6. Gleichergestalt ist auch die Anzahl der Stücke von einer Summe Geldes wiederkehrlich proportionirt dem Gehalte eines Stücks. Denn wenn ein Stück 2mal so viel in sich enthält, so beträgt die Anzahl ihrer Summe nur halb so viel Stücke.

N°. 7. Die Schwere einer Münze ist wiederkehrlich proportionirt der Feine derselben. Denn wenn sie 2mal so fein gepräget wird, so wird sie hingegen nur halb so schwer.

Gleiche Beschaffenheit hat es mit noch vielen andern Sachen, wie hernach bey den Exempeln (§. 911) zu ersehen. Jedoch gleichwie allhier bey N°. 1 und 2 ihre erforderliche Conditiones beschrieben worden, also hat man auch bey den andern Punkten gewisse Conditiones zu beobachten, welche ich hernach bey den Exempeln anmerken werde.

§. 906. Demnach ist der Unterscheid der Aufgaben, welche in die Regel Detri inversam gehören, von den Aufgaben, so in die Regel Detri directam gehören, gar leicht zu unterscheiden. Denn in dieser heißt es: **Je mehr, desto mehr, und je weniger, desto weniger,** das ist: Je mehr oder weniger die Fragezahl, so in dem 3ten Satze stehet (§. 349), als das erste Glied ist, desto mehr oder weniger muß auch das Facit oder das 4te Glied, als das 2te seyn (§. 309 oder 327). Hingegen heißt es bey jener: **Je mehr, desto weniger, und je weniger, desto mehr,** das ist: Je mehr die Fragezahl als das erste Glied ist, desto weniger muß das 4te Glied als das 2te seyn. Wiederum auch: Je weniger die Fragezahl als das 1ste Glied ist, desto mehr muß das 4te Glied als das 2te seyn (§. 905).

Die

Die 124. Aufgabe.

§. 907. Zu drey gegebenen Zahlen die 4te wiederkehrlich proportionirte Zahl zu finden. Das ist, eine Aufgabe, welche in die Regel Detri inversam gehöret (§. 902), gehörigermaßen zu solviren.

I. Merket im Aufsetzen alles dasjenige, so bey der Regel Detri directa (§. 349 und 350) angewiesen worden, nur allein mit dem Unterscheide, daß ihr allhier A mit C verwechselt, und also die Fragezahl im 1sten Satz, hingegen die Zahl, welche sonst in A zu stehen kommt, in den 3ten Satz schreibet.

II. Procediret nach der Regel Detri directa, so wie dieselbe oben (Parte I und II) sowol in ganzen Zahlen, als auch in Theilen eines Ganzen, desgleichen sowol nach gemeiner, als nach vortheilhaftiger Art, gelehret worden, so kommt das verlangte Facit.

Z. E. Will ich mit Fleiß die drey gegebenen Zahlen des Exempels N°. 1 im §. 339, aber mit einem andern Umstande, als dorten geschehen, auch hier angeben, und demnach setzen: 6 Mann können mit einer gewissen Arbeit in 8 Wochen fertig werden: Wenn man nun 15 Mann zu solcher Arbeit emploiret, und die Conditiones also beschaffen sind, wie oben §. 905. N°. 1 gedacht, so fragt sich: In wie viel Zeit solches Werk von ihnen verfertigt werden könne? Diese 3 gegebene Glieder müßten nach dem Aufsatze der Regel Detri directâ (§. 349) also stehen:

6 Mann = 8 Wochen = 15 Mann?

Allein hier ist klar, daß es heiße: Je mehr Mann,

desto weniger Zeit wird erfordert (§. 905. N°. 1), woraus zu erkennen, daß diese Aufgabe in die Regel Detri inversam gehöret (§. 906). Darum verkehret A mit C, und setzet es also:

15 Mann = 8 Wochen = 6 Mann?

Ferner procediret nach der Regel Detri directa, so kommt die Berechnung und das Facit als folget:

15 = 8 Wochen = 6

Fac. $3\frac{1}{5}$ Wochen 48

3

Beweis.

Der Beweis lieget klar in dem Satze §. 312. Denn eben durch solches Umkehren, wird aus der wiederkehrlichen eine ordentliche Proportion, bey welcher alsdenn nach der Regel Detri directa (§. 331) das gesuchte 4te Glied, oder das Facit allerdings heraus kommen muß, wie solches nicht minder aus dem erklärten Exempel ibid. N°. 2 zu ersehen.

§. 908. Es bestehet demnach die Regel Detri inversa einig und allein in dem Aufsatze, und wenn dieser gehöriger maßen richtig geschehen, hat man ferner, was die Ausrechnung betrifft, nicht anders als bey der gewöhnlichen Regel Detri zu verfahren.

§. 909. Zwar könnte man allhier den Aufsatz auch wohl wie bey der Regel Detri directa stellen, und hingegen die Ausrechnung dieser Regel verkehrt anbringen, nämlich A mit B multipliciren, und das Product in C dividiren. Als beym vorigen Exempel könnte die Solution folgendergestalt angestellt werden:

6 Mann = 8 Wochen = 15 Mann

48 Fac. $3\frac{1}{5}$ Wochen.

Rest 3

Allein

Allein damit man in der Berechnung keine Veränderung und besondere Regel nöthig habe, so ist es besser, nur die Glieder zu verwechseln, und übrigens bey der gewöhnlichen Regel Detri directa zu verbleiben.

§. 910. Solchergestalt hätte man freylich (wie der hochberühmte Mathematicus, Herr Christian Wolf, in seinen mathematischen Anfangsgründen bereits angemerket) keine verkehrte Regel Detri nöthig, wenn man nur die Zahlen dergestalt setzet, wie es die ordentliche Proportion erfordert: Allein es ist die vornehmste Absicht bey dieser Regel, um nur den Anfängern eine wahre Idee von den Sachen, welche sie verkehrt aufsetzen sollen, beyzubringen; und eben zu dem Ende habe ich vorhin (§. 905) von den Sachen, welche wiederkehrlich proportioniret, deutliche Begriffe, anbey auch (§. 906) ein gewisses Merkmal gegeben, wodurch man allezeit erkennen kann, wie die Zahlen aufzusetzen sind.

§. 911. Noch mehrere Exempel sowol zu desto mehrerer Erklärung, als zur Uebung:

N°. 1. Mit einem gewissen Vestungsbau können nach gemachter Rechnung, 120 Soldaten innerhalb 10 Monaten fertig werden; wie viel Soldaten muß man haben, daß der Bau innerhalb 3 Monaten fertig wird?

Allhier ist klar, daß es heiße: **Je weniger oder kleiner** die Zeit ist, in welcher die Arbeit fertig seyn soll, **desto mehr** Soldaten muß man darzu haben. Derowegen setzet es also:

3 Monat : 120. Soldaten : 10 Monat.

Fac. 400 Soldaten.

N°. 2. Das vorige Exempel umgewendet: Wenn 120 Soldaten mit solchem Bau innerhalb 10 Monat fertig werden können; in wie viel Zeit würden 400 Soldaten damit fertig werden?

Allhier ist abermal klar, daß es heiße: **Je mehr** Soldaten

daten zu solchem Bau genommen werden, desto weniger Zeit wird darzu erfordert? Demnach setzet es also:

400 Soldaten = 10 Monat = 120 Soldaten.

Fac. 3 Monat.

Nota. Diese Solution kann zur gemeinen Probe dienen auf die Solution des nächst vorigen Exempels, gleichwie hinwiederum die vorige, eine Probe zu dieser abgeben kann (§. 376). Und eben dieses ist auch bey den nachfolgenden Exempeln zu merken.

N°. 3. Es hat A dem B geliehen 2400 fl. ohne Zins auf 8 Monat, wie lange soll B dem A 1500 fl. hinwiederum ohne Zins leihen, daß der Dienst beyderseits gleich sey?

Allhier heißt es: Je kleiner das Capital, desto gröſser muß die Zeit seyn, wenn beyder Dienste einander gleich seyn sollen. Derowegen setzet:

1500 fl. = 8 Monat = 2400 fl.

3) 5 — 64 — 3) 8

Fac. $12\frac{4}{5}$ Monat.

N°. 4. Das vorige Exempel umgewendet: Wenn A dem B 2400 fl. ohne Zins auf 8 Monat geliehen; wie viel muß B hinwiederum dem A auf $12\frac{4}{5}$ Monat leihen, daß der Dienst beyderseits gleich sey?

Hier heißt es: Je gröſser die Zeit ist, desto weniger Capital wird darzu erfordert. Demnach setzet:

$12\frac{4}{5}$ Monat = 2400 fl. = 8 Monat

(5 — 8)

64 — 12000 — 1

8) 64 — 8

8 — Fac. 1500 fl.

N°. 5.

N°. 5. Einer hat 2 gleiche Capitalien ausgeliehen, eines zu 4 und das andere zu 5 p. C. p. Anno: Wie lange muß das erstere ausstehen, wenn es eben so viel bringen soll, als das andere in 18 Monaten?

Hier ist klar: **Je weniger** p. C. gegeben wird, **desto länger** Zeit braucht es, wenn es mit dem andern gleiche Interesse bringen soll. Demnach setzet:

4 p. C. = 18 Monat = 5 p. C.

$4\frac{1}{2}$

Fac. $22\frac{1}{2}$ Monat.

5 | 4 | 1 m
1 | $\frac{1}{4}$

N°. 6. Wenn die Last Roggen gilt 96 fl., sollen die Becker, vermöge der Stadtordnung, ein Dreygroschen-Brod, z. E. $2\frac{3}{4}$ ℔ schwer backen; wie viel muß ein solches Brod von 3 ℳ wägen, wenn die Last 115 fl. kostet?

Hier heißt es: **Je theurer** der Roggen ist, **desto kleiner und leichter** wird das Brod gebacken. Dahero setzet es also:

115 fl. = $2\frac{3}{4}$ ℔ = 96 fl.

Fac. $2\frac{3}{11}\frac{4}{5}$ ℔, oder
2 ℔ 9 ß. 1 Qu. 3 ℛ in C².

(11
1056
4)
264
Rest 34

Nota. Jedoch ist dieses Facit in der Praxi keinesweges als eine ausgemachte Sache anzunehmen, indem die Erfahrung mich belehret, als ich in einer berühmten Stadt auf Ansuchen der Becker bey einem Hochedlen Rath daselbst ein Tarif über die Gewichte der Kaufbrode nach allerhand Preisen des Getraydes verfertiget, daß

mir

mir verschiedene andere Umstände bey dieser Sache berichtet worden, welche das vorige Facit allerdings verändern. Es ist mein Vorhaben anitzo nicht, die Ausfertigung einer solchen Tarif zu beschreiben. Jedoch nur von einem Umstande zu erwehnen, so hat man zu consideriren, wenn der Roggen theurer, daß der Becker auch die Kleyen theurer anbringet, welcher Nutzen hinwiederum der Schwere des Brods einigermaßen zufließet, und solches demnach am Gewichte schwerer macht.

N°. 7. Das vorige Exempel umgewendet: Wenn die Last Roggen gilt 96 fl., sollen die Becker ein 3 ℔ Brod $2\frac{3}{4}$ ℔ schwer backen; wie viel muß zu solcher Zeit die Last Roggen gekostet haben, als die Becker ein solches 3 ℔ Brod nur $2_{1}\frac{3}{1}\frac{4}{5}$ ℔ schwer gebacken haben?

Hier heißt es eben wie vorhin: **Je leichter** das Brod gebacken wird, **desto theurer** muß die Last Roggen gegolten haben. Derowegen setzet:

$2_{1}\frac{3}{1}\frac{4}{5}$ = 96 fl. = $2\frac{3}{4}$

115	96.4	XX	Fac. $\frac{115}{1}$ oder 115 fl.
2B4.24	1	A	

N°. 8. Einer hat zu einem Mantel oder sonst einem andern Kleide $7\frac{1}{2}$ Ell. Tuch, so $2\frac{1}{2}$ Ell. breit ist: Wie viel muß er Futter darzu haben von einem Zeuge, das $3\frac{1}{8}$ Viertel (oder $\frac{7}{8}$ Ell.) breit ist?

Hier ist klar: **Je schmäler** das Zeug ist, **desto mehr** muß man an der Länge haben. Derowegen stehet es also:

$\frac{7}{8}$ Ell. breit = $7\frac{1}{2}$ Ell. lang = $2\frac{1}{2}$ Ell. breit

8.2	15	5
7	2	2

Fac. $\frac{150}{7}$, das ist $21\frac{3}{7}$ Ell. lang.

Nota.

Nota. Auch hier sind Umstände zu beobachten, die das vorige Facit verhindern. Denn außerdem, daß das Tuch, wenn es gekrümpfet wird, sich in der vorigen Breite verlieret; so ist auch die Berechnung selbst nur solchergestalt zu verstehen, wenn nirgends nichts eingenehet noch abgeschnitten wird, welches aber bey Verfertigung der Kleider nicht seyn kann.

N°. 9. Das vorige Exempel umgewendet: Wenn zu einem Mantel $7\frac{1}{2}$ Ell. Tuch gebrauchet wird, das $2\frac{1}{2}$ Ell. breit ist; wie breit muß wohl das Zeug zum Futter seyn, von welchem man $21\frac{3}{7}$ Ell. gebrauchet?

Hier ist abermal klar: **Je länger** das Zeug ist, **desto schmäler** darf dasselbe seyn. Derowegen setzet:

$$\frac{21\frac{3}{7} \text{ Ell.} = 2\frac{1}{2} \text{ Ell.} = 7\frac{1}{2}}{\frac{7}{\text{XSØ.XØ.2}} \quad \frac{S}{2} \quad \frac{\text{XS}}{2}}$$

Fac. $\frac{7}{8}$ Ell.

N°. 10. Wenn ein Stück Tuch 26 englische Gärden hält; wie viel muß dasselbe an Brabander Ellen halten, da 1 Gärde 4 seiner Viertel, die Brabander aber nur 3 solcher englischen Viertel lang gerechnet wird?

Hier ist klar: **Je kleiner** das Maaß ist, womit man misset, **desto mehrmal** muß solches Maaß in dem gemessenen enthalten seyn (wie hiervon auch im §. 207. 288 und 311 zu ersehen ist). Derowegen setzet es also:

$$\begin{array}{ccc} 3 & - & 26 \\ & & 8\frac{2}{3} \\ \hline \text{Fac. } 34\frac{2}{3} \text{ Ell.} & & \end{array} \quad - \quad \begin{array}{c} 4 \\ \left(\begin{array}{c|c} 3 & 1\text{m} \\ 1 & \frac{1}{3} \end{array}\right. \end{array}$$

N°. 11. 637 Timpfen oder 18 ℔ Stück, wie viel enthalten sie Stücke zu $7\frac{1}{2}$ ℔?

Allhier

Allhier ist klar: Je kleiner oder schlechter die Stücke sind, wornach solche Summe gezählet wird, desto mehr Stücke derselben müssen in solcher Summe enthalten seyn. Demnach setzet es als folget:

7½ ℋ = 637 Stücke = 18 ℋ

3)+2½ 3822(6 3)+6

——— ———(4 ———

10 Fac. 1528|8 Stücke. 24

10

N. 12. Ein Herr läßt Geld münzen, betragen 192 Stücke im Gewichte 1 ℔, und hält die ℔ 6 Loth fein, wird aber hernach Sinnes, solche Münze leichter am Gewicht, und nach solcher Proportion hingegen feiner an Gehalt prägen zu lassen, also daß die ℔ 8 Loth fein halten soll. Die Frage ist: Wie viel Stücke auf 1 ℔ gehen müssen?

Allhier heißt es vermöge der Aufgabe (da wir vorizo auf keine andern Umstände sehen): Je feiner und besser das Silber, desto leichter und kleiner muß solche Münze gepräget werden. Derowegen setzet es also:

$$\frac{8 \text{ löthig}}{1} = \frac{192 \text{ Stücke}}{24} = 6 \text{ löthig}$$

Fac. 144 Stücke.

N°. 13. Eine Stadt ist für 1000 Soldaten auf 6 Monat proviantirt. Es kommt aber Ordre, daß sie so viele Soldaten hinaus schaffen sollen, damit die bleibenden auf 10 Monat mit dem Proviant sich halten mögen. Die Frage ist: Wie viel Soldaten hinaus geschaffet werden müssen?

Hier

Hier ist klar: Je länger die Zeit ist, desto weniger müssen Soldaten seyn, wenn sie mit solchem Proviant zureichen sollen. Derowegen setzet:

1Ø Monat = 100Ø Soldaten = 6 Monat

Fac. 600 Soldaten können sich mit sothanem Proviant 10 Monate halten. Demnach subtrahiret 600 von 1000, bleiben 400 die begehrte Antwort, nämlich so viel Soldaten müssen hinaus geschaffet werden.

N°. 14. Das vorige Exempel umgewendet: Eine Stadt ist für 1000 Soldaten auf 6 Monat proviantiret. Es marschiren aber von ihnen 400 Soldaten ab. Die Frage ist: Wie lange die übrigen 600 Soldaten mit solchem Proviant werden subsistiren können?

Hier ist abermal klar: Je weniger Soldaten, desto länger können dieselben mit solchem Proviant subsistiren. Demnach setzet:

$$\frac{6ØS}{1} = \frac{6\text{ Monat}}{1} = \frac{10ØØ}{\text{Fac. } 10\text{ Monat.}}$$

§. 912. Von der Probe bey der Regel Detri inversa ist nichts besonders zu melden. Denn ihr dürfet nur den Aufsatz merken, ob dieser gehöriger maßen geschehen, so hat es ferner sein Verbleiben bey der Regel Detri (§. 909), folglich auch bey den Proben, die bey dieser Regel, sowol durch den gemeinen Rückweg (§. 376, und wie insonderheit vorhin im §. 911. N°. 2 schon angemerket), als durch einen besondern kürzern Weg (§. 890) schon gezeiget worden.

Von der Regel Quinque oder Duplici.

§. 913.

Es kommen öfters Rechnungen vor, bey denen man die Regel Detri 2 oder mehrmal anbringen muß, ehe man die verlangte Antwort finden kann. Dieses ereignet sich vornemlich auf zweyerley Art: 1. wenn A und C, und 2. wenn A und B mehr als nur aus einer einzigen Verhältniß bestehen. Von dieser andern Gattung soll hernach in der Regel Multiplex, allhier aber nur von jener ersten Gattung gehandelt werden.

Z. E. Will ich obige 2 Aufgaben (§. 341. N°. 1 und N°. 3) zusammen nehmen, und solche folgendergestalt proponiren: Wenn man von 100 fl. ausgelehenen Capital auf 1 Jahr, 6 fl. Zins bekommt; wie viel ist demnach der Zins von dem Capital 650 fl. auf 8 Jahr? Allhier bestehet A und C aus 2 Verhältnissen, denn es muß sich der gesuchte Zins zu dem gegebenen Zins 6 fl. verhalten, wie das Capital 650 fl. zu dem Capital 100 fl., auch wie die Zeit von 8 Jahren zu der Zeit von 1 Jahr. Folgends heißt es:

wie 100 zu 650
und 1 zu 8
} also 6 fl. zum Facit.

Setzet man nun diese Zahlen nach der Ordnung des Aufsatzes der Regel Detri (§. 349), nach welcher die 6 fl. Zins, so gleicher Art mit dem gesuchten Facit sind, in das 2te Glied geschrieben werden, so kommt es also zu stehen:

fl.

fl. Cap. 100 : fl. Zins 6 :: 650 fl. Cap.
Jahr 1 : 8 Jahr.

§. 914. Dergleichen Exempel nun zu solviren, hat man zweyerley Wege: 1. durch die bloße Regel Detri, welche so vielmal nach und nach angebracht wird, als viele Verhältnisse zwischen A und C gegeben sind; 2. durch eine besondere Regel, welche die verschiedene Verhältnisse zusammen in eine einzige Verhältniß bringet, und hat man alsdenn nur einmal nach der Regel Detri zu procediren.

§. 915. Diese besondere Regel, wird die **Regel Quinque oder Duplex** genennet, und zwar Quinque benennet man sie deswegen, weil durch dieselbe, wie vorhin (§. 913) zu ersehen, zu 5 bekannt gegebenen Zahlen die 6te unbekannte gesuchet wird, und Duplex heißt sie darum, weil sie die beyde gegebenen Verhältnisse in A und C, in eine einzige zusammen bringet (§. 914). Einige benennen sie **Regulam Compositam**, worunter eine zusammengesetzte Regel Detri verstanden wird, welcher Name sich zwar besser, als jene, schicket, indem unterweilen A und C (wie hernach zu ersehen) nicht nur aus 2, sondern aus mehrern Verhältnissen bestehen, und also auch mehr als 5 Zahlen bekannt gegeben werden: Allein da durch solchen Namen auch der gedachte 2te Fall (§. 913) verstanden werden könnte; so habe, um solche 2 Fälle desto besser zu unterscheiden, lieber den ersten **Quinque**, und den andern **Multiplex** benamen wollen.

Die 125. Aufgabe.

§. 916. Eine Aufgabe, in welcher A und C

mehr als nur eine einzige Verhältniß haben, durch die bloße Regel Detri zu solviren.

I. Suchet das Facit nach einer von den gegebenen Verhältnissen durch die Regel Detri.

II. Suchet zu dem gekommenen Facit abermal ein ander Facit, nach der andern gegebenen Verhältniß, ebenfalls durch die Regel Detri, und continuiret solches, bis ihr alle gegebene Verhältnisse durchgegangen: So ist das endlich kommende Facit die begehrte Antwort.

Z. E. Wenn ihr die im §. 913 erwehnte Aufgabe solviren wollet, so berechnet erstlich

100 fl. Cap. = 6 fl. Zins = 650 fl. Cap.?

kommt zum Fac. fl. 39|0 Zins.

Ferner setzet: 1 Jahr = 39 fl. Zins = 8 Jahr?

kommt das begehrte Fac. 312 fl. Zins.

Oder berechnet erstlich: 1 Jahr = 6 fl. Zins = 8 Jahr?

kommt zum Fac. fl. 48 Zins.

Ferner setzet: 100 fl. Cap. = 48 fl. Zins = 650 fl. Cap.?

8 6 — 520

so kommt das begehrte Fac. fl. 312|0 Zins, wie vorhin.

Beweis.

Es ist dieser Proceß an sich selbst klar. Denn nach der ersten Ordnung ist in dem erstern Aufsatze der Umstand der Zeit hinweggelassen, folgends heißt es: 100 fl. Capital geben in 1 Jahr 6 fl. Zins, was geben 650 fl.

Capital

Capital ebenfalls in 1 Jahr? und ist also das Facit 39 fl. Zins von 650 fl. Capital allerdings von 1 Jahr zu verstehen. Mithin heißet es ferner in dem andern Aufsatze, da der Umstand der Capitalien schon hinweggefallen: 1 Jahr bringet 39 fl. Zins, nämlich von 650 fl. Cap. was bringet eben solches Capital in 8 Jahren? auf welche Weise nothwendig die begehrte Antwort, in der man zu wissen verlanget, wie viel Zins das Capital 650 fl. in 8 Jahren bringet, nach der Regel Detri hervorkommen muß, nämlich 312 fl. Gleiche Beschaffenheit hat es mit der andern Ordnung, bey welcher in dem 1sten Aufsatze der Umstand der Capitalien, und in dem 2ten der Umstand der Zeit hinweggelassen worden, also, daß es im 1sten heiße: 1 Jahr bringet 6 fl. Zins, nämlich von 100 fl. Capital, was bringet eben solches Capital in 8 Jahren? im 2ten aber: 100 fl. Capital bringen 48 fl. Zins nämlich in 8 Jahren, was 650 fl. Capital ebenfalls in solcher Zeit von 8 Jahren? Derowegen muß auch auf diese Weise durch die Regel Detri die begehrte Antwort kommen, nämlich 312 fl.

§. 917. Also ist auch zu verfahren, wenn mehr als 2 Verhältnisse gegeben werden.

Z. E. Zu einem gewissen Werke sind 20 Arbeiter 15 Wochen, des Tages 6 Stunden zu arbeiten, um 1000 fl. bedungen worden; wie viel würde man nach solcher Proportion an 36 Arbeiter auf 4 Wochen, des Tages 8 Stunden zu arbeiten, zu zahlen haben, wenn nämlich einer so viel arbeitet als der andere, auch in einer Stunde so viel arbeitet, als in einer andern? Allhier muß sich die gesuchte Antwort zu 1000 fl. verhalten

1. wie 20 Arbeiter zu 36 Arbeitern,
2. wie 15 Wochen zu 4 Wochen,
und 3. wie 6 Stunden zu 8 Stunden.

Setzet man nun die 1000 fl. gehörigermaßen (§. 349) in die Mitten, so hat man in A 3 Zahlen, und in C 3 Zahlen, und also in denselben 3 gegebene Verhältnisse. Demnach kommt die völlige Solution nach voriger Weise (§. 916), als folget:

20 Arbeiter = 1000 fl. = 36 Arbeiter?
2)— 2)——
1 Fac. 1800 fl.

Ferner 15 Wochen = 1800 fl. = 4 Wochen?
5)— 5)——
3 360
3)— 3)——
1 120
——(4
Fac. 480 fl.

Endlich 6 Stunden = 480 fl. = 8 Stunden?
6)— 6)——
1 80
——(8
die begehrte Antw. 640 fl.

Allhier sind in dem 1sten Aufsatze die beyden Umstände der Wochen und Stunden; im 2ten die Umstände der Arbeiter und Stunden; und im 3ten die Umstände der Arbeiter und Wochen, hinweggelassen worden, wie solches in dem nächst vorigen Beweise mit mehrern erkläret habe. Und auf solche Weise kann man die Ausrechnung auch in einer andern beliebigen Ordnung der Aufsätze anstellen, als z. E.

1. 6 Stunden = 1000 fl. = 8 Stunden?

$333\frac{1}{3}$ | 6 | 1m
Fac. $1333\frac{1}{3}$ fl. | 2 | $\frac{1}{3}$

2. 15 Wochen = $1333\frac{1}{3}$ fl. = 4 Wochen?

$266\frac{2}{3}$ | 3 | $\frac{1}{5}$ aus 15
$88\frac{8}{9}$ | 1 | $\frac{1}{3}$

Fac. $355\frac{5}{9}$ fl.

3. 20 Arbeiter = $355\frac{5}{9}$ fl. = 36 Arbeiter?

4)— 4)—
5 3200 9

die verlangte Antw. 640 fl. wie vorhin.

Die 126. Aufgabe.

§. 918. Eine Aufgabe, in welcher A und C mehr als nur eine einzige Verhältniß haben, in einen einzigen Aufsatz gehöriger-maßen zu setzen, und mit Hülfe der Regel Quinque (§. 915) durch eine einzige Anwendung der Regel Detri zu solviren.

I. Was den Aufsatz betrifft, so merket dasjenige, welches mit der gesuchten Antwort von gleicher Art ist; dieses setzet in die 2te Stelle. Das übrige giebt sich ferner von sich selbst, zumal da dieser Aufsatz ganz gleich dem gewöhnlichen Aufsatze der Regel Detri (§. 349): Nur allein, weil allhier mehr als nur eine Fragezahl ist, so schreibet sie alle, so viel derselben sind, in beliebiger Ordnung, (weil es gleichviel ist, welche oben oder darunter stehe) in die 3te Stelle zur Rechten unter einander, und

setzet die noch übrigen Zahlen, eben derselben Ordnung nach, also, wie sie mit den Fragezahlen gleich geartet sind, zur Linken in die 1ste Stelle, ebenfalls unter einander, so ist der Aufsatz richtig geschehen.

II. Was ferner die Ausrechnung belanget, so multipliciret die unter einander geschriebenen Zahlen in der 1sten Stelle, als auch ins besondere die unter einander geschriebenen Zahlen in der 3ten Stelle mit einander, so giebt jenes Product das 1ste Glied, und dieses das 3te Glied zu einem einzigen Satze der Regel Detri.

III. Mit diesen 3 Gliedern, als dem ersten Product, dem gegebenen mittlern Gliede, und dem hintersten Product, verfahret ferner nach der Regel Detri, so kommt die verlangte Antwort. Jedoch

IV. Wenn ihr die Ausrechnung mit Vortheil anstellen wollet, so merket allhier, so bald der Aufsatz beschriebenermaßen (Artik. I) geschehen, und bevor ihr die Rechnung des gedachten Artik. II. anbringet, die oben §. 846 angewiesenen Artik. III und IV und kleinert demnach, wo es thulich, auch größert, wo es nützlich, die unter einander geschriebenen A, gegen B, oder gegen die unter einander geschriebenen C. Es gilt auch gleichviel, welche Zahlen in A und C mit einander gekleinert oder gegrössert werden. Alsdenn verfahret mit den kommenden kleinern oder größern Zahlen, nach den nächst vorhergehenden Artikeln II und III, so erlanget ihr, wie vorhin, die begehrte Antwort.

Z. E. Die gedachte Aufgabe (§. 916) setzet und solviret als folget:

fl. Capital 100 — auf Jahr 1 — Product 100 > fl. Zins 6 < 650 fl. Capital — 8 Jahre — Prod. 5200 — (6 — Fac. 312 fl. Zins.

Nämlich weil der Zins zum Facit begehret wird, so setzet die gegebenen 6 fl. Zins in die mittlere Stelle. Ferner schreibet die 2 Fragezahlen, als 650 fl. Capital auf 8 Jahre, in die 3te Stelle unter einander; und folgends diejenigen gegebenen Zahlen, so mit diesen gleicher Art sind, nämlich 100 fl. Capital auf 1 Jahr, in die erste Stelle, so ist der Auffatz gehörigermaßen geschehen. Alsdenn multipliciret die 100 mit 1, und die 650 mit 8, so habt ihr einen Auffatz der Regel Detri, nämlich: 100 geben 6 fl. was 5200? Mit diesem procediret solcher Regel gemäß (wie hiervon zur Genüge bereits Anleitung gegeben habe,) so kommt das verlangte Facit 312 fl. Zins.

Oder besage des IV Artikels im Vortheil, kommt die Ausrechnung als folget:

A. fl. Capital 100 — auf Jahr 1 — 1 — oder nichts > fl. Zins 6 < C. 650 fl. Capital. 13 — 8 Jahre 4 — 52 — (6 — Fac. fl. 312 Zins.

Nämlich kleinert die 100 in A gegen die 650 in C, erstlich in 10, hernach in 5, kommen in A 2, und in C 13. Ferner kleinert solche 2 in A gegen die 8 in C, so fallen die 2 hinweg (§. 401) und in C kommen 4. Demnach habt ihr in A nur noch 1, und in C noch 13 und 4. Mit

diesen Zahlen procediret ferner nach der gegebenen Lehre in dem 2ten Artikel, so kommt dieser Satz der Regel Detri:

1 = 6 fl. Zins = 52?

und folglich das Facit 312 fl. Zins.

Beweis.

Diesen kann man auf verschiedene Arten geben, und zwar ebenfalls auf die Weise, wie hernach bey der Regel Multipler; allein ich will nur 3 derselben hier vorstellig machen, als nämlich

1ster Beweis aus dem gegebenen Exempel selbst.

Die Zeit von ausgeliehenen und gleiche Interesse bringenden Capitalien ist wiederkehrlich proportionirt der Größe der Capitalien, die auf gleichen Zins p. C. ausgeliehen werden (§. 905. N°. 2). Folgends heißt es in solchem Falle: Je größer ein Capital, desto weniger braucht es Zeit; oder: Je größer die Zeit, desto weniger brauchet es Capital (§. 906), also, wenn ein Capital 2 oder 3mal so groß ist, so bedarf es hingegen nur $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{3}$ so viel Zeit. Desgleichen wenn eine Zeit 2 oder 3mal so groß ist, so braucht sie hingegen nur $\frac{1}{2}$ oder $\frac{1}{3}$ so viel Capital. Mithin ist klar, daß ein Capital von 8mal 650 fl. in 1 Jahr (das ist $\frac{1}{8}$ aus 8 Jahr), oder auch 1 fl. Capital (das ist $\frac{1}{650}$ aus dem Capital 650 fl.) in einer Zeit von 650 mal 8 Jahr, eben so viel Interesse bringen muß, als 650 fl. Capital in 8 Jahren. Folglich giebt es im Facit gleichviel, ob man fragt: Wie viel bringen 650 fl. in 8 Jahren? oder 8mal 650 fl. (nämlich 5200 fl.) in 1 Jahr? oder auch 1 fl. in 650mal 8 Jahren (nämlich in 5200 Jahren). Gleiche Bewandniß hat es mit den in A unter einander geschriebenen Zahlen, da es ebenfalls gleichviel gilt, ob man sagt, 100 fl. Capital auf 1 Jahr, oder 1 fl. Capital

auf

auf 100 Jahr. Demnach fällt durch solche Multiplication, besage Artik. II., ein Umstand hinweg, und kann man entweder den Umstand der Zeit hinweglassen, und die Aufgabe aussprechen: 100 fl. auf 1 Jahr bringen 6 fl. was 5200 fl. Capital ebenfalls auf 1 Jahr? Oder man kann den Umstand der Capitalien hinweglassen, und die Aufgabe also aussprechen: 1 fl. Capital bringet in 100 Jahren 6 fl. was bringet ebenfalls 1 fl. in 5200 Jahren? Berechnet man ferner eine solche Aufgabe nach der Regel Detri, so muß allerdings eben dasjenige Facit kommen, welches verlanget worden.

Mit diesem Beweise könnte man sich zwar begnügen. Denn wenn ihr auf gleiche Weise alle andere Exempel, die in der Regel Quinque vorkommen, betrachtet, so werdet ihr befinden, daß die unter einander geschriebenen Zahlen (sowol in A als in C), allemal wiederkehrlich proportioniret, folglich bey denselben durch die angewiesene Multiplication, wie vom vorigen Exempel erkläret, die vielerley Umstände hinwegfallen, und nur in einen einzigen Umstand verwandelt werden, welches alsdenn durch die Regel Detri ferner zu solviren ist. Jedoch will ich allhier noch einen Generalbeweis ohne es auf ein Special Exempel zu appliciren, angeben, als folget.

2ter und allgemeiner Beweis.

In jeder Aufgabe der Regel Detri directâ heißet es: Je mehr oder weniger C als A ist, desto mehr oder weniger als B, muß auch zum Facit kommen (§. 906). Eben also ist klar, daß es heiße: Je mehr oder weniger B als A ist, desto mehr oder weniger als B, muß auch zum Facit kommen (§. 906). Eben also ist klar, daß es heiße: Je mehr oder weniger B als A ist, desto mehr oder weni-

ger

ger als C, muß auch zum Facit kommen (§. 327 oder 309). Folgends, wenn man an stat einer gegebenen Zahl in C, eine andere größere Zahl seßet, die z. E. 8 mal so groß als jene ist, so muß das Facit auch 8 mal so groß herauskommen. Wiederum auch, wenn man an stat einer gegebenen Zahl in C eine andere kleinere Zahl seßet, die z. E. nur $\frac{1}{8}$ aus jener, so muß das Facit auch nur $\frac{1}{8}$ so groß herauskommen. Desgleichen wenn man an statt der Zahl in B eine andere grössere oder kleinere Zahl seßet, die z. E. 8 oder $\frac{1}{8}$ mal so groß als jene ist, so muß das Facit ebenfalls 8 oder $\frac{1}{8}$ mal so groß hervorkommen. Solchemnach ist es mit A umgekehrt, und heißet es: Je mehr A ist, desto weniger kommt zum Facit, und je weniger A ist, desto mehr kommt zum Facit, also, wenn man an statt einer gegebenen Zahl in A eine andere größere oder kleinere Zahl seßet, die z. E. 8 oder $\frac{1}{8}$ mal so groß als jene ist, so muß das Facit im ersten Falle nur $\frac{1}{8}$ mal, und im andern 8 mal so groß herauskommen (welches auch aus §. 288 klar ist, indem A nach der Regel Detri allezeit der Divisor ist). Nun werden die Aufgaben der Regel Quinque nach dem 1sten Wege (§. 916) dergestalt etliche mal nach der Regel Detri solviret, daß man erstlich das Facit nach einer der gegebenen Verhältnisse, und alsdenn aus diesem Facit, welches nun bey dem andern Aufsatze in B geschrieben wird, das Facit nach der andern gegebenen Verhältniß u. s. w. suchen müsse. Demnach ist aus dem vorigen klar, wenn man in dem 1ten Aufsatze die Zahl in C z. E. 8 mal so groß seßet, daß die Zahl B in dem 2ten Aufsatze, welche eben das vorige Facit ist, auch 8 mal so groß, und also das hieraus kommende andere Facit ebenfalls 8 mal so groß hervorkommen müsse: Allein wenn man in diesem

sem andern Aufsatze an stat der gegebenen Zahl in C eine andere setzet, die in eben solcher Proportion kleiner, und nur $\frac{1}{8}$ mal so groß ist, so kommet das Facit hieraus gleichfalls nur $\frac{1}{8}$ so groß: derowegen muß auf solche Weise, da man B, z. E. 8 mal so groß, und C hingegen nur $\frac{1}{8}$ so groß setzet, das rechte unveränderte Facit kommen (welches auch aus §. 279 klar ist, indem B und C die Factores sind, welche mit einander multipliciret werden). Gleiche Beschaffenheit hat es mit A, also, wenn man in dem 1sten Aufsatze, an stat der gegebenen Zahl in A eine andere größere setzet, die z. E. 2 mal so groß ist, so kommet im andern Aufsatze die Zahl B, welche das vorige Facit ist, nur $\frac{1}{2}$ mal so groß, und folgends das herauskommende Facit ebenfalls nur $\frac{1}{2}$ mal so groß: Allein wenn man in diesem andern Aufsatze an stat der gegebenen Zahl in A eine andere kleinere setzet, die eben in solcher Proportion kleiner, und nur $\frac{1}{2}$ mal so groß ist, muß das heraus entstehende Facit hingegen 2 mal so groß kommen; derowegen muß auf solche Weise, da man sowol A als B nur $\frac{1}{2}$ mal so groß setzet, das rechte unveränderte Facit kommen (welches auch aus §. 846 Artik. III. laut desselben Beweise, oder vielmehr aus §. 293 klar ist). Aus diesem allen erhellet, wenn man bey den Aufgaben der Regel Quinque, die andere Zahl in C in sich selbst kleinert, hingegen die 1ste Zahl in C um so viel größert, das ist mit der andern multipliciret; desgleichen wenn man die andere Zahl in A in sich selbst kleinert, und die erste Zahl in A um so viel größert, das ist abermal mit der andern multipliciret, und die Ausrechnung nach dem 1sten Wege (§. 916), jedoch aber im 1sten Aufsatze mit den gegrößerten, und im andern mit den gekleinerten Zahlen anstellet, daß endlich das begehrte Facit unveränderlich kom-

kommen muß. Indessen kommet auf solche Art in dem andern Aufsatze sowol A als C, weil sie jede in sich selbst gekleinert werden, just 1 (§. 250), welcher Aufsatz im Facit die Zahl B unverändert behält; diese aber eben das Facit ist, welches aus dem ersten Aufsatze gekommen: Derowegen bleibet das 1ste Facit das eigentlich verlangte Facit, und folgends ist erwiesen, wenn man nach der gegebenen Regel Quinque die etliche Zahlen in A, und besonders die etliche Zahlen in C mit einander multipliciret, und mit solchen Producten oder gegrößerten Zahlen die Ausrechnung nur 1 mal durch die Regel Detri anstellet, daß alle fernere Aufsätze hinwegfallen, und das verlangte Facit sofort herauskommen muß.

3ter und leichtester Beweis.

Vermöge des 1sten Weges (§. 916) wird das begehrte Facit gefunden, wenn man die gegebene Zahl in B mit der 1sten Zahl in C multipliciret, das kommende durch die 1ste Zahl in A dividiret, das hieraus kommende wiederum mit der andern Zahl in C multipliciret, das hieraus kommende abermal durch die andere Zahl in A dividiret, u. s. w. Nun ist aber oben (§. 292) klar erwiesen, daß man in solchem Falle, alle Multiplicatores, und besonders alle Divisores mit einander multipliciren, und jenes Product in dieses Product auf einmal dividiren darf: Derowegen folget, wenn man allhier nach der Regel Quinque, und endlich nach der Regel Detri alle Zahlen in A als Divisores, wie auch besonders alle Zahlen in C samt der Zahl in B als Multiplicatores, mit einander multipliciret, und dieses Product, durch jenes Product dividiret, daß ohnfehlbar das verlangte Facit kommen muß.

Dem-

Demnach stehet allhier nur noch der obige IV Artikel zu erweisen, und insonderheit dieses, daß es gleichviel gelte, welche Zahlen in A und C gegen einander gekleinert oder gegrößert werden. Es ist aber der Beweis hiervon gleich dem Beweise §. 400. Denn vermöge vorhergehender Anweisung, wird das verlangte Facit gefunden, wenn man die unter einander geschriebenen Zahlen in C mit einander, und das kommende ferner, nach Erforderung der gewöhnlichen Regel Detri (§. 331), mit der Zahl in B multipliciret, und dieses endlich kommende Product durch das Product aus den in A unter einander geschriebenen Zahlen dividiret. Demnach sind die Zahlen in A die Factores, so den Divisorem geben, und die Zahlen in C, sammt der Zahl B, die Factores, so den Dividendum herstellen. Indessen kann man einen Divisorem gegen seinen Dividendum kleinern oder größern (§. 293): Derowegen mag man, nach Anzeigung des erwehnten Beweises (§. 400) auch ihre Factores, aus welchen sie entstehen, anfangs gleich gegen einander kleinern oder größern.

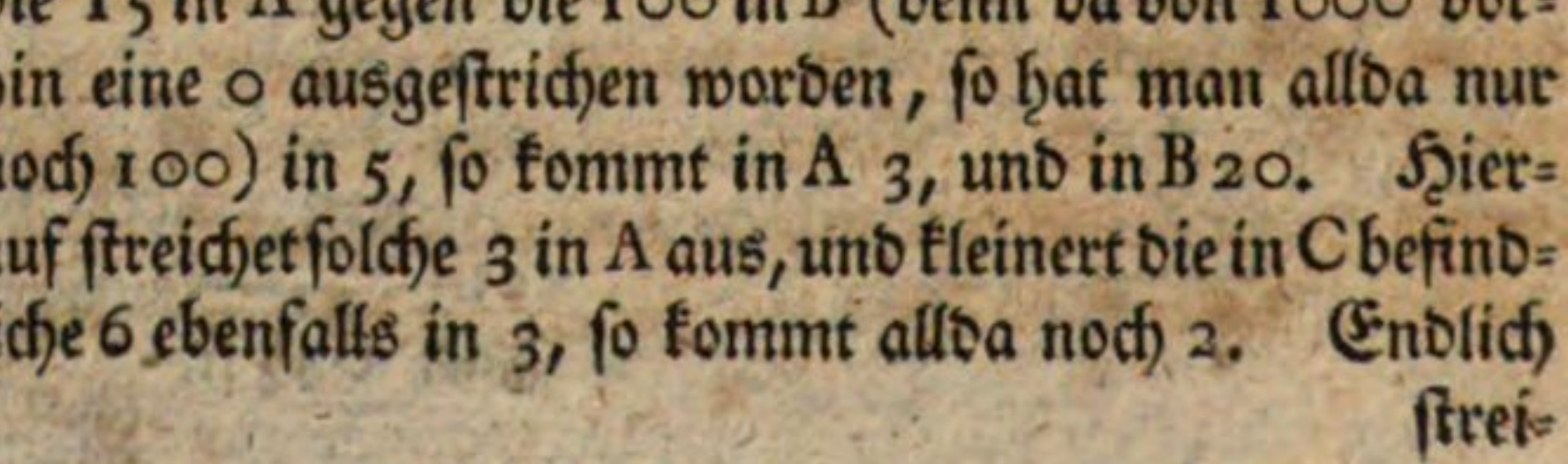
§. 919. Gleiche Bewandniß hat es mit den Aufgaben, in welchen A und C mehr als 2 Verhältnisse haben. Als das gedachte Exempel (§. 917) kommt also zu stehen:

Arbeiter	20	fl.	36	Arbeiter
Wochen	15	100	4	Wochen
Stunden	6		8	Stunden
	1800		1152	
9)			9)	
	2		128	
2)			2)	
	1		Fac.	640 fl.

Nam-

Nämlich weil die Belohnung zum Facit begehrt wird, so setzet die gegebenen 1000 fl. Lohn in die Mitte. Ferner schreibet die Fragezahlen, als 36 Arbeiter auf 4 Wochen à 8 Stunden des Tages, in die 3te Stelle unter einander; und folgends die übrigen gegebenen Zahlen, eben nach der Ordnung, wie sie mit diesen gleicher Art sind, als 20 Arbeiter auf 15 Wochen à 6 Stunden des Tages, in die 1ste Stelle, so ist der Aufsatz gehörigermaßen geschehen. Alsdenn multipliciret die 20, 15 und 6, wie auch besonders die 36, 4 und 8 mit einander, so habet ihr einen Aufsatz der Regel Detri, nämlich 1800 geben 1000 fl. was 1152? Mit diesem procediret nach eben dieser Regel, so kommt das verlangte Facit 640 fl.

Oder besage des IV Artikels im Vortheil, kommt die Ausrechnung als folget:



Nämlich streichet von der Zahl 20 in A, wie auch von der Zahl 1000 in B, eine 0 zur Rechten hinweg. Ferner streichet in A die 6 aus (das ist so viel als in 6 gekleinert, vermöge §. 401), und kleinert die 36 in C ebenfalls in 6, so kommt in C an statt 36 nur 6. Weiter kleinert die 15 in A gegen die 100 in B (denn da von 1000 vorhin eine 0 ausgestrichen worden, so hat man allda nur noch 100) in 5, so kommt in A 3, und in B 20. Hierauf streichet solche 3 in A aus, und kleinert die in C befindliche 6 ebenfalls in 3, so kommt allda noch 2. Endlich

strei-

streichet sowol diese 2, als auch die in A noch befindliche 2, (welche bey der Zahl 20 noch geblieben) hinweg, so bleibet in A nichts (das ist so viel als 1, so doch nicht dividiren kann); in B, 20; und in C, 4 und 8. Mit diesen Zahlen procediret nach Lehre des II. Artikels, nämlich multipliciret die in C noch vorhandenen Zahlen 4 und 8 mit einander, so heißet der Auffatz, nach der Regel Detri

1 = 20 fl. = 32?

und ist folglich das begehrte Facit 640 fl.

§. 920. Nur ist zu merken, was die Multiplication der in A und C unter einander geschriebenen Zahlen betrifft, so gilt es gleichviel, in welcher Ordnung dieselbe geschiehet (§. 163). Derowegen befleißiget man sich lieber der bequemsten Ordnung. Als, wenn ihr beym vorigen Exempel (§. 919) in der 1sten Solution die in A gegebenen 20, 15 und 6 in einander multipliciren sollet, so multipliciret erstlich die 15 mit 20, oder vielmehr nur mit 2 (denn die 0 dürfet ihr nur aufs allerletzte dem kommenden Producte beysetzen, besage §. 166), kommen 30. Diese 30, oder vielmehr (wie hiernächst gedacht), nur 3, multipliciret ferner mit 6, kommen 18, hieran setzet 2 Nullen, eine wegen der 20, und die andere, wegen der 30, so kommt das Product 1800. Oder multipliciret erstlich die 15 mit 6, kommen 90; diese ferner mit 20, kommt das Product, wie vorhin, 1800. Nach beyden gedachten Ordnungen, kann man die verlangte Multiplication gar leicht im Kopfe berechnen. Hingegen, wenn man erstlich die 6 und 20 mit einander, und die kommenden 120 mit 15 multipliciren wollte, so würde es schon etwas schwerer fallen; welches allezeit wohl in acht zu nehmen ist. Wie man aber die bequemste Ordnung in der

Geschwindigkeit treffen soll, solches ist oben in der Multiplication zur Genüge angewiesen worden. Denn, wenn ihr alle Multiplicationsarten, die ich oben gezeiget, wohl innen habet, so werdet ihr allhier gar bald die bequemste Ordnung sehen können.

§. 921. Was aber das Kleinern in der andern Solution (§. 919) betrifft, so ist es nicht allein keine Nothwendigkeit, die Verkleinerung eben in solcher Ordnung, wie allda geschehen, zu verrichten, zumal es nach Belieben auch auf andere Weise geschehen kann, wenn man nur in acht nimmt, allemal eine Zahl in A gegen eine in B oder C zu kleinern, sondern es gilt auch über dieses dem gesuchten Facit gleichviel, ob die Verkleinerung bis aufs genaueste, und so lange, als möglich (wie vorhin (ibid.) oder nur zum Theil, verrichtet wird (§. 404).

§. 922. Es bestehet demnach die Regel Quinque eigentlich darinne, daß man die unter einander geschriebenen Zahlen in A, wie auch besonders die unter einander geschriebenen Zahlen in C, mit einander multiplicire. Und, wenn dieses geschehen, so procediret man ferner nach der Regel Detri. Demnach ist solche Regel Quinque nichts anders, als ein Compendium, wodurch die vielen Aufsätze der Regel Detri (§. 916 und 917) in einen einzigen Aufsatz der Regel Detri verwandelt werden.

§. 923. Die vornehmsten Vortheile aber, die man durch die Regel Quinque erlanget, sind folgende 3. Als

I. weil die Division vor die beschwerlichste Rechnungsart geachtet wird, daß man nach solcher Regel die vielen Divisiones ersparen, und nur einmal dividiren darf.

II. Findet allhier eben dasjenige statt, welches oben (§. 335 und 411) angemerket worden, nämlich, daß man allezeit, wo zu multipliciren und zu dividiren ist, deswegen lieber erstlich die Multiplication, und hernach die Divi-

sion

sion anstellet, weil die Division öfters nicht gerade aufgehet, und man also die fernere Berechnung in Brüchen verrichten müßte, welches man doch gerne vermeidet. Dahero ist auch die Regel Quinque jenem Wege (§. 916 und 917) vorzuziehen, weil man nach diesem (wie insonderheit oben §. 917 in der andern Solution zu ersehen) sich öfters mit Brüchen abmatten muß, welches aber durch die Regel Quinque bequemlich vermieden wird.

III. Kommt nach der Regel Quinque überhaupt die ganze Ausrechnung öfters viel kürzer, indem man eine Zahl in A nicht nur, wie in der Regel Detri, gegen die ihr zugehörige Zahl in C, sondern auch gegen eine andere Zahl in C kleinern mag, und folglich können die Zahlen um so vielmehr gekleinert werden.

§. 924. Jedoch, obgleich die Regel Quinque bey den allermeisten Exempeln, allwo die Regel Detri etliche mal angebracht werden müßte, den Vorzug vor dem andern Wege (§. 916 und 917) hat: So ist doch dieser darum nicht gänzlich zu verwerfen, zumal, da auch Exempel vorkommen, in welchen das verlangte Facit leichter und kürzer nach diesem Wege, als der Regel Quinque, zu finden ist, wie hiervon unten in der Interesse Rechnung gemeldet werden soll.

§. 925. Noch mehrere Exempel zur Uebung, wobey alles dasjenige, was bey dieser nächst gezeigten Regel zu merken ist, ausgeführet wird.

N°. 1. Wenn die Last Roggen gilt 96 fl. sollen die Becker, vermöge der Stadtordnung, ein Brod, das $2\frac{3}{4}$ ℔ wieget (Z. E.) vor 3 ₰ geben: Wieviel muß demnach ein Brod, das 4 ℔ wieget, gelten, wenn die Last 165 fl. kostet? Also:

2. ℔	ℛ	ℌ		ℌ	xℬℨ ℛ. 15
xx. ℬ	$2\frac{3}{4}$	ℬ	<	A ℬ 16	
	4				
	2			15	
				Fac. $7\frac{1}{2}$ ℌ	

Nämlich größert die $2\frac{3}{4}$ ℬ gegen die 4, mit dem Nenner des Bruchs 4 (wie hiervon insonderheit oben in §. 846 Artik. IV. gelehret worden), so kommt deren Verhältniß in ganzen Zahlen 11 und 16. Diese 16 kleinert gegen 96, und zwar, wo ihr es nicht auf einmal in 16 verrichten könnet, nach und nach in 8 und 2, so kommen an statt 96 nur 6, und die 16 fallen ganz hinweg. Weiter kleinert die 11 gegen 165 in 11, so fallen die 11 hinweg, und an statt 165, kommen 15. Ferner kleinert die 6 gegen die in B stehenden 3 ℌ (wiewol es auch gegen die 15 ℌ nach Belieben geschehen könnte) in 3, so bleibet endlich in A nur 2, in B nur 1, oder nichts, und in C nur 15. Folglich ist ferner durch die Regel Detri das gesuchte Facit $7\frac{1}{2}$ ℌ.

Nota. Jedoch ist allhier eben dasjenige zu merken, was ich oben §. 911 bey N°. 6 mit Nota bemerket habe.

N°. 2. Zu einem Stücke Zeug, das $49\frac{1}{2}$ Ellen lang. und $1\frac{3}{4}$ Ellen breit, wird 34 ℬ 14 Loth, oder $34\frac{7}{8}$ ℬ Garn gebrauchet: Wieviel Garn muß man demnach haben, wenn solches Stück $86\frac{5}{8}$ Ellen lang, und $2\frac{3}{4}$ Ellen breit seyn soll?

Dieses stehet nach der Regel Quinque also:

El. lang	$49\frac{1}{2}$	ℬ		$86\frac{5}{8}$	El. lang
El. breit	$1\frac{3}{4}$	$34\frac{7}{8}$	<	$2\frac{3}{4}$	El. breit

Weil

Weil aber dieses in Brüchen zu berechnen verdrießlich fällt, so schaffet dieselben aus A und C durch die Vergrößerung hinweg (§. 499), und machet den Aufsatz, als folget:

El. lang 396	>	℔	<	693 El. lang
El. breit 7		$34\frac{7}{6}$		11 El. breit
2772				7623

Demnach heißet es ferner: 2772 geben $34\frac{7}{6}$, was 7623? womit nach der Regel Detri procediret, kommt das verlangte Facit $94\frac{4}{6}\frac{5}{4}$ ℔.

Nota 1. Jedoch bey dergleichen Exempel, da viele Brüche gegeben sind, thut man besser, wenn man es also setzet, und nach der gezeigten Solution der Exempel der Regel Detri bey Brüchen **aus** oder **mal** Brüchen (§. 497) solviret, wie folget:

$49\frac{1}{2}$ mal $1\frac{3}{4}$ brauchen $34\frac{7}{6}$ ℔, was $86\frac{5}{8}$ mal $2\frac{3}{4}$

℔	A	551	ßßß. ππ. 11	XX
ßß. 9	π	16	8. 4	A

Fac. $\frac{11 \times 551}{4 \times 16} = \frac{6061}{64}$, das ist $94\frac{45}{64}$ ℔, oder 94 ℔ 22 Loth 2 Qu.

Denn vermöge der gegebenen Regel Quinque, werden die Zahlen in A, wie auch die Zahlen in C mit einander multipliciret, und alsdenn wird daraus ein Exempel der Regel Detri (§. 922). Demnach kann man auf vorige Weise den Aufsatz zu der Regel Detri sofort herstellen und das gegebene Exempel dergestalt ansehen, als sollte es heißen: $\frac{22}{2}$ mal $\frac{7}{4}$ geben $\frac{551}{16}$ ℔, was $\frac{693}{8}$ mal $\frac{11}{4}$? Oder, so einerley (§. 393) $\frac{22}{2}$ aus $\frac{7}{4}$ geben $\frac{551}{16}$ ℔, was $\frac{693}{8}$ aus $\frac{11}{4}$? Mit welchem Aufsatze nach der gezeig-

ten allgemeinen Regel (§. 497) und wie aus dem vorigen zu ersehen, leicht zu procediren ist.

Nota. 2. Ob aber bey gegenwärtigem Exempel in dem Werke selbst nicht ein oder anderer Umstand sich findet, der die Accurateſſe des vorigen Facit in etwas verhindern dürfte, solches werden die Weber oder Fabricanten am besten wissen. Zu unserm Vorhaben begnügen wir uns, die Exempel (wie solches oben schon im §. 911 zu verschiedenenmalen angemerket worden) also, wie sie angegeben sind, und ohne andere Umstände anzunehmen. Und eben dieses hat man auch bey andern nachfolgenden Exempeln zu merken; welches hiermit ein vor allemal melden wollen.

N°. 3. Wenn von einem Felde, das 25 Ruthen 9 Schuhe lang, und 16 Ruthen 11 Schuhe breit, jährlich 37 fl. 15 ℋ Zins gegeben werden: Wieviel gebühret sich demnach zu geben von einem Felde, das eben so gut, als das vorige, aber 20 Ruthen 12 Schuhe lang, und 13 Ruthen 5 Schuhe breit ist? Dieses stehet nach der Regel Quinque also:

lang 25 R. 9 Sch.	>	fl. ℋ	<	20 R. 12 Sch.
breit 16 R. 11 Sch.	>	37 = 15	<	13 R. 5 Sch.

Wenn man diese Schuhe als Theile eines Fusses ansehen, das ist, in Brüche reduciren (§. 420) will, so hat man damit eben also zu verfahren, wie mit dem vorigen Exempel N°. 2. Oder man kann in dergleichen Fällen, da allerhand kleine Sorten vorkommen, jede Zahl in A mit ihrer zugehörigen Zahl in C unter gleiche Namen in ihre kleinsten Einheiten bringen (§. 501), und hernach nach der Regel Quinque procediren, welchergestalt der

Aufsatz zu dieser Regel in lauter Schuhen, derer (in Danzig) 15 eine Ruthe machen, als folget, zu stehen kommt.

2. B. 48. lang Sch. 384
breit Sch. 251
502

fl. M
37 = 15

384 Sch. l. 39. 13.
200 Sch. br. 25
325

Fac. 24 fl. $8\frac{1}{5}\frac{5}{0}\frac{2}{2}$ M

325
(300
8) 975..
12187 $\frac{1}{2}$
214.
139
(30
4185 ℔
169

Nota. Ich habe dieses und das vorige Exempel nur um derer Willen hier vorgestellet, die noch keine Kenntniß in der Geometrie haben. Diejenigen aber, welche hiervon, und sonderlich von der Planemetrie einige Kenntniß haben, wissen auch außer der Regel Quinque, daß man bey dergleichen Exempel, um die Superficiem von der ganzen Fläche hervorzubringen, jede Länge mit ihrer Breite zuförderst multipliciren müsse, und alsdenn wird die Regel Detri bey den Flächen oder Quadratmaaßen angebracht; wie von solchen Maaßen oben (§. 141 und 147) in etwas schon erwehnet worden, ein mehreres aber weiter unten gemeldet werden soll.

N°. 4. Wenn von 12 ℔ Waaren auf 40 Meilen weit zu führen, 100 fl. Fracht bedungen worden, wieviel gebühret sich demnach zu geben von 20 ℔ auf 56 Meilen? (wenn es nämlich eben dergleichen Waaren, eben ein solcher guter Weg, und in Summe in allen andern Umständen nichts auszusetzen). Dieses stehet also:

3. ℔. ℒ xℓ		fl.		ℓ℔ ℒ
Meilen ℳ℔	>	100	<	ℌℬ Meilen. xℳ. 7
3				7..

Fac. 233 fl. 10 ℋ.

N°. 5. Wenn 125 Soldaten des Jahres zu unterhalten 16500 fl. kosten. Wieviel kosten 2150 Soldaten 30 Monate zu unterhalten? Dieses kommt also zu stehen:

ℨ. Soldaten xℓℨ		fl.		ℓxℨ℔Sold. 8ℬ.43
ℓ. Monate xℓ	>	16500	<	ℨ℔Monate ℨ
—		495		43
		660		

Fac. 709500 fl.

N°. 6. Wenn 1000 Mann mit 200 Last Roggen, nach gemachter Rechnung, 6 Monate an Brod unterhalten werden können: Wieviel Last Roggen müssen 1200 Mann auf 7 Monat haben? Also:

Mann 1℔℔℔		Last		xℓ℔℔ Mann. 2.
Monate ℬ	>	20℔	<	7 Monate
—				14
				(20

Fac. 280 Last.

N°. 7. Wenn eine Mauer, so 20 Schuhe lang, 11 Schuhe hoch, und 2½ Schuhe breit oder dicke (z. E.) 400 fl. zu stehen kommt; was muß demnach eine andere Mauer kosten, die 36 Schuhe lang, 15 Schuhe hoch, und 3 Schuhe dicke, jedoch aber in allen übrigen Conditionen gleich mit jener seyn soll? Also:

lang

lang 20 hoch 11 8. dicke $2\frac{1}{2}$ — 11 — fl. 400 — 36 lang 18 hoch. 3 9 dicke 0. 3 — 324 — (40 — 12960 — Fac. $1178\frac{2}{11}$ fl.

Nota. Wer in der Geometrie, oder vielmehr Stereometrie einige Kenntniß hat, der weiß auch außer der Regel Quinque, daß man bey dergleichen Exempel, um den körperlichen Innhalt von beyden Mauren hervorzubringen, die drey Dimensiones, als Länge, Höhe und Dicke, von jeder Mauer insbesondere multipliciren muß, und alsdenn wird die Regel Detri bey den Körper- oder Cubikmaaßen angebracht; wie von solchen Maaßen oben (§. 141) in etwas schon berühret worden, und ein mehreres weiter hinten gemeldet werden soll.

N°. 8. A leihet dem B 5680 fl. à 5 p. C. p. Anno Interesse. Nach 8 Monat zahlet B auf dieses Capital 1420 fl., nimmt aber von jenem, nach Verfließung 10 Monate (das ist nach 18 Monaten vom Anfange) abermal 2520 fl. und bezahlet endlich nach 7 Monaten (das ist 25 Monate vom Anfange) die ganze Schuld. Die Frage ist? Wieviel hiervon die sämmtliche Interesse sey? Dieses Exempel ist nichts anders, als die vorigen; nur allein, daß man bey demselben die Regel Quinque etliche mal anzubringen habe, ehe man zu der eigentlich verlangten Antwort gelanget, und zwar nach ganz gemeiner Art und einfältig wird es, wie folget, solviret:

fl. Zins

fl. Capital xØØ — 8 — 568Ø fl. Capital
3. Monate xZ — 8 Monate. Z.

3 — 568

Fac. 189⅓ fl.

Hierauf ziehet von 5680 fl. die nach 8 Monaten bezahlten 1420 fl. ab, so bleiben ferner 4260 auf 10 Monate. Dieses berechnet abermals durch die Regel Quinque also:

fl. Zins

fl. xØØ — 5 — 426Ø fl. 71
2. Monate xZ — xØ Monate

2 — 71

355

Fac. 177½ fl.

Ferner addiret zu 4260 fl. die aufs neue geliehenen 2520 fl. so kommen 6780 fl. noch auf die letzten 7 Monate. Demnach rechnet abermal nach der Regel Quinque also:

fl. Zins

2. fl. xØØ — 8 — 678Ø fl. 113.
2. Monate xZ — 7 Monate

4 — 791

Fac. 197¾ fl.

Diese gekommenen 3 Facit addiret zusammen, als

189 fl. 10 ß
177 = 15 =
197 = 22 = 9 ₰

kommt die begehrte Antwort 564 fl. 17 ß 9 ₰

Nota.

Nota. Ihr könnet aber die Rechnung dieses Exempels auch, als folget, anstellen. Denn, wenn ihr die anfangs ausgeliehenen 5680 fl. in 2 besondere Capitalien, nämlich in 4260 und 1420 fl. theilet, und der Sache nur ein wenig nachdenket, so werdet ihr befinden, daß das Capital 4260 fl. vom Anfange bis zu Ende, daß ist 8+10+7, oder zusammen 25 Monate; das Capital 1420 fl. aber nur die ersten 8; und das Capital 2520 fl. nur die letzten 7 Monate ausgestanden. Demnach berechnet diese gedachten 3 Capitalien mit ihren Zeiten, als folget:

2. fl. XØØ — 2. Monate XZ — 4

fl. Zins 8

4260 fl. 71.. — 25 Monate — 1775

Fac. 443¾ fl.

Jt. z. fl. XØØ — 3. Monate XZ — 3

8

1420 fl. — 8 Monate — 142

Fac. 47⅓ fl.

Jt. z. fl. XØØ — 2. Monate XZ — 2

8

2520 fl. 4Z. 21 — 7 Monate — 147

Fac. 73½ fl.

Diese gefundenen 3 Facit addiret, als

443 fl. 22 ß 9 ₰
47 = 10 = —
73 = 15 = —

kommt die Antw. 564 fl. 17 ß 9 ₰, wie vorhin.

§. 926.

§. 926. Es ist sehr gut, wenn sich ein Anfänger in allerhand Arten Solutionen übet, und dieselbe wohl erweget. Denn es werden dadurch nicht nur die Sinnen zu anderweitigen Rechnungen aufgemuntert und der Verstand geschärfet, sondern man kann dadurch öfters auf eine solche leichte Solution kommen, die ein anderer, welcher der Sache nicht so nachdenket, nicht leichtlich sehen wird. Also findet man in einem gewissen Rechenbuche ein dergleichen Exempel, wie dieses nächste (§. 925 N°. 8) ist, nach der (ibid.) gezeigten ersten Art 3 mal durch die Regel Quinque solviret, da dasselbe nach der gezeigten andern Art doch nur 1 mal die Regel Quinque brauchet. Es lautet aber das Exempel, nebst dessen Auflösung, als folget: Ein Kaufherr in Hannover hat einem Fuhrmanne 24 ℔ Waaren nach Nürnberg, welches (ohngefehr) 60 Meilen von Hannover entlegen, zu führen anvertrauet, giebt ihm allewege von 4 ℔, bemeldten Weg zu führen, $8\frac{1}{2}$ Thl. Als er aber 15 Meilen damit gefahren, muß er, böses Gewitters und Weges halber, 4 ℔ davon ablegen; und da er mit den übrigen 8 Meilen gefahren, und besser Gewitter und Weg erfolget, ladet er zu vorbehaltenen hinwieder 5 ℔ auf, um vorbestimmten Lohn mitzuführen, fähret also fort bis an abgeredten Ort. Die Frage ist: Wieviel der Fuhrmann demnach dasmal Fuhrlohn insgesammt verdienet habe?

℔ 4 : $8\frac{1}{2}$ Thl. :: 24 ℔ — Meilen 60 : 15 Meilen — Fac. 12 Thl 27 Mgr.

Nimm 4 ℔ von 24 ℔, bleiben 20 ℔, darauf sprich:

℔ 4 : $8\frac{1}{2}$ Thl. :: 20 ℔ — Meilen 60 : 8 Meilen — Fac. 5 Thl. 24 Mgr.

Nimm 15 und 8, sind 23, von 60 Meilen, bleiben 37 Meilen; weiter versammle 5 ℔ zu 20 ℔, sind 25 ℔, und sprich:

℔ 4 : $8\frac{1}{2}$ Thl. :: 25 ℔ — Meilen 60 : 37 Meilen — Fac. 32 Thl. 27 Mgr. 3 ₰.

Diese erlangte 3 Posten versammle, giebt Antwort:

51 Thl. 6 Mgr. 3 ₰.

So weit ist zu lesen im besagten Rechenbuche. Hingegen, wenn man dieser Sache eben auf die Weise nachdenket, wie vorhin (§. 925 N°. 8) bey der andern Solution angezeiget worden, so

wird

wird man befinden, daß dieser Fuhrmann 20 ℔ auf 60 Meilen, 4 ℔ auf 15, und 5 ℔ auf 37 Meilen geführet. Diese 3erley Frachten nun zu berechnen, darf man nur 1 mal die Regel Quinque anbringen. Denn die erste Frage heißt: Von 4 ℔ auf 60 Meilen, kommen $8\frac{1}{2}$ Thl. was von 20 ℔ ebenfalls auf 60 Meilen? da fällt der Umstand der Meilen hinweg (§. 350 N°. 3). Also heißet auch die andere Frage: Von 4 ℔ auf 60 Meilen, kommen $8\frac{1}{2}$ Thl. was von 4 ℔ auf 15 Meilen? da fällt der Umstand der ℔ hinweg. Demnach sind diese 2 Fragen durch die bloße Regel Detri zu solviren, und hat man die Regel Quinque nur bey der 3ten Frage anzubringen. Es kommt also die ganze Solution, als folget:

$$\frac{4\text{ ℔}}{1} = \frac{8\frac{1}{2}\text{ Thl.}}{\text{Fac. 42 Thl. 18 Mgr.}} = \frac{20\text{ ℔}}{5}$$

$$\frac{60\text{ Meilen}}{\frac{12}{4}} = \frac{8\frac{1}{2}\text{ Thl.}}{\text{Fac. 2 Thl. 4 Mgr 4 Pf.}} = \frac{15\text{ Meilen}}{\frac{3}{1}}$$

$$\begin{array}{l} \text{℔ } 4 \\ 12\text{ Meilen } \not{0}\not{0} \\ \hline 48 \\ \hline 96 \end{array} \quad > \quad \frac{8\frac{1}{2}\text{ Th.}}{17} \quad < \quad \begin{array}{l} 8\text{ ℔} \\ 37\text{ Meilen} \\ \hline (17 \\ 629 \\ \hline \text{Rest. } 53\text{ Thl.} \end{array}$$

Fac. 6 Thl. 19 Mgr 7 Pf.

Die gefundenen 3 Facit addiret, als

42 Thl. 18 Mgr —
2 = 4 = 4 Pf
6 = 19 = 7

kommt das Facit 51 = 6 = 3 wie begehrt.

§. 927. Ich recommandire diese Art Solution wohl zu beobachten, nicht dieses kleinen Vortheils wegen allein, sondern anderer wichtigern Absichten wegen, die ihr weiter unten allererst sehen werdet, damit ihr nicht dasjenige von ferne suchen dürfet, welches ihr in der Nähe finden könnet. Es soll auch hernach an

seinem

seinem Orte gezeiget werden, wie sowol das erwehnte Exempel §. 925 N°. 8, als das Exempel §. 926 weit kürzer, und in einem einzigen Aufsatze zu solviren sey.

Von der Regel Quinque, oder Duplici inversa.

§. 928.

Der Unterscheid zwischen den Aufgaben, welche in die vorherbeschriebene ordentliche Regel Quinque und denen, die hierher in die Regel Quinque inversam, oder die umgekehrte Regel Quinque, gehören, bestehet nur darinne, daß bey jenen alle gegebene Verhältnisse zwischen A und C ordentlich proportioniret, folglich dieselben durch die Regel Detri directam (§. 903) zu solviren sind; da hingegen bey diesen auch solche Verhältnisse vorkommen, die eine wiederkehrliche Proportion haben, und dahero ihre Solution nicht zu der ordentlichen, sondern zu der Regel Detri inversa gehöret (§. 902).

§. 929. Uebrigens ist alles dasjenige, was oben bey der Regel Quinque gelehret worden, auch hierher zu ziehen. Demnach hat man auch hier 2erley Wege, die hierher gehörigen Aufgaben zu solviren (§. 914), nämlich 1. durch oftmalige Anwendung der Regel Detri, und zwar entweder directâ, oder inversâ, und 2. in einem einzigen Satze durch die Regel Quinque inversam.

Die 127. Aufgabe.

§. 930. Eine Aufgabe, in welcher A und C etliche Verhältnisse in sich enthalten, die aber entweder sämtlich, oder zum Theil eine

eine wiederkehrliche Proportion haben, durch die bloße Regel Detri zu solviren.

I. Merket mit Fleiß, nach Anzeigung §. 906, welche von solchen Verhältnissen eine ordentliche, und welche eine wiederkehrliche, oder auch, ob sie alle eine wiederkehrliche Proportion haben.

II. Verfahret nach der gegebenen Regel §. 916 nur allein mit der Observation, daß ihr bey den Sätzen, die eine wiederkehrliche Proportion haben, nicht nach der Regel Detri directa, sondern nach der Regel Detri inversa (§. 907) procediren müsset; so kommt endlich das gesuchte Facit.

Z. E. will ich die Aufgabe aus §. 913 und 916 allhier umwenden, und wie folget, proponiren. Wenn man vor 100 fl. Capital auf 1 Jahr 6 fl. Interesse bekommt: Wie lange müssen 650 fl. Capital ausstehen, um 312 fl. Zins zu bekommen?

Allhier muß die gesuchte Zeit, und die Zeit eines Jahres sich zusammen verhalten, wie die beyden Capitalien 650 fl. und 100 fl. auch wie die beyden Zinsen 312 fl. und 6 fl. Folglich heißt es schlechterdings (wenn es nämlich obenhin angesehen wird)

wie 100 zu 650
und 6 zu 312 } also 1 Jahr zum Facit.

Setzet man nun diese Zahlen nach Ordnung des Aufsatzes der Regel Detri (§. 349), nach welchem insonderheit die gegebene Zeit 1 Jahr, als welche gleicher Art ist mit dem gesuchten Facit, in das 2te Glied kommt, so hat man folgenden Aufsatz:

fl. Capital	100	Jahr	650	fl. Capital
fl. Zins	6	1	312	fl. Zins

und

und also in A und C 2 Verhältnisse. Allein, wenn man es recht betrachtet, so merket man bald, daß die erste Verhältniß eine wiederkehrliche, und die 2te eine ordentliche Proportion in sich enthält (§. 906). Denn bey dieser heißet es ordentlich: **Je größer** der Zins ist, den man haben will, **desto mehr** Zeit wird darzu erfordert; bey jener aber umgekehrt: **Je größer** das ausgeliehene Capital, **desto weniger** Zeit braucht es auszustehen (§. 905 N°. 2 oder §. 911 N°. 3). Demnach verfahret, wie oben im §. 916 gelehret worden, und merket nur, daß ihr die erste Verhältniß nach der Regel Detri inversa (§. 907), und die andere nach der Regel Detri directa berechnet, so kommt die Auflösung, als folget:

65Ø = 1 Jahr = 10Ø nach der Regel Detri inversa

5) 5)

13 Fac. $1\frac{2}{3}$ Jahr.

Ferner setzet 6 = $1\frac{2}{3}$ Jahr = 312 nach der Regel Detri directa

6) 6)

1 2 52

13 104

Fac. 8 Jahr, die gesuchte Antwort.

Oder berechnet erstlich

6 = 1 Jahr = 312 nach der Regel Detri directa

Fac. 52 Jahr.

Ferner 65Ø = 52 Jahr = 10Ø nach der Regel Detri inversa

5) 5)

13 104 2

Fac. 8 Jahr, die begehrte Antwort, wie vorhin, und gleichergestalt ist zu verfahren, wenn auch mehr, als 2 Verhältnisse gegeben werden.

Be=

Beweis.

Nachdem die Regel Detri inversa oben (§. 907) bereits erwiesen worden, so hat es ferner mit gegenwärtigem Proceß und dessen Beweis eben dieselbe Bewandniß, wie mit dem oben §. 916 angezeigten Proceß und desselben Beweise; welcher daselbst zur Genüge schon erkläret worden.

Die 128. Aufgabe.

§. 931. **Die vorige Aufgabe mit Hülfe der Regel Quinque inversa (§. 928) in einem einzigen Aufsatze, nämlich durch eine einzige Anwendung der Regel Detri zu solviren.**

I. Machet den Aufsatz wie bey der ordentlichen Regel Quinque (§. 918. Artik I.). Nur merket, daß ihr diejenigen Zahlen in A und C, welche eine wiederkehrliche Proportion haben, dergestalt umkehret, wie bey der Regel Detri inversa (§. 907. Artik. I.) gelehret.

II. Procediret ferner in allen Stücken, gleichwie in gedachtem §. 918 alles zur Genüge angewiesen und ausgeführet worden; so kommt die verlangte Antwort.

Als das vorhin erwehnte Exempel (§. 930) käme zwar nach der ordentlichen Regel Quinque, als folget zu stehen:

fl. Capital 100 — Jahr 1 — 650 fl. Capital
fl. Zins 6 — 312 fl. Zins

Allein weil die Verhältniß der Capitalien, wie solches vorhin (ibid.) schon erkläret worden, eine wiederkehrliche Proportion hat, so müsset ihr ihre Glieder umkehren, und demnach die 650 in A, hingegen die 100 in C setzen, also:

650 — 6 — Jahr — 1 — 100 — 312

Uebrigens verfahret wie bey der ordentlichen Regel Quinque gelehret worden, so kommt die Berechnung, wie folget:

650 — 6 — Jahr — 1 — 100 — 312

39ØØ — 312ØØ

Fac. 8 Jahr — 0

Oder besage des IV Artikels §. 918, durch die Verkleinerung, also:

13. ßßØ — ß — Jahr — 1 — XØØ . 2 — ßXZ . 52

13 — 104

Fac. 8 Jahr, wie vorhin. 0

Gleichergestalt verfahret, wenn auch mehr als 2 Verhältnisse gegeben werden.

Beweis.

Es ist alles aus den vorhin gegebenen Beweisen, welche ich bey der Regel Detri inversa und der ordentlichen Regel Quinque angegeben habe, klar genug. Denn durch das gedachte Umkehren wird aus der wiederkehrlichen eine ordentliche Proportion, folgends bleibet es ferner bey der ordentlichen Regel Quinque und deren oben schon angezeigten Gründen.

§. 932. Es bestehet demnach die Regel Quinque inversa einig und allein in dem gehörigen Einschreiben der gegebenen Zahlen in A und C; und wenn dieses richtig geschehen, so hat man ferner, was

was die Ausrechnung betrifft, nur nach der ordentlichen Regel Quinque zu verfahren.

§. 933. Dahero hat man alles dasjenige, so bey dieser Regel absonderlich in §. 920 und 921 gemeldet worden, nicht minder auch allhier bey den Auflösungen der Exempel, welche zu der Regel Quinque inversa gehören, zu beobachten.

§. 934. Also ist auch dasjenige allhier zu merken, das oben von der Regel Detri inversa (§. 909) erwehnet worden, nämlich, daß man die Berechnung auch ohne wirkliches Umkehren der Zahlen in A und C, anstellen könnte, wenn man nur die gehörige Zahlen mit einander multipliciret: Allein es ist das wirkliche Umkehren deswegen beliebet worden, damit man in der Calculation ohne Veränderung, und nicht anders als bey der ordentlichen Regel Quinque, zu verfahren haben möge.

§. 935. Zu desto mehrerer Erklärung, wie auch zur Uebung, folgen hiernächst noch verschiedene Exempel.

N°. 1. Das Exempel §. 925 N°. 1 umgewendet: Wenn die Last Roggen gilt 96 fl. sollen die Becker, vermöge der Stadtordnung, ein Brod das $2\frac{3}{4}$ ℔ wieget, (z. E.) vor 3 ₰ geben: Wie viel muß ein Brod wägen, das $7\frac{1}{2}$ ₰ gelten soll, wenn die Last 165 fl. kostet?

Dieser Aufsatz käme nach der ordentlichen Regel Quinque also zu stehen:

fl.	96	℔		165 fl.
₰	3	$2\frac{3}{4}$		$7\frac{1}{2}$ ₰

Allein wenn ihr diese gegebenen Verhältnisse betrachtet, so könnet ihr leichtlich merken, daß die andere Verhältniß eine ordentliche, die erste aber eine wiederkehrliche Proportion in sich enthält (§. 906). Denn bey der andern heißet es: **Je mehr** ₰ dem Becker gezahlet werden, **desto mehr oder schwerer** Brod ist er zu liefern schuldig; bey der ersten aber: **Je theurer** der Roggen ist, **desto weniger oder leichter** wird das Brod gebacken.

cken. Derowegen verkehret die 96 und 165, so kommt der Aufsatz und die ganze Auflösung als folget:

xß. fl. xßß		℔		ßß fl. . 4
24. ß. ℋ	3	$2\frac{3}{4}$		$7\frac{1}{2}$ ℋ . xß
	—	xx		Fac. 4 ℔.

Nämlich größert die 3 gegen $7\frac{1}{2}$ mit dem Nenner 2, so kommt deren Verhältniß in ganzen Zahlen 6 und 15. Also größert auch eine Zahl in A (welche ihr beliebet, jedoch nehme ich die 6, weil die kommende 24 hernach gegen 96 ganz hinweg gestrichen werden können) gegen die Zahl in B, mit dem Nenner 4, so kommen in A 24, und in B 11. Hierauf kleinert die 24 gegen 96, in 24 (oder nach und nach in 6 und 4), so kommen an statt 96 nur 4, und die 24 fallen ganz hinweg. Weiter kleinert die 165 gegen 11, in 11, so fallen die 11 hinweg, und an statt 165 kommen 15. Diese streichet gegen die in C befindliche 15 hinweg, so bleiben in C nur 4. Und da sowol in B als in A alle Zahlen hinweg gefallen, so hat man die in C gekommenen 4 weder zu multipliciren noch zu dividiren, und ist also dieselbe das gesuchte Facit.

Nota. Diese Solution, in welcher die 4 ℔ wieder zum Vorschein gekommen, kann zur Probe dienen auf die vorige Solution §. 925 N°. 1, gleichwie jene hinwiederum auf die hiesige eine Probe abgeben kann; welches nicht minder auch bey folgenden Exempeln zu merken ist.

N°. 2. Das Exempel ibid. N°. 2 umgewendet (so abermals zur Probe dienen kann): Zu einem Stücke Zeug, das $49\frac{1}{2}$ Ellen lang und $1\frac{3}{4}$ Ellen breit, wird 34 ℔ 14 Loth, oder $34\frac{7}{8}$ ℔ Garn gebrauchet: Wie lang

wird

wird demnach ein dergleichen Stück Zeug kommen, zu welchem man 94 ℔ 22½ Loth, oder $94\frac{4}{6}\frac{5}{4}$ ℔ nimmt, und es $2\frac{3}{4}$ Ellen breit machet?

Dieses käme nach der ordentlichen Regel Quinque also:

Ellen lang

℔	$34\frac{7}{6}$	>	$49\frac{1}{2}$	< $94\frac{4}{6}\frac{5}{4}$ ℔
Ell. breit	$1\frac{3}{4}$			$2\frac{3}{4}$ Ell. breit.

Wenn ihr aber dieser Sache nachdenket, so könnet ihr gar leicht sehen, daß die erste Verhältniß eine ordentliche, die andere aber eine wiederkehrliche Proportion in sich enthält. Denn bey jener heißt es: **Je mehr** Garn zu einem Stücke genommen wird, **desto länger** muß solches Stück werden; bey dieser aber: **Je breiter** das Zeug ist, **desto weniger** wird solches Stück in der Länge halten. Derowegen verkehret die $1\frac{3}{4}$ und $2\frac{3}{4}$, und setzet es wie folget:

Ellen lang

℔	$34\frac{7}{6}$	>	$49\frac{1}{2}$	< $94\frac{4}{6}\frac{5}{4}$ ℔
Ell. breit	$2\frac{3}{4}$			$1\frac{3}{4}$ Ell. breit.

Womit ferner die Ausrechnung nach obiger Anweisung (ibid.) auf zerley Art, nämlich entweder in Brüchen, oder durch Abwerfung der Brüche in Ganzen angestellet werden kann. Allein es ist daselbst schon angemerket worden, daß es bey dergleichen Fällen besser sey, den Aufsatz und die Ausrechnung lieber nach Anzeigung §. 497 und als folget, anzustellen:

Ellen lang

$34\frac{7}{6} \times 2\frac{3}{4} = 49\frac{1}{2} = 94\frac{4}{6}\frac{5}{4} \times 1\frac{3}{4}$

752

XB / BBX	A / XX	BB.9 / 2	BØBX.11 / BA. 4	7 / 4

Fac. $\frac{9 \times 11 \times 7}{2 \times 4} = \frac{693}{8}$, das ist $86\frac{5}{8}$ Ell. lang.

N°. 3. Einer hat 2 Capitalien ausgeliehen, eines von 650 fl. à 6 p. C. p. Anno, und eines von 1200 fl. à 5 p. C. p. Anno: Wie lange muß dieses ausstehen, wenn es eben so viel bringen soll, als jenes in 8 Jahren?

Dieses käme nach der Regel Quinque also zu stehen:

fl. Capital 650 — Jahr 8 — 1200 fl. Capital
p. C. 6 — 5 p. C.

Allein es haben allhier beyde Verhältnisse eine wiederkehrliche Proportion. Denn bey der ersten heißt es: **Je größer** das Capital ist, **desto weniger** Zeit brauchet solches auszustehen, wenn es mit dem andern gleichen Zins tragen soll (§. 911. N°. 3); und bey der andern: **Je weniger** p. C. gegeben wird, **desto länger** muß die Zeit seyn, in welcher es mit dem andern Capital gleichen Zins bringen soll (ibid. N°. 5). Derowegen verkehret bey diesem Exempel die Glieder beyder Verhältnisse, und procediret als folget:

5. ℔. 1200 — Jahr 8 — 650 . 13
8 — 6
5 — 2 — 13
26
Fac. $5\frac{1}{5}$ Jahr.

N°. 4. Das nächst vorige Exempel umgewendet: Wenn ein gewisses Capital à 5 p. C. p. Anno in $5\frac{1}{5}$ Jahren eben so viel Zins bringet, als 650 fl. Capital à 6 p. C. p. Anno in 8 Jahren; so fragt sichs: Wie viel ein solch gewisses Capital seyn muß?

Die-

Dieses stünde nach der Regel Quinque also:

		fl. Capital		
p. C.	6			5 p. C.
Jahr	8	> 650 <		$5\frac{1}{5}$ Jahr.

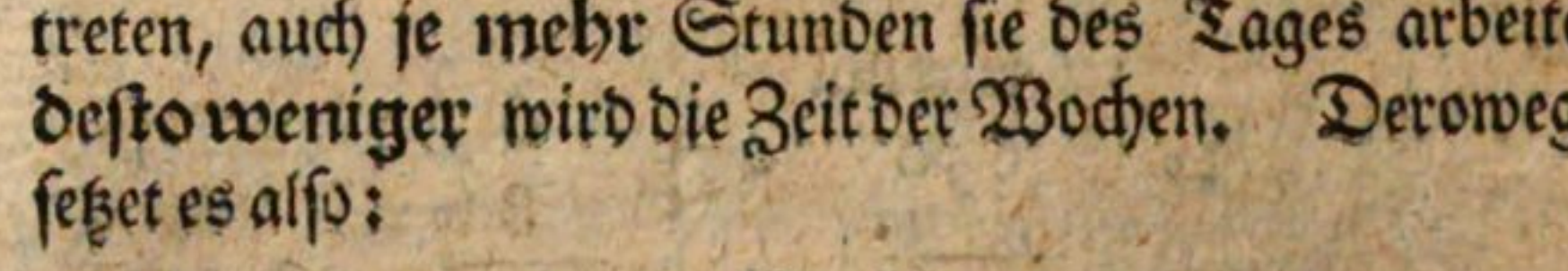
Allein es haben allhier abermals beyde Verhältnisse eine wiederkehrliche Proportion. Denn es heißt: Je weniger p. C. gegeben wird, auch je weniger Zeit das Capital ausstehet: desto größer hingegen muß das Capital seyn, wenn es eben so viel Zins bringen soll, als das andere bringet. Dannenhero müsset ihr allhier, eben wie vorhin, die Glieder beyder Verhältnisse verkehren, und es wie folget setzen:

		fl. Capital		
	5			6
	$5\frac{1}{5}$	> 650 <		8
	26	3900		48
Fac.	1200	31200		$\frac{6}{8}$
fl. Cap.		5.		

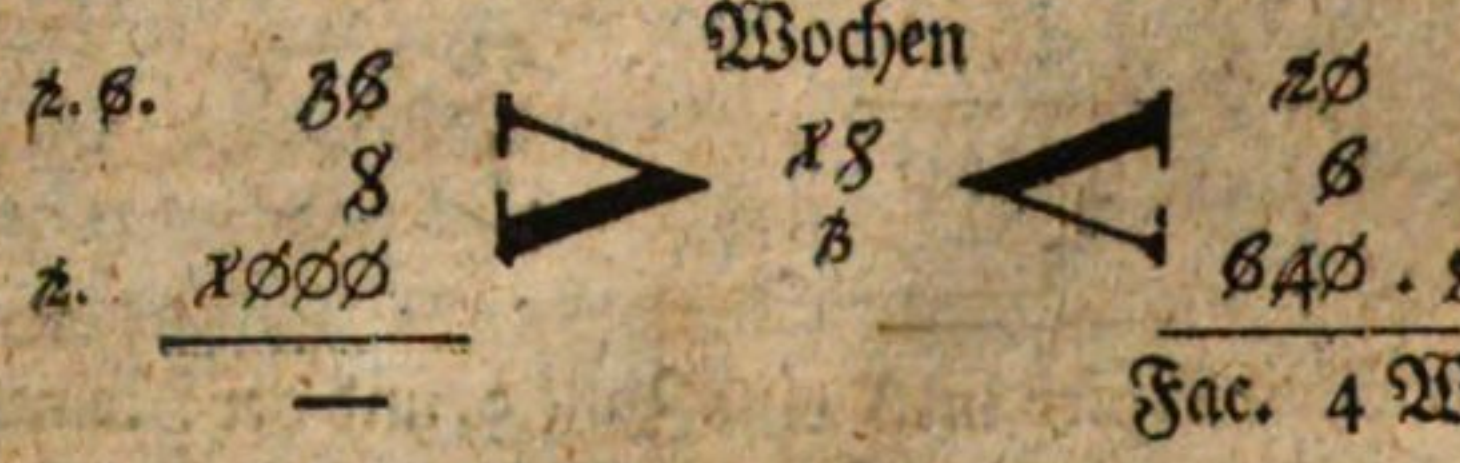
Nota. Weil allhier in A eine Zahl 5, und der Nenner des Bruchs von der andern Zahl gleichfalls 5 ist, so erspa-ret man die $5\frac{1}{5}$ in A gegen B oder C (wie sonsten geschehen) zu größern. Denn da solche $5\frac{1}{5}$, vermöge der Regel Quinque, mit der Zahl 5 multipliciret werden müssen, so fällt der Bruch $\frac{1}{5}$, auch ohne die gewöhnliche Vergrösserung hinweg (§. 449).

N°. 5. Das Exempel aus §. 917 und 919 umgewendet: Wenn zu einem gewissen Werke 20 Arbeiter auf 15 Wochen, des Tages 6 Stunden zu arbeiten, um 1000 fl. bedungen worden; wie viel Wochen müssen nach solcher Proportion 36 Arbeiter, des Tages 8 Stunden, vor 640 fl. an solchem Werke arbeiten?

Dieses käme nach der ordentlichen Regel Quinque also:



Allein es haben allhier die ersten 2 Verhältnisse eine wiederkehrliche, und die 3te eine ordentliche Proportion. Denn bey dieser heißt es ordentlich: **Je weniger** Geld den Arbeitern gezahlet wird, **desto weniger** Wochen sind sie zu arbeiten schuldig; bey den beyden erstern aber wiederkehrlich: **Je mehr** Arbeiter das Werk antreten, auch je **mehr** Stunden sie des Tages arbeiten, **desto weniger** wird die Zeit der Wochen. Derowegen setzet es also:



Nota. Durch diese bisher fürgestellten Exempel habe ich vornehmlich anzeigen wollen, daß es gleich viel sey, ob die erste oder die andere, oder auch beyde gegebene Verhältnisse, oder auch, so mehr als 2 Verhältnisse gegeben werden, ob nur eine oder etliche derselben, oder auch alle, eine wiederkehrliche Proportion haben, und hat man in allen Fällen nur zu merken, daß man eben dieselben Zahlen in A und C, welche wiederkehrlich proportioniret sind, mit einander verkehre. Nunmehr aber folgen noch etliche Exempel nur zur Uebung.

N°. 6. Das obige Exempel §. 925 N°. 5 umgewendet; Wenn 125 Soldaten mit 16500 fl. 1 Jahr unterhalten werden können; wie lange sind demnach 2150 Soldaten mit 709500 fl. zu unterhalten?

Die-

Dieses stünde nach der ordentlichen Regel Quinque also:

Soldaten 125 : Jahr : 2150 Soldaten
fl. 16500 : 1 : 709500 fl.

Es heißt aber allhier bey der ersten Verhältniß: **Je mehr** Soldaten unterhalten werden, **desto weniger** Zeit kann solche Unterhaltung dauern; hingegen bey der andern: **Je mehr** Geld, **desto längere** Zeit können sie unterhalten werden. Derowegen setzet es also:

10. ꝛB. 2xꝛ : Jahr : xꝛꝛ . 25
ℓ. BB. xBꝛ00 : 1 : ꝛ0Bꝛ00 . x4xB . xꝛB . 4B

10 Fac. 2/5 d. i. 2½ Jahr.
10

N°. 7. Um das Exempel §. 925. N°. 6 umzukehren, so will ich dasselbe folgendergestalt proponiren: Eine Stadt ist belagert, darinnen sind an Soldaten 1000 Mann, an Proviant zum Brod (z. E.) 200 Last Roggen; und hat man nach gemachter Calculation befunden, daß sich diese Garnison mit sothanem Proviant 6 Monate werde halten können. Es kommen aber zu dieser noch 200 Soldaten, und bringen noch 80 Last Roggen. Die Frage ist: Wie lange solche vermehrte Garnison, aus 1200 Soldaten bestehende, mit solchem vermehrten Proviant, nämlich mit 280 Last Roggen, nach der vorhin gemachten Calculation, sich werde halten können?

Dieses käme nach der ordentlichen Regel Quinque also:

Soldaten 1000 : Monate : 1200 Soldaten
Last 200 : 6 : 280 Last

Allein es heißt allhier bey der ersten Verhältniß: **Je mehr** Soldaten, **desto weniger** Zeit kann ihre Subsistenz dauren; hingegen bey der andern: **Je mehr** Proviant, **desto mehr** kann auch die Zeit des Unterhalts seyn. Derowegen setzet es also:

Monate

2. Soldaten xzøø > ø < xøøø Soldaten
Last zøø 28ø Last. x4 7.

Fac. 7 Monate.

N°. 8. Das vorige Exempel auf eine andere Art umgewendet: Eine Stadt, in welcher 1000 Soldaten, ist nach gemachter Rechnung mit 200 Last Roggen auf 6 Monate versorget worden. Weil man dieselbe aber auf 7 Monate proviantiret wissen will, so werden ihr noch 80 Last Roggen zugesendet, nebst der Ordre, daß sie noch so viele Soldaten einnehmen soll, als nach voriger Rechnung subsistiren mögen. Nun fragt sichs: Wie viel Soldaten sie noch einzunehmen habe, damit sie sich 7 Monate soll halten können?

Dieses stünde nach der Regel Quinque also:

Soldaten

Last 200 > 1000 < 280 Last
Monate 6 7 Monate

Allein es heißet wohl bey der ersten Verhältniß: **Je mehr** Proviant, **desto mehr** Soldaten können unterhalten werden; hingegen aber bey der andern: **Je längere** Zeit sie sich halten sollen, **desto weniger** muß die Anzahl der Soldaten seyn. Demnach setzet:

Soldaten

zøø > 1000 < z8ø . 4. 2
7 6

Fac. 1200 Soldaten.

Folg=

Folglich (weil 1000 schon darinnen sind) können noch 200 Soldaten eingenommen werden.

§. 936. Gleichwie ich oben (§. 377) gezeiget, daß die Exempel der Regel Detri dreymal umgewendet werden können, also kann man auch die Exempel der Regel Quinque 5 mal, oder wo mehr als 5 Glieder gegeben sind, so vielmal, als die Anzahl der gegebenen Glieder ist, umwenden; indem man in der Umwendung nur das erst gefundene Facit vor bekannt, und eines der gegebenen Glieder, welches man will, als unbekannt annehmen darf. Und solchergestalt können die vorigen Exempel noch auf verschiedene Arten umgewendet werden.

§. 937. Diese Umwendung dienet insonderheit zu einer Probe bey der Regel Quinque directa und inversa, wie vorhin (§. 935 bey N°. 1 und 2) schon gemeldet worden, und ist dieselbe gleich der gemeinen Probe der Regel Detri (§. 374) welche ebenfalls in einer Umwendung des Satzes bestehet. Nun will ich noch anzeigen, wie das gefundene Facit bey der erwehnten Regel Quinque directa und inversa durch die Probzahlen mit Vortheil zu probiren. Merket aber vorher alles dasjenige, das oben von den Probzahlen, und insonderheit wie solche aus den vermischten und mehrerley namigen Zahlen zu finden, angewiesen worden (§. 863 sequ. bis §. 874).

Die 129. Aufgabe.

§. 938. **Das gefundene Facit bey der Regel Quinque directa oder auch inversa mit Vortheil zu probiren.**

I. Merket ob der Auffatz jeder nach seiner Art, in der directa so wol, als in der inversa, gehörigermaßen geschehen, und so dieser richtig befunden worden, so nehmet

II. die Probzahlen aus dem Facit und aus allen in

A befindlichen Zahlen, uud schreibet dieselben beyseite zur Linken unter einander (jedoch könnet ihr diejenigen, welche eine 1 sind, hinweg lassen). Desgleichen nehmet

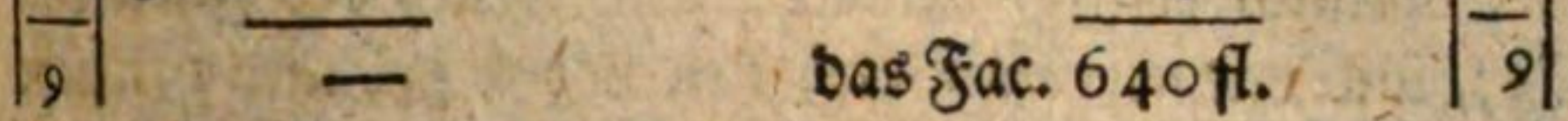
III. die Probzahlen aus B und aus allen in C befindlichen Zahlen, und schreibet solche beyseite zur Rechten gerade unter einander. Beobachtet aber mit Fleiß dasjenige, so oben schon bey der Regel Detri (§. 890) gemeldet worden, nämlich, daß die Probzahl aus B mit der Probzahl aus D gleiche Namen haben, oder unter gleiche Namen gebracht werden müssen.

IV. Daferne sich in A oder C ungleichnamige Theile, oder auch kleine Sorten der Münzen, Maaße oder Gewichte ꝛc. (die ebenfalls als allgemeine Theile eines Ganzen, laut §. 51 betrachtet werden können) befinden, und folglich derselben Probzahlen (nach Anzeigung §. 866 bis 874) Theile oder kleine Einheiten bedeuten, so schreibet die Probzahlen aus den Namen oder Nennern, welche sich in A befinden, unter die gefundenen Probzahlen zur Linken; gegentheils die Probzahlen aus den Namen oder Nennern, die sich in C befinden, unter die gefundenen Probzahlen zur Rechten.

V. Multipliciret auf jeder Seite die unter einander geschriebenen Probzahlen (und zwar nur nach solcher kurzen Art, wie im §. 886 angewiesen worden) in einander; jedoch könnet ihr der Bequemlichkeit wegen diejenigen Probzahlen (außer allein wenn sie Nullen sind) welche auf beyden Seiten sich gleich groß befinden, vorher hinwegstreichen: So müssen die aus beyderseitigen Multiplicationen entstehende Probzahlen einander gleich seyn. Woferne aber dieselben ungleich kommen, so ist es eine Anzeigung, daß in der Rechnung gefehlet sey.

Z. E. N°. 1. Das gefundene Facit im §. 919 zu probiren.

ren. Dieses kommt nebst den gegebenen Zahlen (die ich zu besserer Erklärung allhier mit auffetzen wollen) als folget zu stehen:



Nämlich zur Linken stehen erstlich 2, als die Probzahl aus dem Facit 640; hernach 9, die Probzahl aus 20, als der 1sten Zahl in A; weiter 4, die Probzahl aus 15, als der 2ten Zahl in A; ferner 6, die Probzahl aus 6, als der 3ten Zahl in A. Desgleichen stehen zur Rechten erstlich 10, die Probzahl aus 1000, als der Zahl in B; hernach 3, die Probzahl aus 36, als der 1sten Zahl in C; ferner 4, die Probzahl aus 4, als der 2ten Zahl in C; weiter 8, die Probzahl aus 8, als der 3ten Zahl in C. Weil nun auf beyden Seiten sich die Zahl 4 befindet, so streichet dieselbe beyderseits hinweg. Hierauf multipliciret zur Linken, und sprechet: 2 mal 9 geben 18, deren Probzahl ist 7. Diese 7 multipliciret ferner mit 6, kommen 42, deren Probzahl ist 9. Solche schreibet unter eine Linie. Desgleichen verfahret auf der rechten Seite, nämlich saget: 3 mal 10 geben 30, deren Probzahl ist 8. Diese 8 multipliciret weiter mit 8, kommmen 64, deren Probzahl ist 9, welche ihr gleichfalls unter eine Linie schreibet. Weil nun auf beyden Seiten endlich 9, und also einerley gekommen, so urtheilet man, daß die Ausrechnung recht sey.

N°. 2. Das gefundene Facit im §. 925. N°. 3 zu probiren. Solches präsentiret sich wie folget:

Pz.	Der Aufsatz			Pz.
7		fl. ℋ		rø
rø	25 R. 9 Sch.	37=15	20 R. 12 Sch.	4
9	16 R. 11 Sch.		13 R. 5 Sch.	2
8	Fac. 24 fl. $8\frac{16}{50}\frac{9}{2}$ ℋ $(\frac{4}{7})$			8

Nämlich erstlich bemerket den Bruch des Facit mit $(\frac{4}{7})$, und erinnert euch, daß 1 fl. vor 8 ℋ, und 1 Ruthe vor 4 Schuhe (weil 15 ist 4) zu berechnen sey. Hierauf schreibet die Probzahlen, so kommen zur Linken erstlich 7, als die Probzahl aus 24 fl. $8\frac{4}{7}$ ℋ; hernach 10, die Probzahl aus 25 Ruthen 9 Schuhen; weiter 9, die Probzahl aus 16 Ruthen 11 Schuhen. Auf gleiche Weise kommen zur Rechten erstlich 10, die Probzahl aus B (denn obgleich aus 37 fl. 15 ℋ die Probzahl 3 ℋ ist, so muß dieselbe doch deswegen zu 7tel gemachet werden, weil die Probzahl aus dem Facit 7tel heißet); hernach 4, die Probzahl aus 20 Ruthen 12 Schuhen; weiter 2, die Probzahl aus 13 Ruthen 5 Schuhen. Wegen der verschiedenen Namen Ruthen und Schuhe aber ist allhier nichts besonders zu merken, immaßen alles in Schuhe reduciret worden: Sonst müßten die Schuhe als 15tel, oder vielmehr, nach dieser Probart, als 4tel Ruthen angesehen, und mit denselben nach Anzeigung Artik. IV procediret werden. Indessen findet sich auf beyden Seiten eine 10; derowegen streichet sie beyderseits hinweg. Hierauf multipliciret zur Linken die 9 mit 7, kommen 63, deren Probzahl ist 8. Solche schreibet unter eine Linie. Desgleichen multipliciret zur Rechten die 4 mit 2, kommen ebenfalls 8, das ist so viel als zur Linken herausgekommen.

Gleiche

Gleiche Bewandniß hat es mit den Exempeln der Regel Quinque inversä; nur allein, daß ihr vorher nachsehen müsset, ob der Auffatz gehörigermaßen geschehen sey.

Beweis.

Dieser kann auf verschiedene Arten gegeben werden. Ich will aber nur folgende fürstellen: Vermöge der Regel Quinque giebt das Product aller in A befindlichen Zahlen, das erste Glied, und das Product aller in C befindlichen Zahlen, das 3te Glied zu einem Auffatze der Regel Detri. Folgends muß ferner, vermöge der Eigenschaft von proportionirten Zahlen (wie §. 328 und 378 in der 3ten Art Probe zu ersehen) das aus diesem Auffatze kommende Facit mit dem gedachten 1sten Gliede multipliciret, eben so viel bringen, als die gegebene Zahl in B mit dem gemeldten 3ten Gliede multipliciret. Das ist überhaupt (weil an der Ordnung der Factorum nichts gelegen ist, laut §. 163) das Product aus dem Facit und allen in A befindlichen Zahlen, muß gleich seyn dem Product aus B und allen in C befindlichen Zahlen. Derowegen müssen auch die Probzahlen dieser beyden Producte allerdings einander gleich seyn. Indessen erlanget man die Probzahl eines Products, wenn man nur die Probzahlen der Factorum mit einander multipliciret, und aus dem entstehenden die Probzahl nimmt (§. 882 und 886): Dannenhero ist klar, wenn man bey der Regel Quinque die Probzahlen aus dem Facit und allen in A befindlichen Zahlen, wie auch insbesondere die Probzahlen aus B und allen in C befindlichen Zahlen, mit einander multipliciret, daß die hieraus entstehenden Probzahlen ohnstreitig einander gleich seyn müssen.

Hieraus

Hieraus ist auch alles übrige klar, was ich in vorhergehenden Artikeln gemeldet. Denn weil das Product zur Linken mit dem zur Rechten gleich groß seyn soll, so müssen sie beyde in gleicher Balance erhalten werden, also, wenn auf einer Seite eine Probzahl in Theile eines Ganzen gestellet worden, so muß auch die andere Seite mit dem Namen oder Nenner solcher Theile multipliciret werden; desgleichen wenn auf einer Seite etwas gekleinert wird, so muß auch die andere Seite um eben so viel gekleinert werden. Jedoch, weil die Probzahlen ohne das schon kleine Zahlen sind, so ist es nicht der Mühe werth, sich allhier des Kleinerns, wie sonst, zu bedienen: Dannenhero habe ich nur diejenigen Zahlen hinweg streichen heißen, welche einander ganz gleich sind. Hingegen können 2 Nullen deswegen nicht gegen einander hinweg gestrichen werden, weil diese verursachen, daß in dem Product ebenfalls eine o kommt, da sonst, wenn sie hinweg gelassen werden, nicht eine Nulle, sondern eine bedeutliche Ziffer kommen würde, die doch in der That falsch wäre. Endlich da die Probzahlen auf beyden Seiten multipliciret werden, 1 aber nicht multipliciren kann (§. 264), so habe mit Fleiß geheißen, solche Probzahlen, welche aus einer 1 bestehen, der Kürze halben, lieber gar nicht aufzuschreiben.

§. 939. Nur dieses habe allhier noch erinnern wollen, wenn auf einer Seite alle unter einander geschriebene Probzahlen hinweg gestrichen worden, daß in solchem Falle unter die Linie 1 gesetzet werden muß; und hat es hiermit eben dieselbe Bewandniß, wie mit den Brüchen im §. 401, bey welchen alle Zähler durchstrichen worden.

Von

Von der Regel Multiplex oder Conjointe.

§. 940.

Es ist vorhin (§. 913) schon erwehnet worden, daß öfters Rechnungen vorkommen, bey denen A und B, wenn es nach der gewöhnlichen Regel Detri aufgesetzet wird, mehr als nur aus einer einzigen Verhältniß bestehen. Ein Exempel hiervon findet man oben im §. 350 N°. 2, welches also lautet: Wenn 5 Brabander Ellen gleich sind 6 Danziger Ellen, und 6 Danziger Ellen kosten 8 fl.; wie viel fl. sind demnach zu zahlen vor 15 Brabander Ellen? Bey diesem Exempel bestehet A und B aus 2 Verhältnissen. Denn es muß sich das gesuchte Facit zu der Fragezahl 15 (wiewol nur den Zahlen nach, §. 303) verhalten, wie die Zahl 5 zu 6,
und die Zahl 6 zu 8.

Folglich kommt der Aufsatz nach der Ordnung der Regel Detri (§. 349), nach welcher die Fragezahl im 3ten Glied geschrieben wird, als folget, zu stehen:

Brab. Ellen 5 = 6 Danz El.
Danz. Ellen 6 = 8 fl.
] was 15 Brab. El.?

§. 941. Auf solche Weise kommen öfters Rechnungen, bey denen A und B aus mehr als 2 Verhältnissen bestehen. Dieses aber klar zu zeigen, so will ich das nächst erwehnte Exempel (§. 940) noch weitläuftiger, und als folget, proponiren: Wenn 5 Brabander Ellen gleich sind 6 Danziger Ellen, 6 Danziger Ellen kosten 8 fl. Pol. 282½ ℳ Pol. (als der Wechselcours von Danzig nach Amsterdam) gleich 1 L. Bls. oder 6 fl. Holländisch B°.,

100 fl. Hol. B°. gleich 105 fl. Hol. Cor.; wieviel fl. Hol. Cor. kommen demnach vor 15 Brabander Ellen? Allhier sind zwischen A und B 5 Verhältnisse. Denn es muß sich das gesuchte Facit zu der Fragezahl 15 verhalten,

wie die Zahl 5 zu 6
6 zu 8
1 zu 30
282½ zu 6
und 100 zu 105.

Demnach kommt der Aufsatz nach gewöhnlicher Art der Regel Detri (§. 349) also:

Brab. El.	5	=	6	Danz. El.	
Danz. El.	6	=	8	fl. Pol.	
fl. Pol.	1	=	30 ℔ Pol.		was 15 Brab. Ellen?
℔ Pol.	282½	=	6	fl. Hol. B°.	
fl. Hol. B°.	100	=	105	fl. Hol. Cor.	

Ja, man kann nach dieser Art, Exempel proponiren, in welchen zwischen A und B eine große Menge Verhältnisse sind.

§. 942. Man hat aber 2erley Wege dergleichen Exempel zu solviren, 1. durch die gewöhnliche Regel Detri, welche so vielmal nach und nach angebracht wird, als viele Verhältnisse zwischen A und B gegeben sind; 2. in einem einzigen Aufsatze durch eine besondere Regel, welche die **Regel Multiplex** genennet wird.

Die 130. Aufgabe.

§. 943. **Eine Aufgabe, in welcher A und B mehr, als nur eine einzige Verhältniß haben, durch die bloße Regel Detri zu solviren.**

Hiervon ist oben (§. 350 N°. 2) in etwas schon erwehnet

net worden; jedoch soll es allhier mit mehrern ausgeführet werden.

I. Suchet nach der gewöhnlichen Regel Detri, zu den erstern Zahlen in A und B, und der gegebenen Frage, die 4te Proportionalzahl, so kommt das Facit unter dem Namen dieser erstern Zahl in B.

II. Suchet abermal durch die Regel Detri, zu den andern Zahlen in A und B, und dem gekommenen Facit, die 4te Proportionalzahl, so kommt das Facit unter dem Namen dieser andern Zahl in B. Solchergestalt bringet ferner (wenn zwischen A und B mehr als 2 Verhältnisse sind) dieses Facit unter den Namen der 3ten Zahl in B, hernach weiter unter den Namen der 4ten und 5ten Zahl in B, ꝛc. so ist das endlich kommende Facit die begehrte Antwort.

Als, wenn ihr das vorhin (§. 940) angeführte Exempel nach dieser Art solviren wollet, kommt die Berechnung, als folget:

5 Brab. El. = 6 Danz. El. = 15 Brab. El.?
Fac. 18 Danz. Ellen.

Ferner 6 Danz. El. = 8 fl. = 18 Danz. El.? Fac. 24 fl.

Item. Die Solution des Exempels im §. 941, stehet nach dieser Manier also:

Brab. El. 5 = 6 Danz. El. = 15 Brab. El.?
Fac. 18 Danz. El.

Danz. El. 6 = 8 fl. Pol. = 18 Danz El.?
Fac. 24 fl. Pol.

fl. Pol. 1 = 30 ℔ Pol. = 24 fl. Pol.?
Fac. 720 ℔ Pol.

℔ Pol. $282\frac{1}{2}$ = 6 fl. Hol. B°. = 720 ℔ Pol.?
Fac. $15\frac{3}{1}\frac{3}{1}\frac{3}{3}$ fl. Hol. B°.

fl. Hol. B°. 100 = 105 fl. Hol. Cor. = $15\frac{3}{1}\frac{3}{1}\frac{3}{3}$ fl. Hol. B°.?
Fac. $16\frac{3}{5}\frac{2}{5}$ fl. Hol. Cor. die begehrte Antw.

Beweis.

Es ist dieser Proceß aus der bloßen Regel Detri klar. Denn durch die erste Ausrechnung findet man nach dieser Regel, daß 15 Brab. El. gleich sind 18 Danz. El. Wenn demnach in der andern Ausrechnung vor 18 Danz. El. 24 fl. kommen, so müssen nothwendig auch vor 15 Brab. El. 24 fl. kommen, weil (laut der erstern Ausrechnung) 15 Brab. El. gleich sind mit 18 Danz. El. Eine gleiche Bewandniß hat es mit dem gedachten andern Exempel, in welchem ferner die 24 fl. Pol. zu ℋ, diese ℋ zu fl. Hol. B°., und solche fl. B°. zu fl. Cor. gemachet werden; woraus klar folget, weil die endlich kommenden $16\frac{3}{5}\frac{2}{5}$ fl. Hol. Cor. gleich sind $15\frac{3}{1}\frac{3}{1}\frac{3}{3}$ fl. B°., diese $15\frac{3}{1}\frac{3}{1}\frac{3}{3}$ fl. B°. aber gleich 720 ℋ, und diese 720 ℋ gleich 24 fl. Pol., daß auch $16\frac{3}{5}\frac{2}{6}\frac{2}{5}$ fl. Hol. Cor. gleich seyn müssen mit 24 fl. Pol. (§. 50), und daß demnach $16\frac{3}{5}\frac{2}{6}\frac{2}{5}$ fl. Hol. Cor. allerdings das begehrte Facit seyn müsse, welches vor 15 Brab. El. zu zahlen ist.

Die 131. Aufgabe.

§. 944. **Eine Aufgabe, in welcher A und B mehr als eine einzige Verhältniß haben, in einem einzigen Aufsatze gehörigermaßen zu setzen, und durch die Regel Multiplex (§. 942) auf einmal zu solviren.**

I. Was das Aufsetzen betrifft, so schreibet vor euch die Fragezahl, und merket mit Fleiß auf ihren äußerlichen Namen (§. 36), auch ob sie ganze Einheiten oder nur Theile eines Ganzen, als Halbe, Drittel, Viertel ꝛc. bedeutet.

II. Hierunter, und zwar nach der linken Hand, setzet

von

von den gegebenen Verhältnissen eben dasjenige Glied, welches mit der vorhin nach der Rechten hingeschriebenen Fragezahl in allen Stücken von gleicher Art und Namen ist. Das gegebene Consequens (§. 300) von diesem Gliede aber, nämlich dasjenige, was in der Aufgabe mit solchem Gliede verglichen wird, schreibet gerade unter die Fragezahl zur Rechten Hand.

III. Eben auf diese Weise continuiret die Beschreibung aller übrigen Glieder der gegebenen Verhältnisse, also, daß ihr allezeit dasjenige Glied zur Linken schreibet, welches mit dem nächst vorher zur Rechten geschriebenen Gliede in allen Stücken von gleicher Art und Namen ist, und setzet darneben nach der Rechten allemal dessen Consequens, bis endlich ein solches Glied zur Rechten kommt, welches mit dem gesuchten Facit in allen Stücken gleich geartet und benamet ist. Solchergestalt kommen alle gegebenen Verhältnisse in zweyen Columnen neben einander, und die Fragezahl obenan in die Columne zur Rechten, mit solcher kettenweisen Verknüpfung zu stehen, daß zur Linken sich allemal derjenige Name anfängt, womit nächst vorher auf der rechten Seite geendiget worden.

IV. Im Falle sich in den Gliedern einer Verhältniß Brüche finden, so schaffet dieselben durch die Vergrößerung (§. 320) hinweg, wie hiervon insonderheit §. 449 schon gelehret worden. Desgleichen, wenn sich in solchen Gliedern eine mehrerley namige Zahl befindet, so könnet ihr solche entweder in ihre kleinste Sorte bringen (§. 405), und sie unter dem Namen solcher kleinsten Sorte hinschreiben, oder ihr könnet die kleineren Sorten ebenfalls als Theile oder Brüche aus ihrer größern Sor-

te betrachten (§. 51), und selbige durch die Vergrößerung, wie vorhin gemeldet, hinweg schaffen.

V. So aber die Fragezahl Brüche hat, oder eine mehrerley namige Zahl ist, so bringet sie allezeit unter den Namen ihrer kleinsten Einheiten, und fanget zur Linken (nach Anzeigung vorigen Artik. II.) eben mit solchem Namen wiederum an. Wenn ihr demnach also, wie gemeldet, verfahren, so ist der Aufsatz richtig geschehen.

VI. Was ferner die Ausrechnung belanget, so merket fürs erste, ob ein Glied aus der Columne zur Linken mit seinem Consequente oder auch sonst mit einem andern Gliede aus der Columne zur Rechten ein gemeines Maaß habe (§. 252), und daferne es zu einem Vortheile dienet (wie schon §. 846 Artik. III. gemeldet), so kleinert dieselben gegen einander in ihr gemeines Maaß, und zwar, damit ihr nicht in Irrthum gerathen möget, so streichet die verkleinerten Zahlen durch, und schreibet ihre kommenden kleineren Zahlen darneben; wo aber ein Glied selbst das gemeine Maaß ist, so dürfet ihr dasselbe nur ganz hinweg streichen (§. 401).

VII. Hierauf multipliciret erstlich die noch vorhandenen Zahlen in der Columne zur Linken, wie auch besonders hernach die noch vorhandenen Zahlen in der Columne zur Rechten, mit einander, und zwar, weil es gleich viel ist, in welcher Ordnung die Zahlen in einander multipliciret werden (§. 163), so merket dasjenige, welches oben §. 920 schon erinnert worden, und befleißiget euch demnach allemal der bequemsten Ordnung.

VIII. Endlich dividiret das gekommene Product zur Rechten durch das gekommene Product zur Linken, so erlanget ihr das begehrte Facit, welches in allen Stücken von gleicher Art und Namen, mit dem letzten Gliede in der Columne zur Rechten ist. Als

Als das vorhin gemeldte Exempel (§. 941) wird allhier folgendergestalt aufgesetzet:

		15 Brab. El.
Brab. El.	5	6 Danz. El.
Danz. El.	6	8 fl. Pol.
fl. Pol.	1	30 ℋ Pol.
ℋ Pol.	565	12 fl. Hol. B°.
fl. Hol. B°.	100	105 fl. Hol. Cor.

Dieser Aufsatz hat obenhin folgenden Verstand:

Was geben, oder wie kommen 15 Brab. El. in fl. Hol. C.
wenn Brab. El. 5 gleich sind 6 Danz. El.
ferner Danz. El. 6 gleich 8 fl. Pol.
weiter fl. Pol. 1 gleich 30 ℋ Pol.
wieder ℋ Pol. 565 gleich 12 fl. Hol. B°.
und fl. Hol. B°. 100 gleich 105 fl. Hol. Cor.?

Solchergestalt stehet die Fragezahl 15 obenan zur Rechten, und weil diese Brab. El. heißen, so fängt man zur Linken mit dem Namen Brab. El. an, und beschreibet ferner (nach Anzeigung Artik. III.) alle gegebenen Verhältnisse ordentlich von der Linken nach der Rechten in einer kettenweisen Verknüpfung unter einander, bis man endlich zur Rechten auf den Namen fl. Hol. Cor. kommt, dessen zum Facit begehret wird, wobey der Aufsatz sich endiget. Weil aber bey der Verhältniß der ℋ zu den fl. Hol. B°. Brüche gegeben sind, nämlich, daß 282½ ℋ gleich 6 fl. Hol. B°., so schaffet man solchen Bruch durch die Vergrößerung mit 2 (vermöge Artik. IV.) hinweg, und setzet: 565 ℋ geben 12 fl. Hol. B°.

Wenn demnach der Aufsatz beschriebenermaßen geschehen, so kommt ferner die Ausrechnung, als folget, zu stehen:

	✗ß	. 3
ß	ϐ	
ϐ	8	
1	3Ø	
565	✗ℓ	. 6
ℓ. ✗ØØ	✗Øß	. 21

565	9072	189
Fac. $16\frac{3}{5}\frac{2}{3}$ fl. Hol. Cor.	342.	1512
	32	

Nämlich streichet beyderseits die 6 hinweg. Weiter kleinert die 100 gegen 30 in 10, das ist (§. 294), streichet beyderseits eine o zur Rechten hinweg. Ferner kleinert 5 gegen 15 (wiewol es auch gegen die 105 geschehen könnte) in 5, und da die 5 selbst das gemeine Maaß ist, so streichet die 5 ganz hinweg (§. 401), bey 15 aber setzet den Quotienten 3. Weiter kleinert die 10 gegen 105 in 5, kommen zur Linken 2, und zur Rechten 21. Endlich kleinert die 2 gegen 12 in 2 (wiewol es abermals nach Belieben auch gegen 8 geschehen könnte), so bleibet in der Columne zur Linken nur noch die einzige Zahl 565, und zur Rechten die Zahlen 3, 8, 3, 6 und 21. Demnach saget: 3 mal 3 ist 9. Hierauf multipliciret beyseite die 21 mit 9, kommen 189. Diese mit 8 multipliciret, geben 1512. Solche multipliciret ferner noch mit der übrigen Zahl 6, und schreibet das kommende Product 9072 gerade unter die Columne zur Rechten. Desgleichen schreibet unter die Columne zur Linken (weil in selbiger nichts zu multipliciren ist) die gebliebene Zahl 565. Endlich dividiret die 9072 durch die 565, kommt das verlangte Facit in fl. Hol. Cor. wie vorhin im §. 943.

Beweis.

Beweis.

Wenn ihr die Solution dieses Exempels nach der bloßen Regel Detri (ibid.) anstellet, jedoch aber die Facit nicht wirklich ausrechnet, sondern nur nach Anzeigung §. 355 andeutet, so kommt der Proceß also zu stehen:

5 Brab. El. = 6 Danz. El. = 15 Brab. El.? Fac. $\frac{6}{5}$ × 15,

das ist, $\frac{6}{5}$ mal, aus, oder von 15 Danz. El. (§. 396). Ich will aber zu desto mehrerer Deutlichkeit, der ganzen Zahl 15 ebenfalls die Gestalt eines Bruchs geben (§. 407), so heißet dieses Facit $\frac{6}{5}$ aus $\frac{15}{1}$.

Demnach heißet es ferner:

6 Danz. El. = 8 fl. Pol. = was $\frac{6}{5}$ aus $\frac{15}{1}$ Danz El.?
Fac. $\frac{8}{6}$ mal $\frac{6}{5}$ aus $\frac{15}{1}$ fl. Pol.

1 fl. Pol. = 30 ℔ = was $\frac{8}{6}$ mal $\frac{6}{5}$ aus $\frac{15}{1}$ fl. Pol.?
Fac. $\frac{30}{1}$ von $\frac{8}{6}$ mal $\frac{6}{5}$ aus $\frac{15}{1}$ ℔.

$282\frac{1}{2}$ ℔ = 6 fl. Hol. B°., das ist, wenn der Bruch abgeworfen wird (§. 449):

565 ℔ = 12 fl. Hol. B°. = was $\frac{30}{1}$ von $\frac{8}{6}$ mal $\frac{6}{5}$ aus $\frac{15}{1}$ ℔?
Fac. $\frac{1}{5}\frac{2}{6}\frac{2}{5}$ aus $\frac{30}{1}$ von $\frac{8}{6}$ mal $\frac{6}{5}$ aus $\frac{15}{1}$ fl. Hol. B°.

fl. Hol. B°. fl. Hol. Cor. fl. Hol. B°.

100 = 105 = was $\frac{1}{5}\frac{2}{6}\frac{2}{5}$ aus $\frac{30}{1}$ von $\frac{8}{6}$ mal $\frac{6}{5}$ aus $\frac{15}{1}$?
Fac. $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{5}{0}$ mal $\frac{1}{5}\frac{2}{6}\frac{2}{5}$ aus $\frac{30}{1}$ von $\frac{8}{6}$ mal $\frac{6}{5}$ aus $\frac{15}{1}$ fl. Hol. Cor.

oder, so einerley (§. 398), $\frac{15}{1}$ mal $\frac{6}{5}$ aus $\frac{8}{6}$ von $\frac{30}{1}$ mal $\frac{1}{5}\frac{2}{6}\frac{2}{5}$ aus $\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{5}{0}$ fl. Hol. Cor.

Diese Reihe Brüche aus Brüchen ist das begehrte Facit, und so man sie zu einem einfachen Bruche machet, werden die Zähler, wie auch besonders die Nenner, nachdem sie vorher gegen einander verkleinert worden, mit

einander multipliciret (§. 399. 400 und 401). Setzet man nun alle Zähler und Nenner in 2 Columnen, auf die Art, wie §. 403 angewiesen, unter einander, und procediret, wie daselbst gelehret worden, so präsentiret sich der ganze Aufsatz und die ganze Ausrechnung eben also, wie vorhin nach der Regel Multiplex, als folget:

Nenner	Zähler
1	✗8 . 3
8	6
6	8
1	3Ø
565	✗2 . 6
2 ✗ØØ	✗Ø8 fl. Hol. Cor. . 21

Nenner 565 Zähler 3 ✕ 8 ✕ 3 ✕ 6 ✕ 21
das ist $\frac{9072}{565}$, oder $16\frac{232}{565}$ fl. Hol. Cor.

Es ist also dieser Aufsatz mit dem vorigen, so nach der Regel Multiplex geschehen, nur darinnen unterschieden, daß bey diesem der erstere Nenner 1 nicht geschrieben wird. Allein, da 1 nicht multipliciren kann (§. 264), so ist klar, daß der Aufsatz und Proceß der Regel Multiplex nichts anders, als der gedachte Aufsatz und Proceß von Brüchen aus Brüchen, und daß auf solche Weise ohnfehlbar das begehrte Facit kommen muß. Hieraus (und zwar insonderheit vermöge des Beweises im §. 400) ist auch klar, warum ihr allhier ein linkes Glied auch gegen ein ander rechtes Glied, als sein eigenes Consequens, kleinern dürfet. Also ist auch hieraus (und zwar insonderheit nach Anweisung §. 401) klar, warum dasjenige Glied, welches selbst das gemeine Maaß ist, gänzlich hinweg gestrichen wird.

§. 945.

§. 945. Es ist demnach auch dieses hieher zu ziehen, welches im §. 404 erinnert worden, nämlich, daß man an das Kleinern, so eigentlich nur zum Vortheile dienet, keinesweges so sehr gebunden sey; und muß das wahre Facit dennoch heraus kommen, wenn man auch nicht alles aufs genaueste, oder auch gar nichts kleinert. Wovon auch im §. 921 bereits Meldung geschehen.

§. 946. Es kann der ganze Aufsatz und Proceß bey der Regel Multiplex, gleichwie bey der Regel Quinque, angestellet werden. Als das vorige Exempel könnet ihr, wie folget, setzen und solviren:

Brab. El.	5	ø Danz. El.		
Danz. El.	ø	8 fl. Pol.		
fl. Pol.	1	3ø ℋ Pol.		was 15 Brab. El.?
ℋ Pol.	565	xz fl. Hol. B°.	6	
z. fl. Hol. B°.	xøø	xøø fl. Hol. Cor.	21	
	2825		3024	

Nämlich, wenn ihr auf die Art, wie oben (§. 918) bey der Regel Quinque gelehret worden, alle unter einander geschriebenen Zahlen in der 1sten Stelle, als auch insbesondere die unter einander geschriebenen Zahlen in der 2ten Stelle (nachdem ihr dieselben vorher gegen einander verkleinert) mit einander multipliciret, so wird aus allen gegebenen Verhältnissen nur eine einzige Verhältniß, als nämlich 5 ⋌ 565, das ist, 2825 Brab. El. kosten 8 ⋌ 3 ⋌ 6 ⋌ 21, das ist, 3024 fl. Hol. Cor. Folglich hat man ferner nur einmal nach der Regel Detri zu verfahren, als folget:

2825 Brab. El. = 3024 fl. Hol. Cor. = 15 Brab. El.?

5) 565

9072

5) 3

342.

32

Fac. $16\frac{32}{565}$ fl. Hol. Cor.
wie vorhin.

§. 947. Solchergestalt kann man allhier mit allem Rechte eben dasjenige sagen, das oben (§. 922) von der Regel Quinque erwehnet worden, nämlich, daß die Regel Multiplex nichts anders sey, als ein Compendium, wodurch die vielen Aufsätze der Regel Detri

(§. 943) in einen einzigen Aufsatz der Regel Multiplex verwandelt werden.

§. 948. Jedoch, damit die Fragezahl, als beym gemeldten Exempel die 15 Brab. El., gleich den andern Zahlen, in einer kettenweisen Verknüpfung (wie vorhin §. 944 Artik. III. erwehnet), kommen möge, so setzet dieselbe lieber obenan in die Columne zur Rechten; zumal da es in der Ausrechnung gleichviel gilt, ob sie beyseite, oder obenan stehet, indem sie doch jederzeit vor einen Multiplicatorem gebrauchet wird, aus welchem endlich der Dividendus (9072) erwächset.

§. 949. Ich könnte noch wohl andere Arten Aufsätze zeigen, derer man sich allhier bedienen könnte: Allein, da in allen Aufsätzen nur auf eine bequeme Ordnung gesehen wird, woran jedoch niemand sich so genau binden darf (§. 362), und der vorhin (§. 944) gezeigte Aufsatz, meines Bedünkens, der bequemste ist; so will auch bey diesem beständig verbleiben, und alle andere Arten, als eine unnütze Sache, wodurch die Anfänger nur irre und confus gemachet werden können, lieber mit Stillschweigen übergehen.

§. 950. Indessen erhellet insonderheit aus §. 946, daß die Regel Multiplex und Regel Quinque fast einen gleichen Proceß in sich enthalten, wie denn beyde auf gleichen Gründen beruhen, auch gleiche Beweise haben. Denn eben nach dem Beweise, wodurch ich vorhin (§. 944) die Regel Multiplex erwiesen, könnet ihr auch die Regel Quinque erweisen, wenn ihr nur die Facite der Regel Detri auf solche Art andeutet, wie im §. 356 erinnert worden. Nicht minder sind die dreyerley Beweise, welche ich oben bey der Regel Quinque (§. 918) angegeben, auch hier bey der Regel Multiplex zu appliciren, welches ein jeder, der nur die Geduld und Fähigkeit hat, der Sache auch nur ein wenig nachzudenken, von sich selbst wird finden können.

§. 951. Es ist auch meine vornehmste Absicht, in Angebung obiger 3 Beweise bey der Regel Quinque, eigentlich auf die Regel Multiplex gezielet. Denn eben diese Regel meritiret insonderheit deut- und umständlich abgehandelt, und auf verschiedene Arten erwiesen zu werden, weil dieselbe, absonderlich in der Kaufmannschaft (wie hernach gezeiget werden soll) von ungemeinem Nutzen, und deswegen desto werther zu achten ist. Ich habe aber solche drey

drey Beweise darum oben und nicht hier vorgestellet, weil ich allhier noch andere darthun wollen.

§. 952. Allermaßen, obgleich an den nunmehro dargestelleten viererley Demonstrationibus, worunter insonderheit die nächst vorhergehenden im §. 944, und die 3te aus §. 918, nicht nur ganz klar, sondern auch sehr leichte zu begreifen sind, mich begnügen könnte; auch in gegenwärtigem Werke sonst, so weit es geschehen können, mir angelegen seyn lassen, alles durch die Arithmeticam in bloßen Zahlen, und ohne Hülfe einer andern Wissenschaft, darzuthun (§. 296): So habe jedoch, in Ansehung dessen, da auch andere Autores in ihren Schriften diese Regel auf verschiedene algebraische Arten zu demonstriren sich bemühet (wie aber solche Demonstrationes beschaffen sind, und ob in theils derselben die Art eines Beweises, geschweige ein Beweis noch Erklärung zu verspüren ist, solches wird jeder, der die Sache verstehet, von sich selbst sehen können) nicht unterlassen wollen, allhier noch anzuzeigen, wie man diese Regel auf eine sehr leichte Aet, jedoch ganz deutlich und klar, nach algebraischer Manier in undeterminirten Größen darthun kann.

§. 953. Zu diesem Ende will ich folgende Aufgabe proponiren: Wenn a ℔ kosten b fl., c fl. geben d ℋ, e ℋ geben f ß, und g ß geben h ℜ; wieviel ℜ sind zu zahlen vor k ℔?

Nach der Regel Multiplex kommt die Berechnung dieser Aufgabe, als folget, zu stehen:

	k ℔ (die Frage)
℔ a	b fl.
fl. c	d ℋ
ℋ e	f ß
ß g	h ℜ
Product a c e g	k b d f h Dieses Product durch jenes dividiret giebt das begehrte Facit.

Nun soll erwiesen werden, daß auf solche Weise, wenn das Product k b d f h durch das Product a c e g dividiret wird, das wahre Facit kommen müsse. Derowegen will ich diese Aufgabe durch die bloße Regel Detri, nach gemeiner Art (§. 943), auflösen; So kommt die Solution, wie solches auch den geringsten Anfängern der Algebra bekannt ist, als folget:

a ℔

a ℔ = b fl. = k: ℔? Fac. (b k: a) fl.
c fl. = d ℋ = (b k: a) fl.? Fac. (b k d: a c) ℋ.
e ℋ = f ß = (b k d: a c) ℋ? Fac. (b k d f: a c e) ß.
g ß = h ℜ = (b k d f: a c e) ß? Fac. (b k d f h: a c e g) ℜ.

Dieses Facit b k d f h: a c e g ist ohnstreitig, wie oben (ibid.) aus dem Beweise zu ersehen, das gesuchte Facit. Und also müssen die Quantitäten b k d f h, wie auch besonders die Quantitäten a c e g, mit einander multipliciret, und jenes Product durch dieses dividiret werden. Indessen ist dieses eben derselbige Proceß, welcher vorhin nach der Regel Multiplex gezeiget worden: Dannenhero erscheinet hieraus deutlich und klar, daß der vorige Weg, in welchem nach der Regel Multiplex verfahren worden, allerdings seine Richtigkeit habe, und folglich, daß nach solcher Regel ohnfehlbar das wahre Facit kommen muß.

§. 954. Nachdem es erwiesen worden, daß die Quantitäten in der Columne zur Rechten, k b d f h, den Dividendum, und die Quantitäten in der Columne zur Linken, a c e g, den Divisorem geben, so ist schon aus obigen Beweisen (§. 400 und §. 918) klar, daß diese beyderseitige Quantitäten gegen einander gekleinert werden mögen. Will man aber auch dieses auf algebraische Art erweisen, so darf man die vorige Aufgabe (§. 953) nur mit solchen Characteribus bezeichnen, welche sich kleinern lassen. Ich will es z. E. folgendergestalt setzen: wenn a ℔ kosten b c fl. d e fl. geben f ℋ, b g ℋ geben a h ß. und c k n ß geben d l ℜ; wieviel ℜ sind zu zahlen vor m n ℔?

Dieses kommt nach der Regel Multiplex, als folget:

		m n ℔ (die Frage)
℔	a	b c fl.
fl.	d e	f ℋ
ℋ	b g	a h ß
ß	c k n	d l ℜ

Wenn ihr aus diesem Aufsatze die gleichnamigen Quantitäten gegen einander aufhebet und hinweg streichet, so kommt im Product zur Linken e g k; und zur Rechten m f h l. Folglich hat man m f h l durch e g k zu dividiren. Nun berechnet diese Aufgabe nach gemeiner Art (§. 942) durch die gewöhnliche Regel Detri, bey welcher vorhin schon (§. 846) erwiesen, daß man das erste ge-

gen

gen das 2te oder 3te Glied kleinern möge, so kommt der Proceß wie folget:

aℬ = bcfl. = mn ℬ? Fac. (bcmn: a)fl.
defl. = fℋ = (bcmn: a)fl.? Fac. (bcmnf: ade)ℋ
bgℋ = ahß = (bcmnf: ade)ℋ? Fac. (cmnfh: deg)ß
cknß = dl𝔎 = (cmnfh: deg)ß? Fac. (mfhl: egk)𝔎
die verlangte Antwort.

Woraus abermal klar zu ersehen, daß nach beyden Wegen gleiche Quantitäten durch die Verkleinerung hinwegfallen, und gleiche Quantitäten zu der Multiplication und Division bleiben. Derowegen folget unwidersprechlich, daß auch die oben bey der Regel Multiplex angewiesene Verkleinerung der Columne zur Linken gegen die Columne zur Rechten allerdings ihre Richtigkeit habe.

§. 955. Nachdem ich nun den Grund dieser Regel gezeiget, so will ich hiernächst dieselbe nur noch etwas umständlicher erklären. Wenn ich im Artik. II. und III. §. 944 gesaget: Man solle mit demjenigen Gliede zur Linken anfangen, welches mit dem nächst vorher zur Rechten geendigten Gliede in allen Stücken von gleicher Art und Namen ist: So habe ich mit Fleiß die Worte **in allen Stücken** gesetzet, indem zuweilen solche Glieder vorkommen, die dem ersten Ansehen nach, einen gleichen Namen mit dem nächst vorher zur Rechten geendigten Gliede haben, jedoch aber nicht in allen Umständen mit demselben von gleicher Art sind. Wie dieses zum Theil oben schon (§. 350 N°. 1) erkläret worden, und ein mehrers hernach aus den Exempeln selbst sich zeigen wird. Eben zu diesem Ende habe ich im Artik. I. (§. 944) erinnert, daß man die äußerlichen Namen, wie auch die Art der Einheiten, ob sie nämlich Ganze oder nur Theile bedeuten, mit Fleiß beobachten solle.

§. 956. Wenn aber ein dergleichen Exempel proponiret wird, in welchem kein Glied zur Linken zu finden ist,

das

das in allen Stücken von gleicher Art und Namen mit dem nächst vorher zur Rechten geendigten Gliede wäre; so ist solches eine Anzeigung, daß nicht alle benöthigte Data (§. 2) angegeben, und daß dahero solches Exempel unrecht proponiret worden.

§. 957. Zwar kommen öfters Exempel vor, in welchen einige Glieder der Verhältnisse nicht ausdrücklich gegeben werden: Allein dieses geschiehet nur bey solchen Gliedern, die man als bekannt annimmt. Also habe ich im obigen Exempel (§. 941) nicht ausdrücklich angegeben, daß 1 fl. 30 ℋ habe. Denn, weil dieses immer beständig bleibet, so achtet man es nicht nöthig anzugeben. Sollte es aber jemanden noch unbekannt seyn, der kann es ebenfalls in der Beschreibung der europäischen Münzen nachschlagen.

§. 958. Ich benenne dahero dergleichen Verhältnisse (wie z. E. 1 fl. zu 30 ℋ hat) **bekannte Verhältnisse**, weil sie immerfort beständig bleiben, und deswegen jederzeit als bekannt angenommen werden.

§. 959. Unterweilen kommen Exempel vor, in welchen mehr als nur ein Glied zu finden, das mit dem nächst vorher zur Rechten geendigten Gliede in allen Stücken von gleicher Art und Namen ist, oder doch verstanden werden kann; in solchem Falle könnet ihr auch zur Linken nach Belieben, mit welchem von diesen Gliedern, als ihr wollet, wiederum anfangen.

§. 960. Ich habe oben (§. 944) den Verstand des Aufsatzes nur obenhin (wie die Worte selbst allda lauten) erkläret. Wenn man aber das gegebene Exempel auf einen wirklichen Handel appliciret, so wird man befinden, daß der Aufsatz auf 2erley Art zu verstehen sey, als nämlich:

1ste

1ste Art.

Wenn ich die gedachten 15 Brab. Ell. verkaufet, und zu wissen begehre, wie viel ich endlich in fl. Holl. Cor. davor erlanget: so heißt der Aufsatz bey mir als folget:

Wie viel habe ich zu empfangen
vor meine 15 Brab. Ell. die ich hinweg gegeben: Wenn ich
vor gegebene Brab. Ell. 5, empfangen 6 Danz. Ell.
vor gegebene Danz. Ell. 6, empf. 8 fl. Pol.
vor gegebene fl. Pol. 1, empf. 30 ℋ Pol.
vor gegebene ℋ. Pol. 565, empf. 12 fl. Holl. B°.
vor gegebene fl. Holl. B°. 100, empf. 105 fl. Holl. Cor.?

2te Art.

So ich aber die erwehnten 15 Brab. Ell. gekaufet, und zu wissen verlange, wie hoch mir dieselben endlich in fl. Holl. Cor. zu stehen kommen, oder wie viel selbige mich endlich in fl. Holl. Cor. gekostet: Da heißt bey mir alsdenn der Aufsatz folgendermaßen:

Was kosten mich, oder wie hoch kommen mir zu stehen
15 Brab. Ell. die ich empfangen: Wenn ich
vor empfangene Brab. Ell. 5, gegeben 6 Danz. Ell.
vor empfangene Danz. Ell. 6, gegeben 8 fl. Pol.
vor empfangene fl. Pol. 1, gegeben 30 ℋ Pol.
vor empfangene ℋ Pol. 565, gegeben 12 fl. Holl. B°.
vor empfangene fl. Hol. B°. 100, gegeben 105 fl. Hol. Cor.?

Bey diesen 2erley Erklärungsarten des eigentlichen Verstandes eines Aufsatzes nach der Regel Multiplex habet ihr insonderheit wahrzunehmen, daß nach der 1sten

Art, in welcher die Fragzahl dasjenige andeutet, welches ich hinweg gegeben, auch alle Glieder in der Columne zur Linken mein hinweg gegebenes; nach der 2ten Art aber, in welcher die Fragezahl dasjenige bedeutet, welches ich empfangen, auch alle Glieder in der Columne zur Linken mein empfangenes in sich enthalten. Nun ist es zwar nicht allezeit nöthig, den Aufsatz so genau zu betrachten, und kann man ihn gar oft auch wohl nur obenhin, wie schon (ibid.) erkläret, verstehen: Allein da auch Fälle vorkommen, wie ihr hernach in der Wechselrechnung finden werdet, welche ohne gründlichen Verstand des Aufsatzes, nicht so leicht erörtert werden können, so ist es sehr dienlich, daß man sich allhier im voraus einen wahren Begriff von dem Aufsatze, wie er bey der Application zwischen Käufer und Verkäufer eigentlich zu verstehen sey, mache.

§. 961. Ueberhaupt ist aus allem vorhergehenden klar, daß in einem Aufsatze der Regel Multiplex keine andere Glieder gesetzet werden müssen, als nur solche, welche in einem Aufsatze der Regel Detri kommen können, das ist (§. 339), bey denen man aus der Beschaffenheit der Sachen vorher versichert ist, daß unter ihnen eine geometrische Proportion anzutreffen. Allermaßen jene Regel nicht allein ihre Herleitung von dieser hat (wie aus allen vorigen Beweisen erhellet), sondern auch so gar nur ein Compendium und eine vortheilhafte Anwendung der Regel Detri heißen kann (§. 947).

§. 962. Die drey vornehmsten Vortheile, welche man bey der Regel Quinque hat (§. 923), hat man nicht minder auch bey der Regel Multiplex. Derowegen, wer sich des (ibid.) gedachten 3ten Vortheils mit desto größerm Nutzen bedienen will, der muß sich zuförderst

in

in den gegebenen Kennzeichen (§. 625 sequ.) wohl üben, damit er desto hurtiger sehen möge, ob, und in wie viel die Zahlen gegen einander zu verkleinern sind. Nun habe ich zwar oben (§. 570) gemeldet, wie man auch bey den vermischten und mehrerley namigen Zahlen erfahren kann, ob und worinnen sie zu kleinern sind; Allein, weil solches bey den einzig benamten ganzen Zahlen gleichwohl viel leichter und geschwinder zu erkennen ist, als bey den vermischten oder mehrerley namigen Zahlen; so habe im Artik. IV. und V. (§. 944) lieber angewiesen, daß man alle gegebene Brüche oder Theile hinweg schaffen, und den ganzen Aufsatz sofort in lauter einzig benamten ganzen Zahlen herstellen solle.

§. 963. Warum ich aber im VII. Artik. (ibid.) erstlich die Columne zur Linken, und hernach die Columne zur Rechten mit einander zu multipliciren geheißen (ob es schon dem Ansehen nach gleichviel ist, welche Columne erstlich multipliciret wird); dessen Ursache soll sich besser hernach in der Wechselrechnung insonderheit bey N°. 17 §. 1024, zeigen.

§. 964. Gleichergestalt soll hernach in der Wechselrechnung mit klaren Exempeln dargethan werden, daß dasjenige, welches oben (§. 936 und 937) von der Regel Quinque gesaget worden, nicht minder auch bey den Exempeln, die nach der Regel Multipler solviret werden, statt findet, also, daß dieselben so vielmal umgewendet werden können, als die Anzahl der gegebenen Glieder sind, und daß solche Umwendung zur gemeinen Probe dienen kann. Derowegen soll allhier nur noch gezeiget werden, wie dergleichen Exempel durch die Probzahlen (§. 863 sequ.) mit Vortheil zu probiren.

Die 132. Aufgabe.

§. 965. Das gefundene Facit bey der Regel Multiplex mit Vortheil zu probiren.

I. Merket ob der Aufsatz (worunter ich alle 5 ersten Artik. im §. 944 verstehe) gehörigermaßen geschehen, und wenn ihr diesen richtig befunden, so nehmet

II. die Probzahlen aus dem Facit, wie auch aus allen zur Linken befindlichen Zahlen, und schreibet diejenigen, welche nicht eine 1 (denn diese kann man fahren lassen) beyseite zur Linken unter einander. Auf gleiche Weise nehmet

III. die Probzahlen aus allen zur Rechten befindlichen Zahlen, und schreibet solche zur Rechten unter einander. Merket aber mit Fleiß, daß die auf dieser Seite aus dem letztern Gliede kommende Probzahl mit der Probzahl aus dem Facit gleiche Namen haben, oder unter gleiche Namen gebracht werden müssen.

IV. Multipliciret auf jeder Seite die unter einander geschriebene Probzahlen, auf solche kurze Art, wie §. 886 angewiesen worden; jedoch könnet ihr der Kürze wegen, die auf beyden Seiten gleich groß sich befindenden Probzahlen (wenn sie nur nicht Nullen sind) vorher gegen einander hinweg streichen: So müssen die aus beyderseitigen Multiplicationen entstehenden Probzahlen einander gleich seyn. Im widrigen Falle, ist es eine Anzeigung, daß in der Ausrechnung gefehlet sey.

Z. E. Das gefundene Facit §. 944 zu probiren. Dieses kommet, nebst dem ganzen Aufsatze, als folget:

Der Aufſatz

Pz.			Pz.
8		15	4
5	5	6	8
6	6	8	8
4	1	30	8
	565	12	2
5	100	105	5

Fac. $16\frac{3}{5}\frac{2}{5}(\frac{10}{4})$

Nämlich, wenn ihr zuförderſt nachgeſehen, daß der Aufſatz nach Anzeigung der 5 erſtern Artik. (ibid.) ſeine Richtigkeit habe, ſo bemerket erſtlich den Bruch, wie gehörig, mit $(\frac{10}{4})$, und nehmet alsdenn die Probzahl aus dem Facit. Dieſe iſt 8, nämlich 4tel, welche ihr beyſeite zur Linken aufſchreibet. Hernach nehmet die Probzahlen aus der Columne zur Linken, nämlich ſprechet: Die Probzahl aus 5 iſt 5, aus 6 iſt ſie 6, und aus 565 iſt ſie 4; welche drey Probzahlen ihr unter die vorige 8 ſchreibet. Die Probzahlen aus 1 und 100 aber laſſet deswegen fahren, weil ſie nur 1 ſind, das hernach nichts multipliciren kann. Gleichergeſtalt nehmet die Probzahlen aus der Columne zur Rechten, und ſchreibet ſie beyſeite zur Rechten, nämlich ſaget: 15 geben im Probiren 4, 6 geben 6, 8 geben 8, 30 geben 8, (die Probzahl aus 12 aber wird nicht aufgeſchrieben, indem dieſelbe nur 1 iſt) und 105 geben zwar 6; allein weil die Probzahl aus dem Facit 4tel heißt, ſo müſſen dieſe 6 gleichfalls zu 4tel gemacht werden, kommen 24, das iſt 2. Hierauf ſtreichet die auf beyden Seiten gleich groß ſich befindenden Probzahlen hinweg; als die 8 zur Linken gegen eine 8 zur Rechten, die 6 zur Linken gegen die 6 zur Rechten, und die 4 zur Linken gegen die 4 zur Rechten: So

bleibet endlich zur Linken nur noch die Probzahl 5, welche ihr sofort unter eine Linie schreibet; zur Rechten aber bleiben noch 8 und 2, welche mit einander multipliciret, geben 16, deren Probzahl ist 5. Diese schreibet gleichfalls unter eine Linie, und da endlich auf beyden Seiten 5, und also einerley gekommen, so urtheilet man, daß die Ausrechnung recht sey.

Beweis.

Der Beweis von dieser Probe ist ganz gleich dem Beweise von der Probe bey der Regel Quinque (§. 938); zumal wenn ihr den Aufsatz auf solche Art betrachtet, wie er vorhin im §. 946 fürgestellet worden.

§. 966. Also ist auch dasjenige allhier zu beobachten, welches oben im §. 939 erinnert worden.

§. 967. Bis hieher habe ich den Grund von der Regel Multipler nebst ihrer compendiösen Probe beschrieben: Nun wird es Zeit seyn, auch den fürtrefflichen Nutzen derselben, absonderlich in der Kaufmannschaft (wovon oben im §. 951 erwehnet worden), anzuzeigen. Zu diesem Ende, und damit ich Gelegenheit haben möge, alle übrige Particularia, welche bey dieser Regel noch zu merken sind, durch genugsame Exempel zu erklären; so will hiernächst sofort zu der Wechselrechnung schreiten, als in welcher solche Regel am meisten gebrauchet wird, und dahero auch ihren Nutzen am meisten äußert. Und ob ich wol sonst, der Ordnung nach, die Interesse- und Rabattrechnung erst hätte vortragen sollen, zumal da nicht allein die Lagio- und Discontorechnung, die ich in der Wechselrechnung zugleich abhandeln werde, mit der Interesse- und Rabattrechnung gleiche Bewandniß hat, sondern da auch in der Wechselrechnung überhaupt öfters auf die Interesse wegen der Zeit zu sehen ist (§. 898): So will mich doch daran begnügen, wenn ich bey der Wechselrechnung indessen nur die Definitiones von den gedachten Rechnungen angeben, und das übrige hernach an seinem Orte ins besondere ausführen werde.

Von

Von der Beschaffenheit der Wechselnegotien und ihrer Berechnung.

§. 968.

Alle Negotien bestehen in einem Wechsel oder Tausche, da man nämlich Waaren gegen andere Waaren, Geld gegen Waaren, oder Geld gegen Geld hingiebt oder annimmt. Und wenn einmal die Größe eines Dinges, wie groß nämlich, oder wie viel von demselben, vor eine gewiße Größe von einer andern Sache gegeben werden soll, bedungen, so kann man ferner alle größere oder kleinere Quantitäten durch die Regel Detri berechnen, indem dieselben allezeit sich nach den bedungenen Größen proportioniren (§. 339).

§. 969. Jedoch wird insgemein durch **wechseln** ein solcher Tausch verstanden, der in Münzsorten geschiehet, da ich einem eine Summe oder ein Stück Geldes in einer gewissen Münzsorte gebe, und den Werth derselben Summe oder desselben Stückes in einer andern Münzsorte hinwiederum empfange.

§. 970. Solcher Werth wird entweder sofort oder nach gewisser Zeit, jedoch in Loco mir selbst oder demjenigen geliefert, dem ich es zu zahlen anweise; oder auch, es wird auf meine Ordre in einem andern fremden Platze an jemanden ausgezahlet. In dem Falle nun, wenn solcher Werth nach Zeit bezahlet wird, giebt der Empfänger mir eine Handschrift, in welcher er sich verbindlich machet, die Zahlung durch sich selbst oder durch einen andern in bestimmter Zeit an mich oder meine Ordre zu

leisten. Diese Handschrift nennet man insgemein (wenn sie nämlich nach dem Wechselstylo eingerichtet) einen **Wechselbrief**, oder auch kurz nur einen **Wechsel**.

§. 971. In Betrachtung aber, daß ein solcher Wechselbrief, welcher an einem andern, insonderheit weit entlegenen Orte, zu zahlen gestellet, und zu dem Ende dahin versendet werden muß, durch allerhand Zufälle nicht zu rechte gelangen dürfte; so werden öfters mehr als nur ein einziger Wechselbrief, in **prima**, **secunda**, auch wohl **tertia** ausgestellet, damit wenn prima nicht zu rechte käme, der secunda, und in Ermangelung dieses, der tertia zum Eincaßiren der Zahlung dienen kann. Jedoch werden die Wechselbriefe, welche nicht so weit zu laufen haben, gemeiniglich nur in **Sola** gestellet.

§. 972. Bey einem solchen Wechselbriefe, welcher insonderheit an einem andern Orte zu zahlen gestellet ist, hat man vier Personen zu merken, nämlich den

Remittenten, Trassenten,
Präsentanten, und Acceptanten.

I. Derjenige, welcher die Valute oder den Werth des Wechselbriefes auszahlet, und davor den Wechselbrief empfänget, wird **Remittent** oder **Geber** genannt, als der sein ausgezahltes Geld an einen andern Ort übermachet. Und eben in diesem Verstande, verstehet man durch **remittiren**, Geld auf Wechsel geben.

II. Derjenige, welcher die Valute des Wechselbriefes von dem Remittenten empfänget, und solche demselben oder an dessen Ordre in einem andern Orte wiederum zahlet oder zahlen lässet, wird **Trassent** oder **Nehmer** genennet, als der das Geld gegen seinen Wechselbrief einziehet. Und in diesem Verstande, verstehet man durch **trassiren**, Geld auf Wechsel nehmen.

III.

III. Derjenige in dem andern Orte, an welchen der Remittent den Wechselbrief sendet, um gegen denselben die Zahlung zu der Zahlzeit zu empfangen, heißet **Inhaber des Briefes**, oder **Präsentant**, als welcher den ihm zugesendeten Wechselbrief, zu rechter Zeit demjenigen, zu dessen Last er gestellet worden (das ist, der die Bezahlung leisten soll), präsentiren oder vorzeigen, und also bey ihm vernehmen muß, ob er denselben acceptiren, und zu der Zahlzeit bezahlen wolle. Endlich

IV. Derjenige in dem andern Orte, welcher solchen Wechselbrief bezahlet, und wiederum einlöset, heißet **Acceptant**, als der den Wechselbrief bey der vorhin gedachten Präsentation acceptiret und annimmt, um denselben zu der Zahlzeit einzulösen. Durch solche Acceptation wird er zu der Zahlung dergestalt verbunden, gleich als hätte er selbst den Werth anfangs empfangen.

§. 973. Jedoch ist die Meynung allhier keinesweges, daß bey einem Wechsel, der in einem andern Orte zu zahlen gestellet, allezeit 4 verschiedene Personen erfordert würden, zumal da unterweilen der Remittent zugleich auch der Präsentant ist, welches insonderheit bey den so genannten Messen oder großen Jahrmärkten gar oft zu geschehen pfleget; also kommet es auch oft, daß der Remittent zugleich Trassent ist, wenn er nämlich in einem fremden Orte jemanden Geld zahlen, und hingegen daselbst von einem andern Geld empfangen will. Daß ich aber vorher von 4 Personen gemeldet, dadurch verstehe ich 4 Hauptinteressenten, sie mögen übrigens verschiedene Personen seyn, oder nicht.

§. 974. Zu desto mehrerer Bequemlichkeit und ungehindertem Fortgange der Kaufmannschaft, wird insonderheit in allen Wechselplätzen, auf solche Wechselbriefe mit großem Nachdrucke gehalten, damit selbige zu rechter Zeit ohne Verzug eingelöset werden müssen. Wenn aber der Acceptant den Wechselbrief nicht ac-

ceptiren will, oder sonst entweder vor der Acceptation, oder vor der Bezahlung unsichtbar wird, oder, deutlicher zu reden, falliret, so muß der Inhaber des Briefes sofort durch einen Notarium publicum protestiren lassen, und den Wechselbrief nebst dem Protest zu rechter Zeit dem Remittenten zurück senden. Oder er kann in solchem Falle auf den Trassenten oder auf dem er es sonst mit Rechte zu suchen hat, den Betrag des Wechsels nebst Interesse, Provision, Protest und andern Kosten wiederum zurück trassiren. Und dieses nennet man einen **Ricambio** oder **Rückwechsel.**

§. 975. Die Zahlzeit wird in den Wechselbriefen entweder ausdrücklich exprimiret, das ist, wenn man ihn à **Vista** oder **auf Sicht** stellet, und dabey ausdrücklich meldet, auf wie lange Sicht, als z. E. 3. 8. 14 oder mehr Tage, nach Sicht, nämlich nachdem der Wechsel dem Acceptanten präsentiret worden; oder wenn derselbe auf eine benannte Zeit à dato, da der Brief ausgegeben; oder auf eine gewisse Messe zu bezahlen gestellet worden: Oder auch es wird die Zahlzeit nur durch das Wörtlein **Uso** angedeutet, als à **Uso**, oder à ½ **Uso**, oder à 1 ½ **Uso**, oder à 2 **Uso**, da denn dieser Terminus nicht an allen Orten gleich ist, denn an theils Orten, bedeutet das Uso 14 Tage nach der Acceptation, an theils Orten 1, 2 oder gar 3 Monate nach dem Dato des ausgegebenen Briefes; wie hiervon mit mehrern hernach in der Beschreibung der Europäischen Wechselarten zu ersehen seyn wird.

§. 976. Ueber diese Zeit, welche in dem Wechselbriefe angedeutet wird, ist es an vielen Orten gebräuchlich, dem Acceptanten noch etliche Tage zu der Zahlung Zeit zu lassen. Diese etliche Tage, so gemeiniglich nach jedes

Ortes

Ortes Gebrauch, 3, 6, 10 oder auch mehr Tage zu seyn pflegen, werden die **Respect**- oder **Respit**- oder auch **Discretionstage** genennet. Die Wechselbriefe aber, die in einer Messe zu zahlen gestellet sind, müssen höchstens vor Endigung derselben entrichtet werden, und eben deswegen wird die letzte Woche von solchen Messen die **Zahlwoche** genannt.

§. 977. In währender Zeit als der Wechsel zu laufen hat, pfleget der Inhaber desselben ihn an einen andern zu verkaufen. In solchem Falle schreibet jener auf den Rücken des Briefes seine Ordre, daß die Zahlung an den Käufer geleistet werden solle. Dieses aufschreiben heisset man **endoßiren**, oder **giriren**, und daher wird derjenige, der dieses schreibet, der **Endossant** oder **Girant** genennet. Auf solche Weise nun pfleget der gedachte Käufer den Wechselbrief ferner zu vernegotiren, und wird demnach mit den Wechselbriefen eben wie mit andern Waaren ein großer Handel getrieben. Man nennet insonderheit diejenigen Kaufleute, welche viel mit solchen Wechselbriefen verkehren, **Banquiers**. Sonst pfleget man auch alle Wechseler durchgehends **Cambisten** zu benennen.

§. 978. Hieraus siehet man zugleich, daß es gar oft geschiehet, daß der Remittent gegen sein ausgegebenes Geld nicht eben des Trassenten selbst ausgestelleten, sondern eines andern Wechselbrief bekommt, welcher in demselben Orte, wohin jener das Geld remittiren will, zahlbar ist, und von diesem nur endoßiret worden. Es ist also überhaupt der Remittent eigentlich der Käufer, und der Trassent der Verkäufer eines Wechselbriefes, und mag übrigens solcher Brief von diesem selbst ausgestellet, oder nur endoßiret seyn.

§. 979.

§. 979. Nicht minder geschiehet es auch, daß einer einen Wechselbrief, der in einem andern Orte zahlbar, kaufet, und selbigen nicht nach diesem, sondern einem dritten Orte sendet, um denselben allda zu verkaufen und dessen Werth daselbst wiederum einzuziehen. Z. E. Wenn jemand in Danzig nach Leipzig Geld übermachen will, so pfleget er in Danzig Amsterdamer Briefe zu kaufen (das sind Briefe, welche in Amsterdam zahlbar) und dieselben nach Leipzig zu senden, um allda zu vernegotiren. Dieses geschiehet zum Theil deswegen, weil von Danzig nach Leipzig directe, oder, wie es sonst genannt wird, **Adrittura**, kein Wechsel ist; zum Theil aber geschiehet dieses auch bey solchen Plätzen, dahin wohl Adrittura gewechselt werden kann, jedoch deswegen, wenn man durch solche Umwege einen Vortheil zu hoffen hat, das ist, wenn nämlich beym angezogenen Exempel, die Amsterdamer Briefe in Danzig wohlfeil, und in Leipzig hingegen theurer sind.

§. 980. Weil nun solchergestalt die Wechselbriefe oder vielmehr die Geldsorten, gleichwie andere Waaren ge=und verkaufet werden, so hat es mit denselben auch eine gleiche Bewandniß, wie mit den andern Waaren, nämlich, gleichwie bey den andern Waaren, nicht allein auf die Güte, sondern auch auf den Ueberfluß und Mangel derselben gesehen wird; also wird auch bey dem Wechselhandel nicht allein auf die Qualität der Münz-Sorten, die man zahlet und wiederum empfängt, sondern auch auf den Ueberfluß und Mangel der Wechsel-Briefe oder Gelder gesehen, welcher Ueberfluß oder Mangel von dem Laufe des Commercii und der Zeiten verursachet wird. Denn wenn viele Remittenten die gerne Briefe kaufeten (§. 978), und aber wenig Briefe oder

Traf=

Trassenten vorhanden, so halten diese ihre Briefe etwas höher im Preise: Hingegen wenn mehr Trassenten als Remittenten vorhanden, achten diese ihr Geld etwas höher. Nicht minder wird im Preise auch auf die Zeit reflectiret, in welcher der Trassent das Geld zu seinem Nutzen gebrauchen kann, da es der Remittent hingegen so lange ausstehen haben muß.

§. 981. Eben dahero kommt es auch, daß es mit der Vergleichung der verschiedenen Münzen eine ganz andere Beschaffenheit habe, als mit der Vergleichung der verschiedenen Gewichte und Maaße. Denn in dieser wird nur auf die Größe allein gesehen, derowegen bleiben sie also, wie sie einmal gemacht sind, und so lange als ihre Größen nicht von der Obrigkeit verändert werden, immerfort beständig: Hingegen wird in jener Vergleichung (wie vorhin im §. 980 gemeldet) auch auf andere veränderliche Umstände gesehen, darum sind sie auch fast täglich der Veränderung unterworfen. Als, z. E., die Vergleichung zwischen dem Amsterdamer und Danziger Gewichte ist beständig 112 ½ p. C. nämlich 100 Amsterdamer ℔ werden gleich gerechnet mit 112½ Danziger ℔: Hingegen kann man von der Vergleichung zwischen den Amsterdamer und Danziger Münzen niemals was gewisses setzen, denn bald rechnet man 1 L. Vls. oder 6 fl. Hol. B° in Danzig auf 280 ℊ Pol. und bald auf mehr oder weniger ℊ.

§. 982. Jedoch, hat es bey solcher Veränderung gleichwohl in diesem Stücke abermal eine gleiche Bewandniß, wie mit dem Handel anderer Waaren, nämlich gleichwie bey diesem der Preis nach einem gewissen Maaße, oder Gewichte bedungen wird; also wird auch in den Wechselnegotien der Handel nach einer gewissen

Quan-

Quantität oder Größe von einer Münzsorte angestellet (§. 968), welche Größe gemeiniglich beständig bleibet, und geschiehet der Accord oder die Schließung des Preises nur in der andern Münzsorte, welche veränderlich ist und, wie vorhin (§. 980 und 981) erwehnet, nach advenant bald höher und bald niedriger steiget oder fället. Als beym nächst gedachten Exempel (§. 981) von dem Wechsel zwischen Danzig und Amsterdam, geschiehet der Beding beständig bey 1 L.Vls., oder 6 fl. Hol. B°.; die Danziger Valute aber in ℔ ist der Preis eines L.Vls., und demnach veränderlich. Solchergestalt heisset man bey dieser Wechselart, die Amsterdamer Valute, **die beständige**, als welche firm ist und fest bleibet; die Danziger Valute aber, **die variirende** oder **veränderliche.**

§. 983. Der Accord geschiehet gemeiniglich durch Mäkler, als welche zu solcher Unterhandlung expresse bestellet sind, und vor ihre Mühe insgemein 1 p. Mille bekommen, das ist, 1 von 1000. Und diese Belohnung wird **Courtagio** oder **Sensarie** genannt.

§. 984. Den Preis des Wechsels selbst aber, wie er zu jeder Zeit läuft, heißet man **den Wechselcours**, oder auch nur den **Cours.** Also saget man (z. E.): **Anietzo ist der Cours von Danzig nach Amsterdam** 286 ℔, und verstehet dadurch, daß der Preis eines L. Vls., oder von 6 fl. Hol. B°. voritzo 286 ℔ Pol. sey. Und damit diese Preise desto besser bekannt werden mögen, so werden in den großen Handelsstädten 1 oder etliche mal in der Woche von den Mäklern die so genannten **Courszettel** ausgegeben, aus welchen man den Cours des Wechsels, in welchem Preise nämlich selbiger Zeit entweder wirklich gewechselt worden, oder auch noch Briefe oder Geld vorhanden, ersehen kann. §. 985.

§. 985. Es ist aber mehrentheils bey den Kaufleuten sowol, als bey den gedachten Courszetteln, gewöhnlich, daß in Angebung eines Courses nur die varirende Valute (§. 982) benennet wird, in Betrachtung dessen, weil die andere Valute, so unverändert bleibet, nicht nöthig zu melden sey. Als wenn man den Cours von Danzig nach Amsterdam angiebt, so saget man nur (wie §. 984 erwehnet) es sey derselbe 286 ℔, meldet aber nicht dabey, daß solche 286 ℔ vor 1 L. Vls. B°. zu verstehen sind, indem dieses L. Vls. B°. beständig bleibet. Ja öfters wird nur die Zahl der varirenden Valuta ohne ihren äusserlichen Namen gemeldet; als beym gedachten Cours pfleget man nur zu sagen, es sey derselbe 286, wobey nicht gemeldet wird, daß solche 286 **Groschen Pol.** bedeuten, und dieses darum, weil auch dieser Name Groschen immerfort beständig bleibet. Dannenhero müssen diejenigen, welche in der Wechselrechnung ungehindert fortzukommen gedenken, sich zuförderst die Wechselarten bekannt machen, wie sie jedes Ortes gebrauchet und verstanden werden. Eben hierzu dienet insonderheit die Beschreibung der Europäischen Münz- und Wechselarten, welche zu Ende dieses gegenwärtigen 3ten Theils befindlich.

§. 986. Wenn demnach von dem Orte, der die beständige Valute hat, nach dem andern gewechselt wird, so ist der Trassent (§. 972) der Empfänger von der beständigen Valute, hingegen der Bezahler des Courses, das ist (§. 984 und 985) des Preises oder der varirenden Valute; der Remittent aber ist der Bezahler von der beständigen Valute, hingegen der Empfänger des Courses. Wenn aber von dem Orte, der die varirende Valute hat, nach jenem andern gewechselt wird, so ist es

um-

umgekehrt: nämlich der Trassent ist der Bezahler von der beständigen Valute, hingegen der Empfänger des Courses; der Remittent aber ist der Empfänger von der beständigen Valute, hingegen der Bezahler des Courses. Weil nun jeder seinen Vortheil in dem Empfange hat, je mehr er empfängt; und in der Auszahlung, je weniger er zahlen darf: So heißet es bey dem gedachten 1ten Orte: Je höher der Cours ist, desto profitabler ist es dem Remittenten, und desto schädlicher dem Trassenten: Hingegen je niedriger der Cours ist, desto schädlicher ist es dem Remittenten, und desto nützlicher dem Trassenten. Bey dem gemeldten 2ten Orte aber heißet es umgekehrt, nämlich: Je höher der Cours ist, desto schädlicher ist es dem Remittenten, und desto einträglicher dem Trassenten: Hingegen je niedriger der Cours ist, desto nützlicher ist es dem Remittenten, und desto schädlicher dem Trassenten. Z. E. Wenn von Amsterdam nach Danzig gewechselt wird, so ist es dem dasigen Remittenten desto vortheilhafter, je mehrere ℔ er in Danzig vor 1 L. Vls. erlangen kann. Hingegen wenn von Danzig nach Amsterdam gewechselt wird, so ist es nothwendig umgewendet, und dem Remittenten desto schädlicher, je mehr ℔ er vor 1 L. Vls. auszahlen muß. Gleiche Beschaffenheit hat es zurück mit allen ersehnten andern Fällen.

§. 987. Wenn Exempel vorkommen, bey denen gefraget wird: **Wie der Cours rendiret**, so ist solches eigentlich zu verstehen: **Wie viel die beständige Valute in die variirende ausmachet?** Demnach muß man bey dergleichen Exempeln die beständige Valute allezeit für die Fragezahl setzen, und dahin sehen, daß die

Ant-

Antwort unter dem Namen der varirenden Valute heraus komme.

§. 988. Die allergewöhnlichsten Brüche, welche bey den Wechselcourſen gebrauchet werden, ſind ½, 4tel, 8tel und 16tel, wiewol zuweilen auch 3tel, 6tel und 32tel; andere Brüche aber werden nicht gebrauchet. Derowegen wenn in einer Ausrechnung eines Wechselcourſes andere Brüche zum Facit kommen, ſo verwandelt man dieſelben in einen der gedachten Brüche, dem jener andere am nächſten iſt. Ich mache dannenhero bey ſolchen Rechnungen den Reſt im Facit nach der Diviſion (wo ich nicht davor aus dem Kopfe ½, ¼ oder ⅛ in Circa nehmen kann oder will) gemeiniglich zu lauter 16tel, und laſſe dasjenige, was unter ½ (16tel iſt, fahren; hingegen wo es ½ (16tel) oder darüber, ſetze ich ein ganzes 16tel mehr.

§. 989. Sonſt andere Wörter, derer ſich die Herren Banquiers bedienen, als **caviren, prävaliren und rembourſiren**, laſſen ſich beſſer hernach bey den Exempeln erklären. Jedoch beyläufig habe allhier melden wollen, daß durch das Wort **caviren** gemeiniglich verſtanden wird, **Wechſelbriefe anbringen, und zu vernegotiiren.** Als, z. E. wenn geſagt wird: **Danzig ſendet Amſterdamer Briefe nach Leipzig, und läßt ſie allda caviren, oder caviret ſie daſelbſt.** Die Worte **prävaliren und rembourſiren** werden faſt in gleichem Verſtande gebrauchet, und bedeuten, **ſich wieder bezahlt machen.** Als, z. E. wenn geſagt wird: **Danzig giebt Ordre nach Hamburg, um daſelbſt** per **Leipzig zu remittiren und** per **Amſterdam ſich zu prävaliren: Item, Leipzig remittiret nach Hamburg, und läßt ſich** per **Rembourſo Amſterdamer Briefe davor kommen.**

Oder, Leipzig sendet nach Hamburg Amsterdamer Briefe, welche in Leipzig à 133 p. C. eingehan, und in Hamburg à 33 Stüb. B°. p. 1 Wechselthaler wiederum caviret werden; und wird gefragt, wie Leipzig sich per Hamburg rembourſiren muß? das ist eigentlich: Wie demnach der Cours zwischen Leipzig und Hamburg rendiret (§. 987): Oder, Leipzig ist in Hamburg Geld schuldig, und fraget: Ob es den Rembourso Adirtura (§. 979) oder über Amsterdam geben soll?

§. 990. Diese Redensart von Leipzig über Amsterdam nach Hamburg zu wechseln, selbst aber, hat den Verstand, entweder daß Leipzig nach Amsterdam wirklich remittiret, mit Ordre von dar den Betrag ferner per Hamburg zu übermachen: Oder daß Leipzig nach Amsterdam remittiret, und hingegen von Hamburg auf Amsterdam traßiren läßt: Oder daß Leipzig per Amsterdam Ordre giebt, nach Hamburg zu remittiren, und per Leipzig zu traßiren: Oder auch, daß Leipzig nur Amsterdamer Briefe kaufet, und selbige nach Hamburg, um sie allda zu caviren (§. 989), sendet. In allen diesen und dergleichen Fällen heißt es: **Von Leipzig per Hamburg über Amsterdam wechseln.**

§. 991. Es giebt auch viele Wechselarten, bey denen man die beyden Münzsorten, welche gegen einander verwechselt werden, erstlich obenhin, und zwar Stück vor Stück, als gleichgültig ansiehet, und alsdenn wird bedungen, wie viel man von der schlechtern, wegen desjenigen, das sie entweder in der That ihrem schlechtern Gehalte nach, oder anderer Umstände wegen (§. 980) geringer ästimiret wird, zu- oder aufgeben soll. Dieses Gedinge geschiehet gemeiniglich entweder auf jedes Stück

oder

oder pro Cent, das ist, auf jede 100 des bessern Geldes. Z. E. wenn man in Hamburg Franz Thl. gegen B°. Thl. verwechselt, so wird 1 Franz. Thl. und 1 Thl. B°. als gleichgültig zu 3 ℔ oder 48 ß ꝛc. angesehen, und wegen desjenigen, um so viel die Franz Thl. schlechter als die B°. Thl. geachtet werden, wird auf jeden Franz. Thl. noch etwa 1 ß mehr oder weniger, oder welches gewöhnlicher ist, auf jede 100 Franz. Thl. noch 1 oder mehr Franz. Thl. zugegeben.

§. 992. In Ansehung des bessern Geldes, wird die gedachte Zugabe **Lagio**, **Agio** oder **Aufgeld** genennet, indem derjenige, welcher das bessere giebt, nicht nur eben eine so große Zahl, als er gegeben, sondern noch ein mehrers darüber empfängt. In Ansehung des schlechtern aber pfleget man das gedachte Aufgeld ein **Disconto**, auch wol **Rabatt**, das ist eine **Abkürzung** oder **Abzug** zu benennen, indem derjenige, welcher das schlechtere giebt, eine kleinere Anzahl zurück empfängt, welchergestalt ihm die Differenz beyder Münzsorten von seiner gegebenen Summe abgekürzet wird. Z. E. Wenn ich einem 100 Thl. B°. vor 101 Franz Thl. gegeben, so sage ich, daß ich 1 p. C. Lagio bekommen; oder auch, es saget der andere: Er habe 1 p. C. Lagio geben müssen. Hingegen wenn man auf die Summe der Franz Thl. siehet, so saget dieser: Es sey ihm von seinen 101, 1 p. C. rabattiret oder abgekürzet worden.

§. 993. Solchergestalt heißt zwar der Disconto eben sowol, als die Lagio, 1 p. C. Allein es müssen die discontirte 1 p. C. nicht 1 **von** oder **in** 100, sondern 1 **auf** 100 verstanden werden, indem man nicht von 100, sondern von 101 Franz Thl. 1 Thl. abziehet, und 100 bezahlet.

§. 994. Eben dasjenige, was durch **Lagio** in Wechseln verstanden wird, bedeutet das Wort **Interesse** oder **Zins** bey ausgeliehenen Capitalien, bey welchen der Debitor (wo nicht auf jeden Thl., welches gemeiniglich bey den Wucherern zu geschehen pflegt) auf jede empfangene 100 noch etwas des Jahrs oder des Monats, wegen genossener Zeit, zuzahlet.

§. 995. Man nennet es aber meines Bedünkens in diesem Falle deswegen **Interesse**, weil es dem Creditori allezeit einen wirklichen Nutzen und Gewinn verschaffet. Denn da das Capital sammt der Interesse eben in derselben Münzsorte wiederum bezahlet werden muß, in welcher es anfangs empfangen worden, so bekommt der Creditor in solcher Bezahlung sein ausgeliehenes Capital in unverändertem Werthe zurück, und über diesem noch einen Avanz; folglich erhält er nicht allein der Anzahl und Größe nach, sondern auch in dem wirklichen Werthe ein größeres Capital und Vermögen: Hingegen wird durch die **Lagio** in Wechseln öfters nur die Anzahl oder die Größe des Capitals vermehret, ohne daß man dadurch einen wirklichen Nutzen oder Gewinn habe. Z. E. Wenn ich vor 100 Thl. B°. 101 Franz Thl. bekäme, so ist zwar 101 eine größere Zahl als 100; allein ich bin gleichwol dadurch an meinem Vermögen noch nicht gebessert, denn wenn ich die 101 Franz Thl. wiederum in B°. Thl. verwandeln wollte, so ist es zur Zeit noch ungewiß, wie viel B°. Thl. ich dafür würde bekommen können. Demnach muß sich mein Nutzen oder Schaden allererst bey der nachmaligen fernern Verwechselung oder Ausgebung der Franz Thl. äußern. Dahero wird solche Zugabe in Wechseln nur Lagio oder Aufgeld, und nicht Interesse genennet.

§. 996.

§. 996. Also auch wenn bey ausstehenden Schulden der Debitor seine Schuld, die er inskünftige allererst zu zahlen schuldig ist, vorher vor der Zahlzeit bezahlet, und wegen solcher frühern Bezahlung 1 oder etliche p. C. abkürzet, so heißet man diese Abkürzung, eben wie vorhin beym Wechselhandel (§. 992) gemeldet, einen **Rabatt** oder **Disconto**, und hat es bey demselben eben den Verstand, wie vorher (§. 993) erkläret worden.

§. 997. In dem Waarenhandel pfleget der Käufer an dem Gewichte vor die Säcke oder Fässer ꝛc. in welche die Waaren gepacket sind, oder auch anderer Ursachen wegen, etwas abzukürzen, und diese Abkürzung wird **Thara** genannt.

§. 998. Solchergestalt bedeutet sowol **Rabatt** als **Thara** eine Abkürzung; nur, daß jenes Wort beym Gelde wegen früherer Bezahlung, und dieses beym Gewichte der Waaren, gebrauchet wird. Der vornehmste Unterscheid dieser beyden Worte aber, worauf absonderlich in der Ausrechnung am meisten zu sehen, ist dieser: Wenn man beym Thara saget (z. E.) 10 p. C. zu thariren oder abzukürzen, so verstehet man allezeit, daß von 100, 10 abgekürzet, und 90 bezahlet werden sollen, und also stecken die 10 p. C. Thara in den 100: Hingegen, wenn man beym Gelde saget 10 p. C. zu rabattiren, wird mehrentheils verstanden, daß man von 110, 10 abkürzen, und volle 100 bezahlen soll, welchergestalt der Rabatt nicht in sondern auf 100 gekürzet wird.

§. 999. Ich sage aber deswegen nur **mehrentheils**, und nicht allezeit, weil es auch Orte giebt, allda der Rabatt, denn der Käufer bey gewissen Waaren wegen promter Zahlung genießet, nicht auf, sondern in 100 verstan-

den wird, wie z. E. in Italien oder in Leipzig, wenn daselbst ein Käufer 8 p. C. Rabatt genießet, so rechnet man vor 100, 92 zu bezahlen, und 8 abzukürzen. Also auch, wenn ich vorhin (§. 991) gesaget, daß die Zugabe gemeiniglich auf jede 100 des bessern Geldes bedungen wird, so habe ich mit Fleiß nicht die Worte allezeit darbey gesetzet, weil es auch wohl Wechselarten giebt, bey denen die schlechtere Münze die beständige Valute (§. 982) in der Vergleichung, und immer 100 bleibet, wofür von der bessern weniger als 100 gegeben werden. Z. E. Wenn man von Leipzig nach Frankfurt, Augspurg, Nürnberg, Breßlau ꝛc. wechselt, giebt man in Leipzig etwa 99 Thl. mehr oder weniger vor 100 Thl. in den gemeldten andern Orten. Und in diesen Fällen nun müssen die discontirte 1 p. C. nicht auf (wie vorhin im §. 993 gemeldet), sondern in 100 verstanden werden, indem man von 100, 1 abziehet, und 99 bezahlet.

§. 1000. Man hat dannenhero bey den Rechnungen, in welchen auf eine Vergleichung p. C. gesehen wird, wohl zu beobachten, ob dieselbe auf oder in 100, zu verstehen sey. Und werde ich hernach bey diesen Rechnungsarten dieses Unterscheides wegen allezeit genugsamen Unterricht geben.

§. 1001. Außer der Wechselart, von der oben (§. 991) gemeldet worden, in welcher die beyde gegen einander zu verwechselnden Münzsorten den Stücken und derselben Anzahl nach erstlich als gleichgültig angesehen werden, giebt es noch eine andere Wechselart, bey welcher man die beyden Münzsorten, die gegen einander verwechselt werden, ebenfalls zwar erstlich obenhin als gleichgültig ansiehet, jedoch nicht in gleichen, sondern in verschiedenen Anzahlen. Z. E. Wenn man von Frankfurt nach London wechselt, ist von Alters her der Gebrauch

1 L. Sterling erstlich als gleichgültig anzusehen mit $4\frac{4}{9}$ Frankfurter Thl., und auf diese Thl. werden etwa 28 oder mehr p. C. Lagio gegeben. Also wird auch in Danzig 1 Ducaten ordinair gleichgültig mit 8 fl. gerechnet, und wenn dieselben 1 oder etliche ß mehr gelten, heißt man solche ß die Lagio der Ducaten.

§. 1002. Ueberhaupt wird bey den Kaufleuten solche Gleichgültigkeit Pary genennet, wie z. E. bey dem Frankfurter Wechsel per London (§. 1001) heißt es: **1 L. Sterl. wird Pary gerechnet mit $4\frac{4}{9}$ Thl.** Von diesem Pary aber soll hernach weiter unten insbesondere gehandelt werden.

§. 1003. Indessen ist zu merken, daß die Wechsel-Arten, welche durch eine Lagio (§. 991, 992 und 1001) geschehen, zwar auf 2 verschiedene Arten angedeutet zu werden pflegen, denn es wird entweder die Lagio allein, oder die Lagio nebst demjenigen, worauf sie die Lagio ist, ausgesprochen: Allein dieser Unterscheid bestehet nur in den Worten; hingegen in dem Sinne und Verstande sind beyde Arten einerley. Z. E. Wenn der Cours (§. 984) zwischen Leipzig und Hamburg ist 100 Thl. Hamburger B°. vor 134 Leipziger Thl., so saget man, **der Cours sey 134 p. C.**; oder es wird nur gemeldet, **er sey 34 p. C.**, und verstehet man dadurch ebenfalls 34 über 100, das ist zusammen 134 p. C. Gleiche Bewandniß hat es mit dem Lagio aufs Stück (§. 991 und 1001). Z. E. Wenn der Cours der Ducaten in Danzig ist 1 Ducaten vor 8 fl. 3 ß, so sagt man: **Die Ducaten gelten 8 fl. 3 ß**; oder nur: **Sie gelten 3 ß**, wodurch gleichwol 8 fl. 3 ß verstanden werden.

§. 1004. Hiernächst hat man aus voriger Erklärung zu ersehen, daß die Lagio allezeit in der andern oder schlechtern Münze bezahlet wird, und bestehet der Unterscheid zwischen der Lagio aufs Stück, und der Lagio p. C. (worauf in der Ausrechnung wohl zu sehen ist), darinnen, daß bey jener die Lagio einen andern Namen führet, als dasjenige Stück, worauf sie die Lagio ist, wie beym gegebenen Exempel (§. 991) das Stück Thl., und die Lagio ß heißt: Hingegen wird bey der Lagio p. C. diese allezeit, obwol in der schlechtern Münze, jedoch in eben demselben Namen, als die 100 heißen, auf welche sie die Lagio ist, verstanden. Als wenn man z. E. saget: Die Franz Thl. differiren gegen B°. Thl. 1 p. C., so wird durch das 1 ebenfalls Thl. verstanden, also, daß man solchemnach vor 100 Thl. B°. 101 Franz Thl. zahlen müsse.

§. 1005. Weil nun die beyden Glieder einer Verhältniß nach Belieben gegrößert oder gekleinert werden mögen (§. 319 bis 321), und 100 ℔ in Hamburg eben sowol $\frac{1}{3}$ aus 100 Thl., wie 101 ℔ $\frac{1}{3}$ aus 101 Thl. sind; also sind auch 100 ß eben sowol $\frac{1}{48}$ aus 100 Thl., wie 101 ß $\frac{1}{48}$ aus 101 Thl. (§. 51): So kann man dahero den Wechselcours p. C. auch unter einem andern Namen aussprechen, als er angegeben wird, und darf man nur in acht nehmen, daß beyde Glieder gleiche Namen haben. Als wenn beym nächst gedachten Exempel (§. 1004) angegeben ist, daß vor 100 Thl. B°. 101 Franz Thl. gezahlet werden; so kann man auch sagen: Vor 100 ℔ B°. giebt man 101 ℔ in Franz Thl. jeden zu 3 ℔ gerechnet: Oder vor 100 ß B°. giebt man 101 ß in Franz Thl., jeden zu 48 ß berechnet, u. s. w. Gleiche Beschaffenheit hat es mit dem 1 p. Mille (§. 983).

Auf

Auf solche Weise kann man bey einer vorkommenden Rechnung, in welcher eine Verhältniß p. C. oder p. Mille gegeben wird, die Glieder solcher Verhältniß unter einen solchen Namen setzen, der sich zu der vorhabenden Rechnung am bequemsten schicket.

§. 1006. Wenn eine Valute in zweyen Wechsel-Coursen, sowol nach ihren Namen und Wesen, als auch nach der Größe, einander gleich ist, so müssen auch die andern 2 Werthe einander gleich seyn (§. 50). Z. E. Wenn in Hamburg das B°· Geld gegen Neu Cor. 16 p. C., und gegen Dän-und Hollsteinische 6 ß Stück zu 5 ß, 19 p. C.; so sind auch 116 Neu Cor. gleich 119 in gedachten 6 ß Stück zu 5 ß. Das ist, wie vorhin (§. 1005) erwehnet, 116 Thl. = 119 Thl., oder 116 ℔ = 119 ℔, oder ꝛc. Item. Wenn der Cours von London nach Amsterdam ist z. E. 35 ß Vls. Amsterdamer B°· Geld p. 1 £. Sterl., und per Hamburg 33 ß Vls. Hamburger B°· ebenfalls p. 1 £. Sterl.; so hat man daraus auch die Vergleichung, daß 35 ß Vls. Amsterdamer B°· gleich gerechnet werden mit 33 ß Vls. Hamburger B°·

§. 1007. Aus dieser Vergleichung der ß Vls. erhält man ferner und zwar eben aus dem Grunde, welcher vorhin (ibid.) geleget worden, auch die Vergleichung zwischen den Amsterdamer Stüb. B°· und den ß Lüb. in Hamburger B°· Denn weil 1 Stüber in Amsterdam $\frac{1}{8}$ aus 1 ß Vls., und 1 ß Lüb. in Hamburg gleichfalls $\frac{1}{8}$ aus 1 ß Vls., so ist klar, wenn 35 ß Vls. Amsterdamer B°· gleich 33 ß Vls. Hamburger B°·, daß auch 35 Stüb. Amsterdamer B°· gleich zu berechnen sind mit 35 ß Lüb. in Hamburger B°· Also auch wenn der Cours zwischen Hamburg und Amsterdam, z. E. 34 Stüb. Amsterdamer B°· p. 1 Wechselthl. von 32 ß Lüb.

in Hamburger B°·; so ist klar, daß demnach 34 ß Vls. Amsterdamer B°· gleich zu berechnen sind mit 32 ß Vls. in Hamburger B°·. Diesemnach kann man bey dergleichen Fällen in der Ausrechnung eben desselben Vortheils sich bedienen, welcher oben schon (ibid.) erwehnet worden, nämlich daß man die Glieder dieser Verhältnisse entweder mit ß Vls., oder mit Stüber und ß Lüb. benennen möge, und kann man auf solche Weise allemal diejenige Benennung erwählen, welche zu der vorhabenden Rechnung am bequemsten ist.

§. 1008. Man hat dergleichen Betrachtungen desto mehr zu beobachten, zumal da auch ein so genannter Rechenmeister hierüber gefallen, und diese klare Betrachtung nicht begreifen können; wie hiervon in den Anmerkungen meiner ausgegebenen **kurz gefasseten Erklärung** ꝛc. N°· 6 und 9 ein mehreres zu lesen ist.

§. 1009. Indessen weil in dem Wechselhandel der Empfang und die Größe, welche dafür hingegeben wird, einander proportional, und folglich die Ausrechnung des zu empfangenden, wenn man die Größe des hingegebenen; oder des hinzugebenden, wenn man die Größe des empfangenen weiß, nach der Regel Detri zu verrichten ist (§. 968); so erhellet ferner hieraus allerdings, daß man bey diesen Rechnungen im Falle zwischen A und B mehr als nur eine Verhältniß gegeben wird (§. 940), auch die Regel Multiplex anbringen kann (§. 961).

§. 1010. Uebrigens gilt es bey dieser Art Exempel, welche nach der Regel Multiplex solviret werden, gleichviel, ob alle gegebene Verhältnisse zwischen A und B von lauter Verwechselungen handeln, das ist, von lauter Vergleichungen der unterschiedenen Münzsorten, oder ob unter ihnen auch andere Art Verhältnisse, als z. E. von Courtagio (§. 983), oder sonst von andern Sachen ein-

eingemischet sind; und hat man vornemlich nur darauf zu sehen, daß nichts anders in den Auffatz gebracht werden müsse, als allein solche Glieder, bey denen eine geometrische Proportion ist (§. 961).

§. 1011. Solchemnach hat man zur Berechnung der Wechselnegotien, die sich auf eine Proportion gründet (§. 1009) hauptsächlich 2erley Wege. Nämlich: Wenn zwischen A und B nur eine einzige Verhältniß gegeben, bedienet man sich der gewöhnlichen Regel Detri (oder zuweilen auch der Regel Detri inversä). Im Falle aber mehr als eine Verhältniß zwischen denselben gegeben wird, so hat man sich der Regel Multiplex zu bedienen, als durch welche das begehrte Facit viel geschwinder und vortheilhaftiger (§. 962 und 923), als durch die vielen Auffätze der Regel Detri (§. 943) zu finden ist.

§. 1012. Nun ist zwar die Regel Detri oben schon weit ausgeführet und mit vielen Exempeln erkläret worden, worunter nicht minder verschiedene Wechselexempel enthalten sind: Gleichwol habe nicht unterlassen wollen, allhier von den Wechselfällen, welche durch eine einzige Anwendung dieser Regel zu solviren, aufs neue Exempel nebst unterschiedenen nützlichen Anmerkungen zu geben. Hingegen werde ich insonderheit von den Fällen bey denen die Regel Multipler anzubringen, mir desto mehr angelegen seyn lassen, dieselbe gründ- und umständlich abzuhandeln, auch mit genugsamen Exempeln zu erläutern, je unbekannter diese so sehr nützliche Regel den meisten Kaufleuten ist, und je weniger man hiervon gehörigen Unterricht, geschweige eine gründ- und umständliche Beschreibung aller hierzu so wol nöthig als nützlichen Particularien, in den Rechenbüchern findet.

§. 1013. Es kommen aber bey der Wechselrechnung

nung hauptsächlich 4erley unterschiedene Fragen vor. Nämlich entweder man begehret zu wissen:

1. Wie viel eine Valute in eine andere Valute nach Proportion einer oder mehrerer gegebenen Verhältnisse ausmache; oder

2. wie viel bey einem Wechsel gewonnen oder verlohren; oder

3. welcher Vorschlag, von denen die einem Wechseler vorkommen, am profitabelsten sey; oder

4. wie ein Commissionair die Remessen oder Tratten, auch wohl nach andern Coursen als er beordert worden, jedoch ohne des Committenten Nachtheil, anstellen könne.

Weil nun bey jedem dieser 4 Hauptfälle in gewissermaßen besondere Lehren zu beobachten, so werde jeden unter einem besondern Titel abhandeln, als den 1sten unter dem Titel **von Wechselreductionen**, und zwar ohne, und mit Spesen; den 2ten unter dem Titel **vom Gewinn und Verlust beym Wechselhandel**; den 3ten unter dem Titel **von Wechselarbitragen**; und den 4ten unter dem Titel **von Wechselcommissionen**; worzu noch 5tens **von vermischten Wechseln, insonderheit von Ausrechnung der Preise der Waaren**; und endlich 6tens **vom Pary**, nebst **der Vergleichung der Europäischen Gewichte und Maaße**, genugsamer Unterricht gegeben, wie nicht minder überhaupt alle diese Titel, jeder an seinem Orte, mit mehrern erkläret werden soll.

§. 1014. Zwar werden fast in allen Rechenbüchern die einheimischen von den ausländischen Wechseln unterschieden, und unter besondern Titeln, als nämlich jene unter dem Titel **Cambio commune oder gemeiner Wechsel**, und diese unter dem Titel **Cambio reale, oder Hauptwechsel** tractiret: Allein da der Aus-

Ausrechnung nach zwischen beyden auch im geringsten kein Unterscheid ist, wie aus den nachfolgenden Exempeln bald zu ersehen seyn wird, als habe auch hierinnen einen mit Fleiß dennoch zu machen, weder nöthig noch nützlich erachtet, und folget demnach die Abhandlung

Von Wechselreductionen.

§. 1015.

Durch **Wechselreductiones** verstehe ich (§. 1013) überhaupt entweder ein einzelnes Stück oder 100 Stücke, oder auch sonst eine Summe von einer gewissen Münzsorte, sie sey Stück vor Stück, oder zu etlichen Stücken in eins (welches man **Würfe** nennet) gezählet, nach Proportion einer oder mehrerer gegebenen, oder auch sonst bekannten Verhältnisse (§. 958), in die Valute einer andern begehrten Münzart zu verwandeln.

§. 1016. Die Absichten, welche man in der Praxi bey solchen Reductionibus heget, sind zwar unterschieden. Denn entweder man begehret zu wissen, wie viel vor das hingegebene Geld, in der andern Valute wiederum zu empfangen; oder vor das empfangene, in der andern Valute wiederum zu zahlen sey; oder nur, wie ein Cours rendire, das ist (§. 987), wie hoch der Preis der beständigen Valute des gesuchten Courses, in der varirenden zu stehen komme; oder auch, wenn man gewisser Ursachen wegen die Verhältniß zweyerley Münzarten p. C. zu wissen verlanget; und was sonst dergleichen Absichten noch mehr seyn mögen.

§. 1017. Jedoch ist es in der Ausrechnung gleichviel, zu was Ende man solche Reduction anstellet, auch ob man ein einzelnes Stück oder auch 100 und mehrere

Stü-

Stücke von einer Münzart, in die andere verwandeln will, so geschiehet doch die verlangte Reduction allezeit entweder nach der Regel Detri oder Multiplex (§. 1011), und zwar nach jener, wenn sich zwischen den beyden Münzarten, welche man in einander reduciren will, geradezu eine Verhältniß befindet; nach dieser aber, wenn zwischen ihnen nicht geradezu eine Verhältniß, sondern etliche Zwischenverhältnisse von anderen Münzarten sind, mit denen jene Münzen verglichen werden.

§. 1018. Ich sage aber in dem ersten Falle mit Fleiß, wenn sich zwischen den beyden Münzarten, welche in einander reduciret werden, eine Verhältniß geradezu befindet, weil es öfters Fälle giebt, bey welchen zwischen den beyden gemeldten Münzarten zwar 2 Verhältnisse gegeben werden, allein es kann aus diesen ferner die Verhältniß, welche zwischen ihnen geradezu ist, sofort aus dem Kopfe gefunden werden (wie hiervon zum Theil oben im §. 1006 und 1007 gemeldet worden, und ein mehrers hernach bey den Exempeln zu ersehen seyn wird). Und dahero bleibe ich auch in dergleichen Fällen lieber bey der Regel Detri. Denn da die Regel Multiplex eigentlich nur ein Compendium ist, wodurch die vielen Aufsätze der Regel Detri in einen einzigen Aufsatz von dieser Regel verwandelt werden (§. 947); so ist ja keine Ursache, warum man dasjenige allererst durch die Regel Multiplex in einen einzigen Aufsatz der Regel Detri zu bringen suchen soll, welches vorher schon in einem einzigen Aufsatze nach dieser Regel zu solviren ist.

Die 133. Aufgabe.

§. 1019. **Ein einzelnes Stück oder auch eine Summe Geldes, in den Werth einer andern Münzart, nach einer gegebenen oder sonst bekannten Verhältniß (§. 958), durch die Regel Detri zu reduciren: Oder auch eine Anzahl Würfe in eine An-**

Anzahl eines andern Werthes, und vice versa, zu verwandeln.

I. Nehmet dasjenige wahr, welches ihr reduciren wollet, und setzet solches als Fragezahl in die 3te Stelle (§. 349).

II. Schreibet die gegebene oder bekannte Verhältniß, in die 2 übrigen Stellen, und zwar das Glied, das mit demjenigen, in welches man reduciren will, von gleicher Art ist, in die 2te Stelle.

III. Verfahret nach obgegebenen Lehren der Regel Detri, so kommt das begehrte Facit. Wie aus nachfolgenden Exempeln mit mehrern zu ersehen.

Nur habe ich zum voraus melden wollen, daß es niemanden befremden darf, daß ich auch Multiplications- und Divisionsexempel (§. 358) allererst nach dem gewöhnlichen Aufsatze der Regel Detri aufgesetzet; indem solches allhier nur mehrerer Deutlichkeit wegen, und damit man daraus den Grund jedes Processes desto klärer vor Augen haben möge, geschehen. Wenn aber dieses alles erst gefasset worden, so habe oben schon (§. 361) angezeiget, wie dergleichen Exempel in der Praxi zu solviren, und daß bey ihnen solcher Aufsatz nach der Regel Detri unnöthig sey.

N°. 1. 847 Thl. in Kayserfl. zu reduciren. Also:

1 Thl. = 1½ Kfl. = 847 Thl.

2)+423½

Fac. 1270½ Kfl.

Nota. Daß allhier in der Aufgabe die Verhältniß oder Vergleichung der Thl. und Kfl. nicht expresse angegeben habe, dessen Ursache ist oben schon (§. 957) gemeldet worden. Und dieses ist auch fernerhin zu merken:

N°. 2.

N°. 2. Das vorige Exempel zurück: 1270½ Kl., wie viel machen sie Thl.? Also:

1½ Kl. = 1 Thl. = 1270½ Kl.

3)÷ 423½

Fac. 847 Thl.

N°. 3. 753 Thl. Holl. wie viel machen sie fl. Holl.?

1 Thl. = 2½ fl. = 753. Thl.

4)———

Fac. 1882½ fl.

Allhier ist mit 2½ nach Anzeigung §. 700. N°. 4. multipliciret.

N°. 4. Das vorige Exempel zurück: 1882½ fl. Holl., wie viel machen sie Thl. Holl.? Also:

2½ fl. = 1 Thl. = 1882½ fl.

———(4

Fac. 753|0 Thl.

Allhier ist in 2½ nach Anweisung §. 805 dividiret.

Nota. Wenn man in **Hamburg**, **Braband** und **Cöln am Rhein**, dasige L. Vls. und Thl. (da 1 L. Vls. = 2½ Thl.); in **Leipzig**, dasige Thl. und neue Schock (da 1 neu Schock = 2½ Thl.); und in **Portugall** die Mille Rees und Crusados (da 1 Mille Rees = 2½ Crusados), in einander reduciren will, so hat man bey denselben eben auf die Art zu verfahren, wie nächst vorher in N°. 3 und 4 gezeiget worden.

N°. 5. 678 L. Vls. in Amsterdam, wie viel machen sie an dasigen Thl.? Also:

1 L. Vls. = 2⅔ Thl. = 678 L. Vls.

———(10 2034 (3

10 24 ———(8

Fac. 1627|2 oder ½ Thl. Hol. d. i.

10 1627 Thl. 10 St.

N°. 6.

N°. 6. Voriges Exempel zurück: 1627$\frac{1}{5}$ Thl. Hol. wieviel machen sie allda an L. Vls.? Also:

24 Thl. = 10 L. Vls. = 16272
(3, 8)
5424
Fac. 678 L. Vls.

Allhier sind (nach Anzeigung §. 702) an statt eines Punkts oder einer 0, neben die 1627 Ganzen noch 2 gesetzet, weil 10 mal $\frac{1}{5}$ geben 2; folglich 16272 in 24, nämlich in 3 mal 8, dividiret worden.

N°. 7. 1473 Goldgulden in Amsterdam, wieviel machen sie an fl. Hol.? Also:

1 Gg. = 1$\frac{2}{5}$ fl. = 1473 Gg.
(10 (14
10 14 5892
Fac. fl. 2062|2
oder 4 Stüb.
10

N°. 8. Voriges Exempel zurück: 2062$\frac{1}{5}$ fl. Hol., wieviel machen sie an Gg.? Also:

14 fl. = 10 Gg. = 20622 fl.
(2, 7)
10311
Fac. 1473 Gg.

N°. 9. 1357 Scudi d'oro in Livorno, wieviel machen sie allda an Lire? Also:

1 Sc. = 7$\frac{1}{2}$ Lire = 1357. Sc.
4) ÷ 3392$\frac{1}{2}$
Fac. 10177$\frac{1}{2}$ Lire.

N°. 10. Dieses Exempel zurück: 10177$\frac{1}{2}$ Lire, wieviel machen sie an Scudi d'oro? Also:

7½ Lire = 1 Sc. = 10177½ Lire

3) + 3392½

Fac. Sc. 1357|0

Nota. Der Proceß dieser beyden vorhergehenden Exempel ist gleich der gezeigten Manier §. 731 N°. 4 und §. 820 N°. 3, allda die Hamburger L. Bls. und ℔ in einander reduciret worden. Jedoch hat man wegen dieser Münzen noch §. 848 N°. 62 Nota. 2 nachzusehen.

N°. 11. 893 Thl. in Leipzig, wieviel machen sie an dasigen Meißner fl.? Also:

1 Thl. = 1⅐ Mfl. = 893 Thl.

7) + 127 = 12 Ggr

Fac. Mfl. 1020 = 12 Ggr

N°. 12. Voriges Exempel zurück: 1020 Mfl. 12 Ggr, wieviel machen sie an Thl.? Also:

1⅐ Mfl. = 1 Thl. = 1020 Mfl. 12 Ggr

8) ÷ 127 = 12

Fac. Thl. 893 = —

N°. 13. 2347 ℔ Lüb. in Dänischen und Hollsteinischen 6 ß Stück zu 5 ß gerechnet, wieviel machen sie ℔, wenn sie zu voll à 6 leichte ß gerechnet werden? Also:

5 ℔ à 5 ß = 6 ℔ à 6 ß = 2347 ℔ à 5 ß

5) + 469⅖

Fac. ℔ 2816⅗ à 6 ß gerechnet.

Oder 10 ℔ à 5 ß = 12 ℔ à 6 ß = 2347 ℔ à 5 ß

4694 (12

Fac. 2816|4 oder ⅖

10

N°. 14

N°. 14. Voriges Exempel zurück: 2816$\frac{2}{5}$ ℔ à 6 ß, wieviel machen sie ℔ à 5 ß? Also:

6 ℔ à 6 ß = 5 ℔ à 5 ß = 2816$\frac{2}{5}$ ℔ à 6 ß

6)÷ 469$\frac{2}{5}$

Fac. 2347 ℔ à 5 ß.

Oder 12 ℔ à 6 ß = 10 ℔ à 5 ß = 28164 ℔ à 6 ß.

(2/6)

14082

Fac. 2347 ℔ à 5 ß.

Nota 1. Diejenigen, welche die ß (à 12 ₰) zu ₰, und wiederum die ₰ zu ß auf einmal zu reduciren gewohnet sind, können auch allhier bey gegenwärtigen Exempeln N°. 13 und 14, die Multiplication mit 12, und die Division in 12 auf einmal verrichten.

Nota 2. Wenn man in **Leipzig** die dasigen Thl. und alten Schock (da 1 Thl. = 1$\frac{1}{3}$ alt Schock); in **Schlesien**, die Kayserfl. und Schlesischen Thl. (da 1 Schlesischer Thl. = 1$\frac{1}{3}$ Kfl.); in **Venedig** die Ducati di B°. und Ducati Correnti (da 100 Duc. di B°. = 120 Duc. Cor., oder 1 Duc. di B°. = 1$\frac{1}{5}$ Duc. Cor.); wie auch die **Brabander** und **Danziger** oder **Leipziger Ellen** (da 1 Brab. El. = 1$\frac{1}{5}$ Danz. El.), in einander reduciren will, so verfähret man, wie vorhin in N°. 13 und 14 gezeiget worden.

N°. 15. Vorhin gedachte 6 ß Stücke pfleget man in Hamburg zu 4 Stücken in einem Wurfe zu zählen. Es fraget sich demnach: Wie viel 834 Würfe in ℔ machen, wenn solche 6 ß Stücke à 5 ß gerechnet werden? Also:

1 Wurf = 1$\frac{1}{4}$ ℔ = 834. Würfe

(8 8)

8 10 Fac. 1042$\frac{1}{2}$ ℔

N°. 16. Voriges Exempel zurück: 1042½ ℔, wie viel machen sie an gedachten Würfen? Also:

10 ℔ = 8 Wurf = 1042½ ℔

(8

Fac. 834|0 Würfe.

Nota. 1. Gleichergestalt, wie allhier in N°. 15 und 16 verfahren worden, hat man auch zu procediren, wenn man in Schlesien die Rthl. und Schlesische Thl. in einander reduciren will, da 1 Rthl. = 1¼ Schlesischen Thl.

Nota. 2. Wenn man aber in solchem Zählen (N°. 15 und 16) die 6 ß Stücke zu voll à 6 ß rechnet, so machet 1 Wurf 1½ ℔. Demnach kommt ihre Ausrechnung gleich den gegebenen Exempeln in N°. 1 und 2.

N°. 17. Die Kayserl. 7 und 17 Xr. Stücke pfleget man sowol in Breßlau als andern Orten zu 5 Stücken in einem Würfe zu zählen. Es fraget sich demnach: Wieviel 625 Würfe 7 Xr. Stücke, an Thl. zu 90 Xr. machen? Also:

1 Wurf = 35 Xr. = 625 Würfe

30 | ⅓ Thl.

5 | 1/6

208 Thl. 30 Xr.

34 = 65

Fac. Thl. 243 = 5 Xr.

N°. 18. Voriges Exempel zurück: 243 Thl. 5 Xr. wieviel machen sie an gemeldten Würfen in 7 Xr. Stücken? Also:

3/90 Thl. = 1 Wurf = 243 Thl. 5 Xr.

(90

35 = 90

5)

7 = 18

21 | 3 m

÷3 | ÷

729 = 15

7)÷ 104 = 15

Fac. 625 Würfe.

N°. 19.

N°. 19. 625 Würfe 7Xr. Stücke, wieviel machen sie Kayserfl. à 60 Xr? Also:

1 Wurf = 35 Xr. = 625 Würfe

30 | ½ fl. — 312 = 30

5 | 1/6 — 52 = 5

Fac. Kfl. 364 = 35 Xr.

N°. 20. Voriges Exempel umgewendet: 364 Kfl. 35 Xr., wieviel machen sie an Würfen in 7 Xr. Stücken? Also:

35/60 fl. = 1 Wurf = 364 fl. 35 Xr.

60) 35 60

5) 7 12

14 | 2 m — 729 = 10

÷2 | 1/7 — 7)÷104 = 10

Fac. 625 Würfe.

N°. 21. 625 Würfe 17 Xr. Stücke, wieviel machen sie an Thl. à 90 Xr.? Also:

1 Wurf = 85 Xr. = 625 Würfe

Thl. 1÷5 Xr. | 1÷1/5 — 3) 208 = 30

6)÷34 = 65

Fac. Thl. 590 = 25 Xr.

N°. 22. Voriges Exempel zurück: 590 Thl. 25 Xr. wieviel machen sie an Würfen in 17 Xr. Stücken? Also:

85 Xr. = 1 Wurf = 590 Thl. 25 Xr.

(90

53125 Xr.

21..

42.

Fac. 625 Würfe.

N°. 23. 625 Würfe in 17 Xr., wie viel machen sie an Kfl. à 60 Xr.? Also:

1 Wurf = 1 Kfl. 25 Xr. = 625 Würfe

20 | 1/3 fl. 208 = 20

5 | 1/4 52 = 5

Fac. Kfl. 885 = 25 Xr.

N°. 24. Voriges Exempel zurück: 885 Kfl. 25 Xr., wie viel machen sie an Würfen in 17 Xr. Stücken? Also:

85 Xr. = 1 Wurf = 885 Kfl. 25 Xr. (60

Fac. 625 Würfe 53125 Xr.

21..

42.

Nota. Man könnte sich zwar bey diesen Exempeln N°. 17 bis 24 noch anderer Arten bedienen; jedoch aber ohne Vortheil.

N°. 25. 973 Thl. Giro in Augspurg, wie viel machen sie allda an Thl. Cor.? Also:

100 Thl. Giro = 127 Thl. Cor. = 973 Thl. Giro

1946

6811

Fac. Thl. 1235|71 (90

Xr. = 63|90

oder 64 Xr. Cor. in C°.

N°. 26. Voriges Exempel umgekehrt: 1235 Thl. 64 Xr. Cor., wie viel machen sie an Thl. Giro? Also:

127 Thl. Cor. = 100 Thl. Giro = Thl. 1235, 71 64. Xr. C.

Fac. 973 Thl. Giro 92..

38.

2

Nämlich,

Nämlich, weil die 64 Xr. unmittelbar mit 100 multipliciret und zu Thl. gemacht werden können (denn man darf ihnen nur einen Punkt oder ○ beysetzen, und das kommende in 9 dividiren); so schreibet die entstehenden 71 Thl. sofort neben die 1235 Thl. an statt der 2 Punkte oder Nullen (die übrigen $\frac{1}{9}$ Thl. aber dürfet ihr nur fahren lassen), und dividiret also 123571 in 127; welchergestalt man die 64 Xr. nicht nöthig hat in Partes, wie sonst, zu zerstreuen.

Nota. Dieses Facit bringet zwar nicht punktuell 973 Thl., indem der Rest $2\frac{1}{5}$ bey dem Dividendo hinweg gelassen worden. Allein es ist leicht zu erachten, daß dieses Facit billig nur in C^{a}. kommen muß, weil auch die 1235 Thl. 64 Xr., wie aus voriger Berechnung N°. 25 zu ersehen, und sonst in der Praxi gebräuchlich ist (§. 229), nur in C^{a}. sind. Dannenhero kann in solchen Fällen der Rückweg N°. 26 dennoch zur gemeinen Probe (§. 371) auf den Hinweg N°. 25 dienen, wenn man daraus ersiehet, daß die 973 sehr nahe kommen.

N°. 27. Wenn man beym vorigen Exempel in N°. 25 nur die Lagio auf die Summe 973 Thl. wissen will, so kommt die Ausrechnung (wie oben im §. 341 schon gezeiget) als folget:

100 Thl. Giro = 27 Thl. Cor. Lagio = 973 Thl. Giro

$(\frac{3}{9})$ 2919

Fac. Thl. 262|71 (90

Xr. = 63|90

oder 262 Thl. 64 Xr. in C^{a}., die Lagio in Cor.

N°. 28. Gleiche Beschaffenheit hat es, wenn man bey dem Exempel N°. 26 den Disconto von 1235 Thl.

64 Xr. Cor. wissen will, in welchem Falle die Ausrechnung, als folget, zu stehen kommt:

127 Thl. Cor. = 27 Thl. Abzug = 1235 Thl. 64 Xr. Cor.

Fac. 262 Thl. (3/9)
64 Xr. in C^a.

3707 = 12

33364 = 18
79..
34.
90
(90
Xr. 8118
49.

Nota. Eben nach solcher Art, wie bey diesen vorhergehenden 4 Exempeln procediret worden, hat man auch bey allen dergleichen Exempeln, welche von der Wechselart p. C. handeln, zu verfahren.

N°. 29. Wenn der Ducaten in Danzig 8 fl. 3 ß gilt, wieviel fl. sind zu zahlen p. 574 Ducaten? Also:

1 # = 8 fl. 3 ß = 574 #

(1/10) fl. 4592
57 = 12 ß

Fac. fl. 4649 = 12 ß

N°. 30. Voriges Exempel zurück: 4649 fl. 12 ß, wieviel machen sie nach gedachtem Course an Ducaten? Also:

8 1/10 fl. = 1 # = fl. 4649. 12 ß
(10
81 10
59.. (4/10) fl.
32.
Fac. 274 #

N°. 31. Wenn der Ducaten in Leipz. 2¾ Thl. oder 2 Thl.

2 Thl. 18 Sgr gilt, wieviel betragen 683 # an Thl? Also:

1 # = $2\frac{3}{4}$ Thl. = 683 #

(4

4 11 7513

Fac. 1878 Thl. 6 Sgr.

N°. 32. Wiederum zurück: 1878 Thl. 6 Sgr, wieviel machen sie nach gedachtem Preise an Ducaten? Also:

11 Thl. = 4 # = 1878 Thl. 6 Sgr

7513

Fac. 683 #

N°. 33. Wenn der Ducaten in Breßlau 83 Kayser-gr gilt, wieviel Kfl. kommen p. 756 Ducaten? Also:

1 # = 83 Kgr = 756 #

ist 4 fl. 3 gr

2 | $\frac{1}{10}$ fl.

1 | $\frac{1}{2}$

3024

75 = 12 Kgr

37 = 16

Fac. Kfl. 3137 = 8 Kgr.

N°. 34. Wiederum zurück: 3137 fl. 8 Kgr, wieviel machen sie nach gesetztem Course an Ducaten? Also:

83 Kgr = 1 # = 3137 fl. 8 Kgr

(20

Fac. 756 #

62748 Kgr

46..

49.

N°. 35. Wieviel machen 756 Ducaten nach vorigem Preise an Thl. zu 30 Kgr? Also:

1 ℔ = 83 Kgr = 756 ℔

ist 2 Thl. 23 gr 1512

10 | $\frac{1}{3}$ Thl. 252
10 | d°. 252
3 | $\frac{1}{10}$ Thl. 75 = 18 Kgr

Fac. Thl. 2091 = 18 Kgr.

N°. 36. Zurück: 2091 Thl. 18 Kgr, wie viel machen sie nach dem vorigen Course an Ducaten? Also:

83 Kgr = 1 ℔ = 2091 Thl. 18 Kgr (30

Fac. 756 ℔ 62748 Kgr
46..
49.

N°. 37. Wenn Agio di B°. in Amsterdam 5 p. C., wie viel betragen 2173 fl. Hol. B°. in fl. Hol. Cor.? Also:

100 fl. B°. = 105 fl. Cor. = 2173 fl. B°.

100 | 1 m
5 | $\frac{1}{20}$

$108\frac{13}{20}$ od. 13 Stüb.

Fac. fl. 2281 = 13 Stüb. Cor.

N°. 38. Zurück: 2281 fl. 13 Stüb. Cor., wie viel machen sie nach vorigem Course in fl. B°.? Also:

105 fl. Cor. = 100 fl. B°. = 2281 fl. 13 Stüb. Cor.

5) (20

21 20
45633
15211

$\frac{3}{4}$

Fac. 2173 fl. B°.

N°. 39. Danzig traßiret auf Amsterdam 574 L. Vls. à 280 gr; wie viel beträgt die Valute hiervon in fl. Pol.? Dieses ist eigentlich zu verstehen: Wenn der

Cours

Cours von Danzig nach Amsterdam 280 ℔, das ist 9 fl. 10 ℔ p. 1 £. Vls. B°.; wie viel fl. sind zu zahlen p. 574 £. Vls. B°.? Also:

1 £. Vls. B°. = 9 fl. 10 ℔ = 574 £. Vls. B°.

(1/3)

5166

191 = 10 ℔

Fac. fl. 5357 = 10 ℔.

Nota. Wenn ihr die Auflösung dieses Exempels, gegen die obige in N°. 29 haltet, so werdet ihr wahrnehmen, daß der Modus in beyden Auflösungen einander ganz gleich, und machet dieses zwischen ihnen auch im geringsten keinen Unterscheid, wenn das obige Exempel von einem einheimischen, und das itzige Exempel von einem ausländischen Wechsel (wovon vorhin §. 1014 erwehnet worden) redet.

N°. 40. Voriges Exempel zurück: Danzig remittiret per Amsterdam 5357 fl. 10 ℔ à 280 ℔ p. 1 £. Vls. B°.; auf wie viel £. Vls. B°. muß der Wechselbrief lauten? Dieses ist eigentlich zu verstehen: Wenn der Cours von Danzig per Amsterdam 280 ℔ oder 9 1/3 fl. p. 1 £. Vls. B°. ist; wie viel £. Vls. B°. sind zu zahlen p. 5357 1/3 fl.? Also:

9 1/3 fl. = 1 £. Vls. B°. = 5357 1/3 fl.

28

16072

20..

11.

Fac. 574 £. Vls. B°.

N°. 41. Wenn der Cours von Danzig nach Hamburg 119 ℔ p. 1 Thl. Spec.; wie viel fl. sind zu zahlen vor 574 Thl. Spec.? Also:

1 Thl.

1 Thl. Spec. = 119 ℔ = 574 Thl. Spec.

4 ß ÷ 1 ℔

2296

30) ÷ 19 = 4 ℔

Fac. 2276 ß. 26 ℔

N°. 42. Voriges Exempel zurück: 2276 ß. 26 ℔, wieviel machen sie nach vorigem Course Hamburger Spec.? Also:

119 ℔ = 1 Thl. Spec. = 2276 ß. 26 ℔ (30

68306

88..

47.

Fac. 574 Thl. Spec.

N°. 43. Wenn der Cours von Leipzig nach London 5½ Thl. p. 1 £. Sterl., wieviel Thl. sind zu zahlen vor 452 £. 14 ß Sterl.? Also:

1 £. = 5½ Thl. = 452 £. 14 ß

2260 | 10 | ½ £.

226 | 4 | ⅕ £.

2 = 18 Gℊ

1 = 2⅖

Fac. Thl. 2489 = 20½ Gℊ in C^a.

N°. 44. Voriges Exempel zurück: 2489 Thl. 20½ Gℊ, wieviel machen sie nach gedachtem Course an £. Sterl.? Also:

5 Thl.

5 Thl. 12 Ggr = 1 L. Sterl. = 2489 Thl. 20½ Ggr.

(24 (6
132 14934
(2 (8
264 119513
139..
71.

Fac. 452 L. 14 ß Sterl. Rest L. 185, d. i. 3700 ß
106.
4

N°. 45. Wenn der Cours von Leipzig nach Frankfurt 98½ p. C., das ist 98½ Leipziger Thl. p. 100 Frankfurter Thl.; wieviel betragen 763 Frankfurter Thl. in Leipziger Thl.? Also:

100 Ff. Thl. = 98½ Leipz. Thl. = 763.. Ff. Thl.
100 ÷ 1½ 381½
1144½

Fac. Leipz. Thl. 751 | 55½ (24
Ggr 13 | 32 (12
₰ 3 | 84 oder 4 ₰ in C°.

N°. 46. Voriges Exempel zurück: 751 Thl. 13 Ggr 4 ₰ Leipziger Valute, wieviel machen sie nach vorigem Course in Frankfurter Thl.? Also:

98½ Leipz. Thl. = 100 Ff. Thl. = 751 Leipz. Thl. 13 Ggr 4 ₰

(2 (2
197 1503.. = 2 = 8
8 (1½ thl. (⅓
3
150311
124..
59.

Fac. 763 Ff. Thl.

Nota.

Nota. Die zerstreuten Partes $\frac{1}{1\frac{1}{2}}$ und $\frac{1}{3}$ sind allhier nach der Weise, wie oben §. 788 in der 1sten Manier gelehret, in Ca. genommen; welches allhier um desto eher erlaubt ist, nachdem die Zahl A weit mehr als nur 1 ist, wovon im §. 789 schon gemeldet habe.

N°. 47. Will man bey dem 45sten Exempel nur die Differenz beyder Münzsorten auf die gegebene Summe 763 Frankfurter Thl. wissen; so kommt die Berechnung, als folget:

100 Ff. Thl. = $1\frac{1}{2}$ Thl. Abzug = 763 Ff. Thl.

381 $\frac{1}{2}$

Fac. Thl. 11 | 44 $\frac{1}{2}$ (24
Gge 10 | 68 (12
ℛ = 8 | 16

N°. 48. Wenn man in N°. 46 nur die Differenz wissen will, kommt die Ausrechnung also:

98 $\frac{1}{2}$ Leipz. thl. = $1\frac{1}{2}$ Ff. thl. Lag. = 751 Leipz. thl. 13 Gge 4 ℛ

(2 (3

197 3 — 2254 $\frac{2}{3}$
28.

Fac. 11 Thl. 40 Xr. — Rest Thl. 87, d. i. 7890 Xr.

1.

Nota 1. Weil 3 mal 13 Gge 4 ℛ geben 1 Thl. 16 Gge, und solche 16 Gge gar leicht im Kopfe in den Bruch $\frac{2}{3}$ Thl. zu reduciren sind; als wird auch nicht nöthig erachtet, dieselbe 13 Gge 4 ℛ allererst nach der addirten Zerfällung (wie sonst laut §. 756) zu zerstreuen.

Nota 2. Indessen merket allhier bey den 4 Exempeln N°. 45 bis 48 den Unterscheid zwischen denselben und den vorhin angeführten 4 Exempeln N°. 25 bis 28 nach ihrer Ordnung. Es bestehet aber dieser Unterscheid eigentlich darinne, daß alle obige Exempel von solcher p. C. Rechnung reden, die auf 100 zu verstehen sind: Hingegen müssen bey diesen nächsten 4 Exempeln von dem Leipziger Wechsel per Frankfurt, die p. C. in 100 verstanden werden, wie oben (§. 999) schon erwehnet.

N°. 49.

N°. 49. Wenn der Cours von Hamburg nach Frankreich 26½ ß Lüb. B°. p. 1 Ecu von 3 Livres ist, wieviel betragen 5600 Livres in Hamburger ℔ B°.? Also:

48 ß = 5600 ℔ B°. = 26½ ß

8) 48 — 8) 5600 — 53

6 — 700 — 37100

12 — 18550

(2/6)

Fac. 3091 ℔ 10 ß 8 ₰

Nämlich, weil 1 Livre ebensowol ⅓ Ecu, als 1 ℔ ⅓ aus 1 Thl. Hamburger B°. ist, folglich, wenn der Cours 48 ß wäre, so würden 5600 Livres allerdings gleich seyn mit 5600 ℔ B°.; derowegen kann man diese Rechnung nach der bloßen Regel Detri solviren, und hat der vorige Aufsatz diesen Verstand: Wenn der Cours 48 ß wäre, so würde die gegebene Summe 5600 Livres, in Hamburg 5600 ℔ B°. ausmachen; wieviel ℔ B°. kommen vor solche 5600 Livres, da der Cours 26½ ß ist?

N°. 50. Voriges Exempel zurück: 3091 ℔ 10 ß 8 ₰ oder 3091⅔ ℔ B°., wieviel machen sie nach vorigem Course an Französischen Livres? Also:

48 ß = 3091⅔ Livres = 26½ ß

Dieser Aufsatz hat eben denselben Verstand, wie der nächst vorige, nämlich, wenn der Cours 48 ß wäre, so würden 3091⅔ ℔ B°. gleich seyn mit 3091⅔ Livres; wieviel Livres kommen vor solche 3091⅔ ℔ B°., da der Cours 26½ ß ist? Allein, wenn ihr dasjenige bedenket, das ich oben im §. 905 N°. 6 gelehret, so könnet ihr daraus gar bald sehen, daß es allhier heiße: **Je niedriger der Cours, und folglich je schlechter die Französische**

Mün-

Münze ist, desto mehr als 1 Livre muß vor 1 ℔ B°. folgends desto mehr als 3091⅔ Livres müssen vor 3091⅔ ℔ B°. gegeben werden; dannenhero erhellet (§. 906), daß diese Aufgabe in die Regel Detri inversam gehöre, und kommt die Berechnung, als folget:

26½ ß	=	3091⅔ Livres	=	48 ß
53		18550		(6 8)
Fac. 5600 Livres.		148400		
		296800		
		31.		

Nota. Diejenigen, denen dergleichen Auflösungen, als bey den nächst vorigen 2 Exempeln angewiesen (von welcher Art auch hernach noch mehrere vorkommen werden) schwer zu begreifen fällt, solviren solche Exempel lieber nach der Regel Multiplex. Allein, gleichwie ich oben (§. 1018) schon erwehnet, daß die Regel Multiplex gar nicht bey solchen Aufgaben nöthig sey, die vorhin durch die bloße Regel Detri in einem einzigen Aufsatze zu solviren sind; also ist es auch insonderheit den Anfängern weit ersprießlicher, wenn man ihnen ihre Rechnungen mit Vernunft anzustellen zeiget, und sie dadurch vernünftig von der Sache zu raisonniren gewöhnet (§. 26). Jedoch, wenn jemand die Auflösungen gedachter 2, oder auch fernerhin folgender Exempel, nach der Regel Detri in einmal zu verrichten, ja nicht begreifen kann, der mag sich allenfalls auch bey solchen Exempeln der Regel Multiplex bedienen.

§. 1020. Gleichwie bis hieher ganze Wechselsummen nach der Regel Detri in eine andere Valute reduciret worden, also ist auch zu verfahren, wenn man aus einer gegebenen Vergleichung zwischen der beständigen

und

und varirenden Valute (§. 982) eines unbekannten Courses, den Cours oder Preis selbst, wie er demnach rendire (§. 987) finden will; allermaßen solches mit mehrern aus nachfolgender Aufgabe klar zu ersehen ist.

Die 134. Aufgabe.

§. 1021. Den Cours oder Preis eines Wechsels aus einem andern gegebenen Course, oder sonst einer andern gegebenen Vergleichung, wenn zwischen den Münzarten, welche bey dem gesuchten Course die beständige und varirende Valute abgeben (§. 982.), nur eine einzige Verhältniß ist, nach der Regel Detri zu finden.

I. Setzet die beständige Valute des Courses, den ihr suchet, als Fragezahl (§. 987) in die 3te Stelle (§. 349).

II. Schreibet die gegebene Verhältniß in die 2 übrigen Stellen, und zwar dasjenige Glied, welches mit der verlangten varirenden Valute (§. 982) von gleicher Art ist, in die 2te Stelle.

III. Verfahret nach obgegebenen Lehren der Regel Detri, so kommt zum Facit der begehrte Cours, oder die gesuchte varirende Valute.

Es ist also bey der Auflösung dieser Aufgabe, vornemlich die beständige und varirende Valute zu beobachten (§. 987). Uebrigens ist dieselbe ganz gleich der Auflösung im §. 1019, wie mit mehrern aus nachfolgenden Exempeln zu ersehen. Jedoch weil der Proceß der Regel Detri nicht allein oben in den vorhergehenden 2 Theilen dieses Werks, sondern auch bey vorigen Exempeln (ibid.) zur Genüge angewiesen worden, so werde allhier in den

folgenden Exempeln nur den Aufsatz nach der Regel Detri nebst dem Facit anzeigen; die Ausrechnung aber (wo nicht was besonders anzumerken seyn wird) zu Ersparung des Raumes lieber hinweg lassen.

N°. 1. Es sey gegeben (vermöge ibid. N°. 29), daß vor 574 #, 4649 fl. 12 ß gezahlet worden, und man begehret zu wissen, wie demnach der Cours zwischen den #, und fl. nebst ß rendire: So verfahret als folget:

574 # = 4649 fl. 12 ß = 1 #

Fac. 8 fl. 3 ß der Cours des Ducatens.

Rest 57 (30

1722 ß

N°. 2. Es sey gegeben (laut ibid. N°. 39), daß vor 574 £. Vls. Amst. B°., 5357 fl. 10 ß gezahlet worden; die Frage ist: wie demnach der Cours zwischen Danzig und Amsterdam rendire? Also:

574 £. Vls. B°. = 5357 fl. 10 ß = 1 £. Vls. B°.

(30

Fac. 280 ß p. 1 £. Vls. B°.

160720 ß

459.

Nota. Daß ich allhier die 5357 fl. zu ß gemacht, dieses ist deswegen geschehen, weil die varirende Valute von diesem Cours gewöhnlicher maßen unter dem Namen ß ausgesprochen, und demnach das verlangte Facit allhier eigentlich in ß gesuchet wird (§. 987). Sonst könnte man sofort die 5357 fl. in 574 dividiren, und den Rest zu ß machen, wie vorhin bey N°. 1, so kommen zum Facit 9 fl. 10 ß, das ist ebenfalls 280 ß.

N°. 3. Wenn in Hamburg das B°. Geld besser als Neu Cor. 16 p. C., und als Cor. (d. i. Dän. und Hollst. 6 ßt Stücke zu 5 ßt gerechnet) 19 p. C.; wie rendiret der

Cours

Cours zwischen Neu Cor. und Cor., das ist, wie viel differiren diese beyden Münzsorten p. C.? Also:

116 N. Cor. = 119 .. Cor. = 100 N. C.

Fac. $102\frac{2}{17}$ Cor. in C^a. vor 100 N. C. Ist also ihre Differenz $2\frac{2}{17}$ p. C.

3 ..

68

(16

1088 (16tel

44

Nämlich weil 100 B°. gleich 116 N. Cor., auch gleich 119 Cor., so sind auch 116 N. Cor. gleich 119 Cor. (§. 1006). Dannenhero hat man dergleichen Exempel, ob bey ihnen schon 2 Verhältnisse gegeben sind, gar nicht nöthig zu den Exempeln zu ziehen, welche durch die Regel Multiplex solviret werden; und bleibe ich in solchen Fällen lieber bey der Regel Detri (§. 1018 und 1019 N°. 50 in Not.) Eben dieses habet ihr auch fernerhin öfters zu merken.

Wollet ihr bey gegenwärtigem Exempel sofort die Differenz zum Facit haben, so subtrahiret 116 von 119, und setzet

116 N. C. - 3 .. Cor. Lagio = 100 N. C.

Fac. $2\frac{2}{17}$ p. C. in C^a. die Differenz.

Rest 68

1088 (16tel

Nota 1. In diesem Exempel wird zwar eben sowol, als in den nächst vorigen Exempeln N°. 1 und 2, nach einem Cours gefraget; gleichwol sind deren Auflösungen darinnen unterschieden, daß bey jenen der Rest zu kleineren Sorten gemacht worden, weil allda die variende Valute von dem Cours allezeit was gewisses ist, nämlich fl. und ℋ. Allhier aber, da ein Cours p. C. gesuchet wird, welcher unter einem beliebigen Namen ausgespro-

chen werden kann (§. 1005), muß man den Rest allezeit bruchsweise setzen, das ist in allgemeinen Zahlen, welche auf allerhand Namen zu appliciren sind (§. 51).

Nota 2. Nun ist zwar der eigentliche Bruch allhier $\frac{6}{11}\frac{8}{6}$ oder $\frac{1}{2}\frac{7}{9}$: Allein weil bey den Kaufleuten in Angebung der Course dergleichen Brüche nicht gebrauchet werden, so habe die restirende 68 zu lauter 16tel gemachet, woraus denn der Bruch $\frac{9}{16}$ entstanden, wie oben (§. 988) hiervon bereits gelehret worden.

N°. 4. Nächstvorhergehendes Exempel zurück: Es sey bekannt gegeben der Cours zwischen Neu Cor. und Cor. $2\frac{9}{16}$ p. C., die Lagio di B°. gegen Neu Cor. ist beständig 16 p. C. Man begehret hieraus zu wissen, wie der Cours zwischen B°. und Cor. rendire? Also:

100 N. C. = $102\frac{9}{16}$ Cor. = 116 N.C. (od. 100 B°.)

(16

1600 | 1641 | 29
400 | 49230 | 30 ÷ 1
Fac. 119 C. in Ca. | 47589

So viel kommen vor 116 Neu Cor. Indessen sind 116 Neu Cor. gleich 100 B°.; dannenhero kommen auch 119 Cor. für 100 B°., welches denn das begehrte Facit ist.

N°. 5. Wenn die Franz Thl. in Hamburg 2 p. C. schlechter als Thl. B°., wie viel ß ist die Lagio auf jedes Stück? Also:

100 ß B°. = 2 ß Lagio = 48 ß B°.

Fac. $1\frac{96}{100}$ oder 1 ß in Ca.

Nämlich weil zum Facit die Lagio in ß begehret wird, so setzet man die gegebene Verhältniß p. C. sofort unter dem

dem Namen ß (§. 1005). Und damit das 3te Glied mit dem 1sten gleiche Namen haben möge (§. 349), so werden an statt 1 Thl. sogleich 48 ß gesetzet.

N°. 6. Voriges Exempel zurück: Wenn auf jeden Franz Thl. gegen Thl. B°. 1 ß Lagio gegeben wird, wie rendiret der Cours von diesen Münzen p. C., das ist, wie viel ist die Lagio an Thl. gegen 100 Thl. B°.; oder, welches einerley (§. 1005), an ß gegen 100 ß B°.? Also:

48 ß B°. = 1 ß Lagio = 100 ß B°.

Fac. $2\frac{1}{16}$ p. C. in C^a. Rest 4 d. i. 64 (16tel.

Nota. Dasjenige, was vorhin bey N°. 3 Not. 2 erinnert worden, ist auch allhier zu merken. Nämlich die restirenden 4 habe ich zu 16tel gemacht, und die kommenden 64 in 48 dividiret, kommt zwar $1\frac{1}{3}$ 16tel; allein weil $\frac{1}{3}$ weniger als $\frac{1}{2}$, so habe dasselbe, wie oben (§. 988) schon angewiesen, fahren lassen.

N°. 7. Wenn der Cours von Hamburg nach Paris 27 ß Lüb. B°. p. 1 Ecu oder Krone; wie rendiret der Cours von Paris nach Hamburg, da gewöhnlicher massen die Wechsel in Kronen gegen 100 Thl. B°. geschlossen werden? Also:

27 ß Lüb. B°. = 1 $\ddot{V}$ = 4800 ß Lüb. B°.?

Fac. $\ddot{V}$ $177\frac{3}{4}$ in C^a. p. 100 Thl. Hamb. B°.

N°. 8. Voriges Exempel zurück: Wenn der Cours von Paris nach Hamb. $177\frac{3}{4}$ p. C.; wie rendiret der Cours von Hamburg nach Paris, das ist, wie viel ß Lüb. B°. kommen p. 1 Krone? Also:

$177\frac{3}{4}$ $\ddot{V}$ = 4800 ß Lüb. B°. = 1 $\ddot{V}$?

Fac. 27 ß Lüb. B°. in C^a. p. 1 $\ddot{V}$.

Nota 1. In diesen 2 Exempeln, wie auch in den vorigen N°. 5 und 6 muß man zwar auch auf die Verhältniß des Thalers zu ß

sehen, und folglich könnte man solche Exempel, eben sowol, als vorhin von dem 3ten Exempel erwehnet worden, zu den Exempeln ziehen, welche unter die Regel Multiplex gehören: Allein weil 1 oder 100 Thl. ohne sonderliche Berechnung, und nur aus dem Kopfe zu ß gemacht werden können; denn gleichwie man an statt 1 Thl. sofort 48 ß setzen kann, also darf man nur 00 bey 48 ß setzen, wenn man 100 Thl. in ß verlanget; so wird solche Verwandelung der Thl. in ß nicht geachtet, und schreibet man lieber sogleich an statt 1 Thl. 48 ß; und an statt 100 Thl. 4800 ß, womit ferner, wie aus vorigen Solutionen zu ersehen, nach der bloßen Regel Detri zu procediren ist.

Nota 2. Also können auch diese Exempel N°. 7 und 8 in dem Verstande, wie oben, ibid. bey N°. 50 geschehen, nach der Regel Detri inversa aufgesetzet und solviret werden. Z. E. bey gegenwärtiger N°. 8 kann man nach der Regel Detri setzen: 100 = 48 ß Lüb. B°. = $177\frac{3}{4}$. Dieser Aufsatz hat den Verstand: Wenn der Cours 100 p.C. und also 100 Ⅴ mit 100 Thl. B°. gleich wären, so würde 1 Ⅴ gleich seyn 48 ß Lüb. B°.; wie viel ß kommen vor 1 Ⅴ, da der Cours $177\frac{3}{4}$ p. C. ist? Allein es erhellet aus §. 905. N°. 6, daß es allhier heiße: Je **mehr** Ⅴ vor 100 Thl. B°. gegeben werden, desto **weniger** ß kommen vor 1 Ⅴ. Hieraus siehet man, daß dieser Aufsatz in die Regel Detri inversam gehöre, und wie folget, gesetzt werden müsse:

$177\frac{3}{4}$ = 48 ß Lüb. B°. = 100? Fac. 27 ß Lüb. B°. in Ca., wie vorhin.

Eben in diesem Verstande kann auch das angeführte Exempel N°. 7 gesetzet werden.

N°. 9. Wenn der Cours von Amsterdam nach Leipzig $38\frac{1}{2}$ Stüb. Hol. Cor. p. 1 Leipziger Thl.; wie rendiret der Cours von Leipzig nach Amsterdam, da gewöhnlichermaßen in Leipziger Thl. gegen 100 Thl. Hol. B°. oder Cor. gewechselt wird? Jedoch ist allhier die Frage in Cor. nämlich wie viel Leipziger Thl. kommen p. 100 Thl. Hol. Cor.? Also:

$38\frac{1}{2}$ St. Cor. = 1 Leipz. Thl. = 5000 St. Cor.?
Fac. $129\frac{7}{8}$ Leipz. Thl. in Ca. p. 100 Thl. Amst. Cor.

N°. 10.

N°. 10. Voriges Exempel zurück: Wenn von Leipz. nach Amst. in Cor. 129⅞ p. C.; wie rendiret der Cours von Amst. nach Leipz., das ist, wie viel St. Hol. Cor. kommen p. 1 Leipziger Thl.? Also:

129⅞ Leipz. Thl. = 5000 St. Cor. = 1 Leipz. Thl.?

Fac. 38½ St. Cor. in C°. p. 1 Leipz. Thl.

Nota 1. Alles dasjenige, was vorhin bey N°. 8 angemerket worden, ist nicht minder auch hierher zu diesen nächsten 2 Exempeln zu ziehen. Jedoch wenn die Rede von dem Leipziger Cours nach Amst. p. C. in B°. wäre, und folglich auch auf die Verhältniß zwischen B°. und Cor. gesehen werden müßte; alsdenn käme die Auflösung, wie hernach gezeiget werden soll, nach der Regel Multipler.

Nota 2. Gleiche Beschaffenheit hat es mit den Coursen zwischen **Amsterdam und Breßlau.** Nur allein weil von Amst. nach Breßlau nicht in St. Cor. sondern in St. B°. gewechselt wird, so kann man auf die Weise, wie in N°. 9 gezeiget, aus diesem Course den Cours von Breßlau nach Amst. p. C. in B°.; und wiederum aus dem Course von Breßlau per Amst. p. C. in B°., den Cours von Amst. per Breßlau in St. B°. auf die Art, wie in gegenwärtiger N°. 10 geschehen, durch die bloße Regel Detri finden: Hingegen wenn die Rede von dem Breßlauer Cours per Amst. p. C. **in Cor.** ist; kommt die Auflösung nach der Regel Multipler, wie in nächst voriger Nota gemeldet.

N°. 11. Leipzig remittiret nach London à 5 Thl. 15 Gge p. 1 L. Sterl., und lässet in der Retour Hamburger Briefe kommen, welche daselbst à 34 ß Vls. B°. p. 1 L. Sterl. eingethan worden: Wie hoch kommen diese Briefe in Leipzig zu stehen, das ist, wie rendiret der Wechsel zwischen

Leipz. und Hamb., oder, wie viel betragen 100 Thl. Hamburger B°· in Leipz. Thl. Cor.? Also;

34 ß Vls. B°· = $5\frac{5}{8}$ Thl. in Leipz. = 800 ß Vls. B°·?
Fac. $132\frac{1}{3}$ Leipz. Thl. in C^{a}· p. 100 Thl. Hamb. B°·

Nämlich weil 1 L. Sterl. = $5\frac{5}{8}$ Thl. in Leipz., auch = 34 ß Vls. B°·, so sind auch 34 ß Vls. B°· = $5\frac{5}{8}$ Thl. in Leipz. (§. 1006). Dahero kann man sofort nach der Regel Detri setzen: 34 ß geben $5\frac{5}{8}$ Thl., was 800 ß, so gleich sind mit 100 Thl. Hamburger B°·? (denn 1 Thl. hat 8 ß). Und ist allhier eben dasjenige zu merken, welches vorhin bey N°· 8 in Nota 1 angemerket worden. Gleiche Beschaffenheit hat es mit folgenden Exempeln.

N°· 12. Voriges Exempel zurück: Wenn der Cours von Leipz. per Hamb. $132\frac{1}{3}$ p. C., und von dar per London 34 ß; wie rendiret der Cours zwischen Leipz. und London? Also:

800 ß Vls. B°· = $132\frac{1}{3}$ Leipz. Thl. = 34 ß Vls. B°·?
Fac. $5\frac{5}{8}$ Leipz. Thl. in C^{a}·

N°· 13. Voriges Exempel auf eine andere Art umgekehrt: Wenn der Cours von Leipz. per Hamb. $132\frac{1}{3}$ p. C., und per London $5\frac{5}{8}$ Thl.; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und London? Also:

$132\frac{1}{3}$ Leipz. Thl. = 800 ß Vls. B°· = $5\frac{5}{8}$ Leipz. Thl.?
Fac. 34 ß Vls. B°· in C^{a}·

N°· 14. Leipzig remittiret nach London à 5 Thl., 14 Gr. p. 1 L. Sterl., und lässet sich in der Retour Amsterdamer Briefe kommen, welche allda 35 ß Vls. B°· p. 1 L. Sterl. kosten: Wie hoch kommen diese Briefe in Leipzig zu stehen, das ist, wie rendiret der Wechsel zwischen Leipz. und Amsterdam in B°·? Also:

35 ß Vls. B°. = 5 1 7/12 Leipz. Thl. = 833 1/3 ß Vls. B°.?
Fac. 132 1/1 5/6 Leipz. Thl. in Ca. p. 100 Thl. Amst. B°.

Diese Solution ist von gleicher Beschaffenheit mit der vorigen N°. 11, welche daselbst schon erkläret worden: Nur allein, daß man allhier 1 Thl. B°. auf 8 1/3, folglich 100 Thl. B°. auf 833 1/3 ß Vls. B°. zu berechnen habe; welches jedoch eben so leicht als vorhin, und wie N°. 8 schon erwehnet worden, aus dem Kopfe zu verrichten ist. Dahero haben auch folgende 2 Exempel eine gleiche Bewandniß mit den nächst vorhergehenden N°. 12 und 13.

N°. 15. Voriges Exempel zurück: Wenn der Cours von Leipz. per Amst. in B°. 132 1/1 5/6 p. C., und von dar per Londen 35 ß; wie rendiret der Cours zwischen Leipz. und Londen? Also:

833 1/3 ß Vls. B°. = 132 1/1 5/6 Leipz. Thl. = 35 ß Vls. B°.?
Fac. 5 1 7/12 Leipz. Thl. in Ca.

N°. 16. Voriges Exempel auf eine andere Art umgewendet: Wenn der Cours von Leipz. per Amst. in B°. 132 1/1 5/6 p. C., und per Londen 5 1 7/12 Thl.; wie rendiret der Wechsel zwischen Amst. und Londen? Also:

132 1/1 5/6 Leipz. Thl. = 833 1/3 ß Vls. B°. = 5 1 7/12 Leipz. Thl.?
Fac. 35 ß Vls. B°. in Ca.

N°. 17. Wenn der Cours von Hamburg nach Leipzig 134 1/2 p. C., und nach Breßlau oder Wien 137 1/4 p. C.; wie rendiret der Cours zwischen Leipz. und Breßlau, oder Wien, das ist, wie viel Leipziger Thl. kommen p. 100 Breßlauer oder Wiener Thl.? Also:

137 1/4 Breßl. Thl. = 134 1/2 Leipz. Thl. = 100 Breßl. Thl.?
Fac. 98 Leipz. Thl. in Ca. p. 100 Breßl. Thl.

Nämlich weil 100 Hamburger Thl. B°. gleich 134½ Leipz. Thl., auch gleich 137¼ Breßl. Thl.; so sind auch 134½ Leipz. Thl. gleich 137¼ Breßl. Thl. (§. 1006). Demnach darf man nur nach der Regel Detri setzen: 137¼ Breßl. geben 134½ Leipz., was 100 Breßl.? so erlanget man das begehrte Facit 98 p. C. in C^a.

N°. 18. Voriges Exempel umgewendet: Wenn der Cours von Hamb. nach Leipz. 134½ p. C., und von dar nach Breßlau 98 p. C.; wie rendiret der Cours zwischen Hamburg und Breßlau? Also:

98 Leipz. = 100 Breßl. = 134½ Leipz. (= 100 Thl. B°.)
Fac. 137¼ Breßl. Thl. in C^a. p. 134½ Leipz. Thl., oder, so einerley, p. 100 Thl. Hamb. B°.; und dieses ist das gesuchte Facit.

N°. 19. Das vorige Exempel noch auf eine andere Art umgekehrt: Wenn der Cours von Hamb. nach Breßl. 137¼ p. C., und von Leipz. nach Breßl. 98 p. C.; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und Leipz.? Also:

100 Breßl. = 98 Leipz. = 137¼ Breßl. (= 100 Thl. B°.)

$$100 \div 2 \qquad \frac{25}{}$$

Fac. Leipz. Thl. $134 \mid 50\frac{1}{2}$ oder $134\frac{1}{2}$ in C^a. p. $137\frac{1}{4}$ Breßl. Thl., oder, so einerley, p. 100 Thl. Hamb. B°.

Nota 1. Diese Multiplication ist nach Anzeigung §. 708 geschehen.

Nota 2. Die Auflösungen dieser nächsten 3 Exempel sind dem Grunde nach ganz gleich den Auflösungen der vorhergehenden Exempel N°. 3 und 4. Und dahero hat man allhier abermal dasjenige zu merken, welches oben §. 1019 bey N°. 39 schon angemerket worden.

N°. 20.

N°. 20. Leipzig kaufet einen Wiener Brief à $98\frac{3}{4}$ Leipziger Thl. p. 100 Wiener Thl., sendet denselben nach Wien, und lässet sich davor einen Botzener Brief à $99\frac{2}{3}$ Wiener Thl. p. 100 Botzener Thl. Cor. kommen: Wie hoch kommet dieser Brief in Leipz. zu stehen, das ist, wie rendiret der Cours zwischen Leipz. und Botzen, oder wieviel Leipz. Thl. kommen p. 100 Botzener Thl. Cor.? Also:

100 Wiener = $98\frac{3}{4}$ Leipz. = $99\frac{2}{3}$ Wiener (= 100 Botz. Cor.)

Fac. $98\frac{7}{8}$ Leipz. Thl. in C^a. p. 100 Botz. Thl. Cor.

N°. 21. Wenn der Cours von Leipzig nach Amsterdam in B°. $133\frac{1}{2}$ p. C., und Agio di B°. in Amst. 5 p. C.; wie rendiret der Cours von Leipz. per Amst. in Cor.? Also:

(100 thl. B°. =) 105 thl. Cor. = $133\frac{1}{3}$ Leipz. th. = 100 thl. Cor.?

Fac. $127\frac{1}{8}$ Leipz. Thl. in C^a. p. 100 Thl. Hol. Cor.

N°. 22. Voriges Exempel zurück: Wenn von Leipz. nach Amst. in Cor. $127\frac{1}{8}$ p. C., und Agio di B°. 5 p. C.; wie rendiret der Cours von Leipz. nach Amst. in B°.? Also:

100 thl. Cor. = $127\frac{1}{8}$ Leip. thl. = 105 thl. Cor. (= 100 thl. B°.)

Fac. $133\frac{1}{3}$ Leipz. Thl. in C^a. p. 100 Thl. Amst. B°.

Nota. Gleiche Bewandniß hat es mit dem Breßlauer Wechsel nach Amst., welcher ebenfalls entweder in B°. oder Cor. p. C. geschlossen wird.

N°. 23. Wenn der Cours von Danzig nach Amsterdam 290 ℔ Pol. p. 1 L. Bls. B°., und Agio di B°. in Amst. 5 p. C.; wie rendiret der Cours zwischen Königsberg und Amst., das ist, wie viel ℔ Pol. kommen vor 1 L. Bls. Hol. Cor.? Also:

105 = 290 ℋ Pol. = 100
Fac. 276 ℋ in C^a.
p. 1 ℓ. Bls. Hol. Cor. 80..
65.
20

Nota. 1. Dieser Aufsatz scheinet zwar ganz ungewöhnlich und nicht so klar, als der vorige (N°. 21) zu seyn, indem die 290 ℋ Pol. weder vor 100 ℓ. B°., noch vor 105 ℓ. Cor., sondern nur vor 1 ℓ. gegeben werden: Allein da $1 = \frac{100}{100}$ (§. 380), und A gegen C gegrößert werden mag (§. 499), so dürfet ihr euch diesen Aufsatz nur also vorstellen:

($\frac{100}{100}$ ℓ. B°. oder) $\frac{105}{100}$ ℓ. Cor. = 290 ℋ Pol. = $\frac{100}{100}$ ℓ. Cor.

und ferner A und C mit 100 größern, so fallen die Nenner 100 hinweg (§. 449) und bleibet der vorige Aufsatz

105 = 290 = 100

Gleiche Beschaffenheit hat es mit dem Aufsatze des nachfolgenden Exempels.

Nota. 2. Daß ich aber den Rest gänzlich fahren lassen, ist deswegen, weil bey dieser Wechselart der Preis oder Cours niemals unter $\frac{1}{2}$ ℋ bedungen wird.

N°. 24. Wenn der Cours von Königsberg nach Amsterdam 276 ℋ Pol. p. 1 ℓ. Bls. Cor., und Agio di B°. in Amst. 5 p. C.; wie rendiret der Cours zwischen Danzig und Amst., das ist, wie viel ℋ Pol. kommen vor 1 ℓ. Bls. B°.? Also:

100 = 276 ℋ Pol. = 105?
Fac. 290 ℋ in C^a. p. 1 ℓ. Bls. B°.

N°. 25. Wenn der Cours von Danzig nach Hamburg 119 ℋ; wie viel ist die Differenz zwischen Hamburger Thl. B°. und Pol. Thl. p. C., das ist, wie viel Thl. Pol. kommen p. 100 Thl. Hamb. B°.? Also:

90 ℋ = 100 Thl. Pol. = 119
Fac. $132\frac{2}{9}$ oder $\frac{1}{4}$ Thl. Pol. in C^{a}. p. 100 Thl. Hamb. B°.

Dieser Aufsatz hat gleichen Verstand mit N°. 49 §. 1019, und heißet: Wenn der Cours 90 ℋ, und also 1 Thl. B°. mit dem Thl. Pol. gleichgültig wäre, käme vor 100 Thl. B°. auch 100 Thl. Pol.; wie viel Thl. Pol. kommen nun vor 100 Thl. B°., da der Cours 119 ℋ ist?

Nota. Zwar könnte man allhier auch auf das 1 p. Mille regardiren, das der Danziger Remittent genießet, wie ich denn oben, ibid. bey N°. 41 zu dem Ende nicht Thl. B°. sondern Thl. Spec. gesaget; allein weil solches allhier, da die Frage p. C. ist, nur $\frac{1}{10}$ importiret, so wird es nicht groß geachtet, oder man kann allenfalls dem gefundenen Facit $132\frac{2}{9}$, wegen des $\frac{1}{10}$ p. C. etwa $\frac{1}{9}$ in C^{a}. abnehmen, bleiben $132\frac{1}{9}$ in C^{a}. p. 100 Thl. B°.

N°. 26. Wenn der Cours von Hamburg per Leipzig 134 p. C., und von Amsterdam per Leipzig 39 Stüb. Cor. p. 1 Thl. in Leipzig; wie rendiret der Cours von Hamb. nach Amst. in Cor., das ist, wie viel Thl. Hol. Cor. kommen p. 100 Thl. Hamb. B°.? Also:

50 Stüb. Cor. = 134 Thl. Hol. Cor. = 39 Stüb. Cor.?
Fac. $104\frac{1}{2}$ Thl. Hol. Cor. in C^{a}. p. 100 Thl. Hamb. B°.

Dieser Aufsatz heißet: Wenn der Cours von Amst. per Leipz. 50 Stüb. Cor., und also 1 Thl. Hol. Cor. mit 1 Leipziger Thl., folglich 134 Thl. Hol. Cor. mit 134 Leipz. Thl. gleichgültig wären, so würden 100 Thl. Hamburger B°., gleichwie in Leipz., also auch in Amst. 134 Thl. Hol. Cor. ausmachen; wie viel Thl. Hol. Cor. kommen nun vor 100 Thl. Hamb. B°., da der Cours von Amst. per Leipz. nur 39 Stüb. Cor. ist?

N°. 27. Voriges Exempel umgewendet: Wenn der

Cours

Cours von Hamb. nach Amst. 104½ Thl. Hol. Cor. p. 100 Thl. Hamb. B°.; und von Amst. nach Leipz. 39 Stüb. Cor.; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und Leipz.? Also:

50 Stüb. Cor. = 104½ Leipz. Thl. = 39 St. Cor.?

Dieser Aufsatz hat eben denselben Verstand, als der vorhergehende. Allein es heißt allhier, je **weniger** Stüb. vor 1 Leipz. Thl. gegeben werden, desto schlechter ist solcher Thl., und folglich müssen von diesen Thalern **desto mehr**, als 104½, vor 100 Thl. Hamb. B°. kommen: Hieraus erhellet, (§. 906), daß diese Aufgabe (gleichwie N°. 50 §. 1019) in die Regel Detri inversam gehöre, und als folget gesetzet werden müsse:

39 = 104½ Leipz. Thl. = 50?

Fac. 134 Leipz. Thl. in C^a. p. 100 Thl. Hamb. B°.

N°. 28. Wenn der Cours von Leipzig per Amsterdam in B°. 136 p. C., und von dar nach Frankreich 55 ℔ Vls. B°. p. 1 Ⓥ, wie kommen 100 Ⓥ in Leipz.? Also:

100 ℔ Vls. B°. = 136 Thl. in Leipz. = 55 ℔ Vls B°.?

Fac. Thl. in Leipz. 74⅘, oder 74¾ in C^a. p. 100 Ⓥ

Dieser Aufsatz heißet: Wenn der Cours von Amst. per Frankreich 100 ℔ Vls. B°. wäre, so müßten vor 100 Ⓥ eben sowol, als vor 100 Thl. Amst. B°. 136 Thl. in Leipzig gegeben werden; wie viel dieser Thl. kommen nun vor 100 Ⓥ, da 1 Ⓥ nur 55 ℔ Vls. B°. gilt?

N°. 29. Wenn der Cours von Leipz. per Hamburg 135 p. C. und von dar nach Frankreich 27 ß Lüb. B°. p. 1 Ⓥ; wie kommen 100 Ⓥ in Leipz.? Also:

48 ß Lüb. B°. = 135 Thl. in Leipz. = 27 ß Lüb. B°.?

Fac. 75 5/8 Thl. in Leipz. p. 100 Ⓥ

Nota.

Nota. Dieser Aufsatz ist von gleicher Beschaffenheit mit der vorigen N°. 28. Und eben nach solcher Manier könnet ihr verfahren, wenn ihr 100 Duc. di B°. di Venetia, oder 100 Duc. de 375 Maravedis aus Spanien, oder 100 Crusados aus Portugall, über Amsterdam oder Hamburg, in Leipziger, Breßlauer oder Wiener Thl. ꝛc. reduciren wollet.

N°. 30. Wenn der Cours zwischen Londen und Amsterdam 33 ß 10 ₰, und zwischen Londen und Hamburg 32 ß 8 ₰ Vls. B°. p. 1 £. Sterl.; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und Amst., das ist, wie viel Stüb. Hol. B°. kommen p. 1 Wechsel Thl. oder 32 ß Lüb. B°.? Also:

$32\frac{2}{3}$ ß Lüb. B°. = $33\frac{5}{6}$ Stüb. Hol. B°. = 32 ß Lüb. B°.?

Fac. $33\frac{1}{8}$ Stüb. B°. in C^a. p. 1 WThl.

Nota. Warum man allhier die gegebenen ß Vls. sofort unter dem Namen ß Lü. und Stüb. setzen kann; solches ist oben (§. 1007) bereits angezeiget worden. Und eben deswegen werden in dem Aufsatze die gegebenen ₰ Vls. in Brüche reduciret, weil eines theils die Eintheilung der Stüb. nicht gleich der Eintheilung der ß Vls. (indem jene in 16, und diese in 12 ₰ vertheilet sind), und andern theils auch, weil die Antwort allhier gewöhnlichermaßen nicht in Stüb. und ₰, sondern in ganzen und gebrochenen Stüb. begehret wird. Gleiche Bewandniß hat es mit den nachfolgenden 2 Exempeln.

N°. 31. Voriges Exempel zurück: Wenn der Cours zwischen Londen und Amst. 33 ß 10 ₰, und zwischen Hamb. und Amst. $33\frac{1}{8}$ Stüb.; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und Londen? Also:

$33\frac{1}{8}$ ß Vl. Am. B°. = 32 ß Vl. Ham. B°. = $33\frac{5}{6}$ ß Vl. Am. B°.

Fac. 32 ß 8 ₰ Vls. Hamb. B°. in C^a. p. 1 £. Sterl.

N°. 32.

N°. 32. Voriges Exempel auf eine andere Art umgewendet: Wenn der Cours zwischen Londen und Hamburg 32 ß 8 ℛ Vls., und zwischen Ham. und Amst. 33 $\frac{1}{8}$ Stüb.; wie rendiret der Cours zwischen Amst. und Londen? Also:

32 ß Vl Ham. B°. = 33 $\frac{1}{8}$ ß Vl. Am. B°. = 32 $\frac{2}{3}$ ß Vl. Ham. B°.?

Fac. 33 ß 10 ℛ Vls. Amst. B°. in C^{a}. p. 1 £. Sterl.

N°. 33. Wenn der Cours zwischen Amsterdam und Venedig 83 $\frac{3}{4}$ ℛ, und zwischen Hamburg und Venedig 80 $\frac{1}{2}$ ℛ Vls. B°. p. 1 Duc. di B°.; wie rendiret der Cours zwischen Amst. und Hamb.? Also:

80 $\frac{1}{2}$ ß Lüb. B°. = 83 $\frac{3}{4}$ Stüb. Hol. B°. = 32 ß Lüb. B°.?

Fac. 33 $\frac{5}{6}$ Stüb. B°. in C^{a}. p. 1 WThl.

Nota. Der Grund von dieser Auflösung ist gleich der vorigen N°. 30, wovon daselbst in der beygefügten Anmerkung ein mehrers zu ersehen ist.

N°. 34. Voriges Exempel zurück: Wenn der Cours von Hamb. nach Amst. 33 $\frac{5}{6}$ Stüb. und von dar nach Venedig 83 $\frac{3}{4}$ ℛ; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und Venedig? Also:

33 $\frac{5}{6}$ ℛ Vl Am. B°. = 32 ℛ Vl Ham B°. = 83 $\frac{3}{4}$ ℛ Vl Am. B°.

Fac. 80 $\frac{1}{2}$ ℛ Vls. Hamb. B°. in C^{a}. p. 1 Duc. di B°.

N°. 35. Voriges Exempel auf eine andere Art umgewendet: Wenn der Cours von Hamb. nach Amst. 33 $\frac{5}{6}$ Stüb., und nach Venedig 80 $\frac{1}{2}$ ℛ; wie rendiret der Cours zwischen Amst. und Venedig? Also:

32 ℛ Vl Ham B°. = 33 $\frac{5}{6}$ ℛ Vl Am B°. = 80 $\frac{1}{2}$ ℛ Vl Ham B°.

Fac. 83 $\frac{3}{4}$ ℛ Vls. Amst. B°. in C^{a}. p. 1 Duc. di B°.

Nota. Eben dasselbe, welches bey diesen 3 Exempeln

von

von dem Amst. und Hamb. Wechsel per Venedig gezeiget worden, ist nicht minder auch bey dem Amst. und Hamb. Wechsel nach **Spanien, Portugall und Frankreich**, anzubringen, indem nach allen diesen Plätzen eben sowol als nach Venedig, in Amsterd. und Hamb. eine Anzahl ℛ Vls. B°, vor eine gewisse Münzsorte in den erwehnten andern Plätzen, gegeben werden. Und obwol von Hamb. nach Frankreich nicht in ℛ Vls., wie von Amst., sondern in ß Lüb. B° p. 1 Crone gewechselt wird, so darf man doch nur die ß Lüb. im Kopfe dupliren (weil 1 ß Lüb. = 2 ℛ Vls.), und in der Ausrechnung anstatt der ß Lüb. sofort die Anzahl der ℛ Vls. setzen. Wie aus folgenden Exempeln zu ersehen.

N°. 36. Wenn der Cours von Hamburg nach Amsterdam $33\frac{3}{8}$ Stüb. B° p. 1 WThl., und von Amst. nach Cadix $100\frac{1}{4}$ ℛ Vls. B° p. 1 Duc. de 375 Maravedis; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und Cadix? Also:

$33\frac{3}{8}$ ℛ Vl. Am. B° = 32 ℛ Vl. Ham. B° = $100\frac{1}{4}$ ℛ Vl. Am. B°

Fac. $96\frac{1}{8}$ ℛ Vls. Hamb. B° in C^a p. 1 Duc.

N°. 37. Wenn der Cours von Hamb. nach Cadix $98\frac{1}{2}$ ℛ, und von Amst. nach Cadix $100\frac{1}{2}$ ℛ; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und Amst.? Also:

$98\frac{1}{2}$ ß Lüb. B° = $100\frac{1}{2}$ Stüb. Hol. B° = 32 ß Lüb. B°?

Fac. $32\frac{5}{8}$ Stüb. B° in C^a p. 1 WThl.

N°. 38. Wenn der Cours von Hamburg nach Amsterdam $33\frac{1}{4}$ Stüb. B° p. 1 WThl., und von Amst. nach Lissabon $45\frac{1}{2}$ ℛ Vls. B° p. 1 Crusado; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und Lissabon? Also:

$33\frac{1}{4}$ ℛ Vl. Am. B° = 32 ℛ Vl. Ham. B° = $45\frac{1}{2}$ ℛ Vl. Am. B°.

Fac. $43\frac{1}{16}$ ℛ Vls. Ham. B° in C^a p. 1 Crusado.

N°. 39. Wenn der Cours von Hamb. nach Lissabon 44, und von Amst. nach Lissabon 45½ ℛ Vls. B°. p. 1 Crusado; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und Amst.? Also:

44 ß Lüb. B°. = 45½ Stüb. Hol. B°. = 32 ß Lüb. B°.?
Fac. 33 1/16 Stüb. B°. p. 1 WThl.

N°. 40. Wenn der Cours von Hamb. nach Amst. 33¾ Stüb. B°. p. 1 WThl., und von Amst. nach Frankreich 56½ ℛ Vls. B°. p. 1 V; wie rendiret der Cours von Hamburg nach Frankreich? Also:

2 mal 33¾ sind
67½ ℛ Vl. Am. B°. = 32 ß Lüb. B°. = 56½ ℛ Vl. Am. B°.?
Fac. 26 1/16 ß Lüb. B°. in C^a. p. 1 V.

N°. 41. Wenn der Cours von Hamb. nach Frankreich 27 ß Lüb. B°., und von Amsterdam nach Frankreich 55½ ℛ Vls. B°. p. 1 V; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und Amst.? Also:

2 mal 27 sind
54 ß Lüb. B°. = 55½ Stüb. Hol. B°. = 32 ß Lüb. B°.?
Fac. 32⅞ Stüb. B°. p. 1 WThl.

N°. 42. Wenn in Hamb. das Bancogeld gegen neue ⅔ Stück vor voll (das ist, jedes zu 32 ß Lüb. gerechnet) 33⅜ p. C., und gegen Cor. oder (vorhin N°. 3) 5 ß Stück, 18¾ p. C.; wie viel ß Cor. kommen p. 1 N ⅔ Stück? Also:

133⅜ ß in N ⅔ = 118¾ ß Cor. = 32 ß in N ⅔?
Fac 28½ ß Cor. in C^a. p. 1 N ⅔ Stück.

Nota. Bey diesem und folgendem Exempel merket dasjenige, welches vorher bey N°. 5 gemeldet worden.

N°. 43.

N°. 43. Wenn in Hamb. das Bancogeld gegen Dän. V̈ 14¼ p. C., und gegen Cor. oder 5 ß Stück, 18¾ p. C.; wie viel ß Cor. kommen p. 1 Dän. V̈? Also:

114¼ ß in Dän. V̈ = 118¾ ß Cor. = 32 ß in Dän. V̈?

Fac. 33 ß 3 ₰ Cor. in C^a. p. 1 Dän. V̈.

N°. 44. Wenn die Ducaten in Hamb. 1 p. C. schlechter als dasiges Bancogeld, und B°. gegen Cor. 118½ p. C.; wie viel ℔ Cor. kommen p. 1 #? Also:

101 ℔ in # = 118½ ℔ Cor. = 6 ℔ in #?

Fac. 7 ℔ — ß 7½ ₰ Cor. in C^a. p. 1 #.

N°. 45. Wenn der Cours von Hamb. nach Londen 32½ ß Vls. B°. p. 1 £. Sterl., und die Retour, das ist zurück von Londen nach Hamb. 33 ß 2 ₰ Vls. B°. p. 1 £. Sterl.; wie viel differiren diese beyde Course p. C.? Also:

32½ = 33⅓ = 100?

Fac. 102 in C^a. Ist also die Differenz 2 p. C.

§. 1022. Ich habe durch die vorhergehenden Exempel vornemlich nur zeigen wollen, wie dieselben durch die bloße Regel Detri, wenn man nur einen deutlichen Begriff von der Sache hat, (wie oben schon im §. 1019 bey N°. 50 angemerket worden) solviret werden können. Sonst könnte ich allhier noch eine große Menge Exempel vorstellen, welche durch eine einzige Anwendung der Regel Detri, und zwar wegen allerhand kleinen Sorten, noch weitläuftiger, als die vorigen zu solviren sind: Allein da hiervon oben im ersten und andern Theile genugsame Anleitung gegeben, so achte es unnöthig zu seyn, mich allhier in überflüßige Weitläuftigkeit einzulassen. Gleichergestalt beziehe mich, was die Proben von den vorigen Exempeln betrifft, auf dasjenige, was oben schon bey der Regel Detri von den Proben, insonderheit im §. 890 zur Genüge erkläret habe.

§. 1023. Indessen wenn man alle diese Exempel (§. 1019 und 1021) nach und nach mit Bedacht betrachtet, so wird man wahrnehmen können, daß sich in selbigen

1. solche Exempel befinden, bey denen der Wechsel nach einem oder mehrern Stücken, wie auch

2. bey denen der Wechsel nach p. C., und zwar

3. sowol auf als in 100 (§. 999 und 1000), auch

4. sowol nach dem Lagio, als nach dem Disconto oder Rabatt (§. 992) berechnet wird; also auch

5. Exempel, derer Münzen eine bekannte (§. 958), und

6. derer Münzen eine gegebene Verhältniß zu einander haben; desgleichen

7. Exempel, deren Münzsorten in Natura gemünzte Stücke, und

8. deren Münzsorten nur fingiret und eingebildet sind. Nicht minder

9. Exempel, die von bloßen Zählen der Würfe handeln, welche in den Rechenbüchern **Caßirrechnung** genennet zu werden pflegen; gleichergestalt

10. Exempel, bey denen die Frage ist, wie viel vor eine beliebige Summe hinwiederum zu empfangen oder zu geben; als auch

11. Exempel, bey denen die Frage eigentlich nach dem Cours ist, wie derselbe rendire (§. 987), und zwar

12. wenn solcher aus zweyen gegen einander verwechselten Summen, und

13. wenn er aus andern gegebenen Coursen gesuchet wird. Ueber dieses

14. Exempel, die von lauter einheimischen, und

15. Exempel, die von ein- und ausländischen Münzen zusammen handeln.

Alle diese Exempel sind durch die gewöhnliche Regel Detri, und fast auf einerley Art solviret worden. Gleichergestalt wird man aus den nachfolgenden Exempeln, welche durch die Regel Multiplex aufgelöset werden, zu ersehen haben, daß bey denselben ebenfalls die vorhin gemeldten 15 verschiedene Fälle vorkommen, und daß solche gleichwohl in der Ausrechnung gar keinen Unterscheid machen. Dannenhero habe auch keine Ursache gehabt, in dem Vortrage der Wechselrechnung zwischen dem einheimischen und ausländischen Wechsel, oder wie es sonst heißt (§. 1014) zwischen Cambio commune und Cambio reale, noch zwischen allen vorhin gedachten übrigen Punkten, einigen Unterscheid, geschwei-

schweige ganz besondern Titel zu machen; wie hiervon oben (ibid.) bereits gemeldet habe.

Die 135. Aufgabe.

§. 1024. Ein einzelnes Stück oder eine Summe Geldes in den Werth einer andern Art Münze, wenn zwischen beyden nicht geradezu eine Verhältniß, sondern etliche Zwischenverhältnisse von andern Münzarten, mit denen jene verglichen werden, gegeben oder bekannt sind (§. 958), durch die Regel Multiplex (§. 944) zu reduciren: Wie auch das gefundene Facit sofort auf eine sehr leichte Art zu probiren.

I. Setzet dasjenige, welches ihr reduciren wollet, obenan, als Fragezahl, in die Columne zur Rechten.

II. Beschreibet die gegebenen oder bekannten Verhältnisse in solcher kettenweisen Verknüpfung, wie oben bey der Regel Multiplex gelehret worden, bis endlich in der gedachten Columne ein solches Glied zum Vorschein kommet, das mit demjenigen, in welches man reduciren will, von gleicher Art ist.

III. Verfahret nach Anzeigung besagter Regel, so kommet das begehrte Facit. Und so ihr dieses probiren wollet, so verfahret nach der bey solcher Regel oben (§. 965) angewiesenen compendiösen Probe; wie alles mit mehrern durch folgende Exempel umständlich erkläret werden soll.

Wer demnach in dieser sehr nützlichen Methode sich habil zu machen gedenket, der wolle allhier, ehe er weiter

gehet, die völlige Beschreibung von dieser Regel, nebst der dabey angezeigten Probe (§. 944 bis 967) mit Bedacht lesen und sich dieselbe zuförderst wohl bekannt machen. Jedoch werde ich nicht ermangeln, alles aufs genaueste in den nachfolgenden Exempeln insbesondere zu erläutern.

N°. 1. Einer verwechselt allhier in Danzig 696 Stück Ducaten gegen Alberts- oder Xr. Thl., da der Duc. auf 8 fl. und der Alberts- Thl. à 116 ℔ berechnet wird. Die Frage ist; Wie viel er vor seine 696 # an Alberts-Thl. zu empfangen habe?

In diesem Exempel siehet man bald, daß die Verhältniß der Münzen, welche in einander zu reduciren gegeben, das ist, zwischen den # und Alb. Thl., aus verschiedenen Verhältnissen bestehet, die zusammen gesetzet werden müssen. Denn 1. hat man zu sehen auf die gegebene Verhältniß der # zu den fl. nämlich, daß 1 # gleich sey 8 fl. 2ten ist zu beobachten die gegebene Verhältniß der Alb. Thl. zu den ℔, nämlich, daß 1 Alb. Thl. gleich sey 116 ℔. Ueber diese angegebenen 2 Verhältnisse hat man noch auf eine 3te Verhältniß der fl. zu den ℔ zu sehen, nämlich, daß 1 fl. gleich sey 30 ℔; welche letztere Verhältniß zwar in der Aufgabe nicht ausdrücklich angegeben, jedoch aber als bekannt angenommen wird (§. 957). Folglich müßte man bey diesem Exempel nach der gemeinen Art (§. 943) die Regel Detri mehr als einmal anbringen. Derowegen bedienet man sich hierbey viel lieber der Regel Multiplex, und setzet die Auflösung als folget:

696 #

		696 #	
	# 1	8 fl. . 2	
	fl. 1	30 ℋ	
29.	ℋ xxß	1 Alb. Thl.	
	29	41760	
	Fac. 1440 Alb. Thl. die gesuchte Antwort.	12 . . .	
		11 . .	

Nämlich, weil allhier die Frage ist, wie viel 696 # machen, so schreibet diese Fragezahl obenan zur Rechten, und weil diese **Ducaten** heißen, so müsset ihr zur Linken mit dem Namen **Ducaten** anfangen, und in solcher kettenweisen Verknüpfung, die zu dieser Ausrechnung gehörigen und vorhin gemeldten 3 Verhältnisse in 2 Columnen unter einander schreiben, bis endlich in der Columne zur Linken der Name **Alb. Thl.**, als welcher im Facit begehret wird, zum Vorschein kommt. Alsdenn kleinert die 116 gegen 8 in 4, so bleiben zur Linken 29, denn die übrigen Glieder sind nur Unitäten, welche nicht multipliciren können, und dahero ferner nicht geachtet werden. Zur Rechten aber saget: 2mal 3 (nämlich 30, allein die 0 wird dem Product nur aufs letzte beygefüget) ist 6. Demnach multipliciret die 696 mit 6, und setzet dem Product eine 0 (wegen gedachter 30) bey, so kommen 41760. Mithin dividiret die 41760 durch die 29, kommt das begehrte Facit 1440 Alb. Thl.

Nota 1. Die Zahlen, welche durch das Kleinern kommen (wie vorhin die 29 und 2), habe ich nicht nur allemal beyseite insbesondere, sondern auch mit Fleiß mit kleinerer Schrift, als die Zahlen des Aufsatzes selbst, setzen lassen, damit diese, als die Hauptzahlen, desto besser ins

Auge fallen, und von jenen desto leichter distinguiret werden mögen.

Nota 2. Zwar könnte man die 116 gegen 696 in 4 kleinern: Allein man würde auf solche Weise in der Columne zur Rechten die Zahlen 116, 8 und 30 in einander zu multipliciren bekommen, welche Multiplication nicht so geschwinde aus dem Kopfe zu verrichten ist, als wenn man 696 mit 2 mal 30 (wie vorhin gezeiget) multipliciren soll. Diese Geschicklichkeit im Kleinern hat insonderheit derjenige, der habil im Rechnen seyn will, eben sowol, als die bequemste Ordnung in der Multiplication (wovon oben §. 944 Artik. VII. erwehnet worden) jederzeit zu beobachten.

Nota 3. Ein Geübter, welcher in der Geschwindigkeit sehen kann, daß 116 gegen 696 in 116 zu kleinern, der kann dieselben gegen einander sofort in 116 kleinern (§. 644), und demnach die Auflösung dieses Exempels weit kürzer, und zwar als folget, anstellen:

		℔ ß ₰ . ₰
#	1	8 fl.
fl.	1	30 ʀ
ʀ xx ß		1 Alb. Thl.

— Fac. 1440 Alb. Thl.

Nämlich da die 116 gegen 696 in 116 gekleinert werden, so bleiben in der Columne zur Linken nur lauter Unitäten, welche weder multipliciren noch dividiren können. Mithin saget in der Columne zur Rechten: 6mal 8 ist 48, diese 3mal und (wegen 30) eine 0 beygefüget, geben 1440. Und da auf solche Weise der Divisor zur Linken 1 oder nichts ist (wie oben im §. 919 in der 2ten Art schon erkläret), so sind solche 1440 das gesuchte Facit in Alb. Thl. Jedoch wenn diese Verkleinerung nicht so geschwinde beyfällt, der kann es bey der Verkleinerung in 4 (wie vorher in der ersten Auflösung geschehen), als

welche

welche Verkleinerung durch gewisse Kennzeichen (§. 624 sequ.) zu erkennen ist, bewendet seyn lassen; zumal, da die ganz genaue Verkleinerung keine Nothwendigkeit ist, wie im §. 404, auch oben §. 921 und §. 945 schon angemerket worden.

Nota 4. Nicht ohne ist es, daß man dieses Exempel unter die Art Exempel ziehen könnte, welche durch die bloße Regel Detri solviret werden, und zwar unter solche Art, von welchen im §. 846 Artik. II. gemeldet worden, nämlich da C größere Sorten als A hat, und demnach beyde unter gleiche Namen gebracht werden; welchergestalt die Auflösung durch die bloße Regel Detri als folget käme.

116 ℔ = 1 Alb. Thl. = 696 # à 8 fl.

Fac. 1440 Alb. Thl. — (8

5568 fl. — (30

167040 ℔

51...

46..

Allein wenn ihr es betrachtet, so könnet ihr leichtlich sehen, daß in diesem Proceß 3 mal die Regel Detri angebracht worden. Denn die erste Multiplication mit 8 gründet sich auf den Aufsatz: 1 # thut 8 fl, was 696 #? und die andere Multiplication mit 30 entstehet aus dem Aufsatze: 1 fl. ist 30 ℔, was 5568 fl? Nur allein weil diese 2 Aufsätze nur Multiplicationsexempel sind, welche man in der Praxi nicht nöthig achtet allererst nach der Regel Detri aufzusetzen, so werden die erforderlichen Multiplicationen ohne besondern Aufsatz verrichtet (§. 361). Dannenhero stehet zwar einem jeden frey, dergleichen Exempel auf die Weise, wie gezeiget, nach der bloßen Regel Detri zu solviren; hingegen, wo die Sätze aus Proportionsexempeln bestehen, (wie hernach Exempel folgen sollen), da gehet die vorige Auflösungsart ohne Weitläuftigkeit nicht so leicht von statten. Indessen da man allhier das 30 mal 8 sache nicht sofort aus dem Kopfe, wie ein 100 faches (§. 1019 N°. 49, 50, und §. 1021 N°. 7 bis No. 16) hinschreiben kann; so rathe ich einem jeden viel lieber, daß er

sich gewöhne auch solche Exempel, wie das vorige ist, nach der Regel Multiplex zu solviren, damit er (anderer kleinen Vortheile wegen, zu geschweigen) bey einer Methode bleibe, und in solcher desto läuftiger werden möge.

Nota 5. Indessen weil bey diesem Exempel 7 Glieder bekannt sind, so kann dasselbe auch 7mal umgewendet werden (§. 964), wie aus dem nachfolgenden augenscheinlich zu ersehen.

N°. 2. Das vorige Exempel zurück: Nämlich 1440 Alb. Thl. nach den vorigen Coursen in Ducaten zu reduciren?

Allhier wird gesuchet, wie viel 1440 Alb. Thl. in # machen, derowegen setzet diese Fragezahl 1440 obenan zur Rechten, und weil dieselbe Alb. Thl. heißen, so fanget zur Linken mit dem Namen Alb. Thl. an, und continuiret den Aufsatz, wie vorhin gelehret, so kommt die Ausrechnung als folget:

	1440 Alb. Thl. . 18. 6
Alb. Thl. 1	116 ℔
℔ 30	1 fl.
fl. 8	1 #
—	Fac. 696 #.

Nämlich kleinert 30 gegen 1440 in 10 (das ist, wie schon oft gedacht, streichet beyderseits die o hinweg). Weiter kleinert 8 gegen 144 in 8; ferner 3 gegen 18 in 3, so bleibet in der Columne zur Linken nichts, und zur Rechten 116 und 6. Demnach multipliciret diese 116 und 6 mit einander, kommen 696, welche (wie schon vorhin N°. 1. Nota 3 angewiesen) die gesuchte Antwort in # sind.

N°. 3. Das vorige Exempel auf eine andere Art umgewendet, als: Einer hat vor 1440 Alb. Thl. 696 Ducaten

caten eingewechselt: Wenn nun der # 8 fl. gilt; wie hoch ist der Alb. Thl. in ℳ berechnet worden?

Allhier ist die Frage, wie 1 Alb. Thl. in ℳ komme. Derowegen fanget mit der Fragezahl 1 Alb. Thl. den Aufsatz zur Rechten an, und procediret nach gegebener Lehre, bis in dieser Columne der Name ℳ kommt, als welcher im Facit begehret wird, so kommt die Auflösung, als folget:

				1 Alb. Thl.	
℔. xs.	Alb. Thl.	xAAØ		ßßß #	. 116
	#	1		8 fl.	
	fl.	1		3Ø ℳ	
	—			Fac. 116 ℳ	

Nämlich da allhier nach der Verkleinerung zur Linken nichts, und zur Rechten nur 116 geblieben, so hat man ferner weder zu multipliciren, noch zu dividiren, und ist also die begehrte Antwort 116 ℳ.

N°. 4. Das vorige Exempel auf eine 3te Art umgekehret, nämlich 116 ℳ nach den vorigen Coursen in Alb. Thl. zu reduciren.

Allhier ist die Frage: Was 116 ℳ in Alb. Thl. ausmachen? Demnach fanget mit dieser Fragezahl 116 ℳ den Aufsatz zur Rechten an, und schreibet die andern Glieder der Verhältniß von der Linken nach der Rechten, bis endlich der Name **Alb. Thl.**, der zum Facit begehret wird, zur Rechten kommt, so präsentiret sich die ganze Auflösung, als folget:

				xxß ℳ	
	ℳ	3Ø		1 fl.	
	fl.	8		1 #	
xxß.	#	ßßß		xAAØ Alb. Thl.	xs. ß
	—			Fac. 1 Alb. Thl.	

All-

Allhier sind 30 gegen 1440 in 10, 8 gegen 144 in 8, 696 gegen 18 in 6 gekleinert, und ferner 116 gegen 116, wie auch 3 gegen 3 hinweg gestrichen worden, so bleibet zur Linken nichts, und zur Rechten 1 (oder so einerley 1 mal 1). Demnach ist das gesuchte Facit 1 Alb. Thl.

N°. 5. Das vorige Exempel auf eine 4te Art umgekehret. Einer wechselt vor 1440 Alb. Thl. 696 Ducaten. Wenn nun der Alb. Thl. 116 ℋ gilt; wie hoch kommt 1 # in fl. zu stehen?

Allhier ist die Fragezahl 1 #, und der Name der gesuchten Antwort fl. Demnach kommt die Berechnung als folget:

1 #
xxß. #ßßß xλλØ Alb. Thl. ℋ. 8
Alb. Thl. 1 xxß ℋ
ℋ 3Ø 1 fl.

— Fac. 8 fl.

Nämlich die 30 sind gegen 1440 in 10, die 696 gegen 144 in 6, die 3 gegen 24 in 3 gekleinert, und 116 gegen 116 hinweg gestrichen worden, so bleiben nur 8 zur Rechten, welche (wie vorhin öfters schon gemeldet) zugleich das verlangte Facit in fl. abgeben.

N°. 6. Das vorige Exempel auf eine 5te Art umgewendet: Einer wechselt vor 696 Ducaten 1440 Alb. Thl. Wenn nun der Alb. Thl. 116 ℋ gilt, wie viel # kommen vor 8 fl.?

Allhier ist die Fragezahl 8 fl., und der Name der verlangten Antwort Duc. Derowegen kommt die Auflösung, als folget:

8 fl.

8 fl.
fl. 1 ℔ ℔
ℳ xxß 1 Alb. Thl.
8. ℔ Alb. Thl. xℳℳ ßℌß # . xxß

— Fac. 1 #.

Nämlich wenn ihr allhier die Glieder eben also wie vorhin in N°. 5, kleinert, und über dieses auch die übrigen 8 zur Linken gegen die 8 zur Rechten hinweg streichet; so bleibet zur Rechten nur noch 1. Derowegen ist das Facit 1 #.

N°. 7. Das vorige Exempel auf eine 6te Art umgekehrt: Einer bekommt vor 1440 Alb. Thl. 696 Ducaten. Wenn nun der Alb. Thl. auf 116 ℳ, und der # auf 8 fl. bedungen, man wüßte aber nicht, wie viel ℳ auf 1 fl. berechnet worden, so fragt sich: Wie dieses zu finden sey?

Allhier ist die Fragezahl 1 fl., und der Name der begehrten Antwort ℳ. Derowegen kommt die Ausrechnung, als folget:

1 fl.
fl. 8 1 #
xxß. #ßßß ℳℳ℔ Alb. Thl. xßß. 30
Alb. Thl. 1 xxß ℳ

— Fac. 30 ℳ.

Nämlich die 8 sind gegen 1440 in 8, die 696 gegen 180 in 6 gekleinert, und 116 gegen 116 hinweg gestrichen worden, so bleibt nur 30 zur Rechten, die zugleich das begehrte Facit in ℳ angeben.

N°. 8. Das vorige Exempel endlich auf eine 7te Art umgewendet: Einer hat nach vorigen Coursen der Ducaten

caten und Alb. Thl. 696 # vor 1440 Alb. Thl. gezahlet, man wüßte aber die Vergleichung der fl. und ℋ nicht. Hierauf wird gefragt: Wie viel vor 30 ℋ an fl. berechnet worden?

Allhier ist die Fragezahl 30 ℋ, und der Name der begehrten Antwort fl. Demnach kommt die Ausrechnung, wie folget:

	ℋ XXß	30 ℋ 1 Alb. Thl.
2. XS. Alb. Thl.	XAAØ	ßØß # XXß
	# 1	8 fl
	—	Fac. 1 fl.

Nämlich die 1440 sind gegen 30 in 10, die 144 gegen 8 in 8; die 18 gegen 696 in 6 gekleinert, ferner beyderseits 116 und 3 hinweg gestrichen worden. Demnach bleibet zur Rechten nur noch 1, und ist also das Facit 1 fl.

Nota 1. Hieraus ist klar zu ersehen, daß das angeführte Exempel N°. 1, 7mal umgewendet worden, das ist, wie vorhin (eben bey dieser N°. in Not. 5) angemerket, so vielmal, als Glieder in dem Aufsatze enthalten sind. Es dienen aber solche Umwendungen nicht nur zu einer gemeinen Probe (§. 964), oder bloßer Uebung; sondern sie sind auch vermögend, einem Anfänger dieser Rechnungsart den ganzen Proceß, indem man immer bey einem einzigen Handel und einerley Coursen verbleibet, weit begreiflicher zu machen, als wenn ihnen zur Erklärung desselben gleich beym Anfange lauter Exempel von verschiedenen Handlungen und Coursen gegeben werden.

Nota 2. Wollet ihr das gedachte Exempel N°. 1 nach

der

der gezeigten Manier im §. 965 probiren, so kommt dieselbe nebst dem ganzen Aufsatze, als folget, zu stehen:

Pz.	Der Aufsatz			Pz.
10			696 ℔	3
6	℔	1	8 fl.	8
	fl.	1	30 ß	8
5	ß	116	1 Alb. Thl.	5
			Fac. 1440 Alb. Thl.	

Nämlich nehmet die Probzahl aus dem Facit 1440, welche denn 10 ist, und schreibet dieselbe beyseite zur Linken. Hernach nehmet die Probzahlen aus der Columne zur Linken, und zwar, weil die Probzahl 1 nicht geachtet wird, so nehmet nur die Probzahl aus 116, diese ist 6, und schreibet sie unter die vorige 10. Auf gleiche Weise nehmet die Probzahlen aus der Columne zur Rechten, nämlich sprechet: Aus 696 ist die Probzahl 3, aus 8 ist sie 8, und aus 30 ist sie gleichfalls 8. Hierauf multipliciret auf jeder Seite die gefundenen Probzahlen, als nämlich saget zur Linken: 6 mal 10 geben 60, deren Probzahl ist 5. Desgleichen saget zur Rechten: 3mal 8 geben 24, das ist 2: Diese 2 ferner mit der folgenden 8 multipliciret, geben 16, deren Probzahl ist ebenfalls 5, gleichwie auf der linken Seite. Aus dieser Gleichheit nun urtheilet man, daß die Ausrechnung recht sey.

Nota 3. Wer sich dieser sehr bequemen Probe hurtig und ohne Anstoß bedienen will, der muß nicht nur die Beschreibung derselben bey der Regel Multipler (§. 965), sondern auch alles dasjenige, so oben im §. 863

sequ. von solchen Probzahlen gelehret worden, mit Bedacht lesen, und dasselbe zuförderst sich wohl bekannt machen. Ich werde dahero bey den folgenden Exempeln die gedachte Probe öfters wohl beyseite notiren; jedoch wo nichts sonderliches zu erinnern seyn möchte, keine besonderen Worte davon machen.

N°. 9. Wenn der Ducaten in Hamburg 7 ℔ 2 ß Cor. (das ist in Dän. und Hollst. 6 ß Stück zu 5 ß) gilt, und die Lagio von B°. gegen Cor. $18\frac{3}{4}$ p. C.: Wie viel Thl. B°. kommen demnach vor 723 #?

In diesem Exempel siehet man abermal (wie solches vorhin in N°. 1. bereits erkläret worden), daß die Verhältniß der beyden Münzsorten, welche in einander reduciret werden sollen, nämlich der Duc. und Thl. B°., aus verschiedenen Verhältnissen bestehet, die zuförderst zusammen gesetzet werden müssen. Denn 1. hat man zu merken die Verhältniß der Duc. zu ℔ Cor., nämlich, daß der Preis eines Ducatens sey 7 ℔ 2 ß; 2. die Verhältniß des Correnten- zu dem Bancogelde, nämlich, daß $118\frac{3}{4}$ Cor. geben 100 B°.; über diese noch 3. die Verhältniß der ℔ zu Thl. (weil das Facit nicht in ℔ sondern in Thl. begehret wird), nämlich, daß 3 ℔ gleich sind mit 1 Thl. Diese letztere Verhältniß aber wird als bekannt angenommen, und dahero in der Aufgabe nicht angegeben (§. 957). Demnach müßte man dieses Exempel nach Anweisung §. 943) mehr als einmal nach der Regel Detri durcharbeiten, ehe man zu dem begehrten Facit gelangen könnte. Dannenhero bedienet man sich hierzu lieber der Regel Multiplex, welchergestalt die ganze Auflösung als folget zu stehen kommet:

Pz.					Pz.
		723 #			
5	# 8	8 ℔ Cor.	xø		8
8	øß. ℔ Cor. A 8	Aøø ℔ B°·	8ø		2
2	xø. ℔ B°· B	1 Thl. B°·	xø		4
3			2		
4	— Fac. 1446 Thl. B°·				4

Nämlich setzet die Fragezahl 723 # obenan zur Rechten. Hierauf fanget zur Linken mit dem Namen # an, und schreibet die vorhin gemeldten 3 Verhältnisse in solcher kettenweisen Verknüpfung, wie oben schon öfters gezeiget worden, bis endlich zur Rechten der Name Thl. B°· kommt, welcher im Facit begehret wird. Und zwar weil 1 # gleich gegeben ist mit 7 ℔ 2 ß Cor., so verwandelt diese 2 ß in einen Bruch aus 1 ℔, kommt 1 # à $7\frac{1}{8}$ ℔, folgends schaffet solchen Bruch durch die Vergrößerung mit 8 hinweg, und setzet demnach 8 # geben 57 ℔ Cor., wie hiervon oben (§. 944 in dem IV Artik.) gelehret worden. Desgleichen, weil $118\frac{3}{4}$ Cor. gleich gegeben sind mit 100 B°·, so schaffet auch diesen Bruch durch die Vergrößerung mit 4 hinweg, und setzet 475 Cor. geben 400 B°· Was aber ferner die Ausrechnung bey diesem Aufsatze betrifft, achte nicht nöthig zu beschreiben, weil solches in vorigen Exempeln zur Gnüge erkläret worden.

Nota 1. Insonderheit beziehe ich mich, was das Kleinern betrifft, auf die gegebenen Kennzeichen im §. 625 sequ. Denn wenn ihr diese auswendig wisset, so werdet ihr gar bald sehen können, ob, und in wieviel eine Zahl aus der Columne zur Rechten gegen eine Zahl aus der Columne zur Linken zu kleinern sey. Eben zu diesem Ende habe oben schon (§. 962) bey der Regel Multiplex erinnert, daß man die gedachten Kennzeichen sich vorher wohl bekannt machen solle. Gleichergestalt habe nicht mehr nöthig erachtet, die beyseite gestellete Probe, von welcher im §. 965, wie

nicht minder bey voriger N°. 8 Not. 2 genugsame Anleitung gegeben worden, allhier insbesondere zu erklären.

Nota 2. Indessen hat man bey diesem Exempel dasjenige zu merken, wovon oben im §. 959 gemeldet worden. Nämlich, weil die Verhältniß der ℔ zu Thl., sowol in B°. als Cor. verstanden werden kann, denn gleichwie 3 ℔ B°. geben 1 Thl. B°., also sind auch 3 ℔ Cor. gleich 1 Thl. Cor.; desgleichen kann die Verhältniß des Cor. zu dem Bancogelde, sowol in ℔ als in Thl. verstanden werden, denn gleichwie 475 ℔ Cor. geben 400 ℔ B°., also sind auch 475 Thl. Cor. gleich 400 Thl. B°. (§. 1005): So kann man dahero bey dem Gliede zur Linken, allwo ℔ Cor. kommen müssen, nach Belieben auch wohl erstlich die Verhältniß der ℔ Cor. zu Thl. Cor.; und hernach ferner die Verhältniß des Cor. zu dem Bancogelde in Thl. setzen, welchergestalt der Aufsatz dieses Exempels, als folget, zu stehen kommt:

		723 ℔
℔	8	57 ℔ Cor.
℔ Cor.	3	1 Thl. Cor.
Thl. Cor.	475	400 Thl. B°.

Da nun bey diesem Aufsatze in jeder Columne eben dieselben Zahlen, wie bey dem vorigen Aufsatze sich befinden, und in der fernern Ausrechnung gleichviel ist, welche Zahl oben oder unten stehet, so bleibet auch der übrige Proceß eben also, wie vorhin.

Nota 3. Also kann man auch die mehrerley namige Zahl 7 ℔ 2 ß (besage des IV Artikels §. 944) zu lauter ß machen, folglich den Aufsatz und die Ausrechnung auf folgende Weise anstellen:

723 ℔

	# 1		723 #	
xß . ßß .	ß Cor.	478	xxx4 ß Cor.	xß
ß .	ß B°.	48	4ßß ß B°.	8ß
			1 Thl. B°.	xß
				2
			Fac. 1446 Thl. B°.	

Oder auch nach vorhergehender Not. 2, also:

	# 1		723 #
	ß Cor.	48	114 ß Cor.
	Thl. Cor.	475	1 Thl. Cor.
			400 Thl. B°.

wobey ferner, wie vorhin, procediret, kommt das Facit 1446 Thl. B°. Allein wer geschickt im Rechnen ist, der verwandelt bey dergleichen Fällen, die kleinen Sorten lieber in Brüche, und schaffet solche Brüche alsdenn durch die Vergrößerung hinweg, wie vorher bey der ersten und andern Auflösung dieses Exempels gezeiget worden. Denn solchergestalt hat man weniger im Kopfe zu rechnen, indem das Product (wie z. E.) von 8 mal $7\frac{1}{8}$ ℔, leichter ist, sofort hinzuschreiben, als wenn man die 7 ℔ mit 16 multipliciren soll.

Nota 4. Hieraus ist zugleich zu ersehen, obwol in diesen nächsten 2 Aufsätzen andere Zahlen, als in den vorigen erstern 2 Aufsätzen stehen, daß dennoch in dem Facit einerley kommen muß. Denn, wenn die Zahlen in jedem Aufsatze gehörigermaßen gekleinert werden, so bleibet in allewege zur Linken nichts, und zur Rechten 723 und 2, welche mit einander multipliciret, geben das gesuchte Facit 1446 Thl. B°.

Nota 5. Daß aber dieses Exempel, weil in dem Aufsatze abermal 7 Glieder sind, 7 mal umgewendet werden kann (§. 964), solches habe vorhin schon an dem 1sten Exempel klar gewiesen und umständlich ausgeführet, weswegen ich auch unnöthig erachtet, alle solche Umwendungen bey gegenwärtigem oder auch fernerhin

folgenden Exempeln, insonderheit wo nichts sonderliches darbey zu merken vorfällt, vorstellig zu machen. Jedoch thun Anfänger wohl daran, wenn sie alle Umwendungen in der That aufsetzen und berechnen, wie hiervon vorhin bey N°. 8 in Not. 1 schon erwehnet worden.

N°. 10. Wenn die Ducaten in Hamburg 1 p. C. besser als 2 Thl. B°., und der Cours zwischen Hamburg und Königsberg 119 ℔ Pol.; wieviel betragen 1000 # (wenn selbige z. E. in Hamburg gekauft, und per Wechsel in Königsberg bezahlet werden sollten) in fl. Pol.

Allhier ist die Fragezahl 1000 #, und der Name der begehrten Antwort **fl. Pol.** Demnach fanget den Aufsatz mit 1000 # an, und procediret, wie folget:

Pz.			1ØØØ #		Pz.
8	#	1	2 Thl. in # à 2 Thl.		10
8	Thl. in # à 2 Thl.	1ØØ	101 Thl. B°.		2
	Thl. B°.	1	119 ℔ Pol.		2
	℔ Pol.	3Ø	1 fl. Pol.		9
					8
8		3 24038		238	8
				238	
	Fac. fl. Pol.	8012=20 ℔			

Nämlich streichet, nachdem der Aufsatz beschriebenermaßen geschehen, in jeder Columne oo und o hinweg, so werden beyde Seiten in 100 und 10 gekleinert, und bleibet in der Columne zur Linken nur noch 3; und zur Rechten 2, 101 und 119. Demnach multipliciret diese 2, 101 und 119 in einander, und zwar weil das hieraus entstehende Product nicht so leicht aus dem Kopfe hinzuschreiben ist, wie bey den vorhergehenden Exempeln geschehen, so multipliciret beyseite die 119 mit 2, und die kommenden 238 ferner (nach Anzeigung §. 174) mit

101,

101, das endlich hieraus kommende Product aber könnet ihr sofort gehörigermaßen unter die Columne zur Rechten hinschreiben. Endlich dividiret die 24038 durch die 3, kommt das begehrte Facit 8012⅔ fl. oder 8012 fl. 20 ℔ Pol.

Nota 1. Wegen der beyseite gestelleten Probe, habet ihr allhier insonderheit dasjenige zu beobachten, welches im §. 965 Artik. III. zu merken geheißen worden, nämlich, weil allhier die Probzahl aus dem Facit ℔ heißt, so müsset ihr die Probzahl aus 1 fl., als dem letzten Gliede zur Rechten, ebenfalls zu ℔ machen, und dahero entstehen auf dieser Seite in der letztern Probzahl die 8.

Nota 2. Was aber die Verhältniß der # zu den Thl. B°. betrifft, so kann man dieselbe auch sogleich in eins setzen, nämlich 50 # geben 101 Thl., das ist (weil 1 # ausser der Lagio p. C. 2 Thl. berechnet wird) 50mal 2 Thl. und noch 1 Thl. Lagio auf solche 100 Thl., welchergestalt der Aufsatz und die Ausrechnung, als folget zu stehen kommt:

	xØØØ #	2
# 8Ø	101 Thl. B°.	
Thl. B°. 1	119 ℔ Pol.	
℔ Pol. 3Ø	1 fl. Pol.	

3 | 24038 | 238
238

Fac. 8012 fl. 20 ℔ Pol.

Nota 3. Dasjenige, was vorhin beym 9ten Exempel in Not. 4 gemeldet worden, ist nicht minder auch allhier zu merken, und demnach auch hieraus klar zu ersehen, daß bey dergleichen Veränderungen in dem Aufsatze, nach dem Kleinern dennoch der unveränderte Divisor zur Linken, und so auch der unveränderte Dividendus zur Rechten, folglich auch das unveränderte Facit kommen muß.

N°. 11. Voriges Exempel zurück, nämlich 8012 fl. 20 ℋ Pol.; wieviel machen sie nach gemeldten Coursen an Ducaten in Hamburg?

Allhier ist die Fragezahl 8012 fl. 20 ℋ oder 8012⅔ fl., und der Name der begehrten Antwort die Ducaten in Hamburg. Derowegen fanget den Aufsatz zur Rechten mit den 8012 fl. 20 ℋ oder 8012⅔ fl. an, und zwar weil diese Frage eine mehrerley namige oder vermischte Zahl ist, so machet entweder die 8012⅔ fl. zu lauter Drittel fl, kommen 24038 Drittel fl; oder die 8012 fl. 20 ℋ zu lauter ℋ, kommen 240380 ℋ. Und merket nur, wenn ihr in der Frage 24038 Drittel fl. setzet, daß ihr zur Linken wiederum mit dem Namen Drittel fl; so ihr aber in der Frage 240380 ℋ setzet, daß ihr zur Linken wiederum mit dem Namen ℋ anfangen müsset, wie oben (§. 944 Artik. V) gelehret worden; welchergestalt die Ausrechnung dieses Exempels, als folget, zu stehen kommt:

24038 (3tel fl.

3tel fl. 1	10 ℋ Pol.
ℋ Pol. 119	1 Thl. Hamb. B°.
Thl. B°. 101	50 #

119	12019	12019000
119		
	Fac. 1000 #	

Oder also: 240380 ℋ Pol.

ℋ Pol. 119	1 Thl. Hamb. B°.
Thl. B°. 101	50 #

119	12019	12019000
119		
	Fac. 1000 #, wie vorhin.	

Nota 1.

Nota 1. Ein geübter wird gar bald sehen können, daß 119 gegen 24038 in 7; und die hieraus kommende 17 und 3434 ferner in 17; alsdenn auch die 101 gegen 202 in 101 zu kleinern sind (von welcher Verkleinerungsart oben §. 644, wie auch vorhin N°. 1 Not. 3 bereits gemeldet worden), welchergestalt die Auflösung dieses Exempels, wie folget, zu stehen kommen kann.

		ZAØZ8 (3tel fl.	ZAZA
	3tel fl. 1	10ge Pol.	ZØZ
XZ.	ge Pol. XXØ	1 Thl. B°.	2
	Thl. B°. XØX	50 #	

— Fac. 2mal 50 mal 10,
das ist 1000 #

Nota 2. Dasjenige, so vorhin beym 9ten Exempel Not. 5 angemerket worden, ist nicht minder auch beym 10ten Exempel zu merken. Jedoch, weil durch die Umwendung dieses Exempels auf solche Art, wie in gegenwärtiger N°. 11 geschehen, zugleich der V Artik. (§. 944) deutlicher erkläret wird; als habe insonderheit diese Umwendung allhier mit Fleiß vorstellen wollen.

N°. 12. Wenn der Wechselcours zwischen Königsberg und Hamburg, wie vorhin 119 ge Pol., der Ducaten aber allda 1 p. C. schlechter als 2 Thl. B°.: Wieviel müssen nach diesen Coursen für 1000 # in Königsberg an A. Pol. gezahlet werden? Also:

Pf.				Pf.
		100 Ø #		
℔	#	1	2 thl. in # à 2 thl.	10
8	thl. in # à 2 thl.	101	100 thl. Hamb. B°.	℔
	thl. B°.	1	119 ℋ Pol.	9
	ℋ Pol.	3 Ø	1 fl. Pol.	4
8		303	2380000	8
	Fac. 7854 fl.		259 . . .	
	23 à 24 ℋ		166 . .	
	in C^a.		145 .	
	(5/6)		Rest 238 fl. d. i. 7140	
			108 .	
			Rest 171 ℋ.	

Nämlich zur Linken bleibet nach dem Kleinern noch 101 und 3; und zur Rechten 100, 2, 100 und 119. Demnach multipliciret zur Linken 101 mit 3; und zur Rechten 119 mit 2, seßet aber wegen der übrigen Factorum 100 und 100, an das Product 238 noch 4 Nullen, so habt ihr den Divisorem 303, und den Dividendum 2380000, welche in einander dividiret, geben das begehrte Facit 7854 fl. 24 ℋ in C^a.

Nota 1. Obgleich hier das Facit auf 7854 fl. 24 ℋ in C^a. gestellet worden, so muß doch in der Probe, wie leicht zu erachten, auf das punktuelle Facit gesehen werden. Derowegen notiret unter die 7854 fl. 23 die Probzahl aus dem zu diesem Facit gehörigen Bruche 1/3 0 7 1/3, obschon dieser nicht wirklich hingeschrieben worden, kommen (5/6). Nun ist die Probzahl aus 7854 fl. 23 5/6 nur 1, so nicht nöthig ist aufzuschreiben; gleichwol muß die Probzahl aus dem lezztern Gliede zur Linken,

nämlich

nämlich aus 1 fl., ebenfalls zu 6tel ℔ gemacht werden (wie vorhin N°. 10 Not. 1 schon gemeldet worden), und eben dahero entstehen auf dieser Seite in der letztern Probzahl die 4.

Nota 2. Wenn man in diesem Falle, da die # schlechter als 2 Thl. B°. sind, ihre Verhältniß sofort in Thl. stellen will (wovon vorhin in N°. 10. Not. 2 gemeldet worden), so muß man setzen 101 # geben 200 Thl. B°., das ist 101 Duc., welche à 2 Thl. B°. gerechnet, 202 Thl. geben müßten, machen, wegen des 1 p. C. Verlust, nur 200 Thl. B°., welchergestalt der Aufsatz und die Berechnung dieses Exempels als folget kommet:

	100 ø #
# 101	200 Thl. B°.
Thl. B°. 1	119 ℔ Pol.
℔ Pol. 3ø	1 fl. Pol.
303	2380000

Diese Zahlen ferner in einander dividiret, wie vorhin, so kommt das begehrte Facit.

N°. 13. Dieses Exempel zurück: 7854 fl. 24 ℔, wie viel machen sie nach vorgedachten Coursen an # in Hamburg?

Allhier ist die Frage eine mehrerley namige oder vermischte Zahl, nämlich 7854 fl. 24 ℔ oder $7854\frac{4}{5}$ fl. Derowegen verfahret nach Anweisung §. 944 Artik. V, und insonderheit wie vorhin N°. 11 gezeiget worden, welchergestalt die Auflösung, als folget zu stehen kommt:

7854$\frac{4}{5}$ fl.

(5

39274 (5tel fl.

5tel fl. 1 — ℔ Pol. 5

℔ Pol. 119 — 1 Thl. B°.

100. Thl. B°. 200 — 101 #

11900	11900022	117822
		117822
Fac. 1000 # in C^{a}.	22	

Oder: 7854 fl. 24 ℔

(30

235644 ℔ Pol.

℔ Pol. 119 — 1 Thl. B°.

Thl. B°. 200 — 101 #

23800	23800044	235644
		235644
Fac. 1000 # in C^{a}.	44	

Nota 1. Daß ich in diesem andern Aufsatze die 200 nicht gegen 235644, gleichwie in dem ersten Aufsatze gegen 6, in 2 gekleinert, ist die Ursache diese, weil man ohne Verkleinerung die 119 eher mit 2 multipliciren, als die große Zahl 235644 in 2 dividiren oder verkleinern kann; und da auch in dem übrigen Proceß durch solche Verkleinerung in 2 kein Vortheil ist, so habe dieselbe auch nicht geachtet.

Nota 2. Dasjenige, so oben beym 26ten Exempel (§. 1019) angemerket worden, ist nicht minder auch allhier bey der Regel Multiplex zu merken. Wollte man aber ja die punktuellen 1000 # wieder zum Facit haben, so müßte man auch in der Fragezahl das punktuelle vorige Facit aus N°. 12 setzen, welches ist 7854$\frac{238}{303}$ fl. oder 7854 fl. 23$\frac{17}{30}$ ℔, als folget:

7854

7854 2/3 3/0 8/3

—(303 ℔ℬ

℔ℬ8ØØØØ(303tel fl. ℔ØØ
100

z. 303tel fl. ℬØℬ — ℬØ ℋ Pol. 10
ℋ Pol. XXØ — 1 Thl. Bo.
Thl. Bo. ℔ØØ — XØX #

— Fac. 10 mal 100,
d. i. 1000 #

Oder: 7854 fl. 23 1/3 7/0 1/3 ℋ

—(30

235643 ℋ

—(303

ℕXAØØØØØ (303tel ℋ ℔ℬ8ØØØ
ℋ ganz. ℋ — 1 ℔ØØØ
ℋ Pol. XX9 — 1 Thl. Bo. 100
Thl. Bo. ℔ØØ — XØX #

z. 303tel ℋ ℬØℬ

— Fac. 1000 #

N°. 14. Danzig lässet von Amsterdam 1000 Ducaten kommen, welche allda à 5 fl. 4 Stüb. Hol. Cor. gelten. Wenn nun Agio di Bo. in Amsterdam 5 p. C. und der Wechselcours zwischen Danzig und Amsterdam 288 ℋ Pol. p. 1 L. Vls. Bo.; so fraget sich: Wieviel nach diesem Wechselcours vor solche 1000 # in Danzig an fl. Pol. zu zahlen sey?

Allhier ist die Fragezahl 1000 #, und der Name der gesuchten Antwort fl. Pol. Demnach fanget mit 1000 # an, und procediret, als folget:

Pf.				Pf.
8		# 8	26 fl. Hol. Cor.	10
5	21.	fl. Hol. Cor. xøß	xøø fl. Hol. B°. 2	4
6		fl. Hol. B°. 6	288 ℔ Pol. 48	2
6		℔ Pol. 3ø	1 fl. Pol. 16	
8				
3		21	166400	3
		(3/7)	55466 = 20 ℔	
			Fac. 7923 fl. 24 3/7 ℔	

Nämlich weil 1 # gleich 5 fl. 4 St., und diese eine mehrerley namige Zahl ist, so verwandelt die kleinen Sorten (besage des IV. Artik. §. 944, und wie solches oben N°. 9 schon gezeiget worden) in einen Bruch eines Guldens, kommen 5 1/5 fl.; ferner schaffet den Bruch hinweg, und setzet: # 5 geben 26 fl. Also auch, weil 1 L. Vls. gleich 6 fl. Hol., und es folglich einerley ist, ob man saget: 288 ℔ p. 1 L. Vls., oder p. 6 fl. Hol., so hat man nicht nöthig, solche fl. erstlich zu L. Vls. zu machen, sondern man setzet lieber sofort: fl. 6 geben 288 ℔ Pol. Der fernere Proceß ist aus den vorigen Exempeln, welche zur Genüge erkläret worden, zu ersehen.

Oder es kann dieses Exempel also gesetzet und soviret werden.

		xøøø #	200
	# 1	104 Stüb. Hol. Cor.	
21.	St. Hol. Cor. xøß	1øø Stüb. Hol. B°.	
2.	St. Hol. B°. x2ø	288 ℔ Pol.	48
	℔ Pol. 3ø	1 fl. Pol.	16
			8
	Divis. 21	166400 Dividend.	
		wie vorhin.	

Allhier

Allhier sind die 5 fl. 4 Stüb. zu lauter Stüb. gemachet (wie oben bey N°. 9 Not. 2 gezeiget), und demnach # 1 = 104 Stüb. gesetzet, und da 1 L. Vls. gleich 120 Stüb., so sind an statt 1 L. Vls lieber so fort 120 Stüb. mit 288 ℋ Pol. verglichen worden.

Nota 1. Was aber die Multiplication der gebliebenen Zahlen in der Columne zur Rechten betrifft, so kann man allhier in beyden Aufsätzen das Product so fort unmittelbar hinschreiben, nämlich in diesem andern Aufsatze saget: 2 (wobey die oo bis aufs letzte behalten werden, wie öfters schon gemeldet) mal 8 geben 16, 16 mal 104 aber kann man sogleich aus dem Kopfe hinschreiben, denn weil in 104 die mittlere Ziffer eine o ist, so darf man nur bedenken, daß es heiße: 16 mal 100 und 16 mal 4, das ist 1600 + 64, oder zusammen 1664; woran die gedachten oo gesetzet werden. Also auch in jenem ersten Aufsatze, da zur Rechten 2 (nämlich nebst oo) 26, 2 und 16 geblieben, so saget: 2 mal 2 ist 4: 4 mal 26 ist 104, welche ferner mit 16, wie vorhin erwehnet, leicht zu multipliciren.

Nota 2. Wegen der Probe ist allhier dieses zu merken, daß die Probezahl aus dem letztern Gliede zur Rechten zwar zu 7tel ℋ gemachet werden müsse, weil die Probzahl aus dem Facit 7tel ℋ heißet (wie zu ersehen N°. 10 bey Not. 1 und N°. 12 bey Not. 1); allein da solches letzte Glied 1 fl. ist, welcher nur 1 (7tel ℋ bringet (denn 1 fl. hat 8 ℋ und 8 mal 7 geben 56, das ist 1) und die Probzahl 1 nicht aufgeschrieben wird, so läßt man es hinweg.

Nota. 3. Aus diesen beyden Aufsätzen könnet ihr abermal dasjenige merken, welches vorhin N°. 9 Not. 2 angemerket worden, nämlich, daß ihr die Verhältniß des Cor. zu dem Bancogelde nach Belieben, entweder in fl. oder in Stüb. setzen dürfet (§. 1005).

Nota 4.

Nota 4. Wie bey diesem Exempel in dessen Umwendung zu verfahren sey, solches ist insonderheit aus voriger N°. 13 zu ersehen. Demnach darf man allhier bey dem Rückwege in der Fragezahl nur 7923 fl. 24 ℋ, oder $7923\frac{4}{5}$ fl. nehmen, so müssen die 1000 # sehr nahe wiederum zum Vorschein kommen. Will man aber solche 1000 # wiederum punktuell haben, so ist bey gedachter N°. aus Not. 2 bereits zu ersehen, wie man zu thun habe.

N°. 15. Leipzig lässet aus Amsterdam Ducaten kommen, welche daselbst 5 fl. 4 Stüb. Cor. gelten. Wenn nun Agio di B°. in Amsterdam 5 p. C., und der Wechselcours von Leipzig nach Amsterdam in B°. $133\frac{1}{4}$ p. C.; wieviel sind nach diesen Coursen vor solche 1000 # in Leipzig an Thl. zu zahlen?

Allhier ist die Fragezahl, wie vorhin, 1000 #, der Name der gesuchten Antwort aber **Leipziger Thl.** Derowegen setzet es, als folget:

Pf.				Pf.
2		XØØØ #	2ØØ	10
5	# 8	26 fl. Hol. Cor.	4Ø	4
6	21. fl. Hol. Cor. XØ 8	1ØØ fl. Hol. B°.	8	2
5	fl. Hol. B°. 8	2 Thl. Hol. B°.	2	4
4	Thl. Hol. B°. 4ØØ	533 Thl. in Leipz.		—
7				7

21 / 3 / 7 — 55432 | 533
18477 Thl. 8 Gℊ | 2132

Fac. 2639 Thl. $14\frac{6}{7}$
oder 15 Gℊ in C[a].

Dieser Aufsatz ist mehrentheils gleich dem ersten Aufsatze N°. 14. Nur allein was die Verhältniß der fl. Hol. zu den Thl. Hol. betrifft, so ist zu wissen, weil $2\frac{1}{2}$ fl. Hol. gleich sind mit 1 Thl. Hol., so habe durch die Vergrösserung

serung mit 2 gesetzet: 5 fl. geben 2 Thl. Ferner, weil 100 Thl B°. gleich gegeben sind mit 133¼ Thl. in Leipz. so habe durch die Vergrößerung mit 4 gesetzet: 400 Thl. B°. geben 533 Thl. in Leipz. Uebrigens bleibet nach dem Verkleinern beyder Columnen gegen einander, zur Linken nur 21, und zur Rechten 26, 2, 2 und 533. Derowegen saget: 2 mal 2 ist 4, und 4 mal 26 geben 104. Hierauf multipliciret beyseite die 533 mit 104, kommt das Product 55432, welches endlich in 21 dividiret wird.

Nota 1. Wegen der Probe hat man allhier eben dasjenige zu merken, welches oben N°. 12 Not. 1 erinnert worden. Nämlich, daß man die Probezahl aus dem wahren Facit, welches ist 2639 Thl. 14⅖ Sgl nehmen, auch die Probezahl aus dem letzten Gliede zur Rechten, das ist, aus 533 Thl. zu 7tel Sgl machen muß.

Nota 2. Wenn ihr dasjenige beobachtet, das ich oben beym 9ten Exempel Not. 2 angemerket habe, so könnet ihr gar leicht sehen, daß allhier der Auffatz auch wie folget gesetzet werden möge:

	1000 #
# 5	26 fl. Hol. Cor.
fl. Hol. Cor. 5	2 Thl. Hol. Cor.
Thl. Hol. Cor. 105	100 Thl. Hol. B°.
Thl. B°. 400	533 Thl. in Leipz.

Allhier ist erstlich die Verhältniß der fl. zu den Thl., und hernach die Verhältniß des Cor. zu dem Bancogelde in Thl. gesetzet worden. Uebrigens sind bey diesem Auffatze die Zahlen in jeder Columne ganz gleich den Zahlen in dem vorigen Auffatze; derowegen bleibet auch der fernere Proceß ganz gleich dem vorigen.

Nota 3.

Nota 3. Also könnet ihr allhier auch die 5 fl. 4 Stüb. zu lauter Stüb. machen, wie in N°. 14 im andern Aufsatze geschehen, welchergestalt der Aufsatz und die Ausrechnung dieses Exempels, als folget, zu stehen kommt:

	xØØØ # zØ
# 1	104 St. Cor. x
21. St. Cor. xØß	xØØ St B°.
St. B°. ßØ	1 Thl. B°.
Thl. B°. 4ØØ	533 Thl. in Leipz.
Divisor 21	55432 Divid. | 533
	wie vorhin. | 2132

Oder nach Anzeigung vorhergehender Not. 2, also:

	1000 #
# 1	104 Stüb. Cor.
Stüb. Cor. 50	1 Thl. Cor.
Thl. Cor. 105	100 Thl. B°.
Thl. B°. 400	533 Thl. in Leipz.

welcher Aufsatz den Zahlen nach gleich ist dem nächst vorigen.

Nota 4. Wenn ihr dieses Exempel zurück machen wollet, so nehmet zur Fragezahl nicht 2639 Thl. 15 Ggr, sondern viel lieber $2639\frac{5}{8}$ Thl., indem es leichter ist, die $2639\frac{5}{8}$ Thl. mit 8 zu vergrößern, als 2639 Thl. zu lauter Ggr durch die Multiplication mit 24 zu machen, wie hiervon oben bey N°. 9 Not. 3 bereits Meldung geschehen. Hingegen ist solches bey N°. 11. 13 und 14 in Not. 3 deswegen nicht geachtet worden, weil bey denselben die Reduction der fl. in gr durch die Multiplication mit 30 (als mit einer angewachsenen einzelnen Ziffer, §. 71) geschiehet, welche Multiplication eben so leicht unmittelbar hin-

hingeschrieben werden kann, als wenn man mit einer einzelnen Ziffer multipliciret (§. 716).

N°. 16. Danzig will nach Londen 400 L. Sterl. remittiren, giebt derowegen Ordre nach Londen, diese Summe nach Amsterdam zu traßiren. Wenn nun Londen diese Tratta per Amsterdam à 35 ß 3 ℛ p. 1 L. Sterl. effectuiret, und Danzig die Valute nach Amsterdam à 287 ℋ Pol. p. 1 L. Vls. B°. remittiren soll; wie viel fl. Pol. hat es demnach vor solche 400 L. Sterl. zu zahlen?

Allhier ist die Fragezahl 400 L. Sterl., und der Name der gesuchten Antwort fl. Pol. Demnach fanget den Aufsatz mit der Zahl 400 L. Sterl. an, und procediret ferner als folget:

Pz.				Pz.
		400 L. Sterl.		
3	L. Sterl. 4	1401 ß Vls. B°.	47.	4
4	ß Vls. B°. 20	287 ℋ Pol.		0
0	ℋ Pol. 50	1 fl. Pol.		2
8				
2	2	13489	14350	2

Fac. 6744½ fl.

Nämlich weil 35 ß 3 ℛ = 35¼ ß, so setzet 4 L. Sterl. geben 4mal 35¼ ß, das ist 141 ß Vls. Also auch, weil 1 L. Vls. = 20 ß Vls., so setzet sofort, 20 ß Vls. geben 287 ℋ Pol. Wenn ihr ferner die Columnen gegen einander gekleinert, so bleiben zur Linken nur 2; und zur Rechten 47 und 287. Diese beyde Zahlen habe ich nach Anzeigung §. 726 mit einander multipliciret, nämlich beyseite, sind die 287 mit 50 multipliciret, und von diesem 50fachen alsdenn 3mal 287 (auf die Weise, wie §. 193 gelehret,) subtrahiret worden, kommt sodann das 47fache 13489, welches endlich in 2 dividiret wird.

N°. 17. Voriges Exempel zurück: Danzig kaufet einen Amsterdamer Brief à 287 ℋ p. 1 £. Vls. B°. bezahlet davor die Valute mit 6744½ fl. Pol., sendet denselben nach Londen, allwo er à 35 ß 3 ₰ Vls. p. 1 £. Sterl. vernegotiret wird: Wie viel £. Sterl. sind demnach in Londen davor zu empfangen?

Allhier ist die Fragezahl 6744½ fl. Pol., oder vielmehr, wie oben schon etlichemal angezeiget, 13489 halbe fl. Pol., und der Name der gesuchten Antwort £. Sterl. Derowegen setzet:

		XZ4S9	halbe fl. Pol.
halbe fl. Pol.	1	XßH	Pol. 5
H	Pol. 287	20 ß	Vls. B°.
47. ß	Vls. B°. XAX	4	£. Sterl.
14350	XZ4S9	Fac. 400	£. Sterl.

Nämlich weil der Wechsel zwischen Londen und Amsterdam in ß Vls. ist, so setzet lieber die 287 ℋ sofort p. 20 ß, und nicht p. 1 £. Vls; damit ihr zur Linken so gleich mit dem Namen ß Vls. anfangen, und selbige mit den £. Sterl. vergleichen könnet. Wenn ihr ferner die 141 gegen 15 in 3 gekleinert, bleibet zur Linken 287 und 47, und zur Rechten 13489, 5, 20 und 4. Nun kann man zwar nicht in der Geschwindigkeit sehen, daß 47 oder 287 gegen 13489 zu kleinern sind; allein wenn ihr zur Linken die 287 mit 47 multipliciret (welche Multiplication auf die Weise geschehen ist, wie beym nächst vorigen Exempel erkläret worden), und das Product 13489 gefunden, so könnet ihr alsdenn diese 13489 gegen die 13489, welche sich noch in der Columne zur Rechten befinden, hinweg streichen, bleibet so denn zur Linken nichts, und zur Rechten noch 5, 20 und 4, welche in einander

multi-

multipliciret, das gesuchte Facit geben, nämlich 400 £. Sterl.

Nota. Eben hieraus entstehet die Ursache (von welcher oben §. 963 erwehnet), warum ich im VII Artik. §. 944 geheißen: **Erstlich** die Columne zur Linken multipliciren. Denn wenn ihr allhier erstlich die Columne zur Rechten multipliciren wollet, würdet ihr die große Zahl 13489 mit 5, 20 und 4 multipliciren müssen, und über diese große Multiplication, an solchem Product gleichwol noch nicht das begehrte Facit haben; da hingegen nach gezeigter Manier die große Zahl 13489 hinweg fällt, und ihr nur 5, 20 und 4 mit einander multipliciren dürfet, so kommt sofort das gesuchte Facit. Da nun bey den allermeisten Exempeln in der Wechselrechnung das linke Product, als der Divisor, gemeiniglich kleiner als das rechte Product kommet, so habe mit Fleiß geheißen: **Erstlich** die Columne zur Linken zu multipliciren, damit man zuweilen den Vortheil erlangen möge, daß das daraus entstehende Product, wenn es erst gefunden worden, gegen eine Zahl zur Rechten entweder gänzlich hinweg falle, wie aus nächst vorigem Exempel zu ersehen, oder doch sonst in ein solches Maaß zu kleinern sey, welches Maaß man vorher nicht sofort hat sehen können.

N°. 18. Wenn der Cours von Königsberg nach Hamburg 119 ℋ p. 1 Thl. B°., und von London nach Hamburg 34 ß 10 ₰ Vls. p. 1 £. Sterl. Wie viel betragen demnach 400 £. Sterl. in fl. Pol.?

Allhier ist die Fragezahl, wie vorhin in N°. 16, 400 £. Sterl., und der Name der gesuchten Antwort **fl. Pol.** Demnach fanget den Aufsatz mit den 400 £. Sterl. an, und verfahret ferner, als folget:

Pf.			Pf.
	£. Sterl. 6	400 £. Sterl. 5	
0	ß Vls. B°. 8	209 ß Vls. B°.	4
	ℋ Pol. 30	119 ℋ Pol.	0
		1 fl. Pol.	

18 (2/9) 124355 | 595
62177 = 15 ℋ | 5355
Fac. fl. 6908 = 18 1/3 ℋ | 1190.

Nämlich weil 34 ß 10 ß = 34 5/6 ß, so setzet 6 £. Sterl. geben 6 mal 34 5/6 ß, das ist 209 ß Vls. B°. Also auch weil 1 Thl. B°. in Hamburg = 8 ß Vls., so setzet sofort 8 ß Vls. geben 119 ℋ. Ferner procediret, wie vorhin.

Nota. Wegen der Probe merket allhier dieses. Weil die Probzahl aus dem Facit eine 0 ist, so dürfet ihr ferner die übrigen Probzahlen aus der Columne zur Linken nicht allererst aufsuchen und hinschreiben, denn es mögen dieselben seyn, was sie immer wollen, so giebt deren Product, wenn sie mit 0 multipliciret werden, doch allezeit nur 0. Demnach untersuchet nur die Columne zur Rechten, ob in dieser ebenfalls eine 0 kommet, und da ihr solche bey der Zahl 209 findet, so bedarf es weiter keines Suchens mehr, indem man hieraus schon siehet, daß beyde Seiten in der Probe eine 0 geben.

N°. 19. Wenn der Cours von London nach Amsterdam 35 ß 4 ß p. 1 £. Sterl. und von Leipzig nach Amst. 133 3/4 p. C. in B°.: Wie viel Thl. in Leipz. kommen demnach vor 400 £. Sterl.?

Allhier ist die Fragezahl abermal 400 £. Sterl., der Name der gesuchten Antwort aber **Leipziger Thl.** Demnach kommet der Aufsatz also:

Pf.

Pz.					Pz.
2	£. Sterl.	ℬ	100 ß Vls. B°.		4
ℬ	5. ß Vls. B°.	25	ℬ Thl. B°.		7
3	Thl. B°.	400	533 Thl. in Leipz.	107	ℬ
4					4
6	10 Fac. 2268	4 Thl.	214		6
		10	1284		

Nämlich weil 35 ß 4 ₰ = 35⅓ ß, so setzet durch die Vergrößerung mit 3: 3 £. Sterl. geben 106 ß. Also auch, weil 1 Thl. Hol. = 8⅓ ß Vls., so setzet abermal durch die Vergrößerung mit 3: 25 ß Vls. geben 3 Thl. Endlich weil 100 Thl. B°. gleich gegeben sind mit 133¾ Thl. in Leipz., so setzet durch die Vergrößerung mit 4: 400 Thl. B°. geben 535 Thl. in Leipz. Wenn ihr hierauf beyderseits die 400 und 3 hinweg streichet, und die 25 gegen 535 in 5 kleinert, bleiben zur Linken 5, und zur Rechten 106 und 107. Weil aber mit 106 eben so leicht ist 2mal 107, nämlich 214, als 107 zu multipliciren (§. 174), so größert beyde Columnen lieber mit 2, und multipliciret beyseite 214 mit 106; so kommt zur Rechten das Product 22684, und zur Linken 2mal 5, das ist der bequemste Divisor (§. 159) 10. Dannenhero dürfet ihr ferner nur eine Ziffer von der Zahl 22684 zur Rechten abschneiden, kommt sofort das begehrte Facit 2268 4/10 Thl., oder 2268⅖ Thl. in Leipzig.

Nota. Von solcher Vergrößerung, damit man einen bequemern Divisorem erlange, ist oben (§. 1019) bey den Wechselexempeln, welche durch die Regel Detri solviret werden, zum öftern schon Anzeigung geschehen, und kann man insonderheit dasjenige nachsehen, was im §. 848 beym 8ten Exempel gemeldet worden. Und eben dieses Vortheils hat man sich auch allhier bey den Exempeln, welche nach der Regel Multiplex solviret werden, zu bedienen, wie aus nächst voriger Solution zu ersehen.

N°. 20. Wenn der Cours von Danzig nach Amsterdam 290 ℋ p. 1 £. Vls. B°., Agio di B°. in Amsterdam 5 p. C., und von Stockholm nach Amsterdam 35 ℔ Kupfermünz p. 1 Thl. Hol. Cor.; wie viel betragen 3000 Kupferthl. in fl. Pol.

Allhier ist die Fragezahl 3000 Kupferthl., und der Name der gesuchten Antwort **fl. Pol.** Derowegen fanget den Aufsatz mit den 3000 Kupferthl. an, und verfahret ferner als folget:

Pz.					Pz.
			3000 Kthl.	60	
3		Kthl.	1	4 ℔ K. Mz. 20	8
2	7.	℔ K. Mz.	3 3	1 thl. Hol. Cor. 5	4
6	3.	thl. Hol. Cor.	1 2	5 £. Vls. Cor.	5
8	21.	£. Vls. Cor.	1 0 3	100 £. Vls. B°.	4
3		£. Vls. B°.	1	290 ℋ Pol.	3
		ℋ Pol.	3 0	1 fl. Pol.	

63	441	580000
		139...
	Fac. $1315\frac{85}{441}$ fl.	67..
	oder 1315 fl. 6 ℋ in C°.	229.
	$(\frac{85}{1})$	
		Rest fl. 85, d. i. 2550 ℋ.

Nämlich weil $2\frac{2}{5}$ Thl. Hol. Cor. = 1 £. Vls. Cor., so setzet durch die Vergrößerung mit 5: 12 Thl. Hol. Cor. geben 5 £. Vls. Cor.

Nota. Daß man aber 105 geben 100 zuerst, und hernach 12 geben 5 setzen kann; solches ist oben N°. 9 in Not. 2. und N°. 15 in Not. 2 bereits erkläret worden.

N°. 21. Wenn der Cours von Leipzig nach Hamburg 135 p. C. in Lbl. das ist in Franz Thl., und von Stockholm

holm nach Hamburg 36 ℔ K.Mz. p. 1 Thl. B°.: Wie viel betragen 3000 Kupf. Thl. in Leipzig an Lbl.?

Allhier ist die Fragezahl abermal 3000 K.Thl., der Name der gesuchten Antwort aber **Thl. in** Lbl. Demnach setzet es also:

Pz.						Pz.
10		Kthl.	1	3000 Kthl.	5	8
ß	z.ℊ.	℔ K.Mz.	3ß	4 ℔ K.Mz.	2	4
		Thl. B°.	100	1 Thl. B°.		ß
10				x3ß Thl. in Lbl.	45	10

— Fac. 450 Thl. in Lbl.

N°. 22. Wenn der Cours zwischen Hamburg und Amsterdam 33¼ Stüb. Hol. B°. p. 1 Wechselthl. von 2 ℔ Lüb. B°.: Wie viel betragen 3600 fl. Hol. B°. in Hamb. ℔ Neu Cor.?

Allhier ist die Fragezahl 3600 fl. Hol. B°., und der Name der gesuchten Antwort Hamb. ℔ Neu Cor. Derowegen fanget den Auffatz mit den 3600 fl. Hol. B°. an, und procediret als folget:

Pz.						Pz.
ø		fl. Hol. B°.	1	3600 fl. Hol. B°.		3
		Stüb. B°.	133	20 Stüb. B°.		ø
		℔ B°.	100	8 ℔ B°.		8
				116 ℔ Neu Cor.		6
1		133		668160	928	1
		Fac. 5023 $\frac{1}{3}\frac{0}{3}\frac{1}{3}$		3...	7424	
		oder ¾ ℔ in C^a.		50.		
		(2/1)		101		

Nämlich weil 33¼ Stüb. = 2 ℔ B°., so setzet durch die Vergrößerung mit 4, 133 Stüb. geben 8 ℔ B°. Was aber die Multiplication bey der Columne zur Rech-

ten betrifft, so habe erstlich die 116 beyseite mit 8, und hernach, weil 2mal 36 = 72 = 8 ✕ 9, mit 8 und ferner mit 9 multipliciret, und an das kommende Product eine ○ gesetzet.

Nota 1. Die Verhältniß des Hamb. Banco und Neu Corenten Geldes ist zwar in der Aufgabe nicht angegeben, allein die Ursache dessen findet man oben schon bey N°. 1, und sonderlich im §. 957.

Nota 2. In der Probe merket allhier dasjenige, welches oben §. 966 schon gemeldet worden.

N°. 23. Wenn der Cours von Petersburg nach Amsterdam 52 Stüb. Hol. Cor. p. 1 Rubel, Agio di B°. in Amst. 5 p. C., und von Amst. per Danzig 285 ℋ Pol. p. 1 L. Vls. B°.; wie viel betragen 3500 Rubel in fl. Pol.?

Allhier ist die Fragezahl 3500 Rubel, und der Name der gesuchten Antwort fl. Pol. Demnach fanget den Aufsatz mit den 3500 Rubeln an, und continuiret denselben als folget:

Pz.						Pz.
			3500 Rubel			
8		Rubel 1	52 St. Hol. Cor.	13		2
6	3.	St. Hol. Cor. 100	100 St. Hol. B°.			8
100	3.	St. Hol. B°. 120	285 ℋ Pol.	95		100
8		ℋ Pol. 30	1 fl. Pol.			2
4						4

9 | 123500

Fac. 13722 fl. $6\frac{2}{3}$ ℋ

§. 1025. Gleichergestalt hat man zu procediren, wenn man aus etlichen gegebenen Vergleichungen zwischen der beständigen und variirenden Valute (§. 982) eines unbekannten Courses, den Cours oder Preis selbst, wie er dem-

demnach rendire (§. 987), finden will; wie solches mit mehrern im folgenden klar zu ersehen ist.

Die 136. Aufgabe.

§. 1026. **Den Cours oder Preis eines Wechsels, aus etlichen gegebenen andern Coursen, oder sonst Vergleichungen, die zwischen der beständigen und varirenden Valute sind, durch die Regel Multiplex zu finden.**

I. Setzet die beständige Valute des Courses (§. 982), als Fragezahl (§. 987), obenan in die Columne zur Rechten.

II. Beschreibet die gegebene Verhältnisse auf die Weise, wie vorhin (§. 1024) zur Genüge schon gezeiget worden, bis endlich in der erwehnten Columne ein solches Glied zum Vorschein kommet, das mit der begehrten varirenden Valute von gleicher Art ist. Uebrigens verfahret wie in vorigen Exempeln (ibid.) geschehen, so kommet die gesuchte varirende Valute.

Z. E. N°. 1. Allhier will ich die vorige Ausrechnung (ibid.) N°. 16 folgendergestalt umkehren: Danzig kaufet einen Amsterdamer Brief à 287 ℔, bezahlet die Valute mit 6744½ fl. Pol. und sendet denselben nach Londen allda zu vernegotiren. Wenn nun Londen vor solchen Brief 400 L. Sterl. empfangen, so fraget sich: In was für einem Cours Londen mit Amsterdam gewechselt habe?

Allhier ist (nach Anzeigung §. 987) die Fragezahl 1 L. Sterl. und der Name der gesuchten Antwort ß Vls. Amsterdamer B°. Derowegen fanget den Aufsatz zur Rechten mit 1 L. Sterl. an, und setzet ferner als folget:

		1 £. Sterl.
4.	£. Sterl. 800	13489 fl. Pol.
	fl. Pol. 1	30 ℔ Pol.
	℔ Pol. 287	20 ß Vls. Amst. B°.

1148 40467

602.

Fac. 35 ß 3 ₰ Vls. p. 1 £. Sterl. der Wechselcours zwischen London und Amsterdam, wie oben (ibid.) zu ersehen.

Rest 287 ß, d. i. 3444 ₰

0

Nämlich weil vor 6744½ fl. Pol. 400 £. Sterl. berechnet worden, so setzet durch die Vergrößerung mit 2, £. Sterl. 800 geben 13489 fl. Pol. Also auch weil das Facit in ß Vls. gesuchet wird, so setzet die 287 ℔ nicht p. 1 £. Vls., sondern sofort p. 20 ß Vls., wobey der Aufsatz sein Ende erlanget. Ferner procediret, wie schon oft gezeiget.

N°. 2. Voriges Exempel umgekehrt. London kaufet einen Amsterdamer Brief à 35¼ ß, bezahlet die Valute mit 400 £. Sterl. und sendet denselben seinem Correspondenten nach Danzig. Wenn nun dieser in Danzig vernegotiret, und davor 6744½ fl. Pol. empfangen wird; so fraget sich: Wie der Cours zwischen Danzig und Amsterdam gerechnet worden?

Allhier ist (abermal laut §. 987) die Fragezahl 1 £. Vls. oder, so einerley, 20 ß Vls. Amst. B°., und der Name der begehrten Antwort ℔ Pol. Demnach fanget mit 1 £. Vls. den Aufsatz zur Rechten an, und procediret als folget:

		℔ ß Vls. Amst. B°.
47.	ß Vls XAX	A £. Sterl.
℔.	£. Sterl. 8ØØ	13489 fl. Pol.
	fl. Pol. 1	3Ø ℊ Pol.

47	13489
Fac. 287 ℊ p. 1 £. Vls. Amst.	4Ø..
B°. der Wechselcours zwischen Danzig und Amst. wie vorhin.	32.
	©

Nämlich weil der Wechsel zwischen Amsterdam und London in ß Vls. ist, so setzet in der Fragezahl an statt 1 £. Vls., lieber sofort 20 ß Vls., damit ihr zur Linken so gleich mit ß Vls. anfangen, und dieselben mit £. Sterl. vergleichen könnet, wie hiervon oben N°. 17 (§. 1024) bereits gemeldet worden. Uebrigens verfahret, wie zum öftern schon gezeiget.

N°. 3. Wenn der Cours von Danzig nach Amsterdam 283½ ℊ p. 1 £. Vls. B°.; wie viel ist die Differenz zwischen Hol. Thl. B°. und Pol. Thl., p. C., das ist, wie kommen 100 Thl. Hol. B°. in Thl. Pol.?

Allhier ist die Fragezahl 100 Thl. Hol. B°., und der Name der gesuchten Antwort Thl. Pol. Demnach fanget den Aufsatz zur Rechten mit den 100 Thl. Hol. B°. an, und procediret als folget:

100 Thl.

		XØØ Thl. Hol. B°.	5
4.	Thl. Hol. B°. XZ	5 L. Vls. B°.	
	L. Vls. B°. Z	ʒßπ ℋ Pol.	6⅓
	ℋ Pol. ØØ	1 Thl. Pol.	21..
	4	525	

Fac. 131 ¼ Thl. Pol. p. 100 Thl. Hol. B°.

Nämlich weil 1 L. Vls. = 2⅖ Thl. Hol. so setzet durch die Vergrößerung mit 5 (wie §. 1024 N°. 21 bereits gewiesen worden): 12 Thl. Hol. geben 5 L. Vls. Also auch weil 1 L. Vls. gleich gegeben ist mit 283½ ℋ, so setzet durch die Vergrößerung mit 2: 2 L. Vls. geben 567 ℋ. Wenn ihr ferner die Zahlen gehöriger maßen gekleinert, so bleiben zur Rechten 5, 5 und 21. Demnach saget: 5 mal 5 geben 25. Folgends habet ihr die 21 mit 25 zu multipliciren, welches nach Anzeigung §. 700 sehr leichte zu verrichten ist, denn ihr dürfet neben die Zahl 21 nur 2 Punkte machen, und also den 4ten Theil aus 2100 nehmen, so kommt das Product 525. Der übrige Proceß ist wie sonst bey den vorigen Exempeln.

N°. 4. Wenn der Cours von Danz. nach Amst. wie vorhin 283½ ℋ p. 1 L. Vls. B°., und Agio di B°. in Amst. 4 1/16 p. C.; wie viel ist die Differenz zwischen Hol. Thl. Cor. und Pol. Thl. p. C., das ist, wie kommen 100 Thl. Hol. Cor. in Thl. Pol.?

Allhier ist die Fragezahl 100 Thl. Hol. Cor., und der Name der gesuchten Antwort Thl. Pol. Derowegen fanget zur Rechten mit den 100 Thl. Hol. Cor. an, als folget:

		100 thl.Hol.Cor.	
67. ℬℬ𝔰.	thl.Hol.Cor.	𝔵𝔖𝔔𝔰	𝔵𝔖ØØ thl.Hol.B°. ℬ2. 𝔰
ℬ.	thl.Hol. B°.	𝔵𝔷	𝔰 L.Vls.B°. 4
	L.Vls.B°.	𝔷	𝔰𝔖𝔔 ℌ Pol. 𝔖ℬ.21
	ℌ Pol.	𝔖Ø	1 thl. Pol.
		67	8400
Fac. 125 $\frac{6}{16}$ od. $\frac{3}{8}$ thl. Pol. in C[a].			17..
			36.
			Rest 25, d. i. 400 (16tel

Nämlich weil 104 $\frac{11}{16}$ Thl. Hol. Cor. gleich gegeben sind mit 100 Thl. Hol. B°., so setzet durch die Vergrößerung mit 16: 1675 Thl. Hol. Cor. geben 1600 Thl. Hol. B°. Das übrige ist beym nächst vorigen Exempel erkläret worden.

Nota. 1. Die Ursache warum ich allhier den Rest aus der Division nicht zu ℌ, sondern zu 16tel Thl. gemachet, habe oben (§. 1021 N°. 3 bey Not. 1 und 2) schon gemeldet.

Nota 2. Ich könnte in dem Kleinern allhier noch einige kleine Vortheile anzeigen; allein es lassen sich dieselben besser münd- als schriftlich erklären.

N°. 5. Wenn der Cours von Danzig nach Amsterdam 288 ℌ Pol. p. 1 L. Vls. B°., und von Leipzig nach Amsterdam in B°. 134 p.C.; wie kommen 100 Thl. Pol. in Leipziger Thl.? Also:

		𝔵ØØ Thl. Pol.	
	Thl. Pol.	1	ØØ ℌ Pol. 𝔵8.ℵ
4. ℬℵ.	ℌ Pol.	ℵ88	1 L. Vls. B°.
	L. Vls. B°.	𝔰	𝔵ℵ Thl. Hol. B°. 3
	Thl. Hol. B°.	𝔵ØØ	134 Thl. in Leipz.
4		402	

Fac. 100 $\frac{1}{2}$ Leipz. Thl. p. 100 Thl. Pol.

N°. 6.

N°. 6. Wenn der Cours von Amsterdam per Breßlau $36\frac{1}{4}$ Stüb. B°. p. 1 Thl. in Breßl., und per Hamburg $33\frac{1}{8}$ Stüb. B°. p. 1 WThl.; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und Breßl., das ist, wie viel Breßlauer Thl. kommen p. 100 Thl. Hamburger B°.?

		xØØ Thl. Hamb. B°.	25
Thl. Hamb. B°.	2	3 WThl. B°.	
2. WThl. B°.	8	26§ Stüb. B°.	53
29. Stüb. B°.	x4§	4 Thl. in Breßl.	
	29	3975	159..
Fac. $137\frac{1}{16}$ Thl. in Ca.		10..	
		20.	
		2	

N°. 7. Wenn der Cours von Amsterdam nach Leipzig $38\frac{3}{4}$ Stüb. Cor., Agio di B°. in Amst. 5 p. C., und von Hamburg nach Amst. $33\frac{1}{2}$ Stüb. B°.; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und Leipz., das ist, wie kommen 100 Thl. Hamb. B°. in Leipz. Thl.? Also:

		xØØ Thl. Hamb. B°.	
Thl. Hamb. B°.	2	3 WThl. B°.	
WThl. B°.	2	67 Stüb. Hol. B°.	
Stüb. Hol. B°.	xØØ	xØ§ Stüb. Hol. Cor.	21
31. Stüb. Hol. Cor.	x§§	4 Thl. in Leipz.	
	31	4221	469.
Fac. $136\frac{3}{16}$ Thl. in Ca.		11..	
		19.	
		Rest 5, d. i. 80 (16tel	

N°. 8. Wenn der Cours von Amst. per Leipz. $38\frac{1}{2}$ Stüb.

Stüb. Cor., Agio di B°. in Amst. 5 p. C., und von Leipz. nach Hamburg 133 p. C.; wie rendiret der Cours zwischen Amst. und Hamb., das ist, wie viel Stüb. Hol. B°. kommen p. 1 WThl. oder 2 ℔ Hamb. B°.? Also:

		℔ B°.	2
℔ B°.	3	1 Thl. Hamb. B°.	
Thl. Hamb. B°.	xØØ	133 Thl. in Leipz.	
Thl. in Leipz.	2	77 Stüb. Hol. Cor.	11
15. Stüb. Hol. Cor.	xØ3	xØØ Stüb. Hol. B°.	

45 — 1463

Fac. $32\frac{1}{2}$ St. in C^a. — 11. — 23

N°. 9. Wenn der Cours von Augspurg nach Amst. $107\frac{1}{4}$ Thl. Giro p. 100 Thl. Amst. B°., und von Hamb. nach Amst. $33\frac{5}{8}$ Stüb.; wie rendiret der Cours von Hamb. nach Augspurg, das ist, wie viel Thl. Augspurger Cor. kommen vor 100 Thl. Hamb. B°.? Also:

		xØØ Thl. Hamb. B°.	
Thl. Hamb. B°.	2	3 WThl. B°.	
WThl. B°.	8	269 Stüb. Hol. B°.	
Stüb. Hol. B°.	50	1 Thl. Hol. B°.	
Thl. Hol. B°.	400	429 Thl. Giro	
Thl. Giro	xØØ	127 Thl. Cor.	

320000 — 43967781 | 1287 / 3861 / 34749.

Fac. $137\frac{3}{8}$ Thl. Augsp. Cor. in C^a. — 11.. — 23. — Rest 127781 | 346203 / 692406 / 2423421

N°. 10

N°. 10. Wenn der Cours zwischen Hamb. und Danzig 119½ ℋ, und zwischen Danz. und Amst. 289 ℋ; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und Amst. in Stüb. B°.? Also:

		1 WThl.	
WThl.	ß	℔ Thl. Hamb. B°.	
Thl. Hamb. B°.	℔	239 ℋ Pol.	
ℋ Pol.	289	1 £. Vls. Amst. B°.	
£. Vls. B°.	1	ɣ2ø Stüb. Hol. B°.	40
	289	9560	
Fac. 33 1/6 Stüb.		89.	
B°. in C^a.		23, d. i. 368 (16tel.	

N°. 11. Wenn die # in Hamb. 1 p. C. besser als B°., in Danzig aber à 242 ℋ Pol. gelten, und der Wechselcours von Danz. per Amst. 286 ℋ; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und Amst., nämlich wie viel Stüb. Hol. B°. kommen p. 2 ℔ Lüb. B°.? Also:

		2 ℔ Hamb. B°.	
℔ B°.	101	100 ℔ in #	
℔ in #	6	242 ℋ Pol.	22
13. ɣ4ß. ℋ Pol.	286	ɣ2ø Stüb. Hol. B°.	20
	1313	44000	
Fac. 33½ Stüb.		461.	
in C^a.		671	

N°. 12. Wenn aber bey dem nächst vorhergehenden Exempel die # in Hamb. 1 p. C. schlechter als B°., so kommt die Ausrechnung als folget:

		℔ Hamb. B°.	
5.	℔ B°. xØØ	101 ℔ in #	
	℔ in # ß	℔ ℔ Pol.	22
13. x ℔ . ℋ Pol. ℔ ß		x ℔ Stüb. Hol. B°.	℔

65 — 2222 — 271

Fac. $34\frac{3}{6}$ — Rest 12, d. i. 192 (16tel.

St. in C^a.

N°. 13. Wenn der # in Leipzig $2\frac{3}{4}$ Thl., und in Danzig 242 ℋ Pol. gilt, von dar per Amsterdam 286 ℋ; wie rendiret demnach der Cours von Leipzig nach Amst. in B°. p. C., das ist, wie kommen 100 Thl. Amst. B°. in Leipz. an # zu $2\frac{3}{4}$ Thl.? Also:

		x Ø Ø Thl. Hol. B°.	25
	Thl. Hol. B°. 12	5 ℔. Vls. B°.	
	℔. Vls. B°. 1	℔ ß ℋ Pol.	℔ ß
℔. ℔.	ℋ Pol. ℔ 42	1 #	13...
	# A	x x Thl. in #	

12 — 1625

$(\frac{3}{4})$ — $541\frac{2}{3}$

Fac. $135\frac{7}{6}$ p. C. in C^a.

N°. 14. Wenn die 2 Ggℋ Stück in Leipz. 1 p. C. besser als Lbl., und der Wechselcours von Königsberg per Amst. 273 ℋ, und zwar nicht in Pol., sondern in 2 Ggℋ Stück; wie kommen demnach 100 Thl. Hol. Cor. in Lbl.? Also:

xØØ Thl. Hol. Cor.
ß l. Vls. Cor.
ℳℬ ℋ in 2 Gℋ . 91
1 Thl. in 2 Gℋ
101 Thl. in Lbl.

Thl. Hol. Cor. 12
l. Vls. Cor. 1
ℋ ßØ
6. x8. Thl. in 2 Gℋ xØØ

72
(8/9) 9191
11487/8

Fac. 127 5/8 p. C. in C².

N°. 15. Wenn der Cours von Hamburg nach Amst. 33 3/4 Stüb., und Agio di B°. in Amst. 5 p.C.; wie viel Thl. Hol. Cor. kommen p. 100 Thl. Hamb. B°.? Also:

xØØ Thl. Hamb. B°.
3 ℔ Hamb. B°.
xßß Stüb. Hol. B°. 27
xØß Stüb. Hol. Cor. 21
1 Thl. Hol. Cor.

Thl. Hamb. B°. 1
℔ Hamb. B°. 8
Stüb. Hol. B°. xØØ
2. xØ. Stüb. Hol. Cor. ßØ

16 1701 |189
I . .
Fac. 106 1/16 5/6
Thl. Hol. Cor. 5

Nota. Man kann dieses Exempel auch wol durch die bloße Regel Detri in einmal solviren. Also:

33 1/3 Stüb. Hol. B°. = 105 thl. Hol. Cor. = 33 3/4 St. Hol. B°.?
Fac. 106 1/16 5/6.

Dieser Aufsatz heißt: Wenn der Cours zwischen Amst. und Hamb. 33 1/3 Stüb. wäre, so würde das Amsterdamer mit dem Hamburger Bancogelde gleichgültig seyn, und demnach vor 100 Hamb. Thl. B°., eben sowol als vor 100 Amst. Thl. B°. 105 Thl. Hol. Cor. kommen; wie viel Thl. Hol. Cor. kommen nun vor 100 Hamb. Thl. B°., da der gedachte Cours 33 3/4 Stüb. ist?

N°. 16.

N°. 16. Wenn in Hamburg das Bancogeld gegen Cor., das ist gegen 6 ß Stück zu 5 ß, $18\frac{3}{4}$ p.C., und gegen $N\frac{2}{3}$ vor voll $33\frac{3}{8}$ p.C.; wie viel differiren die $N\frac{2}{3}$ vor voll, von 6 ß Stück ebenfalls vor voll zu 6 ß, p. C.? Also:

	100 ℔ $N\frac{2}{3}$ vor voll
℔ $N\frac{2}{3}$ vor voll 1067	800 ℔ B°. 2
℔ B°. 800	478 ℔ in 6 ß St. zu 5 ß. 95
℔ in 6 ß St. zu 5 ß 5	6 ℔ in 6 ß St. vor voll
1067	114000
	73.5
Fac. $106\frac{1}{1}\frac{3}{6}$ ℔	Rest 898, d.i. 14368 (16tel
in 6 ß Stück vor voll p.	369.
100 ℔ in $N\frac{2}{3}$ vor voll.	497

N°. 17. Wenn die Ducaten in Hamburg $\frac{1}{4}$ p. C. besser als B°., und der L'd'or 10 ℔ $13\frac{1}{2}$ ß B°. gilt; wie viel differiren die #, zu $2\frac{3}{4}$ Thl. leicht Geld gerechnet, von dem L'd'or zu 5 Thl. leicht Geld, p. C., das ist, wie viel solche leichte Thl. in L'd'or sind zu zahlen vor 100 leichte Thl. in #? Also:

	100 Thl. in # à $2\frac{3}{4}$
Thl. in # à $2\frac{3}{4}$ 11	4 #
# 100	401 Thl. Hamb. B°.
Thl. Hamb. B°. 1	48 ß Lüb. B°.
ß Lüb. B°. 347	2 L'd'or
L'd'or 1	5 Thl. in L'd'or
3817	384960 | 96
Fac. $100\frac{7}{8}$ Thl.	Rest 3260, d.i. 52160 (16tel
in C^a. in L'd'or	1399.
p. 100 Thl. in #	2539

N°. 18. Wenn die # in Hamburg ½ p. C. besser als B°., und dieses Bancogeld besser als neue ⅔ vor voll, 33½ p. C.; wie viel differiren die #, zu 2¾ Thl. leicht Geld gerechnet, von den neuen ⅔ vor voll, p. C., das ist, wie viel solche leichte Thl. in # kommen p. 100 Thl. in neue ⅔ vor voll? Also:

	100 Thl. in N⅔
Thl. in N⅔ 267	ℳØØ Thl. B°. 50
Thl. B°. 201	100 #
# A	11 Thl. in # à 2¾

267 | 534	53667	5500000
	Fac. 102½ Thl.	1333..
	in Ca. in # à 2¾ Thl. p.	25966
	100 Thl. in N⅔ vor voll.	

N°. 19. Wenn der Cours von Hamburg nach Frankreich 27½ ß, und zwischen Londen und Frankreich 33¾ ℛ Sterl. p. 1 V̈; wie rendiret der Cours zwischen Hamburg und Londen? Also:

	1 L. Sterl.
L. Sterl. 1	ℳØ ℛ Sterl. 20
27. ℛ Sterl. XZZ	4 V̈
V̈ Z	ZZ ß Lüb. B°. 11
ß Lüb. B°. Z	1 ß Vls. B°.

27	880
	7.
Fac. 32 ß 7 ℛ Vls. B°. in Ca.	Rest 16, d. i. 192 ℛ

N°. 20. Wenn der Cours von Hamb. nach Londen 32 ß 10 ℛ oder 32⅝ ß Vls., und von Londen nach Frankreich 33⅞ ℛ Sterl.; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und Frankreich? Also: 1 V̈

		1 V̈	
V̈	8	271 ℛ Sterl.	
ℛ Sterl.	240	1 £. Sterl.	
£. Sterl.	ß	197 ß Vls. B°.	
ß Vls. B°.	1	ß ß Lüb. B°.	

1920 | 53387 | 542..

Fac. $27\frac{1}{1}\frac{3}{6}$ ß Lüb. B°. in Ca. | 149..

Rest 1547 d.i. 24752 (16tel

55..

N°. 21. Wenn der Cours von Hamb. nach Frankfurt 137 p. C., und von Frankreich nach Frankf. 52 Sols p. 1 fl; wie rendiret der Cours von Hamb. nach Frankreich, nämlich wie viel ß Lüb. B°. kommen p. 1 V̈? Also:

		1 V̈	
V̈	1	ßß Sols	52.10
13. Sols	ß2	1 fl. in Frankf.	
fl. in Frankf.	3	2 thl. in Frankf.	
thl. in Frankf.	137	100 thl. Hamb. B°.	
thl. B°.	1	48 ß Lüb. B°.	

1781 | 48000

Fac. 27 ß Lüb. B°. in Ca. | 1238.

13

N°. 22. Wenn der Cours von Hamb. nach Frankfurt 138 p. C., und von Frankf. nach Londen 128 Batzen p. 1 £. Sterl.; wie rendiret der Cours zwischen Hamb. und Londen? Also:

	£. Sterl.	1	1 £. Sterl.
9.	Batzen	48	128 Batzen
69.	thl. in Frankf.	328	200 thl. Hamb. B°. 20
	thl. B°.	1	8 ß Vls. B°.

621 — 20480

Fac. 32 ß 11½ ₰ — 185.

Vls. B°. in C°. — Rest 608 ß. d. i. 7296 ₰

108.

465

Nota. Diesen Wechselcours zwischen Frankf. und London hat man zwar bis dato nicht Batzen, sondern p. C. geheißen, nach welcher Art 1 £. Sterl. mit 4 4/9 Thl. Pary, und hierauf so viel p. C. als der Cours ist, Lagio gerechnet worden: Allein ich habe in meiner ausgegebenen **kurz gefasseten Erklärung** ꝛc. gewiesen, daß man denselben Batzen benennen kann p. 1 £. Sterl. Diese Art ist ohnstreitig weit bequemer, als die vorige alte Art.

N°. 23. Wenn der Cours von Leipzig nach Augspurg 97 ½ p. C., von dar nach Venedig 91 p. C. in Giro; wieviel betragen 100 Duc. di B°. di Venetia in Leipz. Thl.? Also:

		100	Duc. di B°.
	Duc. di B°.	100	91 thl. Giro
	thl. Giro	100	127 thl. Augsp. Cor.
40.	thl. Augsp. Cor.	200	198 thl. in Leipz. 39

4000 — 450723 — 508. 4953..

Fac. 112 thl. — Rest 2723 thl.

16 Gge in C°. — 65352 Gge

N°. 24.

N°. 24. Wenn der Alberts oder Xthl. in Königsberg 116 ℔ Pol. gilt, und der Wechselcours per Amsterdam 275 ℔ Pol.; wie rendiret der Cours zwischen Riga und Amst., das ist, wie kommen 100 Alb. Thl. in Thl. Hol. Cor.? Also:

		XØØ Alb. Thl.	℔. 4
	Alb. Thl. 1	116 ℔ Pol.	
55	℔ Pol. 275	1 L. Vls. Cor.	
	L. Vls. Cor. 5	12 Thl. Hol. Cor.	
	55	5568	696

Fac. $101\frac{3}{4}$ Thl. Hol. Cor. in C^{a}. Rest 13

§. 1027. Diese vorhergehende Ausfindung der Course oder Preise (§. 1021 und 1026) hat einen ungemeinen Nutzen, indem man durch selbige, wie hernach bey den Wechselarbitragen (§. 1089) angezeiget werden soll, gemeiniglich ersehen kann, über welchen Platz oder nach welcher vorkommenden Gelegenheit der Wechsel am nützlichsten anzustellen sey. Eben dieser Ursache wegen habe ich solche Lehren in besondern Aufgaben vorgetragen, und von den andern Wechselreductionen, ob sie gleich beyde einen gleichen Proceß haben (§. 1020 und 1025), mit Fleiß separiret.

§. 1028. Damit man aber auch bey dergleichen Exempeln, allwo zwischen der beständigen und varirenden Valute mehr als eine einzige Verhältniß ist (§. 1026), dennoch nicht nöthig habe, allemal, wenn sich die gegebenen Course ändern, den völligen Aufsatz angezeigter massen (ibid.) allererst hinzuschreiben, und mit demselben, wie vorhin angewiesen, zu procediren; so habe in verschiede-

nen berühmten Handelsstädten zuerst schriftlich, nachgehends aber in Hamburg durch öffentlichen Druck, unter dem Titel: **Wechselarbitragen Manual**, zu gedachtem Falle **universal-** oder **allgemeine Regeln** angegeben, wodurch man die verlangte Antwort auf eine sehr leichte Art, und ohne den erwehnten Aufsatz, finden kann (wiewol nach der Hand auch andere Autores sich gefunden, die meinen ausgestreuten Saamen ferner blühend zu machen gesuchet). Also habe auch in meiner ausgegebenen **kurz gefasseten Erklärung** ꝛc. bereits den eigentlichen Grund und Weg angezeiget, wie solche Universalregeln zu finden sind. Dahero will den begierigen Leser lieber an meine gedachten Schriften weisen, als diese Materie allhier aufs neue wiederholen, und ihm einerley Sache 2mal vors Geld verkaufen.

§. 1029. Indessen habe ich bis hierher nur von lauter reinen Verwechselungen gehandelt, wodurch ich zuförderst den rechten Aufsatz, das Größern und Kleinern, die Art des Multiplicirens und Dividirens, wie auch der compendiösen Probe, das ist überhaupt, den wahren Gebrauch der Regel Multiplex, anzuzeigen gesuchet. Nachdem aber dieses alles hoffentlich zur Genüge erkläret worden; so will hiernächst auch von solchen Wechselreductionen, in welchen Spesen mit berechnet werden, und von allen demjenigen, was dabey zu beobachten, gründliche Anleitung geben.

§. 1030. Die **Handlungsunkosten** oder, wovon ich voritzo rede, die **Spesen** beym Wechselhandel, sind entweder mit demjenigen, worauf sie die Unkosten sind, proportioniret, oder nur ein gewisses ohne Proportion. Als z. E. das 1 per Mille Courtagio (§. 983), oder das $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{2}$ oder mehr p. C., **Provision** (das ist die Belohnung, die ein Kaufmann dem andern vor seine Bemühung giebt, wenn dieser auf jenes Ordre was kauft, ver-

verkauft, empfängt oder auszahlet) proportioniret sich nach der Größe des Wechsels. Denn wenn man von 1000, wegen Courtagio, 1 giebt, so werden von 2000, 2, von 3000, 3 ꝛc. gegeben. Also auch, wenn man von 100, wegen Provision, $\frac{1}{2}$ berechnet, so werden bey 200, 1, bey 300, $1\frac{1}{2}$ ꝛc. gerechnet. Hingegen sind die Unkosten wegen Briefporto, oder Protest, wenn ein Wechsel protestiret wird (§. 974), nicht proportional der Größe des Wechsels, indem man wegen des Porto, oder bey protestirten Wechsel, dem Notario, bey einem grossen Wechsel nicht mehr, als bey einem kleinen zahlet. Dahero benenne ich die erwehnte erstere Art der Spesen, **proportionirte**; und die letztere **unproportionirte Spesen.**

§. 1031. Da nun die proportionirten Spesen, sich nach der Regel Detri berechnen lassen (§. 339), so können dieselben auch in einen Aufsatz der Regel Multiplex gebracht werden (§. 961): Hingegen kann man die unproportionirten Spesen, weder nach der Regel Detri noch Regel Multiplex berechnen (ibid.). Demnach müssen die in einer Rechnung vorkommenden Spesen, wenn man dieselben in einen Aufsatz der Regel Multiplex bringen will, vorher wohl unterschieden, und ob sie von solcher Art sind, die sich hierein bringen lassen, beurtheilet werden.

§. 1032. Jedoch da in der Praxi die genaue Schärfe so wenig nützet, als geachtet wird (§. 229), so pfleget man bey den Kaufleuten öfters alle kleine Spesen ohne Unterscheid zusammen in eins zu nehmen, und vor deren Summe $\frac{1}{2}$, 1 oder mehr p. C., nach Beschaffenheit der Sachen, zu berechnen. Und solchergestalt, weil von 200, 2 mal so viel, von 300, 3 mal so viel ꝛc. gerechnet wird, können dieselben eben sowol, als die andern proportio-

nirten Spesen(§. 1030), in den Auffatz der Regel Multiplex gebracht werden (§. 1031).

§. 1033. Ueberhaupt werden alle Spesen entweder aus der Summe selbst, von welcher sie die Spesen sind; oder insbesondere aus der Cassa bezahlet. Z. E. Wenn ich Waaren oder Wechselbriefe p. 100 fl. verkaufe, und dabey 1 fl. für Spesen zahle, so gehet 1 fl. von den empfangenen 100 fl. hinweg, und bleiben mir nur noch 99 fl. übrig: Hingegen, wenn ich Waaren oder Wechselbriefe p. 100 fl. kaufe, und 1 fl. vor Spesen zu zahlen habe, so muß ich dem Verkäufer 100 fl, und darüber noch 1 fl. aus meiner Cassa vor Spesen auszahlen, welchergestalt mir das gekaufte auf 101 fl. zu stehen kommet. Nun saget man zwar in beyden Fällen, es sey 1 p. C. Spesen aufgegangen; allein es ist klar, daß solches 1 p. C. bey dem ersten Falle in, und bey dem andern auf 100 verstanden werden müsse. Welcher Unterscheid abermal in der Ausrechnung zu merken ist (§. 1000).

§. 1034. Vornemlich hat man bey den Spesen, wenn man selbige in einen Auffatz der Regel Multiplex bringen will, diesen Hauptpunkt wohl zu beobachten: Ich habe oben (§. 960) den eigentlichen Verstand des Auffatzes bey der Regel Multiplex auf 2erley Art erkläret. In der ersten, als bey Berechnung eines Verkaufes heißet die Frage: **Wie viel habe ich vor das in der Fragezahl benannte hinweg gegebene, wieder zu empfangen?** In der andern aber, als bey Berechnung eines Einkaufes heißet sie: **Wie hoch kommet mir das in der Fragezahl benannte empfangene zu stehen?** Dieser Unterscheid ist insonderheit bey den Spesen, wenn selbige mit in den Auffatz gebracht werden, wohl zu merken. Denn in dem ersten Falle

muß

muß das größere Glied von der Verhältniß der Spesen, in die Columne zur Linken; in dem andern aber in die Columne zur Rechten gesetzet werden. Allermaßen es bey jenem heißet: **Je mehr** Spesen, **desto weniger** wird mein Empfang in dem Facit; folglich muß der aus der Columne zur Rechten entstehende Dividendus desto kleiner, und der aus der Columne zur Linken entstehende Divisor desto größer kommen (§. 285 und 288): Hingegen heißet es in diesem Falle: **Je mehr** Spesen, **desto höher** kommt mir das empfangene oder gekaufte zu stehen; folgends muß der aus der Columne zur Rechten entstehende Dividendus desto größer, und der aus der Columne zur Linken entstehende Divisor desto kleiner kommen (ibid.).

§. 1035. Ich heiße aber diesen Unterscheid (§. 1034) deswegen einen **Hauptpunkt**, weil das vorige, das ich in §. 1033 erwehnet, insonderheit bey kleinen Spesen, bey weiten nicht so viel zu sagen hat, als dieser gedachte Unterscheid. Denn es schon eine Differenz bey nahe auf 2 p. C. ist, wenn ich in einer Verhältniß setze: 100 geben 101; oder aber: 101 geben 100.

§. 1036. Dahero gleichwie niemand mit Vernunft eine gehörige Antwort zu geben vermögend ist, wenn er nicht vorher verstehet, was gefraget wird; also muß man auch bey den Rechnungen, die man nach der Regel Multiplex auflösen will, anderer Ursachen die sich hernach noch zeigen werden zugeschweigen, insonderheit wegen des vorhin gemeldten Haupt-Unterscheides in dem Aufsatze der Spesen, nicht nur die Frage-Zahl, bey welcher der Aufsatz allezeit seinen Anfang nimmt (§. 1024 und 1026), schlechterdings wissen, sondern auch deutlich begreifen, was eigentlich gefraget, und zur Antwort verlanget wird, das ist dasjenige, welches ich oben (§. 960) schon erkläret.

Die

Die 137. Aufgabe.

§. 1037. Wie bey den vorigen Aufgaben im §. 1024 und 1026 die Reductionen nach der Regel Multiplex anzustellen, wenn Spesen mit zu berechnen sind.

I. Verfertiget den Aufsatz eben also, wie bey den erwehnten Aufgaben gelehret worden.

II. Schreibet hierunter mit Beobachtung des vorigen Unterrichts im §. 1033 die Verhältnisse der proportionirten Spesen (§. 1030), so viel derselben gegeben sind, und merket, ob das in der Fragezahl benannte, euer verkauftes oder hinweg gegebenes ist, und ihr folglich in der Antwort dasjenige verlanget, was ihr davor wieder zu empfangen habet; oder aber ob jenes euer gekauftes oder empfangenes ist, und ihr in der Antwort das hinweg zu gebende suchet. Ist nun das erste, so setzet die größeren Glieder der gedachten Verhältnisse in die Columne zur Linken, und ihre kleineren in die Columne zur Rechten: Ist aber das andere, so setzet die kleineren Glieder solcher Verhältnisse in die Columne zur Rechten, und ihre grösseren in die Columne zur Linken (§. 1034).

III. Procediret ferner mit dem Kleinern, Multiplici- ren und Dividiren, wie bey den gemeldten Aufgaben schon gezeiget worden; so erlanget ihr die gesuchte Antwort.

IV. Daferne aber unproportionirte Spesen vorhanden, und ihr dieselben nicht in proportionirte verwandeln wollet oder könnet (§. 1032), so müsset ihr selbige insbesondere berechnen, und nicht mit in den Aufsatz der Regel Multiplex bringen (§. 1031), und zwar im Falle die Frage ist: Wie viel ihr endlich zu erlangen habet? so sub-

tra-

trahiret solche Spesen von dem Facit; im andern Falle aber, wenn nämlich die Frage ist: Wie hoch euch das in der Fragezahl benannte zu stehen kommt? addiret solche Spesen zum Facit. Denn je **mehr** Spesen, **desto weniger** habt ihr zu empfangen; hingegen desto mehr auszuzahlen (§. 1034).

Z. E. N°. 1. Hamburg sendet nach Leipzig 1000 L'd'or, läßt sie daselbst à 5 Thl. Franzgeld verkaufen, und deren Valute wiederum zurück à 135 p. C. remittiren. Wenn nun wegen Spesen in Hamburg, als vor Fracht und Briefporto (z. E.) 1 p. C., und in Leipzig vor Provision, doppelte Courtagio, und Briefporto gleichfalls 1 p. C. berechnet wird; fragt sichs: Wie viel Hamburg vor solche 1000 L'd'or nach Abzug der gedachten Spesen endlich wiederum in ℔ B°. erlanget: Dieses setzet also:

		1000 L'd'or	
L'd'or	1		ʒ thl. in Leipz.
xʒ. thl. in Leipz.	xβʒ		xøø thl. B°.
β thl. B°.	1		β ℔ B°.
	101		100 p. Hamb. Spesen
	xøø		ʒʒ p. Leipz. Spesen. 11
	101		1100000
Fac. 10891 $\frac{9}{101}$ ℔ B°.			9....
			92..
			11.
			9

Nämlich weil allhier die Frage ist, wie viel Hamb. endlich vor die hinweg gegebenen 1000 L'd'or erlanget, so müssen die größern Glieder der Verhältnisse der Spe-

sen

sen zur Linken, und die kleinern zur Rechten gesetzet werden (§. 1034). Also auch weil die Hamburger Spesen außer den 1000 L'd'or bezahlet, die Leipziger aber von dem gelöseten Gelde abgenommen werden, so sind die erstern **auf**, die andern aber **in** 100 berechnet worden (§. 1033). Die übrige Ausrechnung aber ist gleich der Auflösung der vorigen Exempel (§. 1024 und §. 1026).

Nota 1. Ich setze aber dieses nur zum Exempel, um die gegebene Regel desto besser zu erklären; übrigens wird ein jeder Kaufmann selbst am besten wissen, wie er die Spesen p. C. allemal verstehet, **auf** oder **in** 100. Also ist mir auch nicht unbekannt, daß die 135 in dem Wechsel von Leipzig nach Hamburg in Lbl. verstanden werden, welche von den L'd'or etwa 1 p. C. differiren: Allein da gegenwärtiger Endzweck ist, nur die Spesen zu erklären, so habe solche Differenz übergangen.

Nota 2. Also auch, wenn jemand in der Prari (§. 1032) die beyderley Spesen zusammen setzen, und davor 2 p. C. in C^a. berechnen will, so stehet es auch in seinem Belieben, da allhier beyderley Unkosten gleich groß sind, solche 2 p. C. entweder **auf** oder **in** 100 zu setzen. Und kommt demnach die Berechnung als folget:

		1000 L'd'or	
	L'd'or 1	℔ thl. in Leipz.	
℔ .	thl. in Leipz. ℥℥	℥℔ thl. B°.	50
9	thl. B°. 1	℔ ℔ B°.	
51.	℥℔	100 p. Spesen.	
	459	5000000	
		41	
		428 . .	
		149.	
Fac. 10893 $\frac{1}{4}\frac{1}{5}\frac{3}{9}$ ℔ B°.		113	

Oder:

Oder: 1000 L'd'or

	L'd'or	1	℔ thl. in Leipz.
℔.	thl. in Leipz.	℔ ß	℔ thl. B°.
9	thl. B°.	1	ß ℔ B°.
		℔	98 p. Spesen

9 | 98000

Fac. 10888 $\frac{81}{9}$ ℔ B°.

Diese beyde Facite aber differiren sowol unter sich selbst, als von dem vorigen genauen Facit 10891 $\frac{9}{101}$.

Nota 3. Sollte schon jemand diese kleine Differenz allhier in Ansehung der Summe von 1000 L'd'or, wie auch in Erwegung dessen, weil die beyderseitigen Spesen ohnedem nur von ungefehr jede auf 1 p. C. angeschlagen worden, nicht achten; so erhellet doch indessen dieses hieraus, daß man bey den Exempeln von Waaren Handlungen, allwo 10, 20 oder mehr p.C. zu berechnen vorkommen, die Ausrechnung nicht wie in Not. 2, sondern auf die Weise, wie vorher gezeiget, anstellen muß, weil in solchem Falle das kommende Facit, wenn die Rechnung nach Anzeigung solcher Not. angestellet werden sollte, allzuviel von der Wahrheit differiren würde.

Not. 4. Daß aber die Leipziger Spesen nicht sofort bey den Leipziger Münzen, sondern nach Endigung aller Verwechselungen gesetzet worden; dieses habe ich nur der Bequemlichkeit wegen vor gut befunden, damit man in der Verwechselung erstlich ohne Hinderniß fortfahren möge. Allermaßen es in der Rechnung gleichviel gilt, welche Glieder oben oder unten stehen (wie §. 1024 bey N°. 9. Not. 2 schon erwehnet). Also ist auch oben im §. 1005 zu ersehen, daß man die Verhältniß, welche p. C. ist, unter was für Namen, als man will, benennen kann.

N°. 2. Hamburg lässet in Leipzig 1000 L'd'or à 5 thl. kaufen, und die Valute auf sich à 135 p. C. traßiren. Wenn nun wegen Spesen in Leipzig 1 p. C. berechnet wird; fragt sichs: Wie hoch solche 1000 L'd'or dem Hamburger endlich in ℔ B°. zu stehen kommen? Also:

1000 L'd'or

	L'd'or	1	5 thl. in Leipz.
22.	thl. in Leipz.	135	1000 thl. B°.
9	thl. B°.	1	3 ℔ B°.
		1000	101 p. Leipz. Spesen

9 101000

Fac. 11222 2/9 ℔ B°.

Nämlich weil allhier die Frage ist, wie hoch die eingekauften 1000 L'd'or dem Hamburger zu stehen kommen, so muß das kleinere Glied der Verhältniß der Spesen zur Linken, und sein größeres zur Rechten gesetzet werden (§. 1034). Also auch weil die Spesen beym Einkauf in Leipzig gerechnet worden, so sind dieselben auf 100 gestellet (§. 1033). Uebrigens ist dasjenige, was beym vorigen Exempel in Not. 1 und 4 angemerket worden, auch hieher zu ziehen.

N°. 3. Danzig traßiret auf Amsterdam 3000 fl. Pol. à 286 ℔. Dieser Wechsel wird in Amst. protestiret, weswegen der Amsterdamer Inhaber des Briefs (§. 972) sowol das Capital als auch die Spesen (§. 974) wiederum zurück auf Danzig à 291 ℔ einziehet. Es werden aber folgende Spesen berechnet:

p. Courtagio (§. 983) 1 p. Mille.
p. Provision (§. 1030) ½ p. C.
p. Protest (§. 974) 50 Stüb. Cor.
p. Briefporto 18 Stüb. Cor.

Die

Die Frage ist: Wie viel demnach in Danzig wiederum zu zahlen sey? Also:

3000 fl. Pol. Danz. Tratta.

	fl. Pol. 1	30 ℋ Pol.	
143.	ℋ Pol. 286	6 fl. Hol. B°.	3
	143	270000	
	Fac. 1888 fl.	127...	
	2 Stüb. B°. in C^a.	126..	
	So viel ist das Cap. in Amst.	116.	
		Rest 16 fl., d.i. 320 Stüb.	

Demnach setzet: An Capital = 1888 fl. 2 Stüb. B°.
p. Courtagio von 1888 fl., thut = 1 = 18
p. Provision von d°., thut = 9 = 9
p. Protest & Briefporto 68 Stüb. Cor.
thut in B°. (weil die Rechnung in B°. ist) 3 = 5 in C^a.

Summe 1902 fl. 14 Stüb. B°.
das ist 38054 Stüb. B°.

Folgl. setzet die Amst. Tratta ist 38054 St. B°. 19027..

60.	Stüb. B°. 120	29 ℋ Pol.	97
10.	ℋ Pol. 30	1 fl. Pol.	
	600	1845619	

Fac. 3076 fl. 1 ℋ Pol. in C^a.
So viel ist in Danzig wiederum zu zahlen.

Rest 19 fl. Diese geben (§. 838) $\frac{19}{20}$ ℋ

Nämlich weil die unproportionirten Spesen (§. 1030) besonders addiret werden müssen, so sind auch die proportionirten Spesen mit jenen zugleich insbesondere berechnet und addiret worden. Man kann aber die proportio-

nirten Spesen sofort in den Aufsatz der Regel Multiplex bringen, und demnach die Danz. und Amst. Tratta in einem einzigen Aufsatze berechnen, als folget:

		3ØØØ fl. Pol.
fl. Pol.	1	ZØ ℔ Pol.
℔ Pol.	286	291 ℔ Pol. im Rückwechsel.
℔ Pol.	ZØ	1 fl. Pol.
	1ØØØ	1006 p. Provis. & Court.

286 — Fac. 3070 fl. 23 ℔ Pol.

878238 / 20... — 873 / 5238 — Rest 218 fl., d. i. 6540 ℔ Pol. — 82.

Nämlich ½ p. C. Provision, thut 5 p. Mille, hierzu das 1 p. Mille Courtagio addirt, kommen 6 p. Mille; dahero setzet wegen dieser Spesen 1000 werden 1006. Indessen weil die Frage allhier ist: Wie viel Danz. endlich zu bezahlen habe? so muß das kleine Glied dieser Spesen in die Columne zur Linken gesetzet werden (§. 1034).

Hierauf reduciret ferner die unproportionirten 3¼ fl. Hol. B°. gleichfalls in fl. Pol. als folget:

		13 (4tel fl. Hol. B°.	
4tel fl. Hol. B°.	4	1 fl. Hol. B°.	
2. fl. Hol. B°.	6	29x ℔ Pol.	97
℔ Pol.	30	1 fl. Pol.	

240 — Fac. 5 fl. 7½ ℔ in Ca. — 1261 — Rest 61 fl. Diese geben (§. 838) 7⅝ ℔

Dem-

Demnach addiret solche 5 fl. 7½ ℔ zu den vorigen 3070 fl. 23 ℔, kommen 3076 fl. ½ ℔ Pol. in C^{a}.

Nota 1. Das erste Facit 3076 fl. 1 ℔ differiret von diesem zwar sehr wenig: Es ist aber dieses richtiger als jenes, weil in demselben auch die Courtagio und Provision jede insbesondere nur in C$_{a}$'; da hingegen allhier alles genauer in eins berechnet worden.

Nota 2. Indessen, obgleich beym gegenwärtigen Exempel die Differenz zwischen beyden Faciten ein Baggatelle ist, und der oben (§. 962 oder vielmehr §. 923) gemeldte 2te Vortheil von der Regel Multiplex, in der Praxi, nach welcher die Facite keinesweges so genau in Brüchen gesuchet werden (§. 229), nicht viel zu sagen haben kann; so behält doch diese Regel auch hierinnen den Vorzug, indem sie das verlangte Hauptfacit accurater hervorbringet, als wenn jeder Umstand insbesondere ausgerechnet, und die Facite jedesmal in C^{a}· genommen werden. Dahero thut man in dergleichen Fällen besser, wenn man sich befleißiget, so viele Umstände als möglich zusammen in einem einzigen Aufsatze nach der erwehnten Regel zu berechnen.

Vom Gewinn und Verlust beym Wechselhandel.

§. 1038.

Wenn man eine Sache, die keinen festen Preis hat, um einen hohen oder niedrigen Preis kaufet, so heißet man es nur **theuer oder wohlfeil** gekauft: Wenn man aber das gekaufte wiederum verkaufet, alsdenn zeiget sich erst der wirkliche **Gewinn oder Verlust**, wenn nämlich dasjenige, was man ausgezahlet, gegen dasjenige gehalten wird, das davor wieder empfangen worden; um so viel nun der Empfang größer oder kleiner als die Auszahlung ist; eben so viel ist an dem ausgezahlten, im ersten Falle gewonnen, und im

andern verloren. Es muß aber solche Gegeneinanderhaltung, in gleicher Münzart geschehen; denn sonst kann man den Gewinn oder Verlust aus ihnen noch nicht so schlechterdings beurtheilen (§. 995).

§. 1039. Weil nun durch **wechseln** ein Tausch zweyer **verschiedenen** Münzsorten verstanden wird (§. 969), deren Vergleichung nicht fest, sondern veränderlich ist (§. 980), so kann man bey denselben noch von keinem Gewinne und Verlust sagen, es sey denn, man habe mehr als nur einmal gewechselt, und also entweder das Empfangene wieder verwechselt, oder das Ausgegebene wieder eingewechselt, dergestalt und so lange, bis endlich das anfangs ausgezahlte mit dem endlich empfangenen, oder das anfangs empfangene mit dem endlich ausgezahlten, unter einer gleichen Münzart kommet. Und diese Ein- und Verwechselung benenne ich einen **Hin- und Wiederwechsel.**

§. 1040. Es vermeynen zwar verschiedene Autores den Gewinn und Verlust beym Wechselhandel aus dem Pary (wovon weiter unten gemeldet werden soll) zu beurtheilen, und setzen z. E. wenn einer in Nürnberg nach Hamburg à 135 p. C. remittiret, so habe er 1⅔ Thl. auf jede 100 Thl. Bº. verloren, weil der Pary zwischen Nürnb. und Hamb. 133 ⅓ p. C. wäre: Allein da dieser Pary nicht allerdings seine Richtigkeit hat, wie an seinem Orte gezeiget werden soll, so muß die Retour des Wechsels allererst zeigen, ob ein wirklicher Gewinn oder Verlust vorhanden, wenn nämlich in selbiger hernach mehr oder weniger als 135 p. C. wieder zurück kommen. So lange aber diese nicht erfolget, so dürfte man eher von theuer oder wohlfeil, als von einem wirklichen Gewinn oder Verlust reden.

§. 1041. Wenn in einem Aufsatze einer Wechselreduction nach der Regel Multiplex (§. 1024 oder 1026), die Fragezahl und das letzte Glied in der Columne

lumne zur Rechten, von gleicher Münzart ist, so kann man aus diesem einzigen Aufsatze sofort den Gewinn oder Verlust desselben Handels beurtheilen: Und zwar um so viel, als das Facit größer als die Fragezahl ist, eben so viel ist in dem Falle der ersten Erklärungsart §. 960, mein Gewinn; und im Falle der andern Erklärungsart (ibid.), mein Verlust: Wiederum auch, um so viel, als das Facit weniger als die Fragezahl ist, eben so viel ist in jenem Falle mein Verlust; in diesem mein Gewinn.

Beweis.

Das gedachte letzte Glied ist allezeit von gleicher Art mit dem Facit (§. 944 Artik. III. und VIII.). Wenn nun solches Glied mit der Fragezahl von gleicher Münzart ist, so muß auch das Facit von gleicher Münzart mit der Fragezahl seyn. Indessen bedeutet diese nach der erwehnten ersten Erklärung des eigentlichen Verstandes eines Aufsatzes nach der Regel Multiplex (§. 960) mein ausgezahltes, und das kommende Facit dasjenige, das ich vor solche Fragezahl endlich zu empfangen habe; oder nach der andern Erklärung (ibid.) mein empfangenes, und das kommende Facit dasjenige, das ich vor solche Fragezahl endlich auszuzahlen habe: Derowegen kann man allhier, da die Fragezahl und das Facit von gleicher Münzart ist, aus deren Gegeneinanderhaltung und auf solche Weise, wie gemeldet, den Gewinn oder Verlust sofort ersehen (§. 1038 und 1039).

§. 1042. Demnach müssen sich bey einem solchen Aufsatze der Regel Multiplex, wie vorhin erwehnet, ausser der Fragezahl noch zwey Glieder finden, die von gleicher Münzart mit jener sind; nämlich das erste Glied in der Columne zur Linken, welches ohnedem alle-

zeit von gleicher Art mit der Fragezahl seyn muß (§. 944 Artik. II.), und über dieses nach voriger Anweisung auch das letzte Glied in der Columne zur Rechten.

§. 1043. Dannenhero pflegen die Anfänger bey dergleichen Rechnungen zu stolpern. Denn wenn sie schon die rechte Fragezahl aufgesetzet, so wissen sie nicht, mit welchem von den gedachten zweyen Gliedern, indem beyde von gleicher Münzart mit der Fragezahl sind, sie zur Linken wiederum anfangen sollen. Und dahero geben sie im Facit öfters einen Gewinn an, das doch in der That einen Verlust anzeiget; oder einen Verlust, wo in der That doch ein Gewinn ist. Noch weniger wissen sie bey solcher Verwirrung die Spesen, wenn selbige mit in den Aufsatz gebracht werden, gehöriger maßen (§. 1034) zu setzen. Ja was rede ich von Anfängern? Ich könnte, wenn nicht mein Vorsatz wäre, niemand bey dergleichen Gelegenheit mit Namen zu benennen, Leute anführen, die sich Lehrer der Regel Multiplex zu seyn anmaßen, und gleichwol hierüber gefallen sind.

§. 1044. Allein es verschwindet diese Schwierigkeit von sich selbst, wenn man meine obgegebene 2erley Erklärungsarten von dem Verstande des Aufsatzes (§. 960) nebst der dabey gegebenen Anmerkung genau beobachtet. Denn solchergestalt dürfet ihr nur die Frage wahrnehmen, ob solche dasjenige, was ihr hinweg gebet, oder empfanget, bedeutet, und also die Columne zur Linken in dem ersten Falle mit eurem hinweg gegebenen, und im andern mit eurem empfangenen, anfangen. Nun ist ja niemand vermögend, eine gehörige Antwort mit Vernunft zu geben, wenn er nicht vorher die Frage recht verstehet (§. 1036): Dahero könnet ihr aus dieser gar leicht erkennen, mit welchem von den vorhin gedachten

zweyen

zweyen Gliedern ihr die Columne zur Linken anfangen sollet. Denn ihr werdet befinden, daß solche Glieder allezeit, obschon von gleicher Münzart, jedennoch darinnen unterschieden sind, indem eins derselben euer hinweg gegebenes, und das andere euer empfangenes andeutet.

§. 1045. Wenn man wissen will, aus wie viel der Gewinn oder Verlust entstanden, so hat man allerdings auf das ausgezahlte zu sehen, als welches vorhin mein war, und mir nun mehr oder weniger worden. Z.E. Wenn ich 100 fl. ausgezahlet, und 110 oder 90 fl. davor empfangen, so habe ich an meinen 100 fl. im ersten Falle 10 fl. gewonnen, und im andern 10 fl. verloren. Also auch, wenn ich 90 fl. ausgezahlet, und 100 fl. davor empfangen, so habe ich nicht an den 100 fl. die niemals vorher mein gewesen, sondern an meinen 90 fl. 10 fl. gewonnen. Desgleichen, wenn ich 110 fl. ausgezahlet und 100 fl. davor empfangen, so habe ich an meinen 110 fl. 10 fl. verloren. Solchergestalt wird der Gewinn auf die Summe, der Verlust aber von oder in der Summe, die ich ausgezahlet oder hinweg gegeben habe, verstanden.

§. 1046. Gleichwie es in der Größe des Gewinnes keine Veränderung machen kann, ob ich erst 100 ausgezahlet und hernach 110 davor empfangen; oder aber erst 110 empfangen, und hernach davor 100 ausgezahlet: Also hat man auch in der Ausrechnung auf die Ordnung des Handels gar nicht zu sehen, und kann man bey Berechnung eines Gewin- und Verlustes, in welchem schon der Empfang zu erst geschehen, die Ausrechnug dennoch bey dem ausgezahlten oder hinweg gegebenen anfangen; und ist vornemlich nur der Verstand von dem was man suchet, zu beobachten (§. 1036 und 1044). Denn wenn man mit dem ausgezahlten anfängt, so wird gesuchet,

wie viel vor dasselbe wiederum empfangen oder erlanget worden: So man aber mit dem empfangenen anfängt, so wird gesuchet, wie viel solcher Empfang gekostet, oder wie hoch solcher zu stehen gekommen (§. 960).

§. 1047. Ich rede aber allhier nur von der Ordnung der Ausrechnung, sonst aber hat man wegen der Zeit allerdings auch darauf zu sehen, ob ich früher oder später ausgezählet, oder Geld in die Hände bekommen (§. 980).

§. 1048. Wenn man einen Gewinn oder Verlust p. C. zu determiniren verlanget, so wird eigentlich die Verhältniß des ausgezahlten zu dem davor empfangenen begehret, von welchen zweyen Gliedern eins derselben 100 ist. Und so man diese Verhältniß weiß, so kann man ferner durch die Regel Detri finden, wie viel der Gewinn oder Verlust sey, wenn 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so viel, die Auszahlung oder der Empfang ist.

§. 1049. Nach der Usanz der Kaufleute wird solche Verhältniß bey dem Gewinne und Verluste gemeiniglich **auf ausgegebene** 100 verstanden; also wenn ich z. E. 100 ausgezahlet und 110 oder 90 davor empfangen, so heißet es im ersten Falle, 10 p. C. gewonnen; und im andern, 10 p. C. verloren. Wenn ich aber 110 ausgezahlet, und 100 davor empfangen, so heißet dieses nicht 10 p. C., indem mein Verlust nicht an ausgegebenen 100, sondern an ausgegebenen 110 entstanden. Dahero wenn man diesen Verlust p. C. determiniren will, so wird nach der Regel Detri gesetzet (§. 1048):

Von oder in 110 sind 10 verloren, wie viel von oder in 100? kommt so denn $9\frac{1}{11}$ p. C.:

Oder: Aus ausgegebenen 110, sind 100 geworden,

wie

wie viel werden aus ausgegebenen 100? kommen so denn $90\frac{10}{11}$, welche abermal $9\frac{1}{11}$ weniger als 100.

Also auch, wenn ich 90 ausgegeben, und 100 davor empfangen, so heißet mein Gewinn nicht 10 p. C., indem mein Gewinn nicht auf ausgegebene 100, sondern auf ausgegebene 90 entstanden. Dahero wenn man diesen Gewinn p. C. andeuten will, muß man erst nach der Regel Detri setzen:

Auf 90 sind 10 gewonnen, wie viel ist der Gewinn auf 100? kommen so denn $11\frac{1}{9}$ p. C.:

Oder: Aus ausgegebenen 90 sind 100 geworden, wieviel werden aus ausgegebenen 100? kommen so denn $111\frac{1}{9}$, welche abermal $11\frac{1}{9}$ mehr als 100.

§. 1050. So gut nun als diese Usanze (§. 1049) mit demjenigen überein kommet, das ich vorher im §. 1045 gemeldet; so wollen doch einige bey der Gewinn- und Verlustrechnung den Verlust, eben sowohl als den Gewinn, und sonst bey ausgeliehenen Capitalien den Rabatt (§. 996), auf 100 verstanden wissen; also daß sie dasjenige 10 p.C. Verlust heißen, wenn man 110 ausgezahlet, und 100 davor empfangen. Wenn man aber 100 ausgezahlet, und 90 davor empfangen, so heißen sie diesen Verlust nicht 10 p. C., sondern es müßte erst nach der Regel Detri gesetzet werden:

Auf empfangene 90 sind 10 verloren, wie viel ist der Verlust auf empfangene 100? kämen so denn $11\frac{1}{9}$ p.C.

Oder: Empfangene 90 haben 100 gekostet, was kosten empfangene 100? kämen so denn $111\frac{1}{9}$ welche abermal $11\frac{1}{9}$ p. C. anzeigen.

§. 1051. Ich werde zwar hernach in der Rabattrechnung klar zeigen, warum, auch in welchem Falle, bey derselben die p. C. nicht in sondern auf 100 berechnet werden müssen, und daß es da-

hero mit dieser eine ganz andere Bewandniß als mit der Gewinn- und Verlustrechnung habe: Jedennoch will ich mit niemanden darüber disputiren, und darf es ein jeder in solchem Verstande, wie es ihm beliebet, nehmen, wenn er nur allemal beobachtet, ob er solche Verhältniß p. C. (§. 1048) **in** oder **auf** ausgegebene 100 verstehe.

§. 1052. Wenn der eigentliche Gewinn oder Verlust eines Handels zum Vorschein kommen soll, muß man allerdings auch auf die Spesen sehen, die bey solchem Handel aufgewendet worden, und solche mit in die Rechnung bringen. Dahero ist es insonderheit nöthig, wenn man bey diesen Rechnungen sich der Regel Multipler bedienen will, daß man zuförderst alles dasjenige wahrneh- me, was oben (§. 1030 sequ.) der Spesen wegen gelehret und angemerket worden.

§. 1053. **Je mehr** Spesen bey einem sonst guten Handel sind, **desto weniger** wird der Gewinn: Hingegen ist bey einem sonst schlechten Handel der Verlust **desto größer, je mehr** als Spesen aufgehen.

§. 1054. Es wird aber der Gewinn und Verlust gemeiniglich auf 4erley Art gesuchet. Denn man fraget entweder:

1. Wie viel an der ganzen Summe des Wechsels, und zwar in eben derselben Münzsorte; oder
2. in einer andern Münzsorte: Oder
3. wie viel an dem Cours; oder
4. p. C. gewonnen oder verloren sey?

§. 1055. Bey den ersten zweyen Fragen in welchen die eigentliche Summe des entstandenen Gewinns oder Verlustes gesuchet wird, hat man allerdings auch auf die ganze Summe des Handels; bey den andern Fragen aber nur auf die Course und Preise, nach welchen der Han-

Handel geschlossen worden, zu sehen, und gilt es bey diesen andern Fragen gleichviel, wie groß die Summe des ganzen Handels immer seyn möge.

Die 138. Aufgabe.

§. 1056. **Zu finden, wie viel bey einem Hin- und Wiederwechsel, ohne oder auch mit Spesen, an der ganzen Wechselsumme, und zwar eben in derselben Münzart, als solche Summe ist, gewonnen oder verloren sey.**

I. Setzet nach der Regel Multiplex solche Summe als Fragezahl obenan in die Columne zur Rechten, und zwar in solchem Verstande, wie die oben (§. 960) gezeigte erste Art anweiset, nämlich daß sie heiße: Wie viel habe ich vor solche hinweg gegebene Summe endlich zu erlangen? Und lieget nichts daran, wenn auch schon nach der Ordnung des Handels, wie derselbe auf einander gefolget, diese Summe anfänglich empfangen und hernach hinweg gegeben wäre (§. 1046).

II. Wenn ihr nun zur Linken mit dem Namen dieser Summe anfanget, welcher Name aber bey gegenwärtiger Aufgabe, daferne das Exempel recht proportioniret worden, sich nothwendig noch zweymal finden muß (§. 1042, so setzet zu diesem Namen denjenigen Werth, den ihr in solchem Handel hinweg gegeben (§. 1044).

III. Continuiret den Aufsatz gehörigermaßen in einer kettenweisen Verknüpfung, wie vorhin schon zur Genüge gezeiget worden, bis endlich in der Columne zur Rechten derjenige Name kommt, welchen ihr zum Facit begehret, und allhier gleich dem Namen von der Fragezahl ist.

ist. Wenn nun keine Spesen vorhanden, so ist der Aufsatz geschehen. Daferne aber proportionirte Spesen sind, so setzet

IV. solche nach und nach, so viel derer vorhanden, unter die vorigen Glieder, und zwar nach der gegebenen Lehre im §. 1037 die größern Glieder ihrer Verhältnisse in die Columne zur Linken, so hat der Auffatz seine Richtigkeit. Hierauf verfahret

V. wie bey den vorigen Exempeln, und haltet endlich das kommende Facit gegen die Fragezahl; so findet ihr durch die Subtraction, ob und wie viel ihr an solcher Wechselsumme gewonnen oder verloren. Denn um so viel als das Facit mehr oder weniger als die Fragezahl ist, eben so viel ist in dem ersten Falle der Gewinn; und im andern der Verlust (§. 1041).

Damit ich nun alles auf einmal erkläre, so will mit Fleiß folgendes Exempel, in welchem 2erley Spesen zu berechnen vorkommen, proponiren.

Hamburg kaufet 1000 L'd'or à 10 ℔ 10 ß, das ist à $10\frac{5}{8}$ ℔ B°, sendet solche nach Leipzig, allwo sie à 5 thl. abgesetzet werden. Leipz. remittiret die Valute zurück nach Hamb. à 135 p. C. Wenn nun (z. E.) wegen Spesen, als Provision, Courtagio, Fracht und Briefporto in Hamb. 1 p. C., wie auch in Leipz. insbesondere 1 p. C. berechnet wird, so fraget sichs: Wie viel Hamb. an besagten 1000 L'd'or, und zwar ebenfalls in L'd'or, gewonnen oder verloren?

Die=

Dieses kommt als folget zu stehen:

		1000	L'd'or
	L'd'or	1	℔ thl. in Leipz.
x℔.	thl. in Leipz.	x℔℔	xØØ thl. B°.
℔	thl. B°.	1	3 ℔ B°.
17.	℔ B°.	8℔	8 L'd'or
		101	xØØ p. Hamb. Spesen. 20
		x℔Ø	℔℔ p. Leipz. Spesen. 11
		1717	1760000
			43...
Fac.	1025 1/7 1/7 5/7		866.
	L'd'or.		75

Dieser Aufsatz hat den Verstand von der oben (§. 960) gemeldten 1sten Art. Denn es heißt:

Wie viel erlange ich vor ausgegebene 1000 L'd'or:
Weñ ich vor ausgegebenē L'd'or 1 empfange 5 thl. in Leipz.

ferner vor	thl. in Leipz.	135	= 100 thl. B°.
vor	thl. B°.	1	= 3 ℔ B°.
vor	℔ B°.	85	= 8 L'd'or.
vor		101	= 100 H. Spesen
vor		100	= 99 L. Spesen?

Und da das Facit in eben derselben Münzsorte, als die Fragezahl ist, gekommen, und zur Antwort 1025 1/7 1/7 5/7 L'd'or gebracht, so siehet man aus der Gegeneinanderhaltung der Zahlen 1000 und 1025 1/7 1/7 5/7 L'd'or, daß ich 25 1/7 1/7 5/7 L'd'or endlich mehr erlanget, als ich anfangs ausgegeben, und folglich so viel gewonnen habe.

Nota 1. Weil nun der Verstand dieses Aufsatzes also, wie gemeldet, ist, so haben die größern Glieder der Verhältnisse der Spesen in die Columne zur linken, und ihre klei-

kleinern in die Columne zur Rechten gesetzet werden müssen (§. 1037). Warum aber bey den Leipziger Spesen das 1 p. C. in 100, und bey den Hamburger auf 100 gesetzt worden; auch warum ich allhier die Differenz zwischen Lbl. und L'd'or mit Stillschweigen übergangen, und was sonst der Spesen wegen noch zu merken, solches alles ist oben (ibid.) schon zur Genüge erkläret.

Nota 2. Merket aber in diesem Aufsatze dasjenige mit Fleiß, was ich vorhin §. 1044 gemeldet, nämlich weil die Fragezahl allhier euer ausgegebenes bedeutet, so könnet ihr daraus schließen, daß ihr gleich darauf von der Linken nach der Rechten nicht 8 L'd'or thun 85 ℔, sondern 1 L'd'or thut 5 thl. setzen müsset. Denn da ich die L'd'or à $10\frac{5}{8}$ ℔ gekaufet, und wieder à 5 thl. verkaufet, so habe ich ja die 8 L'd'or nicht gegeben, sondern empfangen vor 85 ℔; hingegen ist der 1 L'd'or vor 5 thl. von mir hinweg gegeben worden.

Nota 3. Zwar könnte die Auflösung dieses Exempels auch wie folget geschehen:

			XØØØ L'd'or	5
4.	L'd'or	8	85 ℔ B°.	
	℔ B°.	3	1 thl. B°.	
	thl. B°.	1ØØ	XXX thl. in Leipz.	X8
	thl. in Leipz.	8	1 L'd'or	3
		XØØ	101 p. Hamb. Spesen	
11.		88	XØØ p. Leipz. Spesen.	
	44		42925	425
			33..	425
Fac. 975 $\frac{2}{4}\frac{5}{4}$ L'd'or.			24.	
			25	

Dieser

Dieser Aufsatz hat den Verstand von der oben (§. 960) gemeldten andern Art, und heißet:

Wie viel haben mich die empfangnen 1000 L'd'or gekost.

Da ich vor empfangene	L'd'or	8	gegeben 85 ℔ B°.
ferner vor	℔ B°.	3	1 thl. B°.
vor	thl. B°.	100	135 thl. in Leipz.
vor	thl. in Leipz.	5	1 L'd'or
vor		100	101 Hamb. Spes.
vor		99	100 Leipz. Spesen?

Und da im Facit $975\frac{2}{4}\frac{5}{4}$ L'd'or gekommen, so siehet man aus der Gegeneinanderhaltung der Zahlen 1000 und $975\frac{2}{4}\frac{5}{4}$ L'd'or, daß die anfangs empfangenen 1000 L'd'or überhaupt nur $975\frac{2}{4}\frac{5}{4}$ L'd'or mich gekostet, und ich folglich $24\frac{1}{4}\frac{9}{4}$ L'd'or gewonnen habe. Allein es würde dieses der Aufgabe so schlechterdings noch keine völlige Genüge thun. Denn da in derselben nicht wieviel auf $975\frac{2}{4}\frac{5}{4}$, sondern wie viel auf 1000 L'd'or gewonnen worden, begehret wird; so müßte man allererst entweder nach der Regel Detri, oder auf eine andere Art, die ich hernach anzeigen werde, suchen, wie viel nach Proportion dieses Facits der Gewinn auf 1000 L'd'or sey. Um nun dieser Bemühung überhoben zu seyn, so bleibe ich lieber bey der gezeigten ersten Art Auflösungen, und wie vorhin Artik. I und II angewiesen worden.

Nota 4. Indessen habet ihr bey dem nächst gezeigten Aufsatze (Not. 3) dieses wahrzunehmen, nämlich, weil derselbe in solchem Verstande ist, wie gemeldet, daß daher die kleinern Glieder der Verhältnisse der Spesen in die Columne zur Linken, und die größern in die Columne zur Rechten haben gesetzet werden müssen (§. 1037).

Die

Die 139. Aufgabe.

§. 1057. **Zu finden wie viel bey einem Hin- und Wiederwechsel ohne oder auch mit Spesen an der ganzen Wechselsumme, jedoch aber in einer andern Münzsorte als solche Summe ist, gewonnen oder verloren sey.**

I. Reduciret die gegebene Wechselsumme, nach der vorigen Wechselreduction entweder durch die Regel Detri (§. 1019) oder Multiplex (§. 1024) in diejenige Valute, in welcher ihr den Gewinn oder Verlust verlanget, einmal nach dem Einkaufe, so zeiget das Facit an, wie viel euch in dieser Valute solche Summe gekostet, desgleichen noch einmal

II. insbesondere nach dem Verkaufe, so zeiget das hieraus entstehende Facit, wie viel ihr aus solcher Summe in der gedachten Valute erlanget. Merket aber

III. wenn Spesen im Einkaufe kommen, daß ihr die kleinern Glieder; im Verkaufe aber die größern Glieder zur Linken setzet (§. 1034). Wenn ihr endlich

IV. beyde gefundene Facite gegen einander haltet, so findet sich durch die Subtraction, ob und wie viel ihr mehr oder weniger im Verkaufe erlanget, als es euch im Einkaufe gekostet, und folglich, wie viel an selbiger Wechselsumme in der begehrten Valute gewonnen oder verloren.

Z. E. Will ich wieder den vorigen Handel (§. 1056) nehmen, und bey demselben dieses fragen: Wie viel ℔ B°· (als worinnen der Hamburger seine Bücher und Rechnung führet) an der Summe von 1000 L'd'or gewonnen oder verloren? Dieses kommet also zu stehen:

Ein-

Einkauf der L'd'or.

1000. L'd'or à 10 ℔ 10 ß B°.

500		
125	8	½ ℔
	2	¼

Fac. 10625 ℔ B°.

Verkauf der L'd'or.

1000 L'd'or
8 Thl. in Leipz.
100 Thl. B°.
3 ℔ B°.
ẋØØ p. Hamb. Spesen
ØØ p. Leipz. Spesen 11

101	1100000
	9....
	92..
	11.

Fac. 10891 $\frac{9}{101}$ ℔ B°.

9

Da nun die 1000 L'd'or im Einkauf ℔ 10625 gekostet, und im Verkauf wieder auf ℔ 10891 $\frac{9}{101}$ ausgebracht worden, so findet man ferner durch die Subtraction, daß an solchen 1000 L'd'or gewonnen sey: ℔ 266 $\frac{9}{101}$

Nota 1. Die Ursache aber, warum diese Frage in 2 besondern Aufsätzen solviret werden muß, ist diese. Denn weil die Summe, als die Fragezahl, L'd'or heißt, die Antwort aber in ℔ B°. begehret wird, so kann man aus der Gegeneinanderhaltung dieser beyden Zahlen, den Gewinn oder Verlust nicht erkennen (§. 1038): Derowegen muß man besonders suchen, wie viel ℔ solche

Summe Einkaufs gekostet, und besonders, wie viel ℔ davor wiederum eingekommen, und also aus beyden hieraus kommenden Antworten, den Gewinn oder Verlust finden.

Nota 2. Ich habe alle Spesen in Verkauf gebracht, weil in dem Einkaufe, außer Courtagio, die nur 1 p. Mille (§. 983), folgends nur $\frac{1}{10}$ p. C. ist, keine Spesen mehr vorhanden. Wenn aber (z. E.) das 1 p. C. Hamburger Spesen beym Einkaufe wäre, so müßten die 2 Aufsätze folgendergestalt kommen:

Einkauf.

XØØØ L'd'or 5

4. L'd'or 8 — 85 ℔ B°.

XØØ — 101 p. Hamb. Spesen

4 | 42925 | 425 / 425

Fac. 10731 $\frac{1}{4}$ ℔ B°.

Verkauf.

1000 L'd'or

L'd'or 1 — 8 Thl. in Leipz.

XS. Thl. in Leipz. XBS — XØØ Thl. B°.

B Thl. B°. 1 — 3 ℔ B°.

XØØ — 88 p. Leipz. Spesen 11

— Fac. 11000 ℔ B°.

Folglich wäre der Gewinn 11000 — 10731 $\frac{1}{4}$ ℔, das ist 268 $\frac{3}{4}$ ℔ B°.

Nota 3. Der Unterscheid beyder gezeigten Auflösungen ist nur in der Summe des Gewinnes, welche nach der ersten Auflösung $266\frac{2}{101}$ ℔ B°.; nach der andern aber 268 $\frac{3}{4}$ ℔ B°. ist. Hingegen wenn man nur auf die Verhältniß des ausgegebenen Geldes gegen den darauf erfolg-

erfolgten Gewinn siehet, so ist es gleichviel, ob ich sage: Ich habe auf 10625 ℔, 266 $\frac{2}{101}$ ℔; oder auf 10731 $\frac{1}{4}$ ℔, 268 $\frac{3}{4}$ ℔ gewonnen (wie solches hernach §. 1061 erwiesen werden soll). Dahero ist es in solchem Falle, wo nur die erwehnte Verhältniß verlanget wird, gleichviel, ob die Spesen in dem Einkaufe, oder in dem Verkaufe berechnet werden, wenn dieselben nur gehörigermaßen (§. 1034) im Aufsatze gesetzet werden.

Nota 4. Der Unterscheid in der Summe des Gewinnes selbst, nämlich zwischen 266 $\frac{9}{101}$ und 268 $\frac{3}{4}$, entstehet dahero: Denn weil der Verkauf einen Gewinn in sich enthält, so gehen folglich, wenn das 1 p. C. wegen Hamburger Spesen, wie nach der ersten Berechnung, in den Verkauf gebracht wird, auch von den gewonnenen 268 $\frac{3}{4}$ ℔, 1 p. C. ab. Dieses beträgt 2 $\frac{67}{404}$ ℔, eben so viel als der gedachte Unterscheid zwischen 266 $\frac{9}{101}$ und 268 $\frac{3}{4}$ ist. Es muß dannenhero ein jeder selbst die Spesen seiner Handlung, ob nämlich dieselben ganz oder doch größtentheils (wie vorhin Not. 2. gemeldet) im Ein- oder Verkaufe aufgegangen, und folglich die Aufsätze darnach zu richten, am besten wissen.

Die 140. Aufgabe.

§. 1058. **Zu finden, wie viel bey einem Hin- und Wiederwechsel, ohne oder auch mit Spesen, an den Coursen gewonnen oder verloren sey.**

I. Merket ob ihr die beständige Valute solches Courses, in welchem ihr den Gewinn oder Verlust verlanget, empfangen, das ist gekauft, oder hinweg gegeben, das ist verkauft. Ist nun das erstere, so suchet nach Anzeigung

§. 1026, wie derselbe nach solchem Hin- und Wiederwechsel in dem Verkaufe rendiret, das ist (§. 987), wieviel ihr aus solcher beständigen Valute in die variende endlich erlanget. Ist aber das andere, so suchet auf gedachte Weise, wie solcher Cours nach dem Hin- und Wiederwechsel in dem Einkaufe rendiret, das ist (ibid.), wie hoch euch solche beständige Valute in die variende zu stehen kommet.

II. Wenn Spesen vorhanden, so nehmet insonderheit die Lehre wahr, die ich oben im §. 1034 gegeben. Endlich

III. wenn ihr die gesuchte variende Valute gefunden, so könnet ihr aus der Gegeneinanderhaltung dieser und der gegebenen varienden Valute sehen, ob und wieviel ihr bey solchem Cours gewonnen oder verloren.

Z. E. nehme ich abermal den gedachten Handel (§. 1056) und setze dabey diese Frage:

N°. 1. Da Hamburg den L'd'or nach dem Cours 10 ℔ 10 ß B°. gekauft, wie viel hingegen nach solchem Hin- und Wiederwechsel in dem Verkaufe, vor 1 L'd'or in ℔ und ß B°. erlanget; und folglich wie viel an diesem Course gewonnen oder verloren worden? Hiervon kommt die Auflösung als folget:

		1	1 L'd'or
	L'd'or	1	8 Thl. in Leipz.
xß.	Thl. in Leipz.	xßß	100 Thl. B°.
ß	Thl. B°.	1	3 ℔ B°.
		101	xØØ p. Hamb. Spesen.
		xØØ	ØØ p. Leipz. Spesen. 11

101 — 1100

Fac. 10 ℔ — Rest 90 ℔, d. i. 1440 ß

$14\frac{6}{101}$ ß B°. — 43.

26

Da.

Da nun dieser Aufsatz auf den Verkauf eines L'd'or gestellet ist, so haben die grösern Glieder der Verhältnisse der Spesen in die Columne zur Linken gesetzet werden müssen (§. 1034); und zeiget demnach das Facit an, daß Hamb. nach diesem Handel vor jeden L'd'or endlich 10 ℔ 14 $\frac{26}{1}$ ß B°. erlanget. Indessen hat er in Hamb. nur 10 ℔ 10 ß B°. gekostet; derowegen findet man ferner durch die Subtraction, daß in solcher Versendung auf jeden L'd'or 4 $\frac{26}{1}$ ß B°. gewonnen sey.

N°. 2. Will man aber die Frage beym gedachten Handel also angeben: Da Hamb. durch den geraden Wechsel 100 Thl. B°. vor 135 Thl. in Leipzig erkaufet; wie viel hingegen nach solchem Hin- und Wiederwechsel vor 100 Thl. B°. in Leipziger Thl. erlanget, und folglich wie viel an diesem Course avanciret worden? So stehet es also:

		100 Thl. B°.	
	Thl. B°. 1	3 ℔ B°.	
17.	℔ B°. 88	8 L'd'or	
	L'd'or 1	ß Thl. in Leipz.	
	101	XØØ p. Hamb. Spesen	
	XØØ	99 p. Leipz. Spesen	
	1717	237600	297
		659..	
Fac. 138 $\frac{654}{1717}$ Thl. in Leipz.		1439.	
		654	

Da nun dieser Aufsatz abermal auf den Verkauf einer Summe von 100 Thl. B°. gestellet ist, so hat es mit demselben eben die Bewandniß, als mit dem vorigen, und zeiget also das Facit an, daß Hamb. vor ausgegebene 100 Thl. B°. durch die L'd'or in Leipzig 138 $\frac{654}{1717}$ Thl. erlan-

get. Indessen haben 100 Thl. B°. durch den geraden Wechsel nur 135 Thl. in Leipz. gekostet; dannenhero siehet man hieraus, daß Hamb. auf jede 100 Thl. B°. $31\frac{6}{7}\frac{5}{17}\frac{4}{7}$ Thl. in Leipzig gewonnen.

N°. 3. So aber die Frage folgendergestalt angegeben wird: Da der Hamburger L'd'or in Leipzig à 5 Thl. verkaufet; wie hoch hingegen nach solchem Hin- und Wiederwechsel selbiger ihm Einkaufs in solchen Thl. zu stehen kommt, und folgends wie viel an dem Leipziger Course oder Preise der L'd'or prosperiret worden? so stehet es wie folget:

			1 L'd'or		
	L'd'or	8	℔ B°.		17
	℔ B°.	℥	1 Thl. B°.		
℔.	Thl. B°.	ж℔℔	ж℥℥ Thl. in Leipz.		ж℥. ℥
4		ж℔℔	101 p. Hamb. Spesen		
11.		℔℔	ж℔℔ p. Leipz. Spesen		
		352		1717.	
Fac. $4\frac{3}{3}\frac{0}{5}\frac{9}{2}$ Thl. in Leipz.				309	

Dieser Aufsatz ist auf den Einkauf gestellet, dahero haben die kleinern Glieder der Verhältnisse der Spesen in die Columne zur Linken gesetzet werden müssen (§. 1034); und folglich zeiget das Facit an, daß dem Hamburger 1 L'd'or nur auf $4\frac{3}{3}\frac{0}{5}\frac{9}{2}$ Thl. in Leipzig zu stehen kommt. Da er aber solchen daselbst auf 5 Thl. ausgebracht, so ist klar, daß er bey Verkaufung der L'd'or in Leipzig an jedem L'd'or $\frac{4}{3}\frac{3}{5}\frac{3}{2}$ Thl. gewonnen habe.

Nota. Es ist also diese Regel überhaupt gleich der vorigen Regel im §. 1057. Nur allein daß dort öfters beyde, nämlich sowol der Ein- als Verkauf, berechnet

werden

werden müssen, da man allhier, weil bloß nach dem Course gefraget, folgends die Fragezahl auf die beständige Valute gestellet, und die Antwort in dessen variirende verlanget wird, nur den Ein- oder Verkauf allein berechnen darf, indem einerseits dieser Cours schon bekannt gegeben ist.

Die 141. Aufgabe.

§. 1059. Zu finden, wie viel bey einem Hin und Wiederwechsel ohne oder auch mit Spesen auf ausgegebene 100 gewonnen oder von ausgegebenen 100 verloren.

Die Solution dieser Aufgabe ist ganz gleich der Solution in §. 1056; nur allein, daß man dorten die Frage auf die ganze Wechselsumme; allhier aber allemal auf 100 zu stellen habe. Uebrigens ist noch dieses allhier zu merken, weil in dieser Aufgabe eigentlich nur die Verhältniß gesuchet wird, welche die Fragezahl 100 zu dem begehrten Facit hat (§. 1048), und es solchergestalt gleich viel ist, wie die Glieder dieser Verhältniß heißen (§. 1005), so könnet ihr solche 100 in der Fragezahl mit einem von den in derselben Rechnung befindlichen Namen, welchen ihr beliebet, benennen, und dürfet nur wahrnehmen, daß ihr den Auffatz so lange continuiret, bis in dem letzten Gliede in der Columne zur Rechten, welches allezeit von gleicher Art mit dem Facit seyn muß, eben dieser Name, mit welchem ihr die 100 benennet, zum Vorschein kommet; wie aus dem folgenden zu ersehen.

Z. E. soll allhier wiederum der obige Handel (§. 1056) genommen, und dabey gefraget werden: Wie viel Hamb. bey diesem Wechsel an ausgegebenen 100 gewonnen oder verloren? Dieses kommt, als folget, zu stehen:

		ℵ℔℔ L'd'or	20
	L'd'or 1	℔ Thl. in Leipz.	
ℵ℔	Thl. in Leipz. ℵ℥℔	110 Thl. B°.	
℔	Thl. B°. 1	3 ℔ B°.	
17.	℔. B°. ℥℔	8 L'd'or	
	101	ℵ℔℔ p. Hamb. Speſen	
	ℵ℔℔	℥℔ Leipz. Speſen	11

1717	176000
Fac. $102\frac{866}{1717}$ L'd'or	43..
	866

		Oder:	100 Thl. B°.
Thl. B°.	1		3 ℔ B°.
℔ B°.	85		8 L'd'or
L'd'or	1		5 Thl. in Leipz.
Thl. in Leipz.	135		100 Thl. B°.
	101		100 p. Hamb. Speſen
	100		99 p. Leipz. Speſen.

		Oder:	100 ℔ B°.
℔ B°.	85		8 L'd'or
L'd'or	1		5 Thl. in Leipz.
Thl. in Leipz.	135		100 Thl. B°.
Thl. B°.	1		3 ℔ B°.
	101		100 p. Hamb. Speſen
	100		99 p. Leipz. Speſen.

Oder:

		Oder:	
Thl. in Leipz.	135	100 Thl. in Leipz.	
Thl. B°.	1	100 Thl. B°.	
℔ B°.	85	3 ℔ B°.	
L'd'or	1	8 L'd'or	
	101	5 Thl. in Leipz.	
	100	100 p. Hamb. Spesen	
		99 p. Leipz. Spesen.	

Wenn ihr mit diesen dreyen Aufsätzen ferner verfahret, wie vorhin bey dem ersten geschehen, so erlanget ihr immer die Zahl $102\frac{8}{1}\frac{6}{1}\frac{6}{7}$ zum Facit. Indessen, gleichwie der erste Aufsatz in allen Stücken gleich ist dem Aufsatze im §. 1056), außer allein, daß dort die Fragezahl 1000, allhier aber 100 L'd'or ist; also sind auch alle diese Aufsätze im Grunde einander gleich, nur allein, daß diejenigen Zahlen, welche in einem Satze oben stehen, in dem andern weiter unten zu stehen kommen, welches aber in der Ausrechnung keinen Unterscheid machet (wie §. 1024 N°. 9 Not. 2 schon erinnert). Und da demnach (wie solches im §. 1056 erkläret worden) alle diese Aufsätze in dem Verstande stehen, daß das Facit dasjenige andeutet, welches vor die 100 in der Fragezahl, wieder empfangen wird, auch beyde, nämlich das Facit und die Fragezahl, in jedem Aufsatze von gleicher Münzart ist, so siehet man daraus (§. 1038), daß 100, $2\frac{8}{1}\frac{6}{1}\frac{6}{7}$ gewonnen sey.

Nota 1. Eben dasjenige, das §. 1056 Not. 3 gemeldet worden, findet auch allhier statt. Demnach könnte man den Aufsatz allhier auch wie folget anstellen:

		xØØ L'd'or	
L'd'or	8	85 ℔ B°.	
℔ B°.	3	1 Thl. B°.	
Thl. B°.	xØØ	xZZ Thl. in Leipz.	xg. 8
Thl. in Leipz.	8	1 L'd'or	
	xØØ	101 p. Leipz. Spesen	
11.	99	xØØ p. Hamb. Spesen.	
	88	8585	
		66.	
Fac. $97\frac{49}{88}$ L'd'or			
		49	

Gleichergestalt könnte man, wie vorhin gezeiget, die Fragezahl nach Belieben auf Thl. B°., ℔ B°. oder Thl. in Leipzig stellen; und kommt es nur vornehmlich darauf an, daß weil der Verstand des Aufsatzes allhier von solcher Beschaffenheit ist, wie oben (ibid.) zur Genüge schon erkläret worden, daß man die kleinern Glieder der Spesen in die Columne zur Linken setzen müßte. Inmassen zeiget demnach das Facit allhier an, daß die Fragezahl 100 nur $97\frac{49}{88}$ gekostet, und folglich $2\frac{39}{88}$ auf $97\frac{49}{88}$ gewonnen sey. Allein es würde dieses Facit der Aufgabe, in welcher der Gewinn auf ausgegebene 100, und nicht auf ausgegebene $97\frac{49}{88}$, begehret wird, noch keine völlige Genüge thun können, wie hiervon mit mehrern oben (ibid.) schon gemeldet, welches nachgesehen werden kann.

Nota 2. Sollte aber mit Fleiß nach dem Gewinne in empfangenen 100 gefraget werden, wiewol es sonst allezeit gebräuchlicher ist, den Gewinn p. C. auf 100 ausgegebene zu verstehen (§. 1049), so kann man sich alsdenn des nächst vorigen Aufsatzes (Not. 1) bedienen, aus dessen Facit, wie vorhin gemeldet, zu ersehen ist, daß in empfangenen 100, $2\frac{39}{88}$ gewonnen sey. §. 1060.

§. 1060. Ich habe, um die nächst vorigen 4 Aufgaben auf einmal zu erklären, mit Fleiß ein Exempel mit Spesen, ja mit doppelten Spesen gesetzet. Es verstehet sich aber von sich selbst, daß die Ausrechnungen eben also, wie vorhin, kommen, wenn keine Spesen vorhanden wären; nur allein, daß in solchem Falle die Glieder der Spesen aus dem Aufsatze hinweg bleiben.

Z. E. Wenn bey der vorigen Frage (§. 1059) keine Spesen zu berechnen wären, so käme die Berechnung, als folget:

				ℵØØ L'd'or	20
	L'd'or	1		ʒ Thl. in Leipz.	
ℵℸ.	Thl. in Leipz.	ℵʒʒ		100 Thl. B°.	
9	Thl. B°.	1		ʒ ℔ B°.	
17.	℔ B°.	ʒʒ		8 L'd'or	
		153		16000	
Fac.	$104\frac{88}{153}$	L'd'or		7..	
				88	

Demnach wäre der Gewinn $4\frac{88}{153}$ p. C.

§. 1061. Indessen findet man überhaupt bey dem vorhin (§. 1056) gegebenen Exempel, die oben (§. 1054) gemeldten 4 Fragen folgendergestalt beantwortet:

1. Heißt es (§. 1056): Der Gewinn auf die ganze Summe der ausgegebenen 1000 L'd'or sey $25\frac{75}{117}$ L'd'or; oder (ibid. Not. 3) daferne man den Gewinn ja mit Fleiß in 1000 empfangenen L'd'or verlangen sollte, $24\frac{19}{44}$ L'd'or.

2. Heißt es (§. 1057): Daß an der ganzen Summe der ausgegebenen 1000 L'd'or, die Einkaufs ℔ B°. 10625 gekostet, $266\frac{2}{101}$ ℔ B°.; oder nach Not. 2 (ibid.), wenn sie Einkaufs auf $10731\frac{1}{4}$ ℔ B°. berechnet werden, $268\frac{3}{4}$ ℔ B°. gewonnen sey.

3. Heißt es (§. 1058 N°. 1, 2 und 3): Daß an dem Hamburger Course der L'd'or $4\frac{26}{101}$ ßß B°.; an dem Course zwischen

Hamb.

Hamb. und Leipz. $3\frac{654}{717}$ Thl. in Leipzig; und an dem Leipziger Course der L'd'or, $\frac{43}{352}$ Thl. gewonnen sey. Endlich

4. heißt es (§. 1059): Daß $2\frac{866}{717}$ p. C., nämlich auf 100; oder (ibid. Not. 1 und 2) daferne es ja in 100 begehret werden sollte, $2\frac{39}{88}$ gewonnen sey.

Damit man nun erkennen möge, daß alle diese Antworten im Grunde richtig und genau überein kommen; so habe ich ihre Brüche mit Fleiß nicht nach kaufmännischer Art in Ca·, sondern ganz punktuell ausgesetzet, auf daß man solche genaue Uebereinstimmung nach der Regel Detri, wie folget, anstellen, und desto klärer ersehen möge. Als:

	1000 L'd'or gewinnen	$25\frac{75}{717}$	L'd'or,	was 100?
It.	$975\frac{25}{44}$ L'd'or gewinnen	24	$\frac{19}{44}$ L'd'or,	was 100?
It.	10625 ℔ B°· gewinnen	266	$\frac{9}{101}$ ℔ B°·,	was 100?
It.	$10731\frac{1}{4}$ ℔ B°· gewinnen	268	$\frac{3}{4}$ ℔ B°·,	was 100?
It.	10 ℔ 10 ß B°· gewinnen	4	$\frac{26}{101}$ ß B°·,	was 100?
It.	135 Leipz. Thl. gewinnen	$3\frac{654}{717}$	Leipz. Thl.	was 100?
It.	$4\frac{309}{352}$ Thl. d°· gewinnen		$\frac{43}{352}$ Thl. d°·,	was 100?
It.	$97\frac{49}{88}$ L'd'or gewinnen	2	$\frac{39}{88}$ L'd'or,	was 100?

Wenn ihr alle diese Sätze nach der Regel Detri berechnet, werdet ihr immer zum Facit die $2\frac{866}{717}$, und also den wahren Avanz p. C., nämlich auf 100 erlangen. Woraus klar zu ersehen, daß alle vorhin gefundenen Antworten richtig und nach Proportion eins sind.

§. 1062. Obgleich das vorige Exempel zur Genüge schon erkläret worden, so habe doch, um alles desto klärer zu machen, und zu zeigen, wie alle vorhin angewiesenen Berechnungen bey erfolgtem Verluste aussehen, nicht unterlassen wollen, das angezogene Exempel hiernächst umgekehrt zu proponiren:

Hamburg läßt in Leipzig 1000 L'd'or à 5 Thl. kaufen, und dieselben sich zusenden. Leipzig traßiret die Valute

auf

auf Hamburg à 135 p. C., und berechnet 1 p. C. Spesen. Diese L'd'or werden in Hamb., woselbst gleichfalls 1 p. C. Spesen aufgehet, à 10 ℔ 10 ß B°. verkauft. Nun fragt man die oben (§. 1054) erwehnten 4 Fragen, nämlich

1. wie viel Hamb. gewonnen oder verloren in L'd'or, an der ganzen Summe der 1000 L'd'or?
2. wie viel in ℔ B°. und ebenfalls an der ganzen Summe der 1000 L'd'or?
3. wie viel an den Coursen? Und
4. wie viel p. C.?

Allhier bedenket nur, daß der Hamburger bey diesem umgekehrten Handel (indem er die L'd'or in Leipzig à 5 Thl. kaufen läßt, und selbige in Hamb. à $10\frac{5}{8}$ ℔ B°. wieder verkaufet) die 5 Thl. gegen Empfangung eines L'd'or hinweg giebt; hingegen die $10\frac{5}{8}$ ℔ B°. gegen Hinweggebung eines L'd'or empfängt. Wenn ihr hierauf Achtung habt, so werdet ihr, nach Anzeigung §. 1044 und §. 1056 Not. 2, gar bald sehen können, daß übrigens die Auflösung dieses umgekehrten Handels eben also, wie vorhin gelehret worden, verrichtet wird. Als

die Auflösung der gedachten 1sten Frage kommet nach der Lehre §. 1056 also:

		xØØØ L'd'or		2.
4.	L'd'or 8	85 ℔ B°.		
	℔ B°. 3	1 Thl. B°.		
	Thl. B°. xØØ	xßß Thl. in Leipz.	45	
	Thl. in Leipz. 8	1 L'd'or		
	101	xØØ p. Leipz. Spesen		
	xØØ	99 p. Hamb. Spesen		
	404	378675	765	
		150..	3825..	
Fac. 937 $\frac{127}{404}$ L'd'or		295.		
		127		

Da

Da nun vor 1000 hinweg gegebene L'd'or nur $937\frac{127}{404}$ L'd'or erlanget werden, so siehet man, daß Hamb. an 1000 ausgegebenen L'd'or, $62\frac{277}{404}$ L'd'or verloren.

Nota. Also könnte man den Aufsatz auch wol nach Anzeigung der Not. 3 (ibid.) folgender maßen anstellen:

1000 L'd'or

	L'd'or	1	℔ Thl. in Leipz.
℔.	Thl. in Leipz.	ℵ℔	ℵØØ Thl. B°.
9	Thl. B°.	1	℔ B°.
17.	℔ B°.	℔	8 L'd'or
		ℵØØ	101 p. Leipz. Spesen
		99	ℵØØ p. Hamb. Spesen

153	15147	16160000
		1013...
		10418.
Fac.	$1066\frac{1}{1}\frac{3}{5}\frac{2}{1}\frac{98}{47}$ L'd'or	13298

Woraus zu ersehen, daß dem Hamburger die 1000 empfangenen L'd'or in Leipzig nach solchem Hin- und Wiederwechsel auf $1066\frac{1}{1}\frac{3}{5}\frac{2}{1}\frac{98}{47}$ L'd'or zu stehen gekommen, und folglich, daß er an $1066\frac{1}{1}\frac{3}{5}\frac{2}{1}\frac{98}{47}$ L'd'or, $66\frac{1}{1}\frac{3}{5}\frac{2}{1}\frac{98}{47}$ L'd'or verloren. Allein da die Frage ist, wie viel an 1000 L'd'or verloren worden; so ist es besser, sich der vorigen Auflösung zu bedienen; wie hiervon mit mehrern in gedachter Not. 3 zu ersehen.

Die Auflösung der gemeldten 2ten Frage kommt nach Lehre §. 1057 also:

Ein-

Einkauf der L'd'or.

	1000 L'd'or
L'd'or 1	℔ Thl. in Leipz.
ℳ. Thl. in Leipz. ℵℬ	100 Thl. B°.
9 Thl. B°. 1	ℬ℔ B°.
ℵØØ	101 p. Leipz. Spesen
99	ℵØØ p. Hamb. Spesen
891	10100000
	119....
	299...
	317..
	497.
	515

Fac. 11335 $\frac{5}{8}\frac{1}{9}\frac{5}{1}$ ℔ B°.

Verkauf der L'd'or.

1000. L'd'or à 10 ℔ 10 ß B°.

500
125

8	$\frac{1}{2}$ ℔
2	$\frac{1}{4}$

Fac. 10625 ℔ B°.

Da nun die 1000 L'd'or Einkaufs ℔ 11335 $\frac{5}{8}\frac{1}{9}\frac{5}{1}$ gekost. im Verkaufe aber nur auf ℔ 10625 ausgebracht worden, so sind 11335 $\frac{5}{8}\frac{1}{9}\frac{5}{1}$, verloren.

℔ 710 $\frac{5}{8}\frac{1}{9}\frac{5}{1}$ an ℔

Nota. Wollte man aber, nach Anzeigung Not. 2 (ibid.) die Leipziger Spesen allhier im Einkauf, und die Hamburger im Verkauf bringen, so käme die Ausrechnung, als folget:

Ein-

Einkauf.

1000 L'd'or

L'd'or 1 — ℔ Thl. in Leipz.
℔. Thl. in Leipz. XℨℨX — XØØ Thl. B°.
9 Thl. B°. 1 — ℨ ℔ B°.
XØØ — 101 p. Leipz. Spesen

9 | 101000

Fac. 11222 2/9 ℔ B°.

Verkauf.

XØØØ L'd'or — 5
℔. L'd'or 8 — 85 ℔ B°.
1ØØ — 99 p. Hamb. Spesen.

4 | 42075 | 425..

Fac. 10518 3/4 ℔ B°.

wäre also an 11222 2/9 ℔ B°., der Verlust 11222 2/9 ÷ 10518 3/4, das ist 703 17/36 ℔ B°.

Die Auflösung der erwehnten 3ten Frage kommt nach Lehre §. 1058,

und zwar, wenn die Frage nach dem Hamburger Course der L'd'or ist (ibid. N°. 1), wie folget:

11 L'd'or

L'd'or 1 — ℨ Thl. in Leipz.
℔. Thl. in Leipz. XℨℨX — 100 Thl. B°.
9 Thl. B°. 1 — ℨ ℔ B°.
XØØ — 101 p. Leipz. Spesen
99 — XØØ p. Hamb. Spesen

891 | 10100

Fac. 11 ℔ 5 12/89 ß B°. — 119.

Rest 299 ℔, d. i. 4784 ß

329

Da

Da nun dem Hamburger 1 L'd'or auf 11 ℔ $5\frac{3}{8}\frac{2}{9}\frac{9}{1}$ ß B°. zu stehen kommt; er aber denselben à 10 ℔ 10 ß B°. verkauft, so ist an diesem Course $11\frac{3}{8}\frac{2}{9}\frac{9}{1}$ ß B°. verloren.

Wenn aber die Frage nach dem Course zwischen Hamburg und Leipzig ist (ibid. N°. 2), so kommt die Berechnung also:

			100 Thl. B°.
	Thl. B°.	1	3 ℔ B°.
17.	℔ B°.	88	8 L'd'or
	L'd'or	1	8 Thl in Leipz.
		xØØ	101 p. Leipz. Spesen
33.		99	xØØ p. Hamb. Spesen
		561	80800
Fac.	$144\frac{1}{5}\frac{6}{8}\frac{6}{1}$	Thl. in Leipz.	247.. 226. 16

Da nun dem Hamburger 100 Thl. B°. auf $144\frac{1}{5}\frac{6}{8}\frac{6}{1}$ Thl. in Leipz. zu stehen kommen, er aber daselbst nur 135 Thl. empfängt, so verlieret er an diesem Course $9\frac{1}{5}\frac{6}{8}\frac{6}{1}$ Thl. in Leipz.

So aber die Frage nach dem Leipziger Course oder Preise der L'd'or ist (ibid. N°. 3), kommt die Ausrechnung wie folget:

			1 L'd'or	
	L'd'or	8	88 ℔ B°.	17
	℔ B°.	3	1 Thl. B°.	
ℵ.	Thl. B°.	100	ℵ33 Thl. in Leipz.	ℵ7. 9
4		101	ℵ00 p. Leipz. Spesen	
		ℵ00	99 p. Hamb. Spesen.	
		3232	15147	|153..
Fac. $4\frac{2}{3}\frac{2}{2}\frac{1}{3}\frac{9}{2}$ Th. in Leipz.			2219	

Da nun dem Hamburger Einkaufs 1 L'd'or 5 Thl. in Leipzig gekostet; er aber nach dem Verkaufe nur $4\frac{2}{3}\frac{2}{2}\frac{1}{3}\frac{9}{2}$ Thl. in Leipzig daraus erlanget, so ist der Verlust bey diesem Course $\frac{1}{3}\frac{0}{2}\frac{1}{3}\frac{3}{2}$ Thl. in Leipzig.

Die Auflösung der gedachten 4 Frage kommt nach Lehre §. 1059 also:

		ℵ00 L' d'or	
	L'd'or	8	85 ℔ B°.
	℔ B°.	3	1 Thl. B°.
	Thl. B°.	ℵ00	ℵ33 Thl. in Leipz. ℵ7
	Thl. in Leipz.	3	1 L'd'or 9
		101	ℵ00 p. Leipz. Spesen
		ℵ00	99 p. Hamb. Spesen.
		808	75735 |765..
Fac. $93\frac{5}{8}\frac{9}{0}\frac{1}{8}$ L'd'or.			301.
			591

Da nun der Hamburger vor ausgegebene 100 L'd'or, nur $93\frac{5}{8}\frac{9}{0}\frac{1}{8}$ L'd'or wieder erlanget, so verlieret er $6\frac{2}{8}\frac{1}{0}\frac{7}{8}$ p. C. nämlich (§. 1049) in 100. Und gleichergestalt kann man allhier die Frage, wie §. 1059 ausführlich zu

ersehen,

ersehen, auf 100 Thl. B°., oder 100 ℔ B°.; oder 100 Thl. in Leipzig, stellen, welche Aufsätze aber zu wiederholen, unnöthig erachte.

Nota 1. Nicht minder könnte man den Aufsatz nach Anzeigung Not. 1 (ibid.) auch folgendergestalt anstellen:

		xØØ L'd'or	20
	L'd'or	1	ß Thl. in Leipz.
zu	Thl. in Leipz.	xßß	100 Thl. B°.
9	Thl. B°.	1	ß ℔ B°.
17.	℔ B°.	ßß	8 L'd'or
		xØØ	101 p. Leipz. Spesen
		99	xØØ p. Hamb. Spesen
153..		15147	1616000
			1013..
			10418

Fac. $106\frac{1}{1}\frac{0}{5}\frac{4}{1}\frac{1}{4}\frac{8}{7}$ L'd'or.

woraus erhellet, daß dem Hamburger jede 100 empfangene L'd'or in Leipzig, nach solchem Hin- und Wiederwechsel auf $106\frac{1}{1}\frac{0}{5}\frac{4}{1}\frac{1}{4}\frac{8}{7}$ L'd'or zu stehen gekommen, und folgends, daß er an $106\frac{1}{1}\frac{0}{5}\frac{4}{1}\frac{1}{4}\frac{8}{7}$ L'd'or, $6\frac{1}{1}\frac{0}{5}\frac{4}{1}\frac{1}{4}\frac{8}{7}$ verloren. Allein da die Frage allhier ist, wieviel in 100 der Verlust sey (§. 1049)? so ist es besser, bey dem ersten Aufsatze zu bleiben; es sey denn, daß man mit Fleiß den Verlust auf 100 verlangen sollte, wie hiervon oben §. 1059 Not. 2 schon gemeldet worden.

Nota 2. Wer von dieser Sache einen wahren Begriff zu erlangen gedenket, der wolle die Auflösung dieses umgewendeten Handels gegen die Auflösungen im §. 1056 bis 1059 halten, und solche gegen einander conferiren, auch alles dasjenige, was daselbst in den Notis angemerket worden, mit Fleiß beobachten. Nicht minder werden insonderheit die Anfänger wohl thun, wenn sie die Uebereinstimmung aller gefundenen Facite solches umgewendeten

Handels, wie im §. 1061 erwehnet, nach der Regel Detri untersuchen, und folgende Sätze berechnen wollen:

1000 L'd'or verlieren 62 $\frac{277}{400}$ L'd'or, was 100?

It. 1066$\frac{1329847}{1511}$ L'd'or verlieren 66$\frac{1329847}{1511}$ L'd'or, was 100?

It. 11335$\frac{515}{891}$ ℔ B°. verlieren 710 $\frac{515}{891}$ ℔ B°, was 100?

It. 11222$\frac{2}{9}$ ℔ B°. verlieren 703 $\frac{17}{360}$ ℔ B°, was 100?

It. 11 ℔ 5$\frac{329}{891}$ ß B°. verlieren 11 $\frac{329}{891}$ ß B°, was 100?

It. 144$\frac{16}{5061}$ Leipz. Thl. verlieren 9 $\frac{16}{5061}$ Leipz. Thl. was 100?

It. 5 Thl. d°. verlieren $\frac{1013}{3232}$ Thl. d°, was 100?

It. 106$\frac{1041847}{15147}$ L'd'or verlieren 6$\frac{1041847}{15147}$ L'd'or, was 100?

In allen diesen Berechnungen werdet ihr immer die 6$\frac{217}{800}$ das ist den wahren Verlust p. C., nämlich in 100 (§. 1049), zum Facit finden müssen.

Die 142. Aufgabe.

§. 1063. **In einem einzigen Aufsatze und ohne Hülfe der Regel Detri, auch den Verlust p. C., wenn es verlanget wird, auf 100 zu finden.**

I. Wenn ihr voraus sehen könnet, daß ein Verlust vorhanden, so dürfet ihr nur die Fragezahl in solchem Verstande setzen, daß sie heiße: Wie hoch kommen mir 100 zu stehen, die ich empfange? auf solche Weise, wie vorhin (§. 1062) bey der 4ten Frage Not. 1 geschehen, und mit mehrern oben (§. 1056) in Not. 3 erkläret worden; so wird das Facit anzeigen, daß solche empfangene 100 mich mehr als 100 gekostet; und folglich mein Verlust p. C. in dem Verstande auf 100.

II. Daferne ihr aber nicht voraus absehen könnet, ob ein Gewinn oder Verlust vorhanden; so bleibet lieber

bey

bey der vorigen Regel §. 1059, und verfertiget die ganze Berechnung so weit, bis ihr die beyden Producte unter der Linie gefunden. Alsdenn merket

III. ob in dem Quotienten, wenn ihr ferner, wie sonst vorhin allezeit geschehen, das rechte durch das linke Product dividiren solltet, 3 oder 2 Ziffern kommen würden (welches ihr vermöge §. 220 gar bald wahrnehmen könnet). Daferne ihr nun 3 befindet, so verfahret auch weiter mit der Berechnung, wie vorhin, und zeiget sodann das kommende Facit (wo es nicht just 100, in welchem Falle weder ein Gewinn noch Verlust ist) einen Gewinn. Im Falle ihr aber nur 2 befindet, so setzet

IV. zu dem linken Producte noch 4 Nullen (oder 4 Puncte) und dividiret dieses durch das rechte Product, so kommt im Facit mehr als 100, und eben so viel als über 100 kommen, ist der Verlust p. C., nämlich auf 100. Jedoch könnet ihr vorher, wo es thun- und nützlich ist, den Divisorem gegen den Dividendum kleinern (§. 293).

Z. E. Wenn man bey dem gedachten Handel (§. 1062) voraus wüßte, daß ein Verlust vorhanden, und man fragte: Wieviel derselbe p. C. nämlich auf 100 sey? so dürfet ihr nur die Fragezahl 100 in solchem Verstande setzen, daß es heiße: Was haben mich empfangene 100 gekostet? und demnach die ganze Berechnung also anstellen, wie vorhin (ibid.) bey der 4ten Frage Not. 1 geschehen, so käme zum Facit $106\frac{1}{1}\frac{0}{5}\frac{4}{4}\frac{1}{1}\frac{8}{7}$, welches anzeigete, daß der Verlust $6\frac{1}{1}\frac{0}{5}\frac{4}{4}\frac{1}{1}\frac{8}{7}$ p. C., nämlich auf 100 sey.

So man aber im voraus nicht weiß, ob ein Gewinn oder Verlust dahinter stecket, so bleibet allerdings bey der gegebenen Regel (§. 1059) und procediret als folget:

		xøø L'd'or	
L'd'or	8	85 ℔ B°.	
℔ B°.	ʒ	1 Thl. B°.	
Thl. B°.	xøø	xʒʒ Thl. in Leipz.	xn
Thl. in Leipz.	ʒ	1 L'd'or	9
	101	xøø p. Leipz. Spesen	
	xøø	99 p. Hamb. Spesen.	
	8080000	75735	765..
	5065..	Fac. $106\frac{104}{151}\frac{18}{47}$ L'd'or, wie	
	52090	vorhin.	

Dieser Aufsatz ist nach der gegebenen Regel (ibid.) eben also gestellet, wie oben §. 1062 bey der Auflösung der 4ten Frage zu ersehen. Allein weil man allhier (vermöge §. 220) gar bald siehet, daß 75735 durch 808 dividirt, nur 2 Ziffern in dem Quotienten geben, so setzet neben 808 noch 4 Nullen, und dividiret also 8080000 durch die 75735, (oder ihr könnet diese beyden Zahlen in 5 kleinern, und die kommenden 1616000 durch 15147 dividiren) kommt sofort die eigentlich gesuchte Antwort, welche anzeiget, daß $6\frac{104}{151}\frac{18}{47}$ p. C., nämlich auf 100, verloren worden.

Beweis.

Wenn man bey diesem Aufsatze das rechte Product durch das linke, wie sonst gewöhnlich, dividiret, kommt zum Facit weniger als 100 (als beym gegebenen Exempel nur $93\frac{59}{80}\frac{1}{8}$), und zeiget dasselbe den Verlust an, in ausgegebenen 100, wie solches insonderheit §. 1062 bey der Auflösung der 4ten Frage zu ersehen ist. Nun wird aus diesem Facit ferner der Verlust auf 100 gefunden,

funden, wenn man nach der Regel Detri setzet (§. 1050): Dieses Facit ($93\frac{5}{8}\frac{9}{0}\frac{1}{8}$) habe gekostet 100, was kosten 100? Folglich wenn man besagte Division nicht wirklich verrichten, sondern nur durch einen Bruch, in welchem der Dividendus der Zähler, und der Divisor der Nenner ist (§. 232), andeuten wollte (als beym gegebenen Exempel also: $\frac{75735}{808}$), so würde solcher Bruch in das erste Glied des gedachten Aufsatzes der Regel Detri zu stehen kommen, und demnach die fernere Ausrechnung darinnen bestehen, daß man den Nenner dieses Bruches (808), die 100 im 2ten Gliede, und die 100 im 3ten Gliede, in einander, das ist, solchen Nenner mit 10000 multipliciren, und das kommende in den Zähler (75735) dividiren müßte. Derowegen ist klar, wenn man bey solchen Fällen dem linken Producte (808) sofort 4 Nullen beyfüget, das ist, selbiges mit 10000 multipliciret, und solches 10000fache durch das rechte Product (75735) dividiret, daß auch sofort das verlangte Facit ($106\frac{10}{15}\frac{4}{4}\frac{1}{17}\frac{8}{7}$), welches den Verlust auf 100 anzeiget, hieraus zum Vorschein kommen muß.

§. 1064. Eben dasjenige, was oben (§. 1060) gemeldet worden, ist auch allhier zu merken, also, wenn bey vorigem Exempel (§. 1062 in der 4ten Frage oder §. 1063) keine Spesen wären, käme die Berechnung wie folget:

			ℵØØ L'd'or	20
	L'd'or	1	ß Thl. in Leipz.	
ℵ.	Thl. in Leipz.	ℵ3ß	100 Thl. B°.	
9	Thl. B°.	1	3ℌ B°.	
17.	ℌ B°.	88	8 L'd'or	

153 — 16000 — 70

Fac. $104\frac{88}{153}$ — 88

Oder: xØØ L'd'or

L'd'or	8	85 ℔ B°.	
℔ B°.	3	1 Thl. B°.	
Thl. B°.	xØØ	xZZ Thl. in Leipz.	xR
Thl. in Leipz.	Z	1 L'd'or	9

80000 765

35.. Fac. $104\frac{88}{153}$

440

Oder gekleinert in 5 kommen:

16000 in 153

7.. Fac. $104\frac{88}{153}$

88

Demnach würde der Verluſt $4\frac{88}{153}$ p. C., nämlich auf 100, ſeyn.

§. 1065. Es darf dahero niemand befremden, daß bey dem gegebenen Exempel im §. 1059 der Gewinn nur $2\frac{865}{1717}$ p. C. und im §. 1062 bey der 4ten Frage Not. 1, da es doch eben daſſelbe Exempel, aber nur umgekehrt proponirt iſt, der Verluſt p. C. und zwar gleichfalls auf 100, dennoch weit mehr, nämlich $6\frac{1041}{1517}$, kommt; allermaßen, wenn keine Speſen wären, aus der Berechnung §. 1060, und vorigem §. 1064 klar zu erſehen, daß in beyden Fällen gleichviel, nämlich $4\frac{88}{153}$ p. C. hervorkommen. Hingegen verurſachen die Speſen, daß der Gewinn $4\frac{88}{153}$ deſto kleiner, und gegentheils in dem umgewendeten Falle, der Verluſt $4\frac{88}{153}$ deſto größer wird (§. 1053).

§. 1066. Alles dasjenige, was einem Handel entweder zum Vor- oder Nachtheil gereichet, und der Größe des Handels proportioniret iſt, kann bey der Gewinn- und Verluſtrechnung eben ſowol, als die Speſen, wovon vorher gelehret worden, in einen Aufſatz der Regel Multiplex gebracht werden (§. 961). Und hat man bey denſelben vornehmlich abermal den Unterſcheid des Verſtandes von dem Aufſatze, auf die Weiſe, wie oben im §. 1034 erklä-

erkläret, wohl zu beobachten. Z. E. Wegen der Zeit (§. 980) pfleget man bey den Kaufleuten gemeiniglich $\frac{1}{2}$ p. C. p. Monat vor Interesse zu rechnen. Weil nun solche Interesse proportioniret ist der Größe des Capitals (§. 341), so kann man sie in den Aufsatz der Regel Multipler bringen. Um aber zu wissen, welches Glied von dieser Verhältniß erst oder nachgesetzet werden soll, das ist, ob man setzen solle 100 werden $100\frac{1}{2}$; oder aber $100\frac{1}{2}$ werden 100: So darf man nur den eigentlichen Verstand von dem Aufsatze, auf solche Art wahrnehmen, wie oben (§. 1034) bey den Spesen erkläret worden, so findet sich der Satz ferner von sich selbst. Dahero habe nicht nöthig erachtet, hiervon eine besondere Lehre zu geben.

§. 1067. Ich habe also zur Erörterung der 4 Hauptfragen bey der Gewinn- und Verlustrechnung (§. 1054) hoffentlich genugsame Anleitung gegeben. Nun findet man zwar in den Rechenbüchern noch eine 5te Frage, nämlich, wenn in einer gewissen Zeit was gewonnen oder verloren worden; wie viel solcher Gewinn oder Verlust p. C. p. Anno ausmache? Allein da ich im vorigen gezeiget, wie der Gewinn oder Verlust p. C. zu finden, so achte es überflüßig zu seyn, von der gedachten 5ten Frage besondere Worte zu machen, zumal da bey derselben nichts sonderliches zu erinnern ist. Denn wenn man den Gewinn oder Verlust p. C. einmal auf etliche Wochen oder Monate weiß, so findet sich ferner der Gewinn oder Verlust p. C. auf 12 Monate, durch die bloße Regel Detri, wie hiervon mit mehrern hernach in der Interesserechnung gezeiget werden soll, als wohin dergleichen Rechnungen eigentlich gehören.

§. 1068. Demnach will ich allhier nur noch verschiedene Exempel zur Uebung geben.

N°. 1. Hamburg traßiret auf Londen 500 L. Sterl. à $32\frac{5}{6}$ ßß Vls. B°., remittiret hingegen den Betrag nach Amsterdam à $33\frac{3}{4}$ Stüb., und von dar ferner nach Londen à $33\frac{1}{2}$ ßß Vls. Wenn nun vor Spesen überhaupt (z. E.) 1 p. C. berechnet wird, so fraget sichs: Wieviel L.

Sterl. an ſolchen 500 ℔. Sterl. gewonnen oder verloren? Alſo:

			ʒøø ℔. Sterl.	125
	℔. Sterl.	ø	197 ß Vls. Hamb. B°.	
℔.	ß Vls. Hamb. B°.	8	ʒ ℔ B°.	
	℔ B°.	8	xʒʒ Stüb. Hol. B°.	45
℔.	Stüb. Hol. B°.	ø	1 ß Vls. B°.	
	ß Vls. B°.	67	ʒ℔. Sterl.	
		101	xøø p. Speſen	25

6767	54136	27703125	985
		6351..	8865...
		9376.	1108125..
		39629	

Fac. 5 11 ¾ ℔. Sterl. in C^a. Iſt alſo 11 ¾ ℔. Sterl. in C^a. auf 500 ℔. Sterl. gewonnen.

N°. 2. Wenn beym vorigen Exempel aber die Frage iſt: Wie viel auf 500 ℔. Sterl. in ℔ B°. gewonnen oder verloren? kommt die Ausrechnung alſo:

Die Tratta

		ʒøø ℔. Sterl.	125
℔.	℔. Sterl. ø	197 ß Vls. Hamb. B°.	
℔.	ß Vls. Hamb. B°. 8	ʒ ℔ Hamb. B°.	
	101	xøø p. Speſen	25

	101	615625	24625..
		9...	
Fac. 6095 ¹⁰⁄₁₀ ℔ B°.		53.	
in C^a.		30	

Die

Die Remesse

ℳ£. Sterl. 100

£. Sterl. ℳ 67 ß Vls Hol. B°.
ß Vls. Hol. B°. 1 ß Stüb. B°.
ℳ. Stüb. B°. ℳß 8 ℔ Hamb. B°.
9

9 53600

Fac. 5955 5/9 ℔ B°.

Demnach sind vor traßirte ℔ B°. 6095 7/8
bezahlet = = 5955 5/9
folglich ist Gewinn = = ℔ B°. 139 3/4 in C°.

Oder die Tratta

ℳ£. Sterl. 125

2. £. Sterl. ß 197 ß Vls. Hamb. B°.
2. ß Vls. ß 3 ℔ Hamb. B°.

4 24625

Fac. 6156 1/4 ℔ B°.

Die Remesse

ℳ£. Sterl.

£. Sterl. ℳ 67 ß Vls. Hol. B°.
ß Vls. Hol. B°. 1 ß Stüb. B°.
ℳ. Stüb. B°. ℳß 8 ℔ Hamb. B°.
ℳ 101 p. Spesen
9

9 54136 | 6767

Fac. 6015 1/9 ℔ B°.

Demnach sind vor traßirte ℔ B°. 6156 1/4
bezahlet = = 6015 1/9
wäre also Gewinn = ℔ B°. 141 1/8 in C°.

Nota.

Nota. Was wegen dieser zweyerley Ausrechnungen und ihren Unterscheid zu merken, solches ist §. 1057 bereits zur Genüge erkläret worden.

N°. 3. Im Falle aber bey gegenwärtigem Exempel die Frage ist: Wieviel an dem Hamburger Course per London gewonnen oder verloren? stehet die Ausrechnung also:

		1 £. Sterl.	
	£. Sterl. ℔	67 ß Vls. Hol. B°.	
	ß Vls. Hol. B°. 1	ß Stüb. B°.	
	Stüb. B°. 135	℔ Hamb. B°.	2
	℔ Hamb. B°. ʒ	8 ß Vls. Hamb. B°.	
25.	XØØ	101 p. Spesen	
	3375	108272	6767 | 13534
		702.	
Fac. 32 ß 1 ℛ in C^a.		Rest 272 ß, d. i. 3264 ℛ	
Ist also 9 ℛ p. jedes £. Sterl. in C^a. Gewinn.			

N°. 4. Wenn aber die Frage ist; Wieviel p. C. gewonnen oder verloren sey? kommt es also:

		XØØ £. Sterl.	25
℔.	£. Sterl. ß	197 ß Vls.	
℔.	ß Vls. 8	ʒ ℔ Hamb. B°.	
	℔ Hamb. B°. 8	XʒʒStüb. Hol. B°.	45
	Stüb. Hol. B°. ß	1 ß Vls.	
	ß Vls. 67	℔ £. Sterl.	
	101	XØØ p. Spesen	25
6767 |	54136	5540625	985 | 8865.. | 221625..
		1270..	
Fac. 102⅓ p. C. in C^a.		18753	
Ist also 2⅓ p. C. in C^a. Gewinn.			

Nota 1.

Nota 1. Wie diese Frage auch nach verschiedenen andern Arten aufgesetzet und solviret werden kann, solches ist §. 1059 ausführlich schon gezeiget worden.

Nota 2. Also könnet ihr auch aus §. 1061 ersehen, wie die Richtigkeit und Uebereinstimmung aller vorhin von N°. 1 bis hierher gefundenen Antworten durch die Regel Detri zu untersuchen ist.

N°. 5. Hamburg giebt Ordre nach Amsterdam 800 Ducaten allda zu kaufen, und selbige nach Breßlau zu senden. Amst. kaufet den # à 5 fl. 4½ Stüb. Cor., und traßiret den Betrag per Hamb. à 33 Stüb. B°. Wenn nun Agio di B°. in Amst. 5 p. C., die # in Breßlau à 83⅓ Kgl vernegotiret werden, und Hamb. diese Gelder von Breßlau à 137¼ p. C. wiederum einziehet, in Breßlau aber ½ p. C. und in Amst. auch Hamb. zusammen (z. E.) 1½ p. C. Spesen berechnet werden, so fraget sichs: Wieviel an solchen 800 # in # gewonnen oder verloren sey? Also:

800 #
25Ø Kgl
1 Thl. in Breßl.
AØØ Thl. Hamb. B°.
ZZ Stüb. Hol. B°. XI
XØ§ Stüb. Hol. Cor. Z§
2 # 5
2ØØ p. Am. u. Hamb. Sp.
199 p. Breßl. Spesen.

. Z
Kgl ZØ
183. Thl. in Breßl. §AØ
Thl. Hamb. B°. 1
℔ B°. 2
Stüb. Hol. B°. XØØ
19. Stüb. Hol. Cor. 2Ø§
29. 2ØZ
2ØØ

549. | 100833 — 79600000
5307 — 90169..
10614. | Fac. 789⅖ # in — 95026.
C^a. Sind also 10⅗ # in — 42763
C^a. verloren worden.

N°. 6.

N°. 6. Wenn aber die Frage ist: Wieviel an solchen 800 # in Hamb. ℔ B°. gewonnen oder verloren? kommt die Ausrechnung wie folget.

Einkauf.

		800 #	4
	# 2	200 Stüb. Hol. Cor.	19
3. 2x.	St. Hol. Cor. x0 8	x00 Stüb. Hol. B°.	20
3.	St. Hol. B°. 33	2 ℔ Hamb. B°.	
	200	203 p. Am. u. Hamb. Spes.	29
	9	44080	2320 / 4640

Fac. 4897 3/4 ℔ B°. in C^a.

Verkauf.

		800 #
	# 3	250 Kgl
	Kgl 30	1 Thl. in Breßl.
	Thl. in Breßl. 549	400 Thl. Hamb. B°. 2
	Thl. Hamb. B°. 1	3 ℔ B°.
	200	199 p. Breßl. Spesen
	1647	7960000
		1372 ...
		544 ..
		499.
Fac. 4833 ℔ B°. in C^a.		49

Dem-

Demnach kosten die 800 # = ℔ B°. 4897¾ in C^a.
und werden wieder verkauft p. 4833 in C^a.
Ist also Verlust = = ℔ B°. 64¾ in C^a.

N°. 7. Wenn aber gefraget wird: Wieviel an dem Hol. Cours oder Preis eines Ducatens gewonnen oder verloren? stehet es also:

1 #
25ø Kgl.
1 Thl. in Breßl.
Aøø Thl. Hamb. B°. 2
3 ℔ B°.
Bß Stüb. Hol. B°. 11
Xøß Stüb. Hol. Cor. ßß.5
Zøø p. Amst. u. Hamb. Sp.
199 p. Breßl. Spesen

ß
Kgl ßø
183. Thl. in Breßl. 8Aß
Thl. Hamb. B°. 1
℔ B°. 2
Stüb. Hol. B°. 1øø
29. Zøß
Zøø

5490 | 5307 | 547250 | 2189..
Fac. 103⅛ St. in C^a. 165..
629

Da nun der # im Einkaufe gekostet St. 104½ Hol. Cor.
Und im Verkaufe nur kommen = 103⅛ in C^a.
Ist demnach Verlust = St. 1⅜ in C^a.

N°. 8. So aber die Frage ist: Wieviel p. C. gewonnen oder verloren? kommt es also:

Xøø #

	℔ ℬ	ℵØØ ℔
	Kgℋ ℬØ	25Ø Kgℋ
183.	Thl. in Breßl. ℊAℊ	1 Thl. in Breßl.
	Thl. Hamb. Bº. 1	400 Thl. Hamb. Bº.
	℔ Bº. ℵ	ℬℬ Stüb. Hol. Bº. ℵℵ
	Stüb. Hol. Bº. ℵØØ	ℵØℊ Stüb. Cor. ℬℊ :5
19.	Stüb. Cor. ℵØℊ	ℵ ℔
29.	ℵØℬ	ℵØØ p. Am. u. Hamb. Sp.
	ℵØØ	199 p. Breßl. Spesen

5490	100833	9950000
5307		87503.
10614.	Fac. $98\frac{5}{8}$ p. C. in Cª.	68366

Demnach sind $1\frac{3}{8}$ p. C., nämlich in 100, in Cª. verloren.

Nota 1. Dasjenige, welches vorhin bey Nº. 4 angemerket worden, ist auch allhier zu merken. Wollte man aber den Verlust p. C. auf 100 haben, so dürfte man nur an das Product 100833 vier Nullen setzen, und die kommenden 1008330000 durch das andere Product 9950000; oder (auf jeder Seite die vier Nullen zur Rechten hinweggestrichen) 100833 durch 995 dividiren (§. 1063), so kommen $101\frac{5}{10}$ in Cª, anzeigende, daß der Verlust p. C. nämlich auf 100, $1\frac{5}{10}$ in Cª sey.

Nota 2. Indessen da ich im vorhergehenden zur Genüge gezeiget, wie die Ausrechnung nach allen 4 Fragen (§. 1054) jederzeit anzustellen; so erachte es genug zu seyn, die folgenden Exempel nur auf die gewöhnlichste Frage, nämlich wieviel der Gewinn oder Verlust p. C. sey? vorstellig zu machen.

Nº. 9. Hamburg ordiniret Amsterdam Ducaten à 5 fl. 4 Stüb. Cor. zu kaufen, und selbige nach Leipzig zu senden. Amst. traßiret hierauf den Betrag auf Hamb. à $33\frac{1}{2}$ Stüb. Bº., und 5 p. C. Agio di Bº. Leipzig verkaufet die ℔ à $2\frac{3}{4}$ Thl., und nimmt in Bezahlung seine

$\frac{3}{4}$ Stü-

$\frac{2}{3}$ Stücke mit 4 p. C. Verlust, welche $\frac{2}{3}$ es in Natura nach Hamb. überschicket. Wann nun (z. E.) in Amst. 1 p. C. und in Leipz. gleichfalls 1 p. C. wegen Spesen berechnet wird, und die feine $\frac{2}{3}$ in Hamb. à $128\frac{3}{4}$ p. C. in B°. verkauft werden; so fragt sichs: Wie viel p. C. an diesem Handel gewonnen oder verloren?

		xØØ ℔ B°.	28
℔ B°.	A	67 Stüb. Hol. B°.	5
Stüb. Hol. B°.	xØØ	105 Stüb. Hol. Cor.	
26. Stüb. Hol. Cor.	xØA	1 #	
#	A	11 Thl. in Leipz.	
Thl. in Leipz.	104	xØØ an feinen $\frac{2}{3}$.	25
103. feine $\frac{2}{3}$	gxg	AØØ Thl. Hamb. B°.	
Thl. Hamb. B°.	1	3 ℔ B°.	
	101	xØØ p. Amst. Spesen	
	xØØ	99 p. Leipz. Spesen	

2626	28129712	2872918125	737
10504		599469..	3685
273104	Fac. $102\frac{1}{8}$ p.		77385
819312	C. in Ca. Ist	3687501	232155..
	also der Ge=		22983345...
	winn $2\frac{1}{8}$ p. C.		
	in Ca.		

N°. 10. Hamburg giebt Ordre nach Amsterdam, # à 5 fl. $4\frac{1}{2}$ Stüb. Hol. Cor. zu kaufen, und selbige nach Breßlau zu senden. Amst. traßiret hierauf den Betrag auf Hamb. à $33\frac{7}{6}$ Stüb. B°., und 5 p. C. Agio di B°. Breßlau verkaufet die # à 4 fl. 10 Xr., und nimmt in Bezahlung Kayserthl. mit 1 p. C. Verlust, welche es nach Hamb. überschicket. Wenn nun (z. E.) in Amst. $1\frac{1}{2}$ p. C., und in Breßlau 2 p. C. wegen Spesen, und die KThl. in Hamb. $\frac{1}{2}$ p. C. besser als B°. berechnet wer=

den: Wie viel p. C. ist an diesem Handel gewonnen oder verloren? Also:

	ℵØØ ℔ B°.
℔ B°. 32	535 Stüb. Hol. B°.
Stüb. Hol. B°. ℵØØ	105 Stüb. Hol. Cor.
Stüb. Hol. Cor. 209	ℵ#
# ß	25 Kfl. in Breßl. Cor.
ℵ.	ℵØØ Kfl. in Kthl.
Kfl. in Breßl. Cor. 101	1 Kthl.
Kfl. in Kthl. ℵ	201 Thl. Hamb. B°.
Kthl. ℵØØ	ℨ ℔ Hamb. B°.
Thl. Hamb. B°. 1	ℵØØ p. Amst. Spesen
ℵØß	ℌ8 p. Breßl. Spesen. ℵ4. 7
29. ℵØØ	

2929	19589152	1975955625	535
26361			1070
5858	Fac. 101 in C².	R. 17040425	107535
612161	Ist also 1 p. C.		537675
2448644	in C². gewoñen.		11291175 ..
			282279375

Nota. Dieses Exempel wurde einst einem gewissen Rechner, der sich insbesondere vor einen Maitre von dieser Rechnungsmethode hält, auf sein eigenes Verlangen vorgegeben, und ob er sich gleich schriftlich verlauten lassen, daß er dergleichen Aufsätze stante pede allezeit von der Hand hinschreiben wollte, und unmöglich dabey fehlen könnte; so war er gleichwol so unglücklich, nachdem er wider seine vorgegebene Unmöglichkeit in zweyen malen den rechten Aufsatz verfehlet, auch zum dritten mal ein unrichtiges Facit hervorzubringen. Ich merkte unter andern auch hieraus die Schwäche seiner Unmöglichkeit, und zugleich dasjenige, wovon oben §. 1043 erwehnet worden. Wer aber meine vorhin gegebene Gründe wohl gefasset, dem können dergleichen Aufsätze gar nicht fremde vorkommen.

N°. 11. Danzig kauft Albertsthl. à 3 fl. 24 ß Pol., sendet dieselben nach Riga, und läßt davor Amsterdamer

mer Briefe kaufen à 104 p. C. Diese Briefe vernegotiret Danzig à 290 ℔ Pol., und 5 p. C. Agio di B°. Wenn nun in Danzig bey dem Einkauf und Versendung der Alb. Thl., auch sonst anderer Unkosten wegen, 1 p. C. Spesen berechnet wird; so fragt sichs: Wie viel p. C. Danzig gewonnen oder verloren? Also:

		XØØ fl. Pol.	25
	fl. Pol. 19	8 Alb. Thl.	
	Alb. Thl. XØØ	104 Thl. Hol. Cor.	
21.	Thl. Hol. Cor. XØ8	100 Thl. Hol. B°.	
3.	Thl. Hol. B°. X2	5 £. Vls. B°.	
	£. Vls. B°. 1	29Ø ℔ Pol.	
	℔ Pol. 3Ø	1 fl. Pol.	
	101	XØØ p. Spesen	

1919	362691	37700000	312.
17271	Fac. $103\frac{1}{1}\frac{5}{6}$ p.C.	14309..	3016...
34542	in C^a. Ist also $3\frac{1}{1}\frac{5}{6}$ p. C. in C^a. Gewinn.	342827	

N°. 12. Leipzig kaufet Ducaten zu $2\frac{3}{4}$ Thl. gegen Lbl., welche 1 p. C. besser, als die # gerechnet werden, und sendet dieselben nach Danzig. Danzig erkauft solche à 243 ℔ Pol. gegen Amsterdamer Briefe à 288 ℔. Wenn nun diese Briefe in Leipzig à 136 p. C. in B°. eingezogen, und daselbst wegen Spesen 1 p. C. berechnet wird,; so fragt sichs: Wie viel Leipzig gewonnen oder verloren: Also:

			xØØ #	
	#	1	ZAB H Pol.	27
	H Pol.	Z88	1 L. Vls. B°.	
ZZ.	L. Vls. B°.	5	12 Thl. Hol. B°.	
4	Thl. Hol. B°.	xØØ	xZ8 Thl. in Lbl.	17
	Thl. in Lbl.	xØØ	xØx Thl. in #	
	Thl. in #	11	A #	
		xØx	xØØ p. Spesen	
	55		5508	204 612

Fac. $100\frac{1}{8}$ in C^a. Rest 8

Ist demnach $\frac{1}{8}$ p. C. in C^a. Gewinn.

N°. 13. Leipzig kaufet Breßlauer Briefe à 96 p. C., läßt sie in Hamburg à 137 p. C. caviren, und davor Wiener Briefe à 138 p. C. kaufen. Diese sendet es nach Wien, und läßt die Retour sich Adrittura à 102 p. C. zurück geben. Wenn nun hierbey überhaupt 1 p. C. Spesen zu berechnen sind; so fragt sichs: Wie viel Leipz. p. C. gewinnet oder verlieret? Also:

			xØØ Thl. in Leipz.	
x8.	Thl. in Leipz.	88	xØØ Thl. in Breßl.	
4	Thl. in Breßl.	137	xØØ Thl. Hamb. B°.	25
	Thl. Hamb. B°.	xØØ	xZ8 Thl. in Wien	23
34	Thl. in Wien	xØZ	xØØ Thl. in Leipz.	25
		xØØ	88 p. Spesen	33
548.		4658	474375	69
			85..	759..
				18975..
	Fac.	$101\frac{13}{16}$ in C^a.	3917	

Ist also $1\frac{13}{16}$ p. C. in C^a. Gewinn.

Nota.

Nota. Wegen der allhier zusammen genommenen und in 100 gesetzten Spesen könnet ihr dasjenige nachsehen, welches oben §. 1037. Not. 2 angemerket worden.

N°. 14. Hamburg kaufet L'd'or vor 5 Thl. leicht Geld, verkaufet dieselben gegen B°. à 10 ℔ 13½ ß, und nimmt in Bezahlung # um ¼ p. C. schlechter als B°. Wenn es nun solche # wiederum à 8 ℔ 4 ß leicht Geld absetzet; so fragt sichs: Wie viel p. C. es an diesem Hin- und Wiederwechsel (der Spesen ohngeachtet) gewonnen oder verloren? Also:

				1ØØ L'd'or	
	L'd'or	2		347 ß Lüb. B°.	
	ß Lüb. B°.	4ØØ		401 ß B°. in #	
32.	ß B°. in #	Øß		1 #	
	#	4		ßß ℔ leicht Geld	11
	℔ leicht Geld	15		1 L'd'or	

256	15360	1530617		3817
		1482..		15268
	Fac. 99⅝ p. C. in C°.			
	Ist also ⅜ p. C. nämlich in 100 Verlust.	9977		

N°. 15. Hamburg kaufet L'd'or à 10 ℔ 13 ß B°., verwechselt solche zu 5 Thl. gegen neue ⅔ vor voll mit 2 p. C. Verlust; und diese N ⅔ ferner wieder gegen B°. Bey Umsetzung dieser Münzen fanden sich Spesen (z. E.) ½ p. C., und über diese noch 1⅔ p. C. Avanz. Die Frage ist: Wie hoch die N ⅔ gegen B°. wieder verwechselt worden? Also:

			100 ℔ B°.
	℔ B°.	1	16 ß Lüb. B°.
	ß Lüb. B°.	173	XS ℔ in L'd'or ß
17.	℔ in L'd'or	XØZ	100 ℔ in N ⅔ vor voll
67.		ZØX	200 p. Spesen
61.		ZØS	ZØØ p. Avanz. 50

1211.	12019867	1600000000
11591		3980133..
81137	Fac. 133⅛	3741729.
197047	p. C. in Ca.	1357689
1182282		

Wollet ihr nun dieses Facit untersuchen, ob nach demselben der erwehnte Gewinn 1⅔ p. C. entstehe, so kommt die Rechnung also:

			100 ℔ B°.
	℔ B°.	1	16 ß Lüb. B°.
	ß Lüb. B°.	173	XS ℔ in L'd'or ß.
51.	℔ in L'd'or	XØZ	100 ℔ in N ⅔ vor voll
ZXß.	℔ in N ⅔	XØßS	800 ℔ B°.
71		201	ZØØ p. Spesen. 100

1038.	125913033	12800000000
8823		2086967..
17646	Fac. 101⅔ p.	82783667
1773423	C. in Ca. Ist	
12413961	also 1⅔ p. C.	
	der Gewinn,	
	wie begehret.	

Nota. Wollte man aber allhier accurat 101⅔ zum Facit haben, so müßte man auch das vorige Facit nicht auf 133⅛ in Ca. setzen, wie oben §. 1024 N°. 13. Not. 2 schon gezeiget worden.

N°. 16. Leipzig remittiret nach Amsterdam à 135 p. C. in B°, von dar ferner nach London à 33 ß 4 ℞ Vls.

B°.

B°·, und traßiret den Betrag wiederum auf Londen Abrittura à $5\frac{2}{3}$ Thl. p. 1 L. Sterl. Bey diesem Hin- und Wiederwechsel fanden sich Spesen 1 p. C., und über diese netto noch 100 Thl. in Leipzig Avanz. Die Frage ist: Wie viel Thl. in Leipzig anfangs die Remesse per Amsterdam gewesen?

Bey dergleichen Exempeln könnet ihr die Fragezahl auf so viel als ihr beliebet, stellen; jedoch setzet man Kürze halber nur 1, wie folget:

15. Thl. in Leipz. XZS	1 Thl. in Leipz.
Thl. Amst. B°· Z	XØØ Thl. Amst. B°·
ß Vls. B°· XØØ	ZS ß Vls. B°·
L. Sterl. 3	Z L. Sterl.
XØØ	17 Thl. in Leipz.
4	ØØ p. Spesen. 11

180 187

Fac. 1 $1\frac{7}{80}$ Thl. in Leipz. 7

Ist demnach auf jeden remittirten Leipz. Thl. $1\frac{7}{80}$ Thl. gewonnen.

Demnach setzet ferner nach der Regel Detri

$1\frac{7}{80}$ Gewinn = 1 Thl. Cap. = 100 Thl. Gewinn

7 180..

Fac. 2571 $\frac{3}{7}$ Thl. die gesuchte Remesse.

Nota. Dieses Exempel ist von dem vorigen N°· 15 darinnen unterschieden, indem bey solcher N°· der angegebene Gewinn p. C. und also der Größe des Capitals proportional ist; dahero konnte er sofort in den Aufsatz der Regel Multiplex gebracht werden (§. 961): Hingegen ist der Gewinn bey gegenwärtigem Exempel überhaupt 100 Thl., ohne daß man noch die Größe des Capitals, geschweige dessen Verhältniß zu den gewonnenen 100 Thl., bekannt habe; derowegen suchet man erstlich die Verhältniß des

Gewinnes zu einem nach Belieben angenommenen Capital, und hieraus ferner nach der Regel Detri die verlangte Größe des Capitals, nach Proportion des gegebenen Gewinnes 100 Thl.

Die Richtigkeit dieser gefundenen Antwort 2571 3/7 Thl. zu untersuchen, kommt, nach Anzeigung §. 1056, als folget:

			18000 (7tel Thl. in Leipz.	A.
	7tel	7	1 ganz. Thl.	
XS.	Thl.	XBS	100 Thl. Amst. B°.	
B	Thl. B°.	B	25 ß Vls. B°.	S.
	ß Vls. B°.	XOO	B L. Sterl.	
	L. Sterl.	B	17 Thl. in Leipz.	
A.		XOO	99 p. Spesen	BB. 11
	7	18700		

Fac. 2671 3/7 Thl. in Leipz.
ab Capital 2571 3/7
bleiben netto 100 Thl. Gewinn.

Von Wechselarbitragen.

§. 1069.

Wenn bey den Wechselnegotien zwischen etlichen Vorschlägen eine Untersuchung angestellet wird, welcher Vorschlag am nützlichsten oder schädlichsten sey; als z. E. wenn jemand in Leipzig Geld nach Amsterdam übermachen will, und deswegen eine Untersuchung anstellet, ob er es per Wechsel Adrittura (§. 979), oder über Hamburg (§. 990) remittiren, oder etwa seine 2/3 Stück in Natura hinsenden, oder sonst einen andern Weg ergreifen

greifen soll; So heißet man es **arbitriren**, und verstehet dadurch so viel als **entscheiden** oder **erwählen**; und dahero werden die zu solcher Entscheidung gebrauchten Rechnungen **Wechselarbitragen**, oder Wechselarbitria genennet.

§. 1070. Es ist demnach das Arbitriren von den Wechselrechnungen, die ich bis hierher vorgetragen habe, darinnen unterschieden, indem diese schlechterdings lehren, wie jeder Wechsel zu berechnen, und werden sie entweder bey geschehenen Dingen (§. 1016), oder auch wohl vorher ehe man einen vorhabenden Handel schliesset, zu einer vernünftigen Präcaution, um zu untersuchen, ob aus demselben ein Gewinn oder Verlust entstehen könnte, gebrauchet; allermaßen ein kluger Banquier jederzeit vor Schließung eines Wechsels, seinen Calculum machet, und den Nutzen, welchen er bey solchem Handel zu hoffen, auch was gegentheils an Spesen und Zeitverlust wiederum abgehen müßte, und was sonst in andern Umständen zu beobachten ist, in Erwegung ziehet, damit er nicht nöthig habe hernach aus eigenem Schaden allererst klug zu werden: Hingegen wird bey den Arbitragen ein einziger Handel, wie vorhin (§. 1069) gemeldet, auf verschiedene Wege vorher ausgerechnet, um den nützlichsten unter denselben zu wählen.

§. 1071. Dahero darf man bey den Arbitragen nur jeden Weg oder Vorschlag, den man zu einem Handel haben kann, nach den gegebenen Coursen und Preisen insbesondere und eben auf die Art, wie bis hierher gelehret worden, vorher berechnen, so kann man aus der Gegeneinanderhaltung aller gefundenen Antworten gar bald erkennen, welcher Weg der nützlichste oder schädlichste zu solchem Handel sey; indem jeder (ohne daß man darauf

eine Regel geben darf) von sich selbst weiß, daß bey einem Empfange dieses der einträglichste Weg, nach welchem am meisten zu empfangen; hingegen bey einer Auszahlung derjenige Weg am dienlichsten, wo am wenigsten auszuzahlen (§. 986). Jedoch da aus solcher Gegeneinanderhaltung der Nutzen oder Schaden nicht so schlechterdings zu beurtheilen ist, wenn die gegen einander zu haltenden Zahlen nicht von gleicher Münzart sind (§. 995 und 1038), so muß man die Berechnung der verschiedenen Vorschläge dergestalt anstellen, daß alle Antworten unter einerley Münzart kommen.

§. 1072. Das unsicherste bey den Wechselarbitragen ist dieses, daß die Course und Preise der Gelder sich gar oft ändern (§. 980 und 981), und dahero auf dieselben im voraus eine feste Rechnung zu machen ganz ungewiß ist. Jedennoch brauchet ein kluger Banquier so viele Vorsichtigkeit, als ihm immer möglich, und stellet sich in dem Arbitriren solche Course vor, die er am meisten zu hoffen oder zu vermuthen hat.

§. 1073. Es wird aber das Arbitriren auf verschiedene und zwar gemeiniglich auf folgende 4erley Arten, nachdem die Absicht ist, angestellet. Nämlich man suchet entweder

1. (welches das allergewöhnlichste ist) nur schlechterdings, welcher Vorschlag am nützlichsten, unangesehen auf wie viel sich eigentlich solcher Nutzen erstrecke; oder
2. wieviel eigentlich der Unterscheid zwischen beyden, oder auch mehrern Vorschlägen, und zwar auf die vorhabende ganze Wechselsumme, und in einer gewissen begehrten Münze sey; oder

3. wie

3. wie viel die Vorschläge auf den Wechselcours; oder
4. p. C., von einander differiren.

§. 1074. Die letztern 3erley Entscheidungsarten sind specielle Fälle: Dahero muß deren Berechnung nach der eigentlichen Frage, nämlich bey der gedachten 2ten Art, auf die ganze Wechselsumme; bey der 3ten, auf so viel, als die beständige Valute des Courses ist, in welchem der Unterscheid der Vorschläge verlanget wird; und bey der 4ten, auf 100 gerichtet werden. Hingegen stehet es bey der erwehnten ersten Entscheidungsart frey, die Berechnung auf so viel, als man beliebet, anzustellen, wenn man nur bey allen Vorschlägen gleichviel nimmt. Denn der Vorschlag, welcher bey 1 nützlich, ist ohnstreitig auch bey 100 oder mehr nützlich: Gegentheils ist derjenige Vorschlag auch bey 100 oder mehr schädlich, welcher bey 1 schädlich ist. Wenn man demnach die Antwort auf eine von den gemeldten letztern 3 erley Fragen heraus gebracht, so hat man daran zugleich die Antwort auf besagte erste Frage. Derowegen werde ich in den nachfolgenden Aufgaben erstlich jene Fragen, und hernach diese zu erörtern anzeigen.

§. 1075. Dasjenige so oben bey der Gewinn- und Verlustrechnung (§. 1055) gemeldet worden, ist nicht minder auch allhier zu merken; also, daß man in den Arbitragenexempeln niemals anders nöthig habe die ganze Wechselsumme, welche man zu verwechseln Vorhabens ist, anzugeben, es sey denn, wenn mit Fleiß nach der gedachten 2ten Entscheidungsart gefraget wird (§. 1074).

§. 1076. Wenn man bey der erwehnten 4ten Art (§. 1073) den Unterscheid eines Vorschlages von dem andern p. C. zu determiniren verlanget, so wird eigentlich,

lich, nicht wie bey der Gewinn- und Verlustrechnung (§. 1048), die Verhältniß des auszuzahlenden zu dem zu empfangenden; sondern die Verhältniß des auszuzahlenden nach dem einen Vorschlage, zu dem auszuzahlenden nach dem andern Vorschlage; oder des zu empfangenden nach dem einen Vorschlage, zu dem zu empfangenden nach dem andern Vorschlage, gesuchet: Und verstehet man solche Verhältniß allezeit auf 100 desjenigen Vorschlages, der in solchem arbitriren die kleinste Auszahlung oder den kleinsten Empfang hervorbringet. Z. E. Man sage: **Es sey ein Vorschlag besser als der andere um** 10 p. C.: oder **es sey dieser schlechter als jener um** 10 p. C.: So wird in einem Wege sowol, als in dem andern immer verstanden, daß, so oft als man nach dem bessern Vorschlage 100 auszuzahlen habe, eben so oft habe man nach dem schlechtern 110 auszuzahlen; oder so oft als man nach dem schlechtern Vorschlage 100 zu empfangen, eben so oft habe man nach dem bessern 110 zu empfangen. Wenn aber nach einem Vorschlage 90, und nach dem andern 100 auszuzahlen oder zu empfangen ist, so heisset man ihren Unterscheid nicht 10 p. C., sondern (wie §. 1049 und 1050 zu ersehen) $11\frac{1}{9}$ p. C. Und solchergestalt werden bey den Arbitragen die p. C. allezeit **auf** und nicht **in** 100 verstanden.

§. 1077. Ueberhaupt sollen obige 4erley Entscheidungsarten (§. 1073) in nachfolgenden Aufgaben, und zwar in der Ordnung wie vorhin (§. 1074) gemeldet, erörtert, umständlich erläutert, wie nicht minder alles, was bisher von den Arbitragen gemeldet worden, mit genugsamen Exempeln erkläret werden.

Die

Die 143. Aufgabe.

§. 1078. **Unter etlichen Vorschlägen zu arbitriren, welcher der nützlichste sey, und zwar ihren Unterscheid auf die ganze Summe die man ein- oder verwechseln will, und in einer gewissen Münze zu bestimmen.**

I. Nehmet solche Summe vor die allgemeine Frage-zahl an zu allen gegebenen Vorschlägen, und untersuchet (wo es nicht ohne Rechnen schon bekannt gegeben) durch die vorhin beschriebene Wechselreduction, §. 1019 oder 1024, wie viel dieselbe Zahl nach allen Vorschlägen endlich in der gewissen Münze, in welcher ihr den verlangten Unterscheid solcher Vorschläge verlanget, ausmachet.

II. Wenn in einem Vorschlage Spesen zu berechnen, so verfahret mit denselben, wie oben (§. 1037) gelehret worden. So aber alle Vorschläge gleichviel Spesen haben, so dürfet ihr dieselben gar hinweg lassen.

III. Haltet alle gefundene Antworten gegen einander, so findet ihr durch die Subtraction um wie viel ein Vorschlag für euch besser als der andere ist (§. 1071).

Z. E. Hamburg ist in Leipzig 1000 Thl. in Lbl. schuldig, welche es per Wechsel à 135 p. C. auf sich könnte trassiren lassen. Es hätte aber Gelegenheit L'd'or in Hamb. à 10 ℔ 10 ß zu kaufen, und solche nach Leipz. zu senden. Wenn nun die L'd'or in Leipzig à 5 Thl. mit etwa 1 p.C. Verlust gegen Lbl. anzubringen, und wegen dieser Differenz der L'd'or gegen Lbl., auch anderer Spesen wegen, die bey solcher Uebersendung aufgehen müßten, zusammen 2 p.C. zu berechnen wären: So fraget sichs,

ob

ob es dem Hamburger besser sey, solche 1000 Thl. per Wechsel, oder aber durch L'd'or, wie gemeldet, zu zahlen; vornehmlich aber begehret man zu wissen, um wie viel ℔ B°. diese beyde Vorschläge auf die ganze Summe der 1000 Thl. differiren?

Allhier berechnet nach jedem Vorschlag insbesondere, wie hoch solche 1000 Thl. euch in ℔ B°. zu stehen kommen würden, folgendergestalt:

1ster Vorschlag nach dem Wechsel à 135 p. C.

			1000 Thl. in Lbl.	
℔.	Thl. in Lbl.	x ℥	xøø Thl. B°.	20
9	Thl. B°.	1	℥ ℔ B°.	

9 | 20000

Fac. 2222 2/9 ℔ B°.

2ter Vorschlag mit den L'd'or.

			xøø Thl. in Lbl.	℔
Thl. in Lbl.		℥	1 L'd'or	
2.	L'd'or	℥	85 ℔ B°.	
		xøø	xø℥ p. Spes. u. Differ. der L'd'or u. Lbl.	

2 | 4335 | 85 | 425

Fac. 2167 1/2 ℔ B°.

Nämlich weil allhier die Frage ist: Wie hoch dem Hamburger solche 1000 Thl. zu stehen kommen? so muß das kleinere Glied der Verhältniß der Spesen, in die Columne zur Linken gesetzet werden (§. 1037). Indessen zeiget dieses Facit an, daß ihm die gemeldten 1000 Thl. nur 2167 1/2 ℔ B°. kosten dürfe, da sie ihm nach dem vori-

vorigen auf $2222\frac{2}{9}$ ℔ B°. zu stehen kommen müßten: Dannenhero findet ihr aus der Gegeneinanderhaltung beyder Facite (§. 1071), und durch die Subtraction, daß ihm dieser andere Vorschlag um $54\frac{1}{1}\frac{3}{8}$ ℔ B°. profitabler sey.

Die 144. Aufgabe.

§. 1079. **Unter etlichen Vorschlägen zu arbitriren, welcher der nützlichste sey, und ihren Unterscheid in dem Course oder Preise zu bestimmen.**

I. Nehmet die beständige Valute des Courses, in welchem ihr den Unterscheid der Vorschläge zu bestimmen verlanget, vor die allgemeine Fragezahl an, zuallen gegebenen Vorschlägen, und untersuchet (wo es nicht ohne Rechnen schon bekannt ist) durch die vorhin beschriebene Wechselreduction §. 1021 oder 1026, wie solcher Cours nach jedem Vorschlag insbesondere rendiret, das ist (§. 987), wie viel seine beständige Valute in die variende ausmachet.

II. Wenn in einem Vorschlage Spesen zu berechnen, so procediret mit denselben, wie oben (§. 1037) gelehret worden. Daferne aber alle Vorschläge gleichviel Spesen haben, so dürfet ihr dieselben gar fahren lassen.

III. Haltet die gefundenen Antworten gegen einander, so findet ihr durch die Subtraction, um wie viel ein Vorschlag euch nützlicher, als der andere, auf den begehrten Cours ist.

Z. E. Will ich den vorigen Handel (§. 1078) nehmen, und darbey fragen, um wie viel beyde Vorschläge auf den Wechselcours zwischen Leipzig und Hamburg differiren?

Bey

Bey dieser Frage dürfet ihr den ersten Vorschlag, um geradezu von Leipz. auf Hamburg traßiren zu lassen, nicht erst berechnen, und ist euch aus der Aufgabe selbst schon bekannt, daß ihr vor 100 Thl. B°., in Leipz. 135 Thl. in Lbl. erlangen könnet. Derowegen rechnet nur, wie dieser Cours nach dem andern Vorschlage rendire, (§. 1026 und 1037) also:

			100 Thl. B°.	
	Thl. B°.	1	3 ℔ B°.	
17.	℔ B°.	88	8 L'd'or.	4
	L'd'or	1	8 Thl. in Lbl.	
17.		1088	100 p. Spesen u. Differenz der L'd'or u. Lbl.	
17 | 119		289	40000	
	Fac. 138 $\frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{8}{9}$ Thl. in Lbl.		111..	
			243.	
			118	

Nämlich weil allhier die Frage heißet: Wieviel der Hamburger vor ausgegebene 100 Thl. B°., in Leipzig zu erlangen habe, so muß das größere Glied der Verhältniß der Spesen in die Columne zur Linken gesetzet werden (§. 1037). Indessen zeiget dieses Facit an, daß er vor seine 100 Thl. B°. in Leipzig 138 $\frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{8}{9}$ Thl. erhalten könne, da er nach dem 1sten Vorschlage nur 135 haben kann: Derowegen findet ihr ferner durch die Subtraction, daß der andere Vorschlag, auf diesen Cours um 3 $\frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{8}{9}$ Thl. dem Hamburger nützlicher, als der erste sey.

§. 1080. Auf gleiche Weise könnte man bey diesem Exempel den Unterscheid auch in dem Leipziger oder Hamburger Preise der L'd'or suchen; wie von dergleichen Veränderungen insonderheit oben im §. 1058 N°. 1 und 3 schon ausführlich gezeiget worden. Jedoch ist allhier der ordentlichste Weg, der vorhin gezeigte, von welchem man ohne Noth nicht gerne abweichet. Die

Die 145. Aufgabe.

§. 1081. **Unter etlichen Vorschlägen zu arbitriren, welcher der nützlichste sey, und ihren Unterscheid** p. C. **zu bestimmen.**

I. Suchet den Unterscheid solcher Vorschläge auf den Wechselcours (§. 1079); alsdenn ferner

II. aus diesem Unterscheide nach der Regel Detri die Differenz p. C. nämlich **auf** 100 (§. 1076).

Z. E. Wenn ihr beym vorigen Handel im §. 1079 gefunden, daß der Hamburger durch die l. d'or vor 100 Thl. B°., $138\frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{8}{9}$ Thl. in Leipzig erlangen könne, da er per Wechsel nur 135 Thl. haben kann; so setzet nach der Regel Detri:

Auf 135 ist es um $3\frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{8}{9}$ profitabler, wie viel auf 100?

kommt zum Facit: $2\frac{4}{7}\frac{0}{8}\frac{9}{0}\frac{4}{3}$.

Oder setzet: 135 geben $138\frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{8}{9}$, was 100?

kommt zum Facit $102\frac{4}{7}\frac{0}{8}\frac{9}{0}\frac{4}{3}$, dessen Differenz über 100 ist $2\frac{4}{7}\frac{0}{8}\frac{9}{0}\frac{4}{3}$, wie vorhin.

§. 1082. Zwar könnte man die Differenz p. C. auch wol durch die vorhin gezeigte 143 Aufgabe (§. 1078) finden. Als wenn man beym gegebenen Exempel (ibid.) die Antworten zu beyden Vorschlägen, nämlich die $2222\frac{2}{9}$ und $2167\frac{1}{2}$ gefunden, so dürfte man ferner ebenfalls nur nach der Regel Detri setzen:

Auf $2167\frac{1}{2}$ ist es um $54\frac{1}{1}\frac{3}{8}$ profitabler, wie viel auf 100?

käme zum Facit $2\frac{4}{7}\frac{0}{8}\frac{9}{0}\frac{4}{3}$ die verlangte Differenz p. C.

Oder: $2167\frac{1}{2}$ geben $2222\frac{2}{9}$, was 100?

käme zum Facit $102\frac{4}{7}\frac{0}{8}\frac{9}{0}\frac{4}{3}$, wie vorhin.

Allein man achtet es allhier bequemer zu seyn, die verlangte Rechnung lieber nach der 144 Aufgabe anzustel-

len, weil man nach solcher Manier nur einen Vorschlag berechnen darf; da man nach jener beyde vorher berechnen müßte.

§. 1083. Indessen habt ihr allhier niemals nöthig die vermischten Zahlen, in den ersten zweyen Gliedern des Aufsatzes nach der Regel Detri, durch rechnen, wie sonst (§. 405) zu geschehen pfleget, einzurichten, sondern ihr dürfet nur den Dividendum und Divisorem, daraus solche Glieder vorhin durch die Division entstanden, sofort bruchsweise hinschreiben. Als z. E. wenn ihr die vorige Ausrechnung, nach Anzeigung §. 1082 anstellen wollet, so dürfet ihr nur, so bald ihr aus den beyden Aufsätzen, im §. 1078, die Producte zur Rechten und Linken gefunden, die sonst benöthigte Division durch einen Bruch andeuten (§. 232) und demnach per Regel Detri setzen,

$\frac{4335}{2}$ geben $\frac{20000}{9}$ was 100?

Gleichergestalt könnet ihr in der Ausrechnung §. 1081 anstatt: 135 geben $138\frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{8}{9}$, was 100? sofort setzen:

135 geben $\frac{40000}{289}$ (§. 1079), was 100?

§. 1084. Wenn demnach die Antwort nach der Reduction bey einem Vorschlage just 100, und bey einem andern mehr als 100 ist, so dürfet ihr nicht erst nach der Regel Detri suchen, wie viel ihre Differenz p. C. sey.

Die 146. Aufgabe.

§. 1085. **Unter zweyen Vorschlägen ihre Differenz p. C., und zwar auf 100 (§. 1076), jedoch in einem einzigen Aufsatze und ohne Hülfe der Regel Detri zu finden.**

I. Setzet

I. Setzet zur Fragezahl 100, und weil eigentlich die Verhältniß eines Vorschlages zu dem andern gesuchet wird (ibid.), so dürfet ihr solche 100 mit einem von den in derselben Rechnung befindlichen Namen, welchen ihr beliebet, benennen; jedoch alle unnütze Weitläuftigkeit zu meiden, auch alle besorgende Confusion zu verhüten, so verstehet die Frage allezeit nach der ersten Erklärungsart des Verstandes eines Aufsatzes in der Regel Multiplex (§. 960), also daß es heiße: Wie viel erlange ich vor solche hinwegzugebende 100?

II. Schreibet die übrigen Glieder in einer solchen Ordnung, wie oben bey der Gewinn- und Verlustrechnung (§. 1059) angewiesen worden, also, daß die Fragezahl 100 mit dem letzten Gliede in eben derselben Columne unter einer gleichen Münzart komme; und gleichsam als begehret ihr zu wissen, wie viel p.C. ihr gewinnen oder verlieren würdet, wenn ihr solche 100 nach dem einen Vorschlage hinweg geben, und deren Werth nach dem andern Vorschlage wiederum einziehen wolltet. Merket aber mit Fleiß, welcher Vorschlag nach eurem vorhabenden Handel recht, und welcher umgekehrt in dem Aufsatze zu stehen gekommen. Und dieses könnet ihr gar bald an den Gliedern in der Columne zur Linken erkennen, welche alle (nach Anzeigung des vorhergehenden Artik. I und §. 960) euer hinwegzugebendes andeuten; folglich wenn nach einem Vorschlag ein solches Glied nicht hinweg gegeben, sondern empfangen werden soll; so sehet ihr daraus, daß derselbe Vorschlag umgekehrt gesetzet worden.

III. Wenn in dem Vorschlage, der rechtaufgesetzet ist, Spesen vorhanden, so schreibet dieselben auch so recht, wie es der gemeldete Verstand von der Frage (vorhin Artik. I) erfordert (§. 1034). nämlich die größern Glie-

der ihrer (der Spesen) Verhältniß in die Columne zur Linken. So aber bey demjenigen Vorschlage Spesen sind, welcher umgekehrt in dem Aufsatze angebracht worden, so setzet auch dessen Spesen nicht wie sie sonst nach dem Verstande von der Frage gesetzet werden müssen, sondern gleichfalls umgekehrt, nämlich ihre kleineren Glieder in die Columne zur Linken. Daferne aber in beyden Vorschlägen gleichviel Spesen sind, so lasset dieselben, wie schon mehrmal gemeldet (§. 1078 und 1079) gar hinweg.

IV. Verfertiget ferner die Ausrechnung dieses Aufsatzes, so weit, bis ihr die beyden Producte unter der Linie gefunden. Alsdenn merket

V. (nach Anweisung §. 220) ob in dem Quotienten, wenn ihr ferner, wie gewöhnlich das Product zur Rechten durch das Product zur Linken dividiren solltet, 3 oder 2 Ziffern kommen würden. Befindet ihr nun das erstere, so verrichtet solche Division, und kommet so denn zum Facit (wo nicht netto 100, in welchem Falle beyde Vorschläge einander gleich wären) mehr als 100, anzeigende, daß derjenige Vorschlag, welcher in dem Aufsatze recht gesetzet worden, um so viel p. C. besser weder der andere Vorschlag sey, als der Ueberschuß über 100 ist. Befindet ihr aber das andere, so verfahret

VI. nach Anweisung §. 1063 Artik. IV, nämlich setzet zu dem Linken Product noch 4 Nullen, und dividiret dieses durch das Product zur Rechten, so kommen abermals zum Facit mehr als 100, allein weil die Division verkehret worden, so zeiget solcher Ueberschuß an, daß derjenige Vorschlag, welcher in dem Aufsatze umgekehrt stehet, um so viel p. C. besser, als der andere sey.

Zu

Zu desto mehrerer Erläuterung will ich allhier das gegebene Exempel (§. 1078) erstlich N°. 1 ohne, und hernach N°. 2 mit Spesen erklären, und kommt demnach die verlangte Ausrechnung ohne Spesen und Agio der Lbl. (als welche beyde bey diesem Exempel zusammen genommen worden) wie folget:

N°. 1.

	Thl. B°.	1		℔ B°.
17.	℔ B°.	85	8	L'd'or
	L'd'or	1	5	Thl. in Leipz.
22.	Thl. in Leipz.	153	100	Thl. B°.
9				

16000

7..

88

Fac. $104\frac{8}{1}\frac{8}{5}\frac{8}{3}$

Dieser Aufsatz hat den Verstand, wie Artik. I. angewiesen worden, nämlich: Wie viel erlange ich in Hamburg vor hinweg gegebene 100 Thl. B°., wenn ich nach dem Vorschlage der L'd'or, gebe 1 Thl. vor 3 ℔, ferner 85 ℔ vor 8 L'd'or, weiter 1 L'd'or vor 5 Thl., und endlich 135 Thl. vor 100 Thl. B°.? Demnach bedeuten alle Glieder in der Columne zur Linken mein hinweg gegebenes (§. 960), und folglich siehet man nach Anzeigung Artik. II., daß der Vorschlag, um L'd'or nach Leipzig zu senden, ordentlich, hingegen der Vorschlag per Wechsel umgekehrt gesetzet worden, indem ich sonst nach diesem nicht die 135 Thl. vor 100 Thl. B°. hingeben, sondern empfangen oder erlangen soll, und gleichwol stehen solche 135 Thl. zur Linken. Derowegen zeiget das Facit, da die Division wie gewöhnlich geschehen, an, daß jener Vorschlag, als der ordentlich gesetzet worden, um $4\frac{8}{1}\frac{8}{5}\frac{8}{3}$ p. C. besser, als dieser sey.

Oder also:	xØØ Thl. B°.		
Thl. B°.	xØØ	xZZ Thl. in Leipz.	xx
Thl. in Leipz.	Z	1 L'd'or	9
L'd'or	8	85 ℔ B°.	
℔ B°.	Z	1 Thl. B°.	

8000 | 765

35.. | Fac. $104\frac{88}{13}$, wie vorhin.

440

Dieser Aufsatz hat ebenfalls den Verstand, wie der vorige, nämlich: Wie viel erlange ich vor hinweg gegebene 100 Thl. B°., wenn ich 100 Thl. B°. gebe vor 135 Thl. u. s. w.; folglich bedeuten die Glieder in der Columne zur Linken abermals mein hinweg gegebenes, woraus erhellet, daß der Vorschlag per Wechsel, ordentlich, hingegen der andere Vorschlag umgekehrt gesetzet worden, indem ich sonst nach demselben weder 5 Thl. vor 1 L'd'or, noch 8 L'd'or vor 85 ℔ hingeben, sondern vielmehr erlangen soll, und dennoch stehen die 5 und 8 zur Linken. Dannenhero zeiget das Facit, da die Division umgekehrt und durch Beyfügung 4 Nullen geschehen, an, daß dieser umgekehrte Vorschlag um $4\frac{88}{13}$ p. C. besser als jener sey, das ist eben dieselbe Antwort, wie vorhin.

Nota. Daß ihr die mit vier Nullen vermehrte 8 gegen die 765 kleinern könnet, solches ist oben (§. 1064) schon gezeiget worden.

Oder:

Oder: ℵ℘℘ Thl. in Leipz. 20
100 Thl. B°.
ʒ ℔ B°.
8 L'd'or
ʒ Thl. in Leipz.

ℵℸ.	Thl. in Leipz.	ℵʒʒ	
	Thl. B°.	1	
9	℔ B°.	ʒʒ	
17.	L'd'or	1	

153

16000

7 ..

Fac. $104\frac{88}{153}$ wie vorhin.

88

Wenn ihr den Verstand dieses Aufsatzes abermal wie die beyden vorigen, erkläret, nämlich, daß es immer heiße, wie viel erlange ich vor hinweg gegebene 100? und demnach die Glieder zur Linken euer hinwegzugebendes andeuten; so erkennet ihr gar bald, gleichwie bey dem vorigen ersten Aufsatze erwehnet worden, daß der Vorschlag per Wechsel umgekehrt stehe, indem ich sonst nach diesem nicht die 135 Thl. vor 100 Thl. B°. hinweg geben, sondern empfangen soll. Dahero zeiget das Facit, da die Division wie gewöhnlich geschehen, an, daß der Vorschlag mit L'd'or, um $4\frac{88}{153}$ besser als der andere sey.

Oder: ℵ℘℘ Thl. in Leipz.
1 L'd'or
ʒʒ ℔ B°.
1 Thl. B°.
ℵʒʒ Thl. in Leipz. ℵℸ. 9

Thl. in Leipz.	ʒ		
L'd'or	8		
℔ B°.	ʒ		
Thl. B°.	ℵ℘℘	ℵʒʒ	Thl. in Leipz.

80000

765

35 ..

Fac. $104\frac{88}{153}$, wie vorhin.

440

Betrachtet ihr nun diesen Aufsatz eben also, wie alle vorige, so sehet ihr bald, daß der Vorschlag der L'd'or umgekehrt worden, indem ich sonst nach diesem weder 5

Thl. vor 1 L'd'or, noch 8 L'd'or vor 85 ℔ hingeben, sondern empfangen soll, wie solches vorhin bey der 2ten Auflösung schon gemeldet worden.

Nachdem nun diese gezeigten viererley Arten der Aufsätze zur Gnüge erkläret worden, so erachte unnöthig, die folgenden 4 Aufsätze, die bey gegenwärtigem Exempel noch anzubringen sind, jeden insbesondere aufs neue zu erklären. Demnach will ich dieselben nur schlechterdings allhier vorstellen, als:

			xøø L'd'or	20
	L'd'or	1	ʒ Thl. in Leipz.	
xn.	Thl. in Leipz.	xʒʒ	100 Thl. B°.	
9	Thl. B°.	1	ʒ ℔ B°.	
17.	℔ B°.	88	8 L'd'or	
		153	16000	

Fac. $104\frac{88}{153}$

Oder: xøø L'd'or

L'd'or	8		85 ℔ B°.	
℔ B°.	ʒ		1 Thl. B°.	
Thl. B°.	xøø		xʒʒ Thl. in Leipz.	xn
Thl. in Leipz.	ʒ		1 L'd'or	9
	8000		765	

Fac. $104\frac{88}{153}$

Oder: xøø ℔ B°. 20

17.	℔ B°.	88	8 L'd'or	
	L'd'or	1	ʒ Thl. in Leipz.	
xn.	Thl. in Leipz.	xʒʒ	100 Thl. B°.	
9	Thl. B°.	1	ʒ ℔ B°.	
		153	16000	

Fac. $104\frac{88}{153}$

Oder:

Oder: XØØ ℔ B°.

℔ B°.	3	1 Thl. B°.	
Thl. B°.	XØØ	XZ8 Thl. in Leipz.	2ℵ
Thl. in Leipz.	8	1 L'd'or	9
L'd'or	8	85 ℔ B°.	
	80000	765	

Fac. $104\frac{88}{153}$

N°. 2. Wenn nun der Grund von diesen Aufsätzen geleget ist, so will ich hiernächst das gemeldte Exempel (§. 1078) mit den Spesen erklären. Und kommt demnach die Ausrechnung nach dem vorhin (N°. 1) gezeigten allerersten Aufsatze wie folget:

		XØØ Thl. B°.	2Ø
Thl. B°.	1	3 ℔ B°.	10
17. ℔ B°.	88	8 L'd'or	
L'd'or	1	8 Thl. in Leipz.	
9. 2ℵ. Thl. in Leipz.	XZ8	100 Thl. B°.	
51.	XØ2	100 p. Nebenkosten.	
153 | 765	7803	800000	
		197..	
	Fac. $102\frac{4094}{7803}$ wie	4094	

vorhin im §. 1081 und 1082, und ist demnach der Vorschlag mit L'd'or um $2\frac{4094}{7803}$ p. C. besser, als der andere, welcher umgekehrt in dem Aufsatze stehet, wie solches mit mehrern bey dem erwehnten allerersten Aufsatze erkläret worden.

Oder nach dem vorhin gezeigten 2ten Aufsatze, kommt die Berechnung allhier wie folget zu stehen:

			ℵØØ Thl. B°.	
ℵØ.	Thl. B°.	ℵØØ	ℵℶℶ Thl. in Leipz.	ℵℸ
10	Thl. in Leipz.	8.	1 L'd'or	9
	L'd'or	8	85 ℔ B°.	17
	℔ B°.	3	1 Thl. B°.	
		ℵØØ	ℵØ2 p. Nebenkosten.	51

800000 | 7803 | 153 / 765

197.. | Fac. $102\frac{4094}{7803}$, welches

4094

denn, nach der daselbst, beym gemeldeten 2ten Aufsatze, gegebenen Erklärung, abermal anzeiget, daß der Vorschlag mit L'd'or um $2\frac{4094}{7803}$ p. C. besser als der andere, welcher allhier recht in dem Aufsatze stehet.

Indessen merket allhier mit Fleiß die gegebene Lehre im Artik. III. Nämlich: Weil die Spesen in dem Vorschlag der L'd'or sind, und dieser im nächst vorhergehenden ersten Aufsatze recht stehet, so haben auch jene (die Spesen) so recht, wie es der Verstand von der Frage mit sich bringet (§. 1034), gesetzet werden müssen, das ist: 102 geben 100. Hingegen haben sie in dem andern Aufsatze, in welchem dieser Vorschlag umgekehrt stehet, auch contrair, und nicht wie es der Verstand von der Frage sonst erfordert, angebracht werden müssen, das ist: 100 geben 102.

Beweis.

Wenn man nach einem Vorschlag ausgerechnet, was aus 100 erlanget wird, so weiß man auch zurück, daß solches Facit 100 koste, oder zu stehen komme. Wenn demnach dieses Facit in der Untersuchung des andern Vorschlages zur Fragezahl angenommen, auch in solchem

chem Verstande gesetzet wird, daß es heiße: Wie hoch kommet solches Facit nach diesem Vorschlage zu stehen? und bey dieser Berechnung mehr als 100 zum Facit kommen, so siehet man daraus ohne fernere Berechnung (§. 1084), daß jener Vorschlag um so viel p. C. besser als dieser sey, so viel nämlich bey diesem mehr als 100 zum Facit gekommen. Als beym gedachten Exempel kämen diese 2 besondere Ausrechnungen folgendergestalt:

Wie viel erlange ich vor 100 thl. B°. nach dem Vorschlage der L'd'or.

	thl. B°.	1	℔ B°.	
17.	℔ B°.	ßß	ß L'd'or.	4
	L'd'or	1	ß thl. in Leipz.	
17.		xøz	100 p. Nebenkosten.	

17 | 289 | 40000
119 |

Fac. $\frac{40000}{289}$, oder (§. 1079) $138\frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{8}{9}$ thl. in Leipz.

Folglich weiß man zurück, daß $138\frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{8}{9}$ Thl., in Hamburg 100 Thl. B°. kosten. Wenn man also nach dem andern Vorschlage berechnen will, wie hoch $138\frac{1}{1}\frac{1}{1}\frac{8}{9}$ Thl. in Hamburger Thl. B°. zu stehen kommen, so würde die Berechnung als folget anzustellen seyn:

Wie hoch kommen 40000 (289tel Thl. zu stehen?
289tel 289 — 1 Thl. in Leipz.
27. Thl. in Leipz. xßß — xøø Thl. B°. — 20

867 | 7803 | 800000

Fac. $\frac{800000}{7803}$ oder (vorhin N°. 2) $102\frac{4094}{7803}$ Thl. B°.

woraus zu ersehen, daß der erste Vorschlag, nach welchem die $138\frac{1}{2}\frac{1}{8}\frac{8}{9}$ Thl. nur 100 Thl. B°. kosten, um $2\frac{4094}{7803}$ p. C. besser als der andere. Dem-

Demnach ist die Fragezahl zu der andern Berechnung, nichts anders, als das Product aus allen Gliedern in der ersten Berechnung zur Rechten, in die Glieder zur Linken dividiret. Als beym gemeldeten Exempel ist die Fragezahl 40000 (289tel Thl. nichts anders, als 100 ✕ 4 ✕ 100, zu dividiren in 17 ✕ 17. Nun wird diese Fragezahl in der andern Berechnung, abermals mit allen Gliedern zur Rechten multipliciret, und in die Glieder zur Linken dividiret. Derowegen entstehet das letzte Facit aus diesen Gliedern zur Rechten zusammt den Gliedern zur Rechten in der ersten Berechnung in einander multipliciret, und in die linken Glieder beyder Rechnungen dividirt. Folglich ist (§. 292) klar, wenn man beyde Berechnungen in einen einzigen Aufsatz bringet, und sofort alle Glieder zur Rechten, wie auch besonders alle Glieder zur Linken mit einander multipliciret, und jenes Product durch dieses auf einmal dividirt, daß eben dasselbe Facit zum Vorschein kommen muß, welches bey vorigen zweyen besondern Ausrechnungen, in der andern endlich heraus kommet. Als bey dem mehrgedachten Exempel ist es gleichviel, ob man in der andern Ausrechnung, wie es vorhin geschehen setzet:

	40000		Oder:	100 ✕ 4 ✕ 100	
289	1		17 ✕ 17	1	
135	100		135	100	
oder aber:	100	welches eben der			
1	3	1ste Aufsatz vor-			
85	8	hin N°. 2 ist, u.			100
1	5	nach dem Verklei-	17		4
102	100	nern nebenstehen-	17		100
135	100	den Satz giebt:	27		20

so

so muß doch (vermöge gemeldeten §.) immer einerley, und also die gesuchte Antwort heraus kommen.

Indessen ist der Verstand der Fragen in den gezeigten 2 besondern Aufsätzen nicht einander gleich, indem es nachdem 1ten heißet: **Wie viel erlange ich?** nach dem andern aber: **Wie viel kosten mich?** und gleichwol habe ich (Artik. I.) bey dem einfachen Aufsatze die Frage allezeit nach dem ersten Verstande zu setzen geheissen: Derowegen scheinen in solchem Aufsatze die Glieder, welche eigentlich aus dem andern Aufsatze der erwehnten 2 besondern Ausrechnungen entstehen, nur dem Verstande nach von der Frage verkehrt zu stehen; in der That aber stehen sie recht; indem solcher einfache Aufsatz seinen Grund aus den 2 besondern Aufsätzen hat. Und eben dahero muß auch das kleinere Glied der Spesen, welche in demselben Vorschlage vorhanden, der verkehrt zu stehen scheinet, in die Columne zur Linken gesetzet werden, weil solcher eigentlich auf die Frage gestellet ist, welche heißt: **Wie viel kosten mich?** (§. 1034).

Da es sich aber gleichwol zuträgt, daß bey den gedachten 2 besondern Aufsätzen in der andern Ausrechnung weniger als 100 kommen, in welchem Falle derselbe Vorschlag um eben so viel p. C. besser weder der erste ist, als bey jenem unter 100 zum Facit gekommen; und man folglich durch die Regel Detri berechnen müßte, wieviel p. C. solches **auf** 100 ausmache: Darum habe ich in solchem Falle geheißen, 4 Nullen bey dem Product zur Linken zu setzen, und die Division umgekehrt anzustellen. Von dessen Grunde aber ist oben (§. 1063) schon ausführliche Meldung geschehen.

So klar nun als dieser Beweis ist, eben eine solche Beschaffenheit hat es auch mit allen vorhin N°. 1 und 2

vor-

vorgestelleten andern Aufsätzen, und sonderlich auch mit demjenigen, in welchem anfangs gleich ein solcher Vorschlag, der umgekehrt zu stehen scheinet, und hernach der andere welcher recht stehet, angebracht wird; welches einem jeden, der das vorige verstanden, gar nicht schwer zu begreifen seyn kann.

§. 1086. Hieraus erscheinet auch dasjenige klar, wovon im Artik. V. (§. 1085) erwehnet worden, nämlich wenn in solchem einfachen Aufsatze just 100 zum Facit kommen, daß beyde Vorschläge nothwendig einander gleich sind.

Die 147. Aufgabe.

§. 1087. **Unter etlichen Vorschlägen zu arbitriren, welcher am nützlichsten sey, unangesehen der eigentlichen Größe solches Nutzens.**

Zu der Solution dieser Aufgabe darf man nur die Rechnung nach einer von den vorhergehenden Arbitragenaufgaben anstellen (§. 1074). Jedoch ist hierzu der bequemste Weg, die Berechnung nach Anweisung §. 1079 auf den Cours zu stellen. Denn solchergestalt erspart man einen Vorschlag zu berechnen (§. 1082).

Z. E. Wenn ihr (§. 1079) nur berechnet, wie der Wechselcours zwischen Leipzig und Hamburg durch die L'd'or rendiret, und das Facit $138\frac{118}{289}$ Thl. p. 100 Thl. B°. gefunden; so sehet ihr sofort daraus, daß dieser Vorschlag dem Hamburger, nützlicher sey, als à 135 p. C. das Geld zu übermachen.

§. 1088. Ueber dieses werden in diesem Falle auch die Spesen gar selten in Rechnung gebracht. Denn da diese

Rech-

Rechnung nur zu einem ohngefehren Ueberschlage dienet, so wird vors erste nur untersuchet, welcher Vorschlag an sich selbst besser oder schlechter; und alsdenn hernach die Spesen in eine bloße Betrachtung gezogen, ob nämlich dieselben bey dem bessern oder schlechtern, oder auch bey beyden sich befinden. Hat nun der schlechtere mehr Spesen als der bessere, so ist er desto schlechter (§. 1053); hat aber der bessere mehr Spesen als der schlechtere, so kann man allenfalls durch einen ohngefehren Ueberschlag gar leicht in den Gedanken berechnen, um wie viel der sonst bessere Vorschlag durch solche Unkosten verschlimmert wird.

§. 1089. Weil nun diese nächst gemeldte Art zu arbitriren (§. 1087 und 1088) die allergewöhnlichste (§. 1073) und also zu ihrer Entscheidung die Reduction der Course der bequemste Weg ist; so pfleget man insgemein solche Reductiones, von welchen ich oben im §. 1021 und 1026 gehandelt, obwol dieselben nur Mittel und Wege zu dem arbitriren, und nicht die Arbitragen selbst sind, dennoch gleichfalls **Wechselarbitragen** zu benennen.

§. 1090. Daß aber einige aus Mißverstand durch **Arbitragen**, die Regel Multipler, (welche sonst auch **Regel** *Conjointe* oder **Kettenrechnung** genannt zu werden pfleget), oder überhaupt alle Wechsel von einem Platze nach dem andern, verstehen wollen, solches mögen sie selbst rechtfertigen. Mein Vorhaben ist so wenig diese Leute zu corrigiren, als wenig zu untersuchen, ob sich der Name Arbitragen hierher wohl oder übel schicke, und achte ich es zu meinem Endzwecke genug zu seyn, wenn ich vorhin (§. 1069) die Erklärung dieses Namens also, wie es bey den vornehmsten Banquiers verstanden wird, angegeben.

§. 1091. Zur Uebung will ich allhier von den Arbitragen überhaupt, und zwar erstlich von den gewöhnlichsten

sten (§. 1087), und hernach auch von den andern Arten (§. 1078 sequ.) noch folgende Exempel angeben.

N°. 1. Danzig will nach Amsterdam remittiren.

Der Cours dahin ist 287½ ℋ.

per Hamburg 119 ℋ, und von dar per Amst. 33 Stüb.

Die Frage ist: Ob es Adrittura, oder über Hamb. besser zu remittiren sey?

Allhier ist der Cours Adrittura bekannt gegeben, nämlich, daß 1 L. Vls. Amst. B°. in Danz. 287½ ℋ kosten müßte; derowegen suchet ferner nur, wie dieser Cours zwischen Danz. und Amst. über Hamb. rendire, also:

		𝔛 Stüb. Amst. B°.	40
Stüb. Amst. B°.	33	℔ Hamb. B°.	2
℔ Hamb. B°.	3	119 ℋ Pol.	
	33	9520	
	3	3173⅓	
	11		

Fac. 288½ ℋ Pol. in C^a.

Da nun Danzig in der Remesse nach Amst. Adrittura nur 287½ ℋ p. 1 L. Vls. geben darf, über Hamb. aber 288½ ℋ in C^a. geben müßte; so ist (der Spesen, welche über Hamb. mehr, als Adrittura erfordert werden, zu geschweigen) hieraus schon klar, daß es Adrittura besser sey.

N°. 2. Danzig will nach Hamburg remittiren.

Der Cours dahin ist 119 ℋ.

per Amst. 287½ ℋ, von dar per Hamb. 33 Stüb.

Frage: Ob es Adrittura, oder über Amst. besser zu effectuiren sey?

Allhier ist abermal der Cours Adrittura bekannt gegeben, nämlich, daß 1 Thl. Hamb. B°. in Danz. 119 ℋ kosten müßte; demnach suchet ferner nur, wie solcher Cours zwischen Danz. und Hamb. über Amst. rendire, also:

			℔ Hamb. B°.	
	℔ Hamb. B°.	2	33 Stüb. Amst. B°.	
48.	St. Amst. B°.	℔Ø	878 ℋ Pol.	115
16				
		32	3795	345
		(4/8)	948¾	

Fac. 118½ ℋ Pol. in C^a.

Da nun Danz. Adrittura nach Hamb. 119 ℋ p. 1 Thl. Hamb. B°. geben müßte, über Amst. aber nur 118½ ℋ in C^a. geben darf; so ist es auch über Amst. besser, als Adrittura: Jedoch hat man hingegen die Spesen zu considériren, welche über Amst. mehr als Adrittura erfordert werden.

N°. 3. Leipzig hat in Danzig einen Avanz, welchen es gerne einziehen will. Wenn nun die Amst. Bancobriefe in Danz. 288 ℋ, und in Leipz. 134 p. C.; die Hamb. Briefe aber in Danz. 118½ ℋ, und in Leipz. 133 p. C. gelten; so fragt sichs: Ob es Amst. oder Hamb. Briefe solle kommen lassen?

Allhier ist zwischen Leipz. und Danz. Adrittura kein Wechsel; derowegen suchet, wie viel Leipz. vor 100 Thl. Pol. zu erlangen habe, einmal durch die Amst., und einmal durch die Hamb. Briefe.

Die erste Berechnung ist oben §. 1026. N°. 5 bereits zu finden, worauf mich beziehe, und ist deren Antwort 100½ Thl.

Die andere aber stehet, als folget:

		xØØ Thl. Pol.	
Thl. Pol.	1	90 ℔ Pol.	
℔ Pol.	237	2 Thl. Hamb. B°.	
Thl. Hamb. B°.	xØØ	133 Thl. in Leipz.	
	237	23940	1197
		2..	
Fac. 101 in C^a.		3	

Da nun Leipzig durch die Amst. Briefe vor jede 100 Thl. Pol. in Leipz. nur 100½ Thl., durch die Hamb. Briefe aber 101 Thl. in C^a. erlangen kann; so ist auch, zumal da allhier die Spesen beyderseits gleich sind, der letztere Weg besser, als der erstere.

Nota. Aus diesen vorhergehenden 3 Exempeln könnet ihr zur Genüge ersehen, daß diese Art der Arbitragen (§. 1087) demjenigen sehr leichte ist, der nur die Reductiones der Course (§. 1021 und 1026) wohl innen hat (§. 1089). Jedoch um noch ein und anderes anzumerken, so will hiernächst an statt vieler unterschiedenen Exempel nur noch eins von dieser Art geben, und dasselbe mit Fleiß weitläuftig proponiren; alsdenn aber zu curiösern Exempeln, welche mehrere Einsicht erfordern, schreiten.

N°. 4. Leipzig will nach Amsterdam remittiren.

Der Cours dahin ist in B°. 136½, und in Cor. 130 p. C. nämlich in Lbl.

Von Amst. nach Leipz. aber 39 Stüb. Hol. Cor. p. 1 Thl. Leipz. Cor., Agio di B°. in Amst. 5 p. C., und Lagio von Leipz. Cor. gegen Lbl. 1½ p. C.

Ferner ist von Leipz. nach Hamburg 135 p. C. in Lbl. und von dar nach Amst. 33 Stüb. B°.

Es hat aber Leipz. auch Gelegenheit feine Lüneb. ⅔ Stück mit 4 p. C. Verlust gegen Lbl. zu kaufen, und solche nach Amst. zu senden, allwo dieselben entweder nach dem

dem Gewichte, die ℔ à 25 fl. 8 Stüb. Cor., oder der Thl. zu 40½ Stüb. Cor. abgesetzet werden können;

oder # à 2¾ Thl. mit ½ p. C. Lagio gegen Lbl. zu kaufen, und selbige nach Danz. zu senden, allwo dieselben 242 ℔ gelten, und der Cours von dar nach Amst. 286 ℔ ist.

Solchergestalt hat Leipzig zu der vorhabenden Remesse 7erley Wege, nämlich es kann 1. Adrittura in B°.; oder 2. in Cor. remittiren; 3. von Amst. auf sich traßiren lassen; 4. über Hamb. das Geld übermachen; 5. feine ⅔ nach Amst. senden, und selbige nach dem Gewichte; oder 6. nach dem Thl. absetzen: endlich 7. # nach Danz. schicken, und von dar ferner die Remesse per Amst. expediren lassen.

Nun wird gefragt: Welchen von diesen Wegen Leipz. zu erwählen habe?

Allhier suchet, wie 100 Thl. Amst. B°. nach allen erwehnten Wegen in Leipz. in Lbl. rendiren, und zwar:

Nach dem gedachten 1sten Wege ist vorhin schon bekannt gegeben, daß 100 Thl. B°., in Leipz. 136½ Thl. in Lbl. kosten müssen.

Den 2ten Weg berechnet nach Anzeigung §. 1021 N°. 22, also:

100 Thl. Hol. Cor. = 130 Thl. in Lbl. = 105 Thl. Hol. C.?
Fac. 136½ Thl. in Lbl.

Den 3ten aber nach der gegebenen Lehre §. 1026, wie folget:

			xØØ Thl. Amst. B°.
	Thl. Amst. B°.	1	ƺØ Stüb. B°.
	Stüb. B°.	xØØ	xØƺ Stüb. Amst. Cor.
13.	St. Amst. Cor.	ƷƷ	1 Thl. Leipz. Cor.
4.	Thl. Leipz. Cor.	ƷØØ	203 Thl. in Lbl.

52 — 7105

Fac. 136 5/8 Thl. in Lbl. in Ca. — 19.. 34.

Rest 33, d. i. 528 (16tel

Den 4ten also:

			xØØ thl. Amst. B°.
	thl. Amst. B°.	1	50 Stüb. B°.
11.	Stüb. B°.	ƷƷ	2 ℔ Hamb. B°.
	℔ Hamb. B°.	Ʒ	1 thl. Hamb. B°.
	thl. Hamb. B°.	xØØ	xƷƺ thl. in Lbl.

11 — 1500

Fac. 136 3/8 thl. in Lbl. in Ca.

Der 5te kommt folgendermaßen zu stehen:

			xØØ thl. Amst. B°.
	thl. Amst. B°.	1	ƺØ Stüb. B°.
	Stüb. B°.	xØØ	xØƺ Stüb. Hol. Cor.
127.	Stüb. Hol. Cor.	ƺØ8	1 ℔ Gewicht
2.	℔	xØ	xƷ8 thl. in feine 2/3.
2.	thl. in feine 2/3	xØØ	xØ4 thl. in Lbl.

127 — 17199 — 273 / 1911

Fac. 135 7/8 thl. in Lbl. in Ca. — 44.. 68.

54

Der

Der 6te also:		xØØ thl. Amst. B°.	
thl. Amst. B°.	1	ßØ Stüb. B°.	
Stüb. B°.	xØØ	xØß Stüb. Hol. Cor,	35
27. Stüb. Hol. Cor.	8x	2 thl. in feine ⅔	
thl. in feine ⅔	xØØ	104 thl. in Lbl.	

27 (3/9) 3640 | 520

1213 1/3

Fac. 134 1/16 3/6 thl. in Lbl.

Den 7ten findet ihr oben §. 1026 N°. 13, und ist dessen Antwort 135 7/16 p. C. in C^a.; allein weil diese nicht in Lbl. sondern in # zu verstehen sind, welche ½ p. C. schlechter als Lbl., so rechnet ½ p. C. ab, bleiben 134¾ thl. in C^a. in Lbl.

Haltet ihr nun alle gefundene Facite gegen einander, so könnet ihr sehen, daß nach dem 7ten Wege, 100 Thl. Amst. B°. am wenigsten, nämlich nur 134¾ Thl. in Lbl. in C^a., kosten, und dahero dieser der beste zu der vorhabenden Remesse sey. Hingegen hat man bey solcher Versendung die erforderlichen Spesen zu consideriren.

Nota 1. Was insbesondere die Wahl zwischen dem 1sten oder 2ten, und dem 3ten Wege betrifft, so ist dieser zwar den Zahlen nach, um ⅛ Thl. auf 136½ schlechter; jedoch in Ansehung der Zeit etwas besser, als jene zu achten. Denn wenn Leipzig remittiret, muß es das Geld sofort bezahlen: Hingegen wenn es nach Amst. Ordre giebt auf sich zu traßiren, da darf es erst zu der Verfallzeit des auf ihn traßirten Wechsels zahlen.

Nota 2. Warum ich beym 5ten Wege 126 Thl. in feine Lüneb. ⅔ auf 10 ℔ in Amst., das ist 12 6/10 Thl. auf 1 ℔ gerechnet; dieses soll hernach bey der Beschreibung

der Amst. Münzen und Wechselarten gemeldet werden. Und obgleich solche Vergleichung nicht allezeit so genau eintrifft; so kann man sich derselben dennoch bey gegenwärtiger Absicht, da nur ein ungefehrer Ueberschlag gesuchet wird (§. 1088), gar wohl mit Nutzen bedienen.

Nota 3. Es hat mich aber die Erfahrung belehret, daß der 6te Weg gemeiniglich vor Leipz. profitabler, als der 5te sey; allermaßen jener weit sicherer als dieser ist, indem man bey diesem dem Gewichte unterworfen seyn muß, das sich doch nicht allezeit gleich befindet.

Nota 4. Indessen weil bey diesem Exempel auch der Cours Adrittura in Hol. Cor. angegeben ist, so hätte die Ausrechnungen der übrigen Wege auch wol auf 100 Thl. Hol. Cor., gleichwie vorhin auf 100 Thl. B°. geschehen, stellen können; welches aber auf eins hinausläuft.

N°. 5. Wenn man das vorige Exempel N°. 3, in welchem zwischen Leipzig und Danzig Adrittura keine Vergleichung der Münzen gegeben ist, eben auf solche Art, als die Exempel N°. 1 und 2 durch einen einzigen Aufsatz solviren will: Wie ist solche Berechnung anzustellen?

Weil man allhier nach dem ordentlichen Wege, wenn man nämlich die Ausrechnung auf eine Vergleichung zwischen der Leipz. und Danz. Valute richten will, 2 besondere Sätze (wie vorhin geschehen) machen müßte, so stellet die Berechnung nach Anzeigung §. 1080, lieber auf einen von den gegebenen Coursen.

Z. E. will ich den Cours zwischen Danz. und Amst. nehmen. Nach diesem würde Leipzig von seinem Avanz 288 ℳ p. 1 L. Vls. B°. zahlen müssen: Demnach rechner

net ferner nur, wie dieser Cours über Hamb. und Danz. rendire. Also:

		1 L. Vls. Amst. B°.	
L. Vls. B°.	5	ℵ Thl. Amst. B°.	6
Thl. Amst. B°.	✗øø	134 Thl. in Leipz.	
Thl. in Leipz.	133	✗øø Thl. Hamb. B°.	
Thl. Hamb. B°.	ℵ	237 ℋ Pol.	
	665	190548	1422
Fac. 286½ ℋ in C^a.		575..	4266
		434.	5688
		358	

Da nun über Hamb. das L. Vls. Amst. B°. in Danz. nur 286½ ℋ in C^a. kosten darf, so ist auch hieraus klar, daß dieser Weg vor Leipzig besser als über Amst. sey.

N°. 6. Leipzig will nach Frankreich remittiren.

Der Cours ist

nach Amst. in B°. 136 p. C. von dar nach Frankreich 55 ℛ.
nach Hamb. 135 p. C. von dar nach Frankreich 27 ß.

Nun wird gefraget: Welcher von diesen Wegen vor Leipz. nützlicher sey, jener über Amst. oder dieser über Hamb.?

Diese beyde Wege sind oben §. 1021 N°. 28 und 29 bereits solviret worden, woraus zu ersehen, daß 100 Ⓥ über Amst. 74⅘; und über Hamb. 75 1/11 5/6 Thl., in Leipz. rendiren. Demnach folget allhier, da Leipz. nach Frankreich remittiren will, daß es besser thue, solche Remesse über Amst. als über Hamb. anzustellen. Gegentheils sollte es auf Frankreich traßiren wollen, so würde es solche Tratta lieber über Hamb. zu effectuiren haben.

Ihr könnet aber allhier, da zwischen Leipz. und Frankreich keine Vergleichung der Münzen gegeben ist, die

Ausrechnung abermal, wie vorhin N°. 5, auf einen der gegebenen Course, und in einem einzigen Aufsatze stellen,

Z.E. will ich den Cours von Danzig nach Amst. nehmen. Nach diesem müßte Leipz. 136 Thl. geben um 100 Thl. B°. in Amst. zu erlangen. Demnach rechnet nur, wie solcher Cours über Hamb. und Frankreich rendire, also:

			xØØ Thl. Amst. B°.	
	Thl. Amst. B°.	1	xØØ ℛ Vls. Amst. B°.	25
11.	ℛ Vls. Amst. B°.	ßß	27 ß Lüb. B°. (= 1 V̈)	
xß.	ß Lüb. B°.	48	1 Thl. Hamb. B°.	
4	Thl. Hamb. B°.	xØØ	xßß Thl. in Leipz.	℔. 9
		44	6075	243..
		(4	1518¾	
		11)		

Fac. 138 Thl. in Ca.

Da nun über Hamb. die 100 Thl. Amst. B°. in Leipzig 138 Thl. kosten müßten, so siehet man auch hieraus, daß jener Weg über Amst. besser, als dieser sey.

N°. 7. Hamburg will nach Amsterdam remittiren. Der Cours dahin ist 33¼ Stüb. Es hat aber Gelegenheit, solche Remesse über Frankreich zu verrichten, da der Cours von Hamb. nach Frankreich 26¼ ß, und von dar nach Amst. 55 ℛ. Wenn nun bey diesem Wege über Frankreich (z. E.) ⅔ p. C. Spesen aufgehen müßten, so fragt sichs: Ob es Adrittura, oder über Frankreich remittiren soll, und zwar, wie viel diese beyde Wege in dem Course differiren?

Dieses solviret nach der Lehre §. 1079. Nämlich Adrittura könnte Hamb. 33¼ Stüb. vor 2 ℔ B°. erlangen; mithin suchet ferner nur, wie dieser Cours über Frankreich rendire, also:

			32 ß Lüb. B°.		
21.	ß Lüb. B°.	XØß	4 V		
7	V	1	ßß ℔ Vls. Amst. B°.	11	
℔ Vls. Amst. B°.		2	1 Stüb. B°.		
151.		ZØ2	ZØØ p. Spesen.		100
	1057		35200		
Fac. $33\frac{5}{6}$ St. in Ca.			349.		
			319, d.i. 5104(16tel.		

Da nun Hamb. über Frankreich vor 2 ℔ B°. $33\frac{5}{6}$ Stüb. erlangen kann, Adrittura aber nur $33\frac{1}{4}$ Stüb.; so ist jener Weg um $\frac{1}{16}$ Stüb. auf den Cours profitabler, als dieser Weg.

N°. 8. Wenn man aber beym vorigen Exempel (N°. 7) nach der Differenz beyder Wege p. C. fraget, so verfahret nach Anzeigung §. 1085, als folget:

			100 ℔ B°.		
	℔ B°.	1	16 ß Lüb. B°.		
21.	ß Lüb. B°.	XØß	4 V		
7	V	1	ßß ℔ Vls. Amst. B°.	11	
℔ Vls. Amst. B°.		2	1 Stüb. B°.		
Stüb. B°.		133	8 ℔ Lüb. B°.		
151.		ZØ2	ZØØ p. Spesen.		100
931	140581		14080000		128
4655					
931	Fac. $100\frac{1}{8}$ in Ca.		Rest 21900		

	Oder:	100 ℔ B°.	
℔ B°.	8	133 Stüb. Amst. B°.	
Stüb. Amst. B°.	1	2 ℛ Vls. Amst. B°.	
11. ℛ Vls. Amst. B°.	ßß	1 V̈	
V̈	A	XØß ß Lüb. B°.	21
ß Lüb. B°.	16	1 ℔ B°.	7
	ZØØ	ZØ2 p. Spesen.	151

128	14080000	140581	931
	Rest 21900	Fac. 100 1/8 in C^a.	4655
			931

Die Ursache dieser beyden Aufsätze und derselben Proceß könnet ihr oben (ibid.) sonderlich N°. 2 zur Genüge ersehen; und erscheinet also aus beyden, daß es über Frankreich um 1/8 p. C. in C^a. besser zu remittiren sey.

N°. 9. Wenn beym gedachten Exempel (N°. 7) die Summe der vorhabenden Remesse (z. E.) 6000 fl. Hol. B°. ist, und man begehrte zu wissen, wie viel die gemeldten beyden Wege überhaupt auf solche Summe, und zwar in ℔ B°. differiren; so kommt die Berechnung nach Anweisung §. 1078, folgendergestalt:

1ster Weg Adrittura.

		6000 fl. Hol. B°.	
fl. Hol. B°.	1	20 Stüb. B°.	
Stüb. B°.	133	8 ℔ Hamb. B°.	
	133	960000	
Fac. 7218 ℔ 1 ß in C^a.		29...	
		24..	
		107.	
		6	

2ter

2ter Weg über Frankreich.

				ßØØØ fl. Hol. B°.	75
	fl. Hol. B°.	1		ÆØ ℛVls. B°.	
11.	ℛVls. B°.	ßß		1 V̈	
	V̈	Æ		xØß ß Lüb. B°.	æx
æ.	ß Lüb. B°.	xß		1 ℔ B°.	7
		ZØØ		ZØæ p. Spesen.	151

11 79275 | 1057 ..
26425

Fac. 7206 ℔ 13 ß in C^a.
Nach dem 1sten Wege aber komen 7218 ℔ 1 ß in C^a.

Ist also über Frankreich um = 11 ℔ 4 ß in C^a.
besser als Adrittura zu remittiren.

N°. 10. Hamburg soll nach Londen Geld zahlen. Der Cours Addrittura ist 32 ß 10 ℛ. Es hat aber Gelegenheit nach Amsterdam zu ordiniren, um von dar nach Londen zu remittiren, und die Valute auf sich (Hamb.) zu traßiren, da der Cours von Amst. nach Londen 34 ß, und nach Hamb. 33 3/8 Stüb.; wobey aber 1/2 p. C. Spesen aufgehen müßten. Wenn nun Hamb. diesen andern Weg, in Ansehung dessen, weil es (wie vorhin N°. 4 Not. 1 schon erwehnet) nach demselben 14 Tage zur Zahlung Zeit genießet, um 1/4 p. C. (das ist 1/2 p. C. p. Monat) besser, als jenen Weg achtet; so fragt sichs: Wieviel demnach solche Wege auf den Cours differiren?

Weil allhier supponiret wird, daß Hamb. den andern Weg um 1/4 p. C. besser achtet; und bey diesem Wege sonst 1/2 p. C. Spesen zu berechnen ist: So ziehet davon 1/4 ab, und bringet in Rechnung nur 1/4 p. C. wegen Spesen, also:

		34 ß Vl. Am. B°. (= 1 £. St.)	
ß Vls. Amst. B°.	1	ß Stüb. B°.	2
Stüb. B°.	267 ..	16 ℔ Lüb. B°.	
℔ Lüb. B°.	3	8 ß Vls. Hamb. B°.	
25. 8ø.	400	401 p. Spesen.	
	6675	218144	27268

Fac. 32 ß 8 ℛ in Ca.

1789.

Rest 4544 ß, d. i. 54528 ℛ.

Solchergestalt rendiret das £. Sterl. in Hamb. nur auf 32 ß 8 ℛ in Ca., da Hamb. Adrittura 32 ß 10 ℛ zahlen müßte; demnach ist es über Amst. auf 2 ℛ in Ca. profitabler zu remittiren.

Von Wechselcommißionen.

§. 1092.

Die Wechselcommißionsrechnung lehret hauptsächlich, wie weit ein Commißionair, welcher nach einem benannten Cours zu remittiren und traßiren beordert ist, von diesen Coursen abgehen könne, damit der Ordre gleichwol eine Genüge geschehen möge.

Z. E. Wenn jemand beordert ist, eine gewisse Summe nach einem benannten Course zu remittiren, und solche Summe oder deren Werth nach einem ebenfalls benannten Course zu traßiren, er aber einen andern Cours zum Remittiren findet, und dahero gerne wissen will, wie hoch er den Cours zu der Tratta zu nehmen habe; oder wenn er einen andern Cours zum Traßiren findet, und dahero

zu

zu wissen verlanget, wie hoch er den Cours zu der Remesse zu nehmen habe, damit solche Commißion gleichwol der Ordre gemäß expediret werde; oder auch, wenn er beyde benannte Course, zum Remittiren sowol, als zum Traßiren, anders findet, und deswegen zu erfahren begehret, ob er solche ihm aufgetragene Commißion nach diesen veränderten Coursen, ohne Nachtheil des Committenten, laut seiner gegebenen Ordre, effectuiren könne.

§. 1093. Zu diesem wird in der Commißionsrechnung auch dieses gelehret: Wenn einem aufgetragen wird, in benannten Coursen nach einem oder dem andern Plaße zu remittiren, oder auch nach einem oder dem andern Orte zu traßiren, jedoch mit der Ordre, im Falle die Course anders gefunden werden sollten, daß er denjenigen Platz erwähle, dessen Cours dem benannten zu des Committenten Nutzen, am nächsten kommet: Wie in solchem Falle der erwehnte nützlichste Platz zu finden sey.

§. 1094. Wenn einer beordert wird, in dem Orte A eine gewisse Summe nach benannten Coursen auf den Ort B zu traßiren, und solche Summe oder deren Werth nach dem Orte C zu remittiren; und solcher Ort A zu beyden Coursen die beständige, oder zu beyden die variende Valute (§. 982) hat; so kann es dem Committenten, was überhaupt die Summe betrifft, zu keinem Schaden gereichen, wenn beyde Course höher oder niedriger, als sie in der Ordre gegeben worden, jedoch aber in gleicher Verhältniß (wie z. E. beyde 2, 3 oder 4mal, oder auch $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ mal so groß, als sie gegeben sind) angenommen werden: Folglich wird durch solche Veränderung nicht wider die Ordre gehandelt.

Beweis.

Beweis.

Wenn ein Ort die beständige Valute des Courses hat, ist es im Remittiren desto profitabler, und im Traßiren desto schädlicher, je höher solcher Cours ist (§. 986); also, wenn man an statt eines benannten, einen solchen Cours annimmt, welcher z. E. 2, 3 oder 4 mal so hoch, so ist es im Remittiren 2, 3 oder 4 mal so viel profitabler, und im Traßiren 2, 3 oder 4 mal so viel schädlicher. Gleichergestalt ist es bey diesem Orte im Remittiren desto schädlicher, und im Traßiren desto profitabler, je niedriger der Cours ist. Nicht minder ist es mit dem Orte beschaffen, welcher die varirende Valute des Courses hat; nur allein, daß es bey diesem umgekehrt heißet, nämlich: Je höher der Cours ist, desto schädlicher ist es dem Remittenten, und desto nützlicher dem Trassenten; wiederum: Je niedriger der Cours ist, desto nützlicher ist es dem Remittenten, und desto schädlicher dem Trassenten. Wenn demnach ein Ort, welcher zu beyden beorderten Coursen, nach welchen man eine gewisse Summe traßiren, und solche anderwärts remittiren soll, die beständige, oder zu beyden die varirende Valute hat, und man beyde Course 2, 3 oder 4 mal, oder nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ mal so groß anniñt, als sie in der Ordre benennet worden, so ist der Nutzen einerseits eben so groß, als der Schaden andererseits; folglich kann auf solche Weise des Committenten Endzweck, was überhaupt die Summe belanget, ohne dessen Nachtheil erreichet werden.

§. 1095. Derowegen, wenn man von einem solchen Orte, wie vorhin gemeldet, eine Summe nach benannten Coursen zu traßiren und zu remittiren beordert worden, und einer von den beyden gegebenen Coursen höher oder niedriger genommen wird, so muß auch der andere

Cours,

Cours, daferne es mit der Ordre genau überein, und weder zu viel noch zu wenig kommen soll, in eben solcher Verhältniß höher oder niedriger genommen werden, und demnach beyde Veränderungen ordentlich proportioniret seyn (§. 307); also, daß es heiße: Wie sich verhält ein gegebener Cours zu dem Cours, welcher an dessen statt genommen wird, also auch der andere gegebene Cours zu dem, den man an dieses statt nimmt.

§. 1096. Wenn ein Ort, von welchem eine nach benannten Coursen ordinirte Remesse und Tratta einer gewissen Summe geschehen soll, zu einem derselben die beständige, und zu dem andern die varirende Valute hat (§. 982), und einer von solchen Coursen höher, der andere hingegen niedriger, als sie in der Ordre gegeben worden, jedoch aber in einer wiederkehrlichen Proportion (als z. E. einer 2, 3 oder 4 mal, und der andere hingegen $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ mal so groß, als sie gegeben sind) angenommen wird; so kann solche Veränderung abermals dem Committenten, was überhaupt die Summe betrifft zu keinem Schaden gereichen, und wird demnach auch auf diese Art nicht wider die Ordre gehandelt.

Beweis.

Dieser ist fast gleich dem vorigen Beweise (§. 1094). Denn, gesetzt, es habe solcher Ort zum remittiren die beständige, und zum traßiren die varirende Valute des Courses; so ist es in der Remesse sowol, als in der Tratta, desto profitabler, je höher; und desto schädlicher je niedriger die Course sind (§. 986). Also auch, wenn solcher Ort zum remittiren die varirende, und zum traßiren die beständige Valute des Courses hat, so ist es abermal (wiewol umgekehrt) sowol in der Remesse,

als

als Tratta, desto schädlicher, je höher; und desto profitabler je niedriger die Course sind. Derowegen, wenn in einem solchen Orte, einer von den gegebenen beyden Coursen (z. E.) 2, 3 oder 4 mal, der andere hingegen nur $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ mal so groß angenommen wird, als sie gegeben sind, so ist der Nutzen einer seits eben so groß als der Schaden anderer seits; folglich kann auf solche Weise abermal des Committenten Endzweck, was überhaupt die Summe belanget, ohne dessen Nachtheil erreichet werden.

§. 1097. Dannenhero, wenn man von einem solchen Orte, wie nächst vorher erwehnet, eine Summe nach benannten Coursen zu traßiren oder zu remittiren beordert wird, und einer von beyden Coursen höher, so muß der andere hingegen, wenn es mit der Ordre genau überein, und weder zu viel noch zu wenig kommen soll, in eben solcher Verhältniß niedriger genommen werden: und demnach beyde Veränderungen wiederkehrlich proportioniret seyn (§. 311); also, daß es heiße: Wie sich verhält einer seits der genommene Cours zu dem, an dessen statt er genommen wird, also auch anderer seits zurück der gegebene Cours zu dem, welchen man an dieses statt nimmt.

§. 1098. Ich habe mich im vorhergehenden (§. 1094 und 1096) mit Fleiß der Worte: **was überhaupt die Summe betrifft,** bedienet, um anzuzeigen, daß ich allhier nur von der Größe der Summe rede. Denn sonst könnten sich freylich andere Umstände hervor thun, welche verursachen, daß durchaus von des Committenten Ordre nicht abzuweichen sey.

Die

Die 148. Aufgabe.

§. 1099. Zu erfahren, wie hoch ein Commißionair, der eine Summe nach benannten Coursen zu traßiren und dieselbe fernerweit zu remittiren beordert worden, und aber einen andern Cours zum traßiren vor sich findet, die Remesse; oder daferne er einen andern Cours zum remittiren findet, die Tratta, anzustellen habe, wenn er solche Commißion dennoch vollziehen, und der Ordre eine Genüge thun will.

Allhier habt ihr drey Zahlen bekannt, als 1. einen gegebenen Cours, 2. den, welchen ihr an dieses statt vor euch findet, und 3. den andern gegebenen, an dessen statt ihr einen suchet. Demnach merket:

I. Wenn zu beyden gegebenen Coursen die beständige Valute, oder zu beyden die varirende, in dem Orte ist, von welchem die Tratta und Remesse geschehen soll, so schreibet die gedachten 3 Zahlen von der Linken nach der Rechten in solcher Ordnung, wie vorhin gemeldet, damit es heiße: Wie sich verhält der eine gegebene Cours zu dem, der an dessen statt genommen wird, also auch der andere gegebene Cours zu dem gesuchten: Und berechnet es nach der Regel Detri, so kommt der verlangte Cours oder Preis.

II. Wenn aber solcher Ort zu einem Course die beständige, und zu dem andern die varirende Valute hat, so setzet in die erste zwey Glieder zur Linken den genommenen vor den gegebenen, damit es heiße: Wie sich verhält der Cours den ihr vor euch findet zu dem, an dessen statt jener genommen wird, also hingegen der andere gegebene

Cours zu dem gesuchten: Und berechnet es abermal nach der Regel Detri, so erlanget ihr wie vorhin den begehrten Cours oder Preis.

Der Grund des ersten Artikels lieget im vorhergehenden §. 1095, und des andern im §. 1097.

Z. E. N°. 1. Hamburg bekommt Ordre eine gewisse Summe auf Danzig à 119 ℋ zu traßiren, und dieselbe nach Leipzig à 134 p. C. zu remittiren, oder auch wohl mit andern differenten Coursen, jedoch der ertheilten Commißion ohne Nachtheil. Wenn nun Hamb. den Cours auf Danz. à 120 ℋ findet; so fraget sich: In welchem Preise es die Remesse nach Leipz. anstellen muß, damit solche Commißion mit der gedachten Ordre überein kommen möge?

Allhier ist zu merken, daß Hamb. in beyden Coursen die beständige Valute hat, nämlich in der Tratta 1 Thl. B°., und in der Remesse 100 Thl. B°.; derowegen heißet es (Artik. I): Wie sich verhält der gegebene Cours 119 zu dem genommenen 120, also auch der andere gegebene 134 zu dem gesuchten; und kommet demnach der Aufsatz nach der Regel Detri also:

119 = 120 = 134?

Fac. $135\frac{15}{119}$

Nämlich es muß Hamb. die Remesse nach Leipz. à $135\frac{15}{119}$, das ist $135\frac{1}{8}$ in Ca°. anstellen, wenn es auf Danz. à 120 traßiren, und der ertheilten Commißion eine Genüge thun will.

N°. 2. Amsterdam bekommt Commißion, eine gewisse Summe auf Frankreich à 56 ℛ zu traßiren, und solche nach Leipzig à 39 Stüb. zu remittiren. Wenn nun Amst. den Cours nach Frankreich nur à $55\frac{1}{4}$ ℛ findet;

det; so fraget sich: In welchem Preise es die Remesse nach Leipz. anstellen muß, damit der Committent, laut seiner Ordre, darbey keinen Schaden leide?

Allhier merket, daß Amst. zu beyden Coursen die variende Valute hat. Dannenhero heißet es (Artik. I) abermal als vorhin: Wie sich verhält der gegebene Cours 56 zu dem genommenen $55\frac{1}{4}$, also auch der andere gegebene 39 zu dem gesuchten; und kommet demnach der Aufsatz nach der Regel Detri, wie folget:

56 = $55\frac{1}{4}$ = 39?

Fac. $38\frac{10}{22}\frac{7}{4}$ oder $38\frac{1}{2}$ in Ca.

Nämlich in diesem Preise muß die Remesse nach Leipz. angestellet werden, wenn die Tratta à $55\frac{1}{4}$ geschiehet.

N°. 3. Hamburg erhält Ordre eine gewisse Summe auf Breßlau à $137\frac{1}{2}$ zu traßiren, und solche nach Londen à 32 ß 3 ₰ zu remittiren. Wenn nun Hamburg den Cours nach Londen auf 32 ß 8 ₰ findet; so fraget sich: Nach welchem Preise es die Tratta auf Breßlau anstellen muß, wenn es mit der ertheilten Ordre überein kommen soll?

Allhier merket, daß Hamb. zu dem Wechsel nach Breßlau die beständige, nämlich 100 Thl. B°., und zu dem Wechsel nach Londen die variende Valute hat. Derowegen heißet es (Artik. II): Wie sich verhält der genommene Cours 32 ß 8 ₰ zu dem gegebenen 32 ß 3 ₰, also hingegen der gegebene $137\frac{1}{2}$ zu dem gesuchten; und kommet demnach in diesem Falle der Aufsatz nach der Regel Detri folgendergestalt:

32 ß 8 ₰ = 32 ß 3 ₰ = $137\frac{1}{2}$?

Fac. $135\frac{5}{7}\frac{8}{8}\frac{5}{4}$ oder $135\frac{3}{4}$ in Ca.

Nämlich in diesem Preise muß nach Breßlau traßi-

ret werden, wenn man nach Londen à 32 ß 8 ₰ remittiret.

§. 1100. Man kann aber die Arbeit in der Ausrechnung sich merklich erleichtern, wenn man in das 2te Glied allezeit nur die Differenz zwischen den vorhin gezeigten ersten 2 Gliedern zur Linken setzet. Solchergestalt kommet im Facit ebenfalls die Differenz, als um so viel der gegebene Cours, welcher im 3ten Gliede stehet, höher oder nach Bewandniß niedriger zu nehmen sey; und zwar, wenn jene Differenz auf das 1ste Glied ist, so wird auch diese zu dem 3ten Gliede addiret; daferne aber jene in oder von dem 1sten Gliede ist, so hat man auch diese von dem 3ten Gliede zu subtrahiren. Es kommen demnach die Aufsätze der vorigen drey Exempel (§. 1099) also:

N°. 1. auf 119 kommet 1 zu, was auf 134?

Fac. $1\frac{1}{8}$ in C^a.

welche $1\frac{1}{8}$ zu 134 addiret, geben den verlangten Preis $135\frac{1}{8}$, wie vorhin.

N°. 2. von 56 gehen $\frac{3}{4}$ ab, was von 39?

Fac. $\frac{1}{2}$ in C^a.

welches $\frac{1}{2}$ von 39 subtrahiret, bleiben $38\frac{1}{2}$, wie vorhin.

N°. 3. In 32 ß 8 ₰ ist die Differ. 5 ₰, wie viel in $137\frac{1}{2}$?

Fac. $1\frac{3}{4}$ in C^a.

welche $1\frac{3}{4}$ von $137\frac{1}{2}$ abgenommen, bleibet der begehrte Preis $135\frac{3}{4}$, wie vorhin.

§. 1101. Es ist also zwischen dieser und der vorhergehenden Manier (§. 1099) eben derselbe Unterscheid, welcher sich in obigen Auflösungen (§. 1019) zwischen N°. 25 und 27, ingleichen zwischen N°. 26 und 28, befindet; und kann sich dahero ein jeder nach eigenem Gefallen eine von diesen beyden zu seinem Gebrauche erwählen. Jedoch

doch achte ich in Prari die nächst gezeigte Manier (§. 1100) vor bequemer, als die vorhergehende. Denn da gegenwärtige Rechnung einig und allein auf die gedachten Fälle in Wechselcommißionen gerichtet ist; in diesen aber die Differenz, welche nach voriger Anweisung (ibid.) addiret oder subtrahiret wird (wie aus der Wechselusanz bekannt) niemals größer, als 1 oder etliche wenige seyn kann, auch die Brüche niemals nach genauer Schärfe genommen, sondern nur in $\frac{1}{2}$, 4tel, 8tel oder 16tel verwandelt werden (§. 988); und niemand anders mit diesen Rechnungen was zu thun hat, als nur solche, die vorher schon 1, $\frac{1}{2}$, ein oder etliche 4tel, 8tel oder 16tel, als die gebräuchlichsten Theile, zu oder von einer Zahl aus dem Kopfe zu nehmen wissen: So sehe ich nicht, warum man sich ohne Noth mit weitläuftigen Multiplicationen und Divisionen belästigen, und die Ausrechnung nicht viel lieber nur auf die Differenz, wie vorhin (§. 1100) angewiesen, anstellen soll. Allermaßen diese Art von solcher Leichtigkeit ist, daß man mehrentheils die ganze Ausrechnung aus dem Kopfe verrichten kann; wie solches jeder vor sich selbst wird befinden können. Hingegen wenn man das Facit nach genauer Schärfe haben will, da ist, wegen der bey solcher andern Art erforderlichen Addition oder Subtraction, jene erste Art (§. 1099) mehrentheils bequemerer als diese. Eben aus dieser Ursache habe ich allhier in der Theorie jene dieser vorgesetzet.

§. 1102. Man findet auch verschiedene Autores, welche in dem gezeigten Aufsatze (ibid.) das 3te Glied vor das 2te setzen; als bey den (daselbst) erwehnten Exempeln setzen sie:

N°. 1: 119 ℔ = 134 Thl. = 120 ℔?
N°. 2: 56 ℛ = 39 Stüb. = $55\frac{1}{4}$ ℛ?
N°. 3: 32 ß 8 ℛ = $137\frac{1}{2}$ Thl. = 32 ß 3 ℛ?

Dieses haben sie vermuthlich deswegen gethan, damit nach solchem Aufsatze das 1ste mit dem 3ten Gliede, wie sonst insgemein bey den Aufsätzen der Regel Detri gewöhnlich (§. 349), gleiche Namen haben möge. Sonst aber gilt es der Ausrechnung nach gleichviel, ob das 2te vor dem 3ten, oder hernach stehe (§. 347). Indessen haben sie nach solchem Aufsatze, da sie das 1ste und 3te Glied unter gleichen Namen setzen, gar füglich darbey lehren können, daß man bey dem oben im §. 1099 Artik. II. gemeldeten andern Falle, die Rechnung nach der Regel Detri inversa anstellen, das ist (§. 907), das erste mit dem 3ten Gliede verwechseln soll. Als das angeführte Exempel in N°. 3 (§. 1099) käme sonst, ihrer Aufsätze nach, also:

die gegebenen		die gegebenen		die genommenen
32 ß 3 ℛ	thun	137½ Thl.,	was	32 ß 8 ℛ?

Allein weil Hamburg zu einem Course die beständige, und zu dem andern die varirende Valute hat, so wird es nach der Regel Detri inversa also gesetzet:

32 ß 8 ℋ = 137½ Thl. = 32 ß 3 ℛ?

Daß aber ein gewisser Autor, der sich eben desselben Aufsatzes, wie oben (ibid.) von mir geschehen, bedienet, gleichwol zu voraus gesetzet, man solle im erwehnten andern Falle die Berechnung nach der Regel Detri inversa verrichten; dieses will sich gar nicht zu einander reimen. Denn wo findet man jemals in einem Rechenbuche geschrieben, daß die Regel Detri inversa, das 1ste mit dem 2ten Gliede zu verwechseln lehre? Wohl aber heißt es bey dieser Regel allezeit: Man soll das 1ste mit dem 3ten Gliede umwechseln. Es wäre demnach kein Wunder, wenn jemand dadurch auf die Gedanken gerathen möchte, es müßte dieser Autor seine voraus gesetzte Lehre, und vielleicht in guter Meynung, aus einem andern Autore genommen; aus Unvorsichtigkeit aber versehen haben, daß diese Lehre sich gar nicht zu der Manier schicke, welcher er sich gebrauchet.

§. 1103. Die Richtigkeit dieser Art der Commißionsrechnungen habe ich, wie vorhin (§. 1099) schon erwehnet, in den §§. 1095 und 1097 klar gezeiget. Insgemein

gemein aber wird dieselbe bey jedem Exempel insbesondere daraus erwiesen, nämlich: Man reducire eine beliebige Summe eines der Plätze, dahin die committirte Remesse und Tratta geschiehet, in die Münzsorte des andern Platzes (§. 1024), oder untersuche, wie der Cours zwischen diesen beyden Plätzen (wenn anders ein Wechsel Adrittura zwischen ihnen ist) rendire (§. 1021 oder 1026), und verrichte solche Ausrechnung einmal nach den beyden gegebenen, und einmal nach den beyden genommenen (jedoch nicht in C^a^, sondern genauen) Coursen: So wird man befinden, daß in beyden Berechnungen gleichviel heraus kommt; woraus erhellet, daß des Committenten Endzweck um die ordinirte Summe von dem einen Platze nach dem andern zu bringen, ohne dessen Nachtheil, eben sowol nach den genommenen, als gegebenen Coursen erreichet werden kann, indem durch solche Veränderung deswegen nicht mehr, noch weniger in solchen Plätzen zu zahlen, und zu empfangen ist.

§. 1104. Eben dieser Methode bedienet man sich gemeiniglich zu einer Probe, wenn man den gefundenen Preis in gedachten Commißionsrechnungen probiren will. Denn daferne die erwehnten 2maligen Ausrechnungen nicht gleichviel heraus bringen, so ist man versichert, daß der gefundene Preis irrig und falsch sey. Derowegen will ich allhier zeigen, wie man solche Probe weit kürzer und auf einmal zu verrichten vermögend ist.

Die 149. Aufgabe.

§. 1105. Den gefundenen Preis bey gedachter Art der Commißionsrechnungen in einem einzigen Aufsatze und auf einmal zu probiren.

Stellet euch die 2 gegebenen Course einer seits, und die 2 genommenen anderer seits, als Vorschläge zu dem vorhabenden Wechsel vor, und untersuchet, welcher von diesen beyden Vorschlägen dem Committenten profitabler sey, verrichtet aber diese Arbitrage auf solche Art, wie oben im §. 1085 gelehret worden; so muß zum Facit just 100 hervor kommen, welches dann anzeiget, daß beyde Vorschläge einander gleich sind (§. 1086) Jedoch weil man in dieser Berechnung keine Spesen zu bringen hat, auch im voraus weiß, daß weder auf noch in 100 eine Differenz kommen müsse, und also die im Artik. I. §. 1085 erwehnte Confusion allhier nicht zu besorgen ist; so könnet ihr die Fragezahl in einem beliebigen Verstande nehmen. Also auch, weil es allhier nicht eben auf die Verhältniß p. C. ankommt, so dürfet ihr die Fragezahl nach Belieben auch nur auf 1, oder sonst auf so viel, als ihr immer wollet, stellen, und ist es genug, daß in dem Facit, wie vorhin gemeldet, eben so viel kommen muß, als die Fragezahl ist. Uebrigens gründet sich diese Ausrechnung auf den daselbst gegebenen Beweis.

Z. E. Im §. 1099 N°. 1 sind die gegebenen Course von Hamburg nach Danzig 119 ℔, und nach Leipzig 134 p. C., die genommenen aber per Danz. 120 ℔, und per Leipz. $135\frac{1}{1}\frac{5}{9}$ p. C.; demnach arbitriret, wenn man zwischen Danz. und Leipz. über Hamb. (§. 990) einen Wechsel anstellen will, ob es nützlicher sey, die gegebenen, oder die genommenen Course zu erwählen. Dieses kommt nach Anweisung §. 1085, wie folget zu stehen:

	100 thl. Pol.
thl. Pol. 1	ℳ ℳ
ℳ XXℳ	1 thl. Hamb. B°.
thl. B°. Xℳℳ	XℬA thl. in Leipz.
thl. in Leipz. 1	XXℳ(119tel thl.
(135 $\frac{1}{11}\frac{5}{9}$=) 119tel thl. Xℬℳ8ℳ	Xℳℳ thl. Hamb. B°.
Lℳ8. thl. B°. 1	XLℳ ℳ Pol. L
XℬA ℳ ℳ	1 thl. Pol.

— Fac. 100 thl. Pol.

Oder: 100 Thl. Pol.

Thl. Pol. 1	ℳ ℳ
L. ℳ XLℳ	1 Thl. Hamb. B°.
Thl. B°. Xℳℳ	Xℬℳ8ℳ 119tel Thl. in Leipz. Lℳ8
119tel Thl. XXℳ	1 Thl. in Leipz. XℬA
Thl. in Leipz. XℬA	Xℳℳ Thl. Hamb. B°.
Thl. B°. 1	XXℳ ℳ Pol.
ℳ ℳ	1 Thl. Pol.

— Fac. 100 Thl. Pol.

Auf solche Weise könnet ihr die 100 in der Fragezahl auch Leipziger Thl., Hamburger Thl., oder auch ℳ benennen, wie solches zur Genüge oben (ibid.) schon umständlich gezeiget worden. Also auch, wenn ihr in die Fragezahl 1 gesetzet hättet, so würde im Facit ebenfalls 1 gekommen seyn. Und habt ihr vornemlich nur in acht zu nehmen, daß ihr die gegebenen und genommenen Course nicht durch einander vermenget, sondern jene nach einander, und diese insbesondere nach einander setzet.

Item. Im §. 1099. N°. 2 sind die gegebenen Course von Amsterdam nach Frankreich 56 R, und nach Leipzig 39 Stüb., die genommenen aber nach Frankreich 55 $\frac{1}{4}$,

und nach Leipz. $38\frac{1}{2}\frac{0}{2}\frac{7}{4}$ Stüb. Diese nun zu probiren, kommt die Berechnung als folget; jedoch will ich allhier die Fragezahl mit Fleiß nur auf 1 stellen.

		1 Ü	
Ü	1	96 R Bls. in Amst.	ℵ
R Bls.	ℵ	1 Stüb. B°.	
13.	Stüb. B°. ℶ	1 Thl. in Leipz.	
ℵ8.	Thl. in Leipz. ℵℶ	86ℶ Stüb. B°.	ℵ8ℵ8
ℵ	Stüb. B°. 1	2 R Bls.	
	R Bls. 221	4 Ü	

221 / 663 — ℵ8ℵ8 — Fac. 1 Ü

Nota. Allhier merket dasjenige, welches oben (§. 1024) bey N°. 17 schon angemerket habe. Uebrigens könnet ihr den Aufsatz allhier, und zwar nach voriger Anweisung, noch auf verschiedene Arten verändern.

Item. Im §. 1099. N°. 3 sind die gegebenen Course von Hamburg nach Breßlau $137\frac{1}{2}$ p. C., und nach Londen $32\frac{1}{4}$ ß Bls., die genommenen aber per Breßlau $135\frac{5}{7}\frac{8}{8}\frac{5}{4}$ p. C., und per Londen $32\frac{2}{3}$ ß Bls. Diese nun zu probiren, kommt die Ausrechnung folgendergestalt; jedoch will ich die Fragezahl allhier z. E. auf 89 stellen.

		89 thl. in Breßl.	
xx.	thl. in Breßl. ℵ7ß	ℵØØ thl. Hamb. B°.	
	thl. B°. 1	8 ß Bls.	
	ß Bls. xℵß	4 L. Sterl.	
	L. Sterl. ℶ	ßß ß Bls.	
	ß Bls. 8	1 thl. Hamb. B°.	4ℵ87
	thl. B°. xØØ	xØßℵℵß (784tel thl. in Br.	ß87
ß8.	784tel thl. 784	1 thl. in Breßl.	xℵß

— Fac. 89, das ist eben so viel, als die Fragezahl ist.

Dieser

Dieser Aufsatz kann abermal, wie vorhin gemeldet, noch auf verschiedene Weise verändert werden; welche Veränderungen aber insgesammt vorstellig zu machen, ich unnöthig erachte.

§. 1106. Wenn man bey ungleich großen Summen, welche zu einem Handel emploiret werden, dennoch gleichviel gewinnet, so ist nach Proportion derjenige Gewinn ohnstreitig am avantageusesten, der aus der kleinsten Summe entstanden. Z. E. Wenn ich an einer Summe von 100 eben so viel gewinne, als an einer Summe von 2, 3 oder 4 hundert, so ist jener erste Gewinn avantageuser, als dieser andere.

§. 1107. Hingegen wenn man bey ungleich großen Summen, die zu einem Handel emploiret werden, dennoch gleichviel verlieret, so ist allerdings derjenige Verlust nach Proportion am leidlichsten, der aus der größten Summe entstanden. Z. E. Wenn ich an einer Summe von 100 nur eben so viel verliere, als an einer Summe von 80, 50 oder 30, so ist jener erste Verlust leidlicher, als dieser andere.

§. 1108. Wenn in einem Handel einer seits etwas verloren, und anderer seits etwas gewonnen wird; es wäre aber jener Verlust eben so groß, als dieser Gewinn; auch eben auf eine so große Summe, als die Summe ist, worauf solcher Gewinn entstanden: So ersetzet der Gewinn just jenen Verlust, und ist demnach an solchem Handel überhaupt weder Gewinn noch Schaden. Z. E. Ich verliere in einem gewissen Handel einer seits auf jede 100, 1 oder 2 ꝛc. und gewinne anderer seits ebenfalls auf jede 100, 1 oder 2 ꝛc., so erlange ich überhaupt weder Gewinn noch Schaden.

§. 1109. Wenn aber der einseitige Verlust zwar gleich dem anderseitigen Gewinn, jedoch aber beyde aus unglei-

ungleichen Summen entstehen: So ist überhaupt bey solchem Handel entweder ein Gewinn oder Verlust, und zwar dieser, wenn dessen Summe, worauf er entstehet, kleiner, als die Summe, auf welche der Gewinn erwächset; und jener, wenn seine erwehnte Summe kleiner, als die gedachte Summe des Verlusts ist. Z. E. Wenn ich bey einem Handel einer seits auf jede 100, 1 oder 2 ꝛc. verliere, und anderer seits eben so viel, nämlich 1 oder 2 ꝛc. jedoch aber auf jede 200 oder 300, gewinne, so ist überhaupt bey solchem Handel ein Schaden, weil die Summe 100 kleiner ist, als die Summe 200 oder 300: Hingegen, wenn ich anderer seits auf jede 80 oder 50 ebenfalls 1 oder 2 ꝛc. gewinne, so ist überhaupt ein Gewinn, indem diese Summe kleiner, als die Summe 100, ist.

Die 150. Aufgabe.

§. 1110. **Zu erfahren, ob ein Commißionair, welcher eine Summe nach benannten Coursen zu traßiren und dieselbe weiter zu remittiren beordert worden, und aber zu beyden andere Course vor sich findet, solche Commißion nach den veränderten Coursen, ohne Nachtheil des Committenten effectuiren könne.**

I. Betrachtet die Veränderung beyder Course nach Anweisung §. 986. Befindet ihr nun beyde dem Committenten favorabler, als seine selbst ordinirte Course, oder beyde zu seinem Schaden, so wisset ihr auch ohne Rechnung, daß ihr solche Commißion im ersten Falle mit desselben Vortheil; im andern aber nicht ohne dessen Schaden verrichten könnet.

II. Daferne ihr aber einen Cours zu des Committenten

ten Vortheil, und den andern zu desselben Schaden, geändert befindet, so schreibet den kleinern Cours von der Remesse, desgleichen den kleinern Cours von der Tratta, nebst ihren Differenzen, um so viel jeder von seinem andern Course differiret, gerade unter einander, und merket oder notiret es darbey, welche Differenz zum Nutzen, und welche hingegen zum Schaden ist. Wenn nun beyde Differenzen einander gleich sind, so dürfet ihr nur sehen, welche Zahl von den untereinander geschriebenen Coursen kleiner, als die andere: Ist es diejenige deren Differenz zum Nutzen gereichet, so könnet ihr solche Commißion nach den veränderten Coursen mit Vortheil verrichten; wofern es aber die andere ist, deren Differenz schädlich, so könnet ihr solche Commißion ohne Nachtheil des Committenten nicht vollziehen.

III. Wenn aber die gedachten Differenzen nicht einander gleich, und über dieses auch Brüche vorhanden sind, mit denen ihr euch nicht gerne beschweren wollet, so grössert jeden Cours nebst seiner Differenz um so viel, damit die Brüche hinweg fallen (§. 449), und multipliciret

IV. ins Kreuz jede Zahl mit der Differenz der andern Zahl, so könnet ihr abermal sehen, welche Zahl am kleinsten kommet, und auf solche Weise, wie vorhin (Artik. II) gemeldet, daraus erkennen, ob ihr die Commißion zu verrichten oder zu unterlassen habet.

Der Grund von dieser Regel liegt hauptsächlich im vorhergehenden §. 1109. Was aber den 3ten und 4ten Artikel betrifft, solche haben ihren Grund aus der Proportion, die zwischen diesen Zahlen ist, und sonderlich aus der Lehre §. 409.

Z. E. N°. 1. Frankfurt erhält Ordre, eine gewisse Summe auf Wien à 101 ¼ p. C. zu traßiren, und solche

nach

nach Paris à 77½ p. C. zu remittiren. Es findet aber Frankfurt Briefe auf Paris à 78, und Geld auf Wien à 101¾. Weil nun ein Cours, als die 78, zu des Committenten Schaden, der andere aber, als die 101¾, zu seiner Avantage gereichet (§. 986); so fraget sichs: Ob diese Commißion ohne dessen Nachtheil nach solchen veränderten Coursen verrichtet werden mag?

Allhier ist der kleinere Cours der Remesse: 77½ welche von 78, ½ differiren. Der kleinere Cours der Tratta ist 101¼, so von 101¾, ebenfalls ½ differiren. Demnach setzet es als folget:

77½ differiren, ½ (zum Schaden)
101¼ differiren, ½ (zum Nutzen)

Da nun beyde Differenzen einander gleich, und 77½, deren Differenz zum Schaden, kleiner als 101¼, so sehet ihr ohne weitere Berechnung, daß der Schaden einer seits stärker, als anderer seits der Nutzen ist (§. 1109); folglich die Commißion nicht ohne des Committenten Schaden nach den veränderten Coursen zu effectuiren sey.

N°. 2. Wenn aber bey vorgemeldeter Ordre, Frankfurt die Briefe auf Paris à 78, und Geld auf Wien à 102 findet, so kommet die Ausrechnung nach voriger Anweisung, also:

77½ differiren ½ (zum Schaden)	155		1	465
102 differiren ¾ (zum Nutzen)	408		3	408

Nämlich größert die 77½ nebst ½ mit 2, kommen 155 und 1. Desgleichen größert die 102 nebst ¾ mit 4, kommen 408 und 3. Hierauf multipliciret ins Kreuz die 155 mit 3, und die 408 mit 1, kommen 465 und 408. (Diese haben gleiche Differenzen, nämlich 3, welche aber, wie oben im §. 409 schon gelehret worden, allhier nicht nö-

nöthig aufzuschreiben sind). Indessen ist die Zahl 408, deren Differenz zum Nutzen ist, kleiner als 465; dannenhero habet ihr zu ersehen, daß der Nutzen einerseits stärker, als andererseits der Schaden ist, folglich die Commißion nach den veränderten Coursen mit Vortheil verrichtet werden kann.

Nota 1. Wer die Brüche nicht so sehr scheuet (§. 379), der kann anfangs gleich die Multiplication ins Kreuz verrichten, und also die $77\frac{1}{2}$ mit $\frac{3}{4}$, und die 102 mit $\frac{1}{2}$ multipliciren, das ist (§. 396), $\frac{3}{4}$ aus $77\frac{1}{2}$, und $\frac{1}{2}$ aus 102 nehmen, zumal da die Producte allhier nicht so ganz genau genommen werden dürfen, und solche gar oft aus dem Kopfe zu finden sind. Diesemnach kommet die vorige Ausrechnung, als folget:

$77\frac{1}{2}$ differiren $\frac{1}{2}$ (zum Schaden)	58 in C^{a}.
203 differiren $\frac{3}{4}$ (zum Nutzen)	51

Ist also abermal, weil 51 kleiner als 58 zu ersehen, daß der Nutzen stärker, als der Schaden sey.

Nota 2. Ja wer erst in dieser Methode geübet ist, der kann bey dergleichen Exempeln öfters die ganze Berechnung aus dem Kopfe verrichten; allermaßen er dasjenige, was er im Kopfe rechnet, allhier nur praeter propter nehmen darf. Als beym gedachten Exempel darf man nur bedenken: Wenn auf 77 die Differenz ist $\frac{1}{2}$, so kommet auf $1\frac{1}{2}$ mal 77, das ist, auf $77 + 39$ in C^{a}, oder auf 116, die Differenz $\frac{3}{4}$: Nun ist aber bey dem andern Course schon auf 102, $\frac{3}{4}$ zum Nutzen. Oder man kann bedenken: Wenn auf 102 die Differenz $\frac{3}{4}$ ist, so kommet auf den dritten Theil von 102, das ist auf 34, die Differenz $\frac{1}{4}$, folglich auf $2 \asymp 34$, oder auf 68, schon $\frac{1}{2}$ zum Nutzen; da aber bey jenem Course erst auf 77, $\frac{1}{2}$ zum

Scha-

Schaden ist. Woraus allemal zu ersehen, daß der Nutzen größer, als der Schade sey.

§. 1111. Daß ich aber geheißen die kleineren Course von der Remesse und Tratta aufzuschreiben, dieses ist zwar keine Nothwendigkeit, und könnet ihr die Berechnung eben auf vorige Weise auch nach den beyden größeren Coursen anstellen, wenn ihr nur nicht bey einer den größern, und bey der andern den kleinern Cours aufschreibet, wodurch unterweilen ein Irrthum entstehen könnte: Allein eben darum, und damit aller besorgenden Unordnung vorgebauet werden möge, ist es rathsamer, immerfort bey einerley Art zu verbleiben, und in solcher Absicht habe ich gesaget beyde kleinere Course aufzusetzen.

§. 1112. Die Richtigkeit dieser nächst gezeigten Berechnungen kann eben auf die Art und in einem einzigen Aufsatze, wie oben (§. 1105) angewiesen worden, probiret werden. Denn wenn man allhier arbitriret, um wieviel p. C. der Unterscheid zwischen den gegebenen, und vorhandenen Coursen sey, so wird nicht wie dort (ibid.) just 100, sondern mehr oder weniger als 100 zum Facit kommen. Dahero darf man nur die beschriebene Regel im §. 1085 in acht nehmen, so wird man nicht nur die Richtigkeit voriger Berechnungen, sondern auch zugleich finden können, wieviel die vorhandenen Course von den gegebenen p. C. oder auf 100 differiren.

Z. E. Im §. 1110. N°. 1. sind die gegebenen Course von Frankfurt per Wien $101\frac{1}{4}$ p. C. und per Paris $77\frac{1}{2}$ p. C., die vorhandenen aber per Wien $101\frac{3}{4}$, und per Paris 78, und ist allda nach angestellter Berechnung gefunden, daß die vorhandenen Course überhaupt schädlich sind. Dieses nun zu probiren, so stellet euch vor: Es wolle Wien über Frankfurt nach Paris remittiren, und fraget, ob es besser thue nach den Coursen $101\frac{1}{4}$ und $77\frac{1}{2}$. oder nach den Coursen $101\frac{3}{4}$ und 78? und procediret als folget:

	100 Thl. in Wien
Thl. in Wien ÆØØ	ÆØ§ Thl. in Frankf. 81
31. Thl. in Frankf. x§§	2ØØ V
V 1ØØ	78 Thl. in Frankf.
Thl. in Frankf. 407	ÆØØ Thl. in Wien

407 / 1221	12617	1263600	156 / 1404
	Fac. $100_{\frac{1}{2}\frac{9}{6}\frac{0}{1}\frac{0}{7}}$	Rest 1900	

Wenn ihr euch die Frage allhier dergestalt vorstellet, daß sie heiße: Wie viel hat Wien vor ausgegebene 100 zu erlangen? so könnet ihr auf die Weise, wie solches oben (§. 1085) zur Genüge schon erkläret worden, gar bald finden, daß die vorhandenen Course umgekehrt in dem Aufsatze stehen, und da die Division, wie gewöhnlich, geschehen, daß der Weg durch diese Course um $\frac{1}{2}\frac{9}{6}\frac{0}{1}\frac{0}{7}$ p. C. schlechter, als die gegebenen Course, wie vorhin im §. 1110 N°. 1, und zwar um $\frac{1}{2}\frac{9}{6}\frac{0}{1}\frac{6}{7}$ p. C.

Item §. eod. N°. 2 sind die gegebenen Course abermals $101\frac{1}{4}$ und $77\frac{1}{2}$, die vorhandenen aber 102 und 78, und ist allda gefunden, daß diese vorhandene nützlich sind. Dieses nun zu probiren, kommt die Ausrechnung folgendermaßen:

	xØØ Thl. in Wien 50
2. Thl. in Wien ÆØØ	ÆØ§ Thl. in Frankf. 81
31. Thl. in Frankf. x§§	2ØØ V
V xØØ	78 Thl. in Frankf. 13
17. Thl. in Frankf. xØ2	xØØ Thl. in Wien.

31 / 217	5270000	5265Ø	65 / 585
	500	Fac. $100_{\frac{1}{1}\frac{0}{0}\frac{0}{5}\frac{0}{3}}$	

Allhier stehen abermal nach voriger Erklärung die vorhandenen Course umgekehrt; allein da auch die Division umgekehrt worden, so siehet man daraus, daß diese vorhandene Course um $\frac{100}{1053}$ p. C. besser, als die gegebenen, wie vorhin (ibid.)

§. 1113. Also kann man auch die Auflösung dieser 150sten Aufgabe (§. 1110) selbst eben auf die Weise, wie bey der vorhergehenden 148sten Aufgabe (§. 1099) gelehret worden, anstellen. Denn wenn ihr einen von den Coursen nehmet, die ihr vor euch findet, und nach dieser Lehre suchet, wie hoch demnach der andere Cours zu nehmen sey; so könnet ihr aus dem kommenden sehen, ob derselbe höher oder niedriger, als ihr ihn vor euch findet, genommen werden muß; und folglich (§. 986), ob die Commißion ohne des Committenten Nachtheil zu verrichten sey. Als bey dem angezogenen Exempel §. 1110, N°. 1 setzet es, (weil Frankfurt zu beyden Coursen die variende Valute hat) also:

$$\frac{101\frac{1}{4}}{810} = \frac{101\frac{3}{4}}{407} = \frac{77\frac{1}{2}}{155}$$

Fac. $77\frac{1}{1}\frac{4}{6}\frac{3}{2}$
oder $77\frac{7}{8}$ in C².

1085
620
63085
63.
715

Hieraus ist zu ersehen, daß Frankfurt nach Paris nur à $77\frac{1}{1}\frac{4}{6}\frac{3}{2}$ remittiren müsse, wenn es auf Wien à $101\frac{3}{4}$ traßiret. Da es aber 78 geben soll, so ist klar, daß es solche Commißion ohne Nachtheil des Committenten nicht effectuiren kann.

Oder:

Oder: $77\frac{1}{2}$ = 78 = $101\frac{1}{4}$

310 — 405

Fac. $101\frac{2}{3}\frac{8}{1}$ oder $101\frac{7}{8}$ in C^a.

3240
2835
3159Ø
28

In diesem Preise muß auf Wien traßiret werden, wenn man nach Paris à 78 remittiret. Da aber Frankfurt nur $101\frac{3}{4}$ haben kann, so ist abermal klar, daß solches dem Committenten schädlich sey.

Item. Bey dem Exempel (ibid.) N°. 2, setzet:

$101\frac{1}{4}$ = 102 = $77\frac{1}{2}$

405 — 310

Fac. $78\frac{2}{7}$

620
31620
327.
30

Also könnte Frankfurt auch wol à $78\frac{2}{7}$, welches doch etwas mehr als 78 ist, nach Paris remittiren, wenn es auf Wien à 102 traßiret, und dahero ist klar, daß die veränderten Course vielmehr zu des Committenten Avantage gereichen:

Oder setzet $77\frac{1}{2}$ = 78 = $101\frac{1}{4}$? und berechnet es, wie nächst vorher geschehen, so kommt zum Facit $101\frac{2}{3}\frac{8}{1}$. Demnach könnte Frankfurt auch wol à $101\frac{2}{1}\frac{8}{0}\frac{8}{1}$, das doch weniger als 102 ist, auf Wien traßiren, wenn es nach Paris à 78 remittiret; folglich siehet man abermal,

daß solche Veränderung der Course dem Committenten zum Nutzen sey.

§. 1114. Eben dieses Weges haben sich, so viel mir wissend, alle alte Autores bey gedachter Aufgabe (§. 1110) bedienet, worinnen ihnen auch die neuern, welche insonderheit jenen getreulich nachgeschrieben (wie aus der Conferirung ihrer Werke gar oft erhellet), beständig gefolget sind. Allein wer siehet nicht aus der Gegeneinanderhaltung der Auflösungen im §. eod. und §. 1113, daß die erstern weit kürzer und leichter, als die andern; ja, wie daselbst §. 1110. Not. 2) bereits angemerket, öfters gar nur aus dem Kopfe zu verrichten sind? Es ist alsdenn Zeit genug, des gemeldeten andern Weges sich zu bedienen, wenn die Frage davon ist, wie hoch nämlich der Commißionair den andern Cours nehmen muß, wenn einer von beyden gegebenen Coursen gestiegen oder gefallen? und hiervon handelt die vorhergehende 148ste Aufgabe: Da aber allhier bey der 150sten Aufgabe, nur gefragt wird, ob der Commißionair nach den beyden veränderten Coursen die Commission effectuiren mag oder nicht? so wird ja in der Antwort nicht mehr als Ja oder Nein verlanget; worzu brauchet es denn der unnöthigen Arbeit den Preis, wie er in der Veränderung sonst seyn müßte, wenn sie mit den gegebenen genau übereintreffen sollten, allererst auszufinden und eigentlich zu bestimmen?

§. 1115. An statt der Exempel zur Uebung, habe ich mit Fleiß eben dieselben allhier vorstellen wollen; welche in nächst erwehnten Autoribus nach der gezeigten Manier im §. 1113 solviret worden; damit man bey derer Conferirung den gedachten Unterscheid (§. 1114) desto besser wahrnehmen möge. Zu dem Ende werde ich auch solche Exempel nach den eigenen Worten, wie sie mehr gemeldete Autores beschrieben haben, fürtragen. Und mögen sie die Ursache dessen, warum die Plätze, woher die Ordre ertheilet ist, allemal, oder doch mehrentheils von ihnen namhaft gemacht worden, zu erklären wissen. Meines Bedünkens gilt es in der Ausrechnung

gleich-

gleichviel, ob die Ordre aus Osten oder Westen gegeben sey.

N°. 1. Venedig giebt Ordre nach London auf sie zu traßiren à 51 ½ ℛ, und nach Amsterdam à 34 ß 6 ℛ zu remittiren. London findet Geld auf Venedig à 52 ℛ, und Briefe nach Amst. à 34 ß 3 ℛ. Nun wird gefragt: Ob die Commißion in solchen Preisen effectuiret werden mag? Dieses setzet also:

51 ½ differiren ½ (zum Nutzen)	103	= 1
34 ¼ differiren ¼ (zum Schaden)	137	= 1

Weil nun 103, deren Differenz zum Nutzen, weniger ist, als 137, so kann diese Commißion mit Vortheil verrichtet werden.

N°. 2. Amsterdam giebt Ordre nach Venedig auf sie zu traßiren à ℛ 88 ½, und auf Nürnberg zu remittiren à 179 ½ fl. Venedig findet den Cours nach Amst. à 89 ¼ ℛ, und auf Nürnb. à 180 ⅓ fl. Nun wird gefragt: Ob die Commißion solchergestalt effectuiret werden kann? Dieses kommet also zu stehen:

88 ½ differiren ¾ (zum Schaden)	354	×	3	1770
179 ½ differiren ⅚ (zum Nutzen)	1077	×	5	3231

Da nun 1770, deren Differenz zum Schaden, kleiner ist als 3231, so kann diese Commißion ohne Schaden nicht effectuiret werden.

N°. 3. Milano ordiniret Venedig ihr zu remittiren à 156 Soldi, und auf Amsterdam zu traßiren à 90 ½ ℛ. Venedig findet den Cours auf Mayland à 158 Soldi, und auf Amst. à 89 ½ ℛ. Ist also die Frage: Ob in solchen Preisen die Commißion zu effectuiren sey? Dieses setzet, wie folget:

156	differiren 2 (zum Schaden)	156	= 2
89½	differiren 1 (zum Nutzen)	179	= 2

Da nun die Differenz gleich gekommen, und 156, deren Differenz zum Schaden, kleiner als 179 ist, so kann diese Commißion nicht ohne Schaden vollzogen werden.

Nota. Bey diesem Exempel bringet sein Autor die Antwort verkehrt heraus; welches ohne Zweifel aus Uebereilung versehen worden.

N°. 4. Venedig ordiniret Lion auf Nove zu remittiren à 222½ Scudi (soll V heißen), und sich auf Venedig zu prävaliren à 87 Ducati. Lion findet zu traßiren à Duc. 87¼, und zu remittiren à 221⅓. Ist nun die Frage: Ob man die Commißion in solchen Preisen vollziehen kann? Dieses setzet also:

221⅓	differ. 1⅛ (zum Nutzen)	1328	×	7	1328
87	differ. ¼ (zum Schaden)	348	×	1	2436

Weil nun 1328, deren Differenz zum Nutzen, kleiner ist, als 2436, so kann diese Commißion mit Avantage bewerkstelliget werden.

N° 5. Nürnberg giebt Lion Ordre ihr zu remittiren à 108½ Rthl., und auf Amsterdam zu traßiren à 80¾ R. Lion findet auf Nürnb. zu remittiren à 109¼, und auf Amst. zu traßiren à 81⅔ R. Ist die Frage: Ob die Commißion der Ordre gemäß vollzogen werden kann? Dieses kommet, wie folget zu stehen:

108½	differ. ¾ (zum Nutzen)	434	×	3	4774
80¾	differ. 1½ (zum Schaden)	969	×	11	2907

Da nun 2907, deren Differenz zum Schaden, kleiner ist, als 4774, so kann auch die Commißion ohne Schaden nicht verrichtet werden.

Nota.

Nota. Ob aber der Cours zwischen Lion und Amst. jemals in Dritteln, und nicht vielmehr allezeit in Halben, Vierteln oder 8teln geschlossen wird, solches mag abermal (wie vorhin gemeldet) der Autor des Exempels erweislich zu machen wissen: Allermaßen die hohen Course dieses Exempels älter, als dessen Autor, zu seyn scheinen.

N°. 6. Amsterdam wird ordiniret auf Hamburg à $33\frac{3}{8}$ Stüb. zu remittiren, und nach Leipzig à 39 Stüb. zu traßiren. Amst. findet Briefe per Hamb. à $33\frac{3}{4}$ Stüb. und Geld nach Leipz. à $39\frac{3}{8}$ Stüb. wird gefraget: Ob die Commißion ohne Verlust zu effectuiren sey? Dieses stehet also:

$33\frac{3}{8}$ differiren $\frac{3}{8}$ (zum Schaden)
39 differiren $\frac{3}{8}$ (zum Nutzen)

Weil nun beyde Differenzen einander gleich, und $33\frac{3}{8}$. deren Differenz zum Schaden, kleiner ist, als 39, so folget ohne einige Rechnung, daß die Commißion nicht ohne Verlust verrichtet werden kann. Gleichwol hat der Autor dieses Exempels, mehr als 2 Seiten seines Buches hiervon angefüllet.

N°. 7. Hamburg wird ordiniret, auf Breßlau zu remittiren à $37\frac{3}{8}$ p. C. Agio, und nach Leipzig zu traßiren à $35\frac{1}{4}$ p. C. Hamb. findet auf Breßlau zu remittiren à $37\frac{7}{8}$ p. C., und zu traßiren per Leipzig à $35\frac{5}{8}$ p. C.: Ist die Frage: Ob die Commißion der Ordre gemäß vollzogen werden kann?

$137\frac{3}{8}$ differ. $\frac{1}{2}$ (zum Nutzen)	1099	4	3297
$135\frac{1}{4}$ differ. $\frac{3}{8}$ (zum Schaden)	1082	3	4328

Da nun 3297, deren Differenz zum Nutzen, kleiner als 4328, so kann auch die Commißion mit Nutzen verrichtet werden.

N°. 8. Hamburg bekommt Ordre auf Amsterdam zu remittiren à $33\frac{3}{4}$ Stüb., und nach London zu traßiren à 32 ß $8\frac{1}{2}$ ₰ Vls. Hamb. aber findet Briefe per Amst. à $33\frac{5}{6}$ Stüb., und Geld per London à 32 ß $11\frac{1}{2}$ ₰: Fragt sichs: Ob die Commißion in solchen Coursen effectuiret werden mag?

$33\frac{5}{6}$ differ. $\frac{7}{6}$ (zum Schaden)	533		7	3198
32 ß $8\frac{1}{2}$ ₰ diff. 3 ₰ (zum Nutzen)	785		6	5495

Weil nun 3198, deren Differenz zum Schaden, kleiner, als 5495 ist, so kann auch die Commißion nicht ohne Nachtheil vollzogen werden.

Nota. Wie die vorigen Exempel öfters noch kürzer solviret werden können, solches ist aus obiger Nota 1 und 2 im §. 1110 zu ersehen.

Die 151. Aufgabe.

§. 1116. Unter gegebenen verschiedenen Plätzen zum remittiren oder traßiren, nebst den darbey bestimmten Coursen, die aber alle besser oder alle schlechter coursable befunden werden, denjenigen Platz zu finden, dessen Cours, zu des Committenten Nutzen, dem bestimmten am nächsten kommet.

I. Schreibet die kleinere Course von jedem Platze nebst ihren Differenzen, um so viel jeder von seinem andern differiret, gerade unter einander, und merket (vermöge §. 986) ob alle zum Nutzen oder zum Schaden differiren.

II. Wenn nun die Differenzen einander gleich sind, so ist im ersten Falle, wenn sie nämlich alle zur Avantage gereichen,

reichen, derjenige Platz am nützlichsten, welcher die kleinste Zahl von den unter einander geschriebenen Coursen hat; im andern aber, nämlich wenn sie alle zum Schaden sind, derjenige Platz, welcher von den unter einander geschriebenen Coursen die größte Zahl hat.

III. Diejenigen Differenzen aber die nicht einander gleich sind, solche machet durch die Multiplication ins Kreuz, wie vorhin (§. 1110) schon erkläret worden, einander gleich; so könnet ihr abermal im gedachten ersten Falle sehen, welche Zahl am kleinsten, und im andern, welche am größten kommet, folglich auf die Weise, wie nächst vorher gemeldet, welcher Platz am nützlichsten. Also auch wenn ihr die Brüche hinweg schaffen wollet, so verfahret, wie oben (ibid.) bereits gelehret. Der Grund aber von gegenwärtiger Regel lieget vornehmlich im §. 1106 und §. 1107.

Z. E. N°. 1. Danzig bekommt Ordre entweder nach Amsterdam à 290, oder nach Hamburg à 120 zu remittiren, jedoch wohin es, in Ansehung der vor bemeldeten Course, am nützlichsten sey. Es findet aber Danzig Briefe per Amst. à $288\frac{1}{2}$, und auf Hamb. à $119\frac{1}{3}$. Weil nun beyde Wege zu des Committenten Avantage gereichen; so fraget sich: Welcher Weg gleichwohl der nützlichste sey? Dieses setzet also:

per Amst. $288\frac{1}{2}$	differ. $1\frac{1}{2}$	577		3	1154
Hamb. $119\frac{1}{3}$	differ. $\frac{2}{3}$	358		2	1074

Da nun beyde Wege zum Nutzen, und 1074 kleiner ist, als 1154, so siehet man daraus, daß es auf Hamb. zu remittiren, dem Committenten, in Ansehung dessen gegebenen Course, nützlicher als auf Amsterdam sey.

N°. 2. Augspurg bekommet Ordre entweder nach Amsterdam à 107 $\frac{1}{4}$, oder nach Hamburg à 106 $\frac{1}{4}$, oder nach Venedig à 91 $\frac{1}{4}$, oder nach Leipzig à 100 $\frac{3}{4}$ zu remittiren; jedoch wohin es, in Ansehung dieser Course, am avantageusesten sey. Wenn nun Augspurg nicht anders als à 108 $\frac{1}{4}$ per Amst., oder à 107 per Hamb. oder à 92 per Venedig, oder à 101 $\frac{1}{2}$ per Leipz. remittiren kann, und also alle diese Wege zum Schaden gereichen; so wird gefraget: Nach welchem Wege der kleinste Schaden entstehe? Dieses setzet also:

per Amst.	107 $\frac{1}{4}$	differ. 1	429			4	1287
Hamb.	106 $\frac{1}{4}$	differ. $\frac{3}{4}$	425			3	1700
Vened.	91 $\frac{1}{4}$	differ. $\frac{3}{4}$					
Leipz.	100 $\frac{3}{4}$	differ. $\frac{3}{4}$					

Nämlich weil allhier alle Wege schädlich sind, so ist derjenige nach Proportion am leidlichsten, welcher die grösste Zahl hat. Derowegen lasset Venedig und Leipz. anfangs gleich fahren, denn sie haben gleiche Differenzen mit Hamb. nämlich $\frac{3}{4}$, und doch wol kleinere Zahlen, indem 91 $\frac{1}{4}$, wie auch 100 $\frac{3}{4}$, weniger, als 106 $\frac{1}{4}$ ist; und verfahret ferner nur noch mit Amst. und Hamb., wie vorhin gelehret. Da nun endlich bey Hamb. eine größere Zahl, als bey Amst. kommet, so ist es auf Hamb. am besten zu remittiren.

Nota 1. Dasjenige, was ich oben (§. 1110 in Not. 1 und 2 angemerket, findet auch allhier statt, also, daß nach dieser Manier öfters die ganze Berechnung aus dem Kopfe verrichtet werden kann. Als beym gegenwärtigen Exempel dürfet ihr nur bedenken: Wenn bey Hamb. auf 106 $\frac{1}{4}$ die Differenz $\frac{3}{4}$ ist, so kann auf 107 $\frac{1}{4}$ lange noch nicht die Differenz 1 seyn; da aber bey Amst. auf 107 $\frac{1}{4}$

schon

schon 1 verloren wird, so folget, daß nach Hamburg der beste Weg sey.

Nota 2. Nicht minder hat man allhier auch dasjenige zu merken, das oben im §. 1111 erinnert worden.

§. 1117. So kurz und leichte nun die Auflösung dieser Aufgabe ist (§. 1116), eben so weitläuftig und ungereimt ist gegentheils diejenige Regel, die zu dieser Aufgabe in andern Büchern angegeben wird, nach welcher man den Nutzen oder Schaden von jedem Platze insbesondere allererst nach der Regel Detri auf 100 suchen muß. Als beym vorigen Exempel (§. eod. N°. 2) müßte man nach der erwehnten Regel diese 4 Aufsätze:

$107\frac{1}{4}$	=	$108\frac{1}{4}$	=	100?
$106\frac{1}{4}$	=	107	=	100?
$91\frac{1}{4}$	=	92	=	100?
$100\frac{3}{4}$	=	$101\frac{1}{2}$	=	100?

erstlich nach der Regel Detri durcharbeiten, alsdenn hernach aus den kommenden 4 Antworten sehen, welche den grösten Nutzen oder kleinsten Schaden bringet; und also dasjenige sehr weit her suchen, welches nach meiner gezeigten Art doch ganz nahe zu finden ist. Gleichwol haben einige diese weitläuftige Regel so gar vor eine Nothwendigkeit gehalten, wenn sie mit der Expreßion schreiben: **Um zu wissen, wo der meiste Vortheil sey, so muß man von einem jeden Orte absonderlich den Avantage aufs 100 rechnen.** Ferner heißt es: **Um zu wissen, an welchem Orte der geringste Schade sey, so muß man gleichfalls bey einem jedweden absonderlich den Schaden aufs 100 calculiren.** Ein anderer Autor hat ihr so gar das Lob beygeleget, daß sie die kürzeste sey, wenn er sich dieser Worte bedienet: **Um dieses auf die kürzeste Manier zu solviren, so suchet man den Avanz p. C. von jedem Platze.** Nun können sie aus meiner gezeigten Auflösung klar sehen, daß ihre Regel so wenig eine Nothwendigkeit, als die kürzeste; ja vielmehr eine unnütze Weitläuftigkeit sey. Wie denn insonderheit der letztere, mehr als einmal aus gegenwärtigem Buche zu ersehen haben wird, wie sehr er sich geirret, wenn er von seinem Tractat überhaupt gerühmet, und auf dessen Titelblatt so platterdings hinsetzen lassen, ob wäre von

ihm

ihm in solchem Tractat die leichteste und kürzeste Rechnungsart an das Licht gestellet worden. Ich wollte diesem Autore von Herzen wünschen, daß er doch endlich zur Erkenntniß kommen möge, zumal da er noch jung, und zur Information der gemeinen Rechenkunst, auch sonst noch weiter was zu lernen, nicht ungeschickt ist. Man muß sich auch höchst verwundern, daß dieser, nachdem ihm von verschiedenen bereits öffentlich auf die Finger geklopft worden, gleichwol zu Ende seiner im vorigen Jahr ausgestreueten Präliminarien von Geldtabellen, sich nicht entblödet, auf eine unbesonnene, ja lächerliche Art, mit neuen Rodomontaten, zur Verkleinerung anderer Leute, aufs neue angestochen zu kommen.

§. 1118. Den Unterscheid von meiner Auflösungsart (§. 1116), und der vorhin (§. 1117) erwehnten weitläuftigen Regel noch mehr zu zeigen, so will ich abermal an statt der Exempel zur Uebung, diejenigen vorstellen, welche von den gemeldeten Autoribus nach solcher schönen Regel solviret worden. Ich wollte zwar ihre Solutiones selbsten allhier zugleich vorstellig machen; allein da dieselben zu nichts anders, als nur den Raum eines Buches zu füllen, dienen, so spare diesen lieber zu nützlichern Sachen, und begnüge mich daran, daß ein Liebhaber, der sich in dergleichen Büchern umsiehet, von sich selbst die Gegeneinanderhaltung wird anstellen können.

N°. 1. Nürnberg ordiniret Lion ihr zu remittiren à 108½ Rthl., oder auf St. Gallen à 87¼ Xr., oder auf Amsterdam à 80¾ R, oder auf Augspurg à 80 Xr., wohin sie den meisten Vortheil findet. Lion findet den Cours nach Nürnb. à 109, per St. Gallen à 87⅔, per Amst. à 81¼, und per Augsp. à 80½. Fragt sich dahero: Auf welchem Orte man die Remesse thun müsse, weil auf jedem mit Vortheil zu remittiren ist? Dieses kommt wie folget zu stehen:

per

per Nürnb.	108½	differiren	½	——		
St. Gall.	87¼	differiren	1½	1047	5	1047
Amst.	80¾	differiren	½	——		
Augsp.	80	differiren	½	160	1	800

Nämlich, weil allhier alle Wege zum Nutzen sind, so ist derjenige am nützlichsten, welcher die kleinste Zahl hat. Demnach lasset Nürnb. und Amst., welche mit Augsp. eine gleiche Differenz, aber größere Zahlen haben, anfangs gleich fahren, und suchet ferner den nützlichsten Weg nur zwischen St. Gallen und Augsp., kommt sodenn bey diesem Platze 800, so weniger ist, als 1047; woraus zu ersehen, daß es auf Augsp. am nützlichsten zu remittiren sey.

N°. 2. Lion ordiniret Nürnberg auf sie zu traßiren à 109 Rthl., oder auf Amsterdam à 137½ Thl., oder auf Venedig à 180½ fl., oder auf Leipzig à 98 Rthl. (dieses ist verstanden 98 Thl. in Leipz. p. 100 Thl. in Nürnb.) wohin es am nützlichsten oder mit wenigstem Schaden geschehen könne. Nürnb. findet den Cours nach Lion à 108½, auf Amst. à 136¾, auf Vened. à 179½, und auf Leipz. à 98½. Ist nun die Frage: An welchem der gemeldeten Oerter die Tratta geschehen solle, weil sie nach der limitirten Commißion alle schädlich sind? Dieses stehet also:

per Lion	108½	differiren	½	217	1	651
Amst.	136¾	differiren	¾	547	3	547
Vened.	179½	differiren	1			
Leipz.	98	differiren	½			

Nämlich, weil allhier alle Wege schädlich sind, so ist derjenige nach Proportion am leidlichsten, der die größte Zahl hat. Folglich lasset bey dem ersten Aufsatze

Leipz.,

Leipz., als welches mit Lion eine gleiche Differenz ($\frac{1}{2}$), aber eine kleinere Zahl (98) hat, so fortfahren; und da in dem nachfolgenden Satze 217 nebst 1 kommen, so dürfet ihr Vened., das bey $179\frac{1}{2}$, 1 hat, nicht mehr zur Rechnung ziehen. Derowegen procediret ferner nur noch mit Lion und Amst., wie vorhin gelehret, so kommt bey Lion die größte Zahl; woraus denn folget, daß dahin der kleinste Schaden sey.

Nota. Ich habe diese Solution nur auf die Weise, wie bey den vorigen geschehen, vorstellen wollen: Es erhellet aber schon aus obiger Not. 1. §. 1116, daß ihr allhier die ganze Berechnung gar leicht aus dem Kopfe verrichten könnet. Denn ihr dürfet nur überschlagen: Wenn bey Lion auf $108\frac{1}{2}$ die Differenz $\frac{1}{2}$ ist, so ist praeter propter auf 162 (als $1\frac{1}{2} \times 108$), die Differenz $\frac{3}{4}$; und auf 216 (als 2×108), die Differenz 1. Da aber bey den andern Plätzen schon auf $136\frac{3}{4}$, $\frac{3}{4}$, oder auf 179, 1 verloren gehen müßte; so folget ja allerdings, daß auf Lion der kleinste Schaden entstehe.

N°. 3. Hamburg giebt Ordre per Amsterdam, es soll auf ihm remittiren à $33\frac{1}{4}$ Stüb., oder auf London à 33 ß 9 ₰, oder auf Venedig à 85 ₰ Vls. Amst. aber findet Gelegenheit auf Hamburg à $33\frac{1}{8}$ Stüb., auf Lond. à 33 ß $6\frac{1}{2}$ ₰, auf Vened. à $84\frac{1}{2}$ ₰ Vls. Weil nun auf jeden Platz mit Vortheil zu remittiren ist; so wird gefragt: Auf welchem es die Remesse thun müsse, oder welcher Platz der nützlichste sey?

per Hamb.	$33\frac{1}{8}$	differiren	$\frac{1}{8}$	265	=	1	—
Lond.	33 ß $6\frac{1}{2}$ ₰	diff.	$2\frac{1}{2}$ ₰	805	⋈	5	805
Vened.	$84\frac{1}{2}$	differiren	1	169	⋈	1	845

Näm-

Nämlich weil allhier alle Wege zum Nutzen sind, so ist derjenige nach Proportion der beste, welcher die kleinste Zahl hat. Demnach lasset bey dem andern Satze Hamb., als welches mit Vened. eine gleiche Differenz (1), aber eine größere Zahl (265) hat, fahren, und procediret ferner mit Lond. und Vened. wie vorhin gelehret, so kommet bey Lond. nur 805, und also eine kleinere Zahl, als 845; woraus denn folget, daß es auf Londen am nützlichsten sey.

N°. 4. Hamburg wird ordiniret auf Amsterdam zu remittiren à 33 $\frac{1}{2}$ Stüb., oder auf Danzig à 120 $\frac{1}{2}$ ℔, oder auf Leipzig à 34 $\frac{1}{2}$ p. C., und zwar auf welchem Platz es am avantageusesten. Hamb. aber findet den Cours nach Amst. à 33 $\frac{1}{4}$ Stüb. nach Danz. à 119 $\frac{1}{2}$ ℔, nach Leipz. à 33 $\frac{3}{4}$ p. C. Weil nun diese Course alle schädlich; so wird gefraget: An welchem Orte der wenigste Schade sey? Dieses setzet also:

per Amst.	33 $\frac{1}{4}$	differiren $\frac{1}{4}$	133		1	399
Danz.	119 $\frac{1}{2}$	differiren 1				
Leipz.	133 $\frac{3}{4}$	differiren $\frac{3}{4}$	535		3	535

Ist also auf Leipzig der kleinste Schaden, weil 535 größer als 399. Diese Auflösung ist fast gleich der obigen N°. 2; wie denn dasjenige, was daselbst in Not. angemerket worden, auch allhier zu merken ist.

N°. 5. A in Hamburg ordiniret an B in Londen, ihm zu remittiren à 34 ß Vls., oder auf Venedig à 48 $\frac{1}{2}$ ℛ Sterl. Londen kann nicht anders remittiren, als à 33 $\frac{1}{2}$ ß per Hamb., und auf Vened. à 50 ℛ Sterl. Wenn nun dieses wider Ordre: So wird gefraget: Welches am profitabelsten vor Hamb. ist? Dieses stehet also:

per

per Hamb.	33½	differiren	½	67 \ / 1	201
Vened.	48½	differiren	1½	97 / \ 3	97

Da nun beyde Wege schädlich, und Hamb. die größte Zahl hat, so ist dahin der kleinste Schaden, und folglich am besten zu remittiren. Dieses kann man auch auf die Weise, wie vorhin N°. 2 in Not. gemeldet worden, sofort aus dem ersten Aufsatze urtheilen. Denn 48½ ist lange nicht 3 mal 33½, und verlieret gleichwol 1½, das ist 3 mal ½.

Nota. Weil aber der Autor dieses Exempels in seiner Frage hinzusetzet: **und zwar wie viel p. 1 L. Sterl?** nämlich, um wieviel ein Ort profitabler, als der andere, auf jedes L. Sterl.? so habe nicht unterlassen wollen auch hiervon meine Gedanken zu eröffnen; jedoch keinesweges etwa aus der Absicht, um die Unrichtigkeit seiner darbey angegebenen drey Facit (als eines in einem Bruche aus 1 L. Sterl., eines in R, und eines p. C.) anzuzeigen, zumal da irren menschlich ist, und solche 3 malige Irrungen in einem einzigen Exempel, ihm insonderheit, als bloße Rechnungsfehler, zu gut gehalten werden können, sondern nur zur Lehre, damit man wisse, wie solche Frage zu verstehen, und nach Bewandniß gehörig zu solviren sey. Ich sage demnach, daß diese Frage auf 2erley Art verstanden werden kann, welche Arten von einander ganz unterschieden, und dahero auch ganz ungleiche Antworten haben. Denn wenn man auf das L. siehet, wie es nach der Ordre hätte können ausgebracht werden; so hat man zu erwegen, weil bey Hamb. der Verlust auf 67 L., 1 L. ist, so wird auf jedes L., $\frac{1}{67}$ L. verloren; hingegen ist bey Vened. der Schade auf 97 L., 3 L., folgends auf jedes L., $\frac{3}{97}$ L. Derowegen subtrahiret $\frac{1}{67}$ L. von $\frac{3}{97}$ L., bleiben $\frac{104}{6499}$ L. Und um so viel ist auf jedes L. der Schade bey Vened. größer, als bey Hamb. Folglich beträgt solches auf 100 L. (wenn man dieses zu wissen verlanget) 100 mal $\frac{104}{6499}$, das ist $1\frac{3904}{6499}$ L. Im Falle man aber auf das L. siehet, wie es nun auf den besten Platz, nämlich auf Hamb. wirklich soll ausgegeben werden; so ist obiger Verlust der $\frac{104}{6499}$ L nicht auf jedes L., sondern auf jede $1\frac{1}{67}$ L. Dannenhero muß man erstlich nach der Regel Detri berechnen: Wenn auf $1\frac{1}{67}$ L., $\frac{104}{6499}$ L. verloren werden;

den; wie viel auf 1, oder 100 L.? kommet sodenn bey 1 L., $1\frac{26}{1649}$ L.; und bey 100 L., $1\frac{951}{1649}$, welche Antworten weniger sind, als die vorigen $\frac{104}{6499}$ und $1\frac{3901}{6499}$.

N°. 6. Amsterdam will Gelder auf Wechsel geben, der Cours ist auf Lissabon à $44\frac{1}{2}$ ℛ, und der Retour von Lissabon à $45\frac{1}{2}$ ℛ, auf Venedig à $84\frac{1}{2}$ ℛ, und der Retour à 86 ℛ, auf Danzig à 287 ℋ, der Retour aber à 289 ℋ. Es fraget sich auf welchem Platze es am avantageusesten vor Amst. sey, die Gelder zu remittiren? Dieses setzet also:

per Lissab.	$44\frac{1}{2}$	differiren 1	89	2	267
Veneb.	$84\frac{1}{2}$	differiren $1\frac{1}{2}$	169	3	338
Danz.	287	differiren 2			

Weil nun 267 kleiner, so ist es auf Lissabon am nützlichsten. Ja ihr könnet anfangs dieses gleich finden, wenn ihr nur bedenket: Weil bey Lissabon auf $44\frac{1}{2}$, 1 gewonnen wird, daß demnach auf 66 in C^a. (als $1\frac{1}{2} \asymp 44$), $1\frac{1}{2}$; und auf 89 (als $2 \asymp 44\frac{1}{2}$), 2; da hingegen bey den andern Plätzen allererst auf $84\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, und auf 287, 2 prosperiret werden können.

Nota 1. Dieses Exempel gehöret zwar eher zu den Wechselarbitragen (§. 1069), als hierher in die Wechselcommißionsrechnung. Allein es werden dergleichen Exempel deswegen hierher gezogen, weil sie eine ganz genaue Verwandschaft mit den vorhergehenden Exempeln haben.

Nota 2. Jedoch ist allhier die Antwort nicht so schlechterdings, als bey den vorigen Exempeln anzunehmen. Denn bey diesen hat der Commißionair lediglich nur auf die Preise zu sehen, die ihm von dem Committenten vorgeschrieben worden. Allhier aber wird eigentlich auf die Retour gesehen, so muß man allerdings zuförderst auf die Zeit reflectiren, wie lange man das Geld ausstehen haben müsse, und diese verursachet, daß öfters derjenige Platz so schon dem Preise nach was schlechter, dennoch lieber zu erwählen

sey, wenn man bey demselben die Gelder in weniger Zeit wiederum habhaft werden kann.

§. 1119. Zum Beschluß der 4 Hauptfälle der Wechselrechnung (§. 1013) habe nur dieses noch erinnern wollen, daß, ob ich gleich bis hierher in allen Aufsätzen der Regel Multiplex den Namen von jeder Zahl in beyden Columnen immerfort darneben gesetzet habe, solches doch nur allein mehrerer Deutlichkeit wegen geschehen. Wenn ihr aber diese Rechnungsart erst inne habt, so lasset solche Namen, wo nicht auf beyden Seiten, wenigstens doch bey der Columne zur Linken hinweg, indem ihr vorher schon wisset, daß jedes Glied zur Linken mit seinem nächst vorhergehenden Gliede zur Rechten von gleicher Art und Namen ist. Eben dieser Ursache wegen werde ich fernerhin in der Columne zur Linken nur die bloßen Zahlen, ohne specielle Beyfügung ihrer Namen, vorstellen.

Von vermischten Wechseln, insonderheit von Berechnung der Waarenpreise.

§. 1120.

Nachdem ich nun alle in Prari bey dem Wechselhandel (§. 969) vorkommende Fälle hoffentlich zur Genüge erkläret, so will hiernächst nur noch zeigen, wie die vorhin gegebenen Lehren nicht minder auch bey **vermischten Wechseln**, das ist, bey solchen Exempeln, welche aus Wechsel- und andern Waarenhandlungen bestehen, mit Nutzen anzubringen. Allermaßen es mit diesen eine gleiche Beschaffenheit, wie mit den reinen Wechselrechnungen hat (§. 1010). Nur allein, weil bey den andern Waaren öfters viele unproportionirte Spesen sind (§. 1030), so hat man alles dasjenige, was oben von den Spesen gelehret worden, mit desto größerem Fleiße zu beobachten.

§. 1121.

§. 1121. Jedoch wenn man nur die Preise der Waaren, wie sie über alle Kosten endlich zur Stelle zu stehen kommen, berechnen will, so pflegen die Kaufleute bey denselben eben sowol, als bey dem bloßen Wechselhandel (§. 1032), vor alle Spesen überhaupt ein gewisses p. C. zu berechnen, und wissen sie die Größe, wieviel sie allemal p. C. berechnen sollen, durch die Erfahrung öfters sehr nahe zu treffen; allermaßen es bey ihnen auf keine genaue Schärfe ankommt, und sie zu ihrer desto mehreren Sicherheit, absonderlich wegen allerhand kleiner und öfters extraordinairer Unkosten, die unterweilen ausgegeben werden müssen, in ihren Calculationen der Preise lieber etwas mehr p. C. zu setzen pflegen.

§. 1122. Ich werde demnach lauter solche Exempel vorstellen, die ich bey berühmten Kaufleuten unter Händen gehabt, und durch dieselben den Proceß beyder Fälle, nämlich 1. wenn auch die unproportionirten Spesen überhaupt p. C., und 2. wenn sie insbesondere gerechnet werden, genugsam erklären.

N°. 1. Wenn die Brabander El. einer gewissen Waare in Amsterdam 37 Stüb. B°. kostet, der Wechselcours zwischen Amst. und Danzig 290 ℔, und 5 Brab. El. mit 6 Danz. El. gleich gerechnet werden; so fraget sichs: Wie demnach die Danziger Elle in fl. Pol. rendire, oder zu stehen komme? Also:

		1 Danz. El.
	6	℔ Brab. El.
	1	37 Stüb. B°.
24.	XZØ	29Ø ℋ Pol.
	3Ø	1 fl. Pol.

144 | 432 | 1073 | 111.

Fac. 2 fl. 14½ ℋ in Ca. — Rest 209 fl., d.i. 6270 ℋ

195.

222

N°. 2. Wenn eine Parthey Waaren, die in Amsterdam 2486 ℔ netto gewogen, samt allen Spesen 915 fl. Hol. Cor. in Ca. kostet, und der Wechselcours von Leipzig nach Amst. 132 p. C. in Cor. gegen Lbl. ist; so fragt sichs: Wie demnach der Leipz. Centner zu stehen kommt, da 100 Amst. ℔ gewöhnlichermaßen gleich 105 Leipz. ℔ gerechnet werden? Also:

		XXØ Leipz. ℔ (= 1 ℭ) ZZ
7. ZX.	XØ℔	XØØ Amst. ℔ Z
ZZ℔.	Z48℔	℔X℔ fl. Hol. Cor. 183
113	℔	2 Thl. Hol. Cor.
	XØØ	XZZ Thl. in Lbl. 44

791 | 16104 | 1464

Fac. 20 Thl. 8½ Ggℋ in Ca. — Rest 284 Thl. d.i. 6816 Ggℋ

488

Nota. Daß ich gesaget 915 fl. in Ca., so habe dadurch andeuten wollen, daß, obgleich die ganze Parthey auf etliche Stüb. mehr oder weniger, als 915 fl. seyn möchte, man dennoch in gegenwärtigem Falle, da der Preis eines

Centners

Centners gesuchet wird, nur die 915 ganze fl. setzen darf, weil solche auf die ganze Parthey differirende etliche Stüb. gleichwol in dem gesuchten Facit nichts importiren können; wie hiervon hernach (§. 1123) mit mehrerm zu ersehen ist.

N°. 3. Lübeck lässet Roggen aus Danzig kommen, kostet die Last daselbst 90 fl., Unkosten allda 10 p. C. in C^a., noch werden vor Fracht, Assecuranz und andere Nebenkosten in Lübeck zusammen 9 p. C. in C^a. berechnet. Wenn nun 10 Danz. Last 9 Lübecker Last geben, und die Bezahlung über Hamburg geschiehet, da der Wechselcours ist von Danz. nach Hamb. 121 ℳ, von Lübeck nach Hamb. 142½ p. C. in 6 ß Stücken vor voll, und diese gegen Lübecker Neucor. 18¾ p. C.; so fragt sichs: Wie demnach die Lübecker Last in ℔ dasiges Neucor. rendire, oder zu stehen komme; Also:

	1 Lübeck. Last	
☉	1☌ Danz. Lasten	
I	☉☌ fl. Pol.	
I	3☌ ℳ Pol.	
II. XIX	3 ℔ Hamb. B°.	
IIO	II8 ℔ in 6 ß Stück.	57
AII8	A☌☌ ℔ Lübeck. N. C.	2
X☌☌	XX☌ p. Danz. Spesen	
X☌☌	109 p. Lübeck. Spesen	

1045	111834	981
		1962
	73..	11772.
Fac. 107 ℔ Lübecker N.C.	19	

N°. 4. Die Seidenwaaren werden in Florenz nach dem

dem Gewichte in ℔ und Unzen (das ℔ zu 12 Unzen berechnet) verhandelt. Wenn nun Leipzig solche Waaren von dar kommen läßt, das ℔ à 37 Lire kaufet, und 19 ℔ 7 Unzen, 248 Brazen ausmachen, die Bezahlung aber über Augspurg und Venedig anstellet, da der Wechselcours von Vened. nach Florenz 74 Scudi d'oro, und nach Augsp. 93 Thl. Giro ist, so an Spesen, auch wegen der 8 p. C. des Rabatts, den die nachmaligen Käufer in Leipz. bey den Italiänischen Seidenwaaren genießen, wie nicht minder des kleinen Unterscheids wegen, der zwischen der Leipz. und Augspurger Valute ist, zusammen 20 p. C. in Ca. berechnet werden; so fragt sichs: Wie demnach die Braze (als welche mit der Leipziger Elle gleich geachtet wird) in Gge zu stehen komme? Also:

		1 Braze	
Bx.	ZA8	ZB Unzen	47
	XZ	B7 Lire	
B.	X8	Z Scudi d'oro	
B7.	7A	XØØ Duc. di Bo.	
	XØØ	9B Thl. Augsp. Giro	Bx
	1Ø	127 Thl. Augsp. Cor.	
	1	ZA Gge	3
	100	XZØ Thl. p. Spesen	
1000	Fac. 17 | 907		381 | 1905.
	d.i. 18 Gge in Ca.		

Nota. Ich habe etliche Facturen von Seidenwaaren aus Florenz in Leipz. unter Händen gehabt, und die Spesen nebst gedachtem Rabatt ꝛc. gemeiniglich zwischen 19 und 20 p. C. befunden: Dahero rechnet man durchgehends lieber allezeit 20 p. C. in Ca. (§. 1121).

N°. 5. Wenn aber beym vorhergehenden Exempel die Bezahlung über Amsterdam und Livorno angestellet wird, da der Cours von Livorno nach Florenz 115 Soldi, und nach Amst. 89 ℛ Vls. B°. ist, von Leipz. nach Amst. aber (weil die Bezahlung von den nachmaligen Käufern in Leipz. gemeiniglich in Spanischen Pistolen geschiehet, welche wohl 2 oder mehr p. C. schlechter als Lbl. sind) 140 p. C. gerechnet wird; so fragt sichs: Wie demnach die Braze in Gge, und zwar in der Valute von gedachten Pistolen) zu stehen komme? Also:

1 Braze

31.	ℵ48	ℵℨ5 Unzen 47
	; ℵ2	37 Lire
	1	ℵØ Soldi
	115	1 Pez. d'otto in Livor.
	1	89 ℛ Vls. B°. in Amst.
	ℵØØ	1 Thl. B°.
2.	ℵØØ	140 Thl. in Leipz.
	1	ℵ4 Gge 3
	100	ℵ2Ø Thl. p. Spesen

115	356500	6500382	188.
345		2935...	1739
	Fac. $18\frac{1}{4}$ Gge		15651.
	in C².	83382	154771
			928626

N°. 6. In Lucca oder Reggio di Modena werden die Seidenwaaren nach der Bozener Braze (welcher 8 mit 11 Lucceser Brazen oder Leipziger Ellen gleich gerechnet werden) verhandelt. Wenn nun solche Bozener Brazen in Lucca 22 Batzen Cor. kosten, und überhaupt wegen Spesen und des (vorhin N°. 4) gedachten

Leipziger Rabatts, 10 p. C. berechnet werden: Wie kommt demnach die Leipziger Elle in Ggl (und zwar in der Valute von Batzen) zu stehen? Also:

		1 Leipz. El.	
	XX	8 Botzner El.	
	1	22 Batzen	
15.	48	48 Ggl	x8. 8
5.	XØØ	XXØ p. Spesen	
	75	1408	176
	Fac. 18¾ Ggl	65.	
	in Ca.	58	

Nota 1. Es sind zwar die Spesen, zusammt dem Leipziger Rabatt wohl 14 p. C.: Allein es genießet der Käufer in Lucca 4 p. C. Sconto, wegen promter Zahlung. Dahero rechnet man vor alle Nebenkosten nur 10 p. C., zumal da solche Kosten allhier nicht so genau, sondern in Ca. genommen werden (§. 1121).

Nota 2. Sonst wird sowol dieser erwehnte Sconto, als auch die 8 p. C. Rabatt in Leipzig nicht auf sondern in 100 gerechnet: Jedoch in gegenwärtigem Falle werden die sämmtlichen Unkosten gemeiniglich auf 100 verstanden.

Nota 3. Als ich vor 13 Jahren in Augspurg war, hatte ich von einem vornehmen Kaufmanne allda einen ganz andern Bericht von den Lucceser Seidenwaaren, nämlich, daß der Käufer mehr als nur den gedachten einzigen Sconto genieße, hingegen $\frac{2}{1}$ der Bezahlung in Botzener Girogelde zu entrichten habe, welches Girogeld damals 32 p. C. besser, als Correntgeld war: Allein die Leipziger haben ihres Orts diese Gebräuche, um nicht

der

der Veränderung der Lagio des Girogeldes unterworfen zu seyn, gänzlich abgeschaffet.

Nota 4. Daß aber bey den Florentinerwaaren weit mehr Spesen, als bey den Lucceser berechnet werden, ist die Ursache, weil diese von den Fabricanten oder Verkäufern bis nach Botzen frey geliefert werden müssen: Da hingegen bey jenen der Leipziger alle Kosten von Florenz aus tragen muß.

N°. 7. Will man aber beym gedachten Handel (N°. 6) wissen, wie die Brabander Elle in Leipz. zu stehen komme, da 100 Botzener Brazen mit 114 Brab. El. gleich gerechnet werden, so kommet die Berechnung, als folget:

		1 Brab. El.	
19.	XIA	XØØ Botzner El.	
	1	22 Batzen	
9.	A8	A8 Ggl	8
	XØØ	XXØ p. Spesen.	22
	171	3872	176
		45.	1936
Fac. $22\frac{2}{3}$ Ggl			
in Ca.		110	

N°. 8. Hamburg lässet Juchten aus Petersburg kommen, kostet daselbst 1 Pude (so allda 40 ℔ ist, und in Hamb. gewöhnlichermaßen auf $33\frac{1}{3}$ ℔ berechnet wird) 370 Copeken, Unkosten in Petersburg 43 Cop. auf 1 Pude, Provision und Courtagio zusammen $3\frac{1}{2}$ p. C., Premie wegen Assecuranz 2 p.C, vor Fracht und andere Spesen in Hamb. werden auf jedes ℔ $\frac{1}{4}$ ß Lüb. Cor. gerechnet. Wenn nun die Bezahlung über Amsterd. geschiehet, da der Cours von Petersb. nach Amst. 52

Stüb. Cor., von Hamb. nach Amst. $3\frac{1}{4}$ p. C. in Cor., und Hamb. B°. gegen dasiges Cor. $18\frac{3}{4}$ p. C. ist: Wie kommt demnach 1 Hamb. ℔ in ß Lüb. Cor.? Also:

		1 Hamb. ℔	
25.	XØØ	XZØ ℔ in Petersb.	3
	AØ	AXB Cop. (= 370 + 43)	
50.	XØØ	ßZ Stüb. Hol. Cor.	13
2.	ßØ	1 Thl. Hol. Cor.	
	AXB	AØØ Thl. Hamb. B°.	
	AØØ	A77ß Thl. Hamb. Cor.	19
	1	A8ß Lüb. Cor.	ß. 3
25...	ZØØ	207 p. Provis. u. Court.	
	100	XØZ p. Assecur.	51.

3125000	23468211	2691
		24219
		51129
		255645
		2607579

Fac. 7 ß 6 ₰ Rest 1593211

Hierzu noch 3 ₰ p. Hamb. Spesen addiret, komen 7 ß 9 ₰ in C^a.

N°. 9. Lübeck lässet Wein aus Bajonne kommen, kostet daselbst 1 Faß von 4 Orhoft 75 V̈, Provision 2 p. C. Assecuranz 4 p. C., Lecagio 10 p. C., Fracht 7 ℔ p. Orhoft, Oresundischer Zoll 1 ℔ 8 ß p. Orhoft, noch Unkosten in Lübeck 1 ℔ 8 ß p. Orhoft. Wenn nun die Bezahlung über Hamburg geschiehet, da der Cours von Hamb. nach Frankreich 27 ß, und Hamb. B°. gegen Lübecker Neu Cor. 20 p. C. ist: Wie kommt demnach 1 Orhoft in Lübecker ℔ Neu Cor. zu stehen? Also:

1 Orhoft

		1 Orhoft in Lübeck	
	XØØ	11Ø d° im Eink. p. Lecag.	
	A	78 V	3
	1	27 ß Hamb. B°.	
	XB	1 ℔ Hamb. B°.	
Z.			
4.	XØØ	XZØ ℔ Lübeck. N. C.	3
	100	XØZ p. Provis.	51
	100	XØA p. Assecur.	13

40000	1772199	204.
		1989
Fac. 44 ℔ 5 ß	Rest 12199	17901
Hierzu p. Fracht 7 ℔ —		161109
Oresund. Zoll 1 = 8		
Lübeck. Unkost. 1 = 8		

kommen 54 ℔ 5 ß in C^a.

Nota. Wegen der Lecagio, nämlich ob dieselbe auf 100, wie vorhin geschehen, oder in 100 zu berechnen, hat man insonderheit dasjenige zu merken, welches oben §. 1037. Not. 1 schon angemerket habe.

N°. 10. Lübeck lässet Brandtewein aus Bourdeaux kommen, kostet daselbst 1 Orhoft (so allda 32 Viertel hält) 67 Livres, Unkosten in Bourdeaux 18 Liv. in C^a., Provision 2 p. C., Assecuranz 4 p. C., Lecagio 5 p. C., Fracht 4 ℔ p. Orhoft, Oresundischer Zoll 2 ℔ p. Orhoft, noch Unkosten in Lübeck 1 ℔ 8 ß p. Orhoft. Wenn nun 1 Stückfaß von 50 Bourdeaurer Viertel gemeiniglich 52 Lübecker Viertel giebt, und die Bezahlung über Hamb. nach den Coursen, wie vorhin N°. 9 gemeldet, geschiehet: Wie kommt demnach 1 Orhoft in Lübeck (so daselbst auf 30 dasige Viertel gerechnet wird) in Lübecker ℔ Neu Cor. zu stehen? Also:

		ʒØ Viertel Lübeck. Maaß	
	ʃℒ	ʃØ Bourdeaurer Viertel	
	ϰØØ	ϰØʃ d°. im Eink. p. Lecag.	21
	32	8ʃ L. (=67+18)	17
	ʒ	27 ß Hamb. B°.	
8.	ϰ6	1 ℔ Hamb. B°.	
ℒ.	ϰØØ	ϰ2Ø ℔ Lübeck N. C.	3
ℒØ.	ϰØØ	ϰØℒ p. Provis.	51
ℳ	100	ϰØℳ p. Assecur.	ℒ
	25600	147467	867
			6069
	Fac. 57 ℔ 10 ß	194.	54621
Hierzu p. Fracht 4 ℔ —		15567	491589
Oresund. Zoll 2 = —			
Lübeck. Unkosten 1 = 8			

kommen 65 ℔ 2 ß in C^a.

Nota. In Rochelle, Cognac und St. Onges aber werden nur 27 Viertel (welche eben so groß als die Bourdeaurer Viertel sind) auf 1 Oxhoft gerechnet.

§. 1123. Aus diesen Exempeln wird hoffentlich zur Genüge zu ersehen seyn, wie die Preise der Waaren auszurechnen, und sonderlich mit den Spesen zu verfahren. Es darf sich aber niemand von den Grillenfängern verleiten lassen, welche gemeiniglich dergleichen Berechnungen deswegen verächtlich anzusehen pflegen, weil bey denselben nicht alles nach genauer Schärfe, sondern in C^a. genommen wird. Denn ein anders ist es, wenn eine Factura zu dem Ende calculiret wird, um zu erfahren, wie viel dem Verkäufer sowol vor die Waaren, als seine vorgeschossene Unkosten wirklich zu zahlen sey; oder auch wie viel die sämmtlichen Waaren netto zu stehen kommen:

men: Und ein anders aber ist es, wenn man bloß den Preis einer Elle oder eines Pfundes ꝛc. das ist nur eines Theiles von der ganzen Parthey, suchet, bey welchem, auch außer dem, was oben (§. 1121) bereits erwehnet worden, dasjenige, so auf die ganze Parthey zu viel oder zu wenig schon angesetzet wird, in Praxi öfters so viel als nichts, von dem genauern Facit differiret; wie allbereit §. 789 hiervon Meldung geschehen.

§. 1124. Wie man aber die Preise von vielerley Sorten Waaren, welche man zu verschiedenen Preisen in fremden Orten eingekauft und zusammen kommen lassen, kurz und fast auf einmal finden kann, solches soll hernach in der Gesellschaftrechnung angewiesen werden.

Von dem Pary.

§. 1125.

Durch **Pary** verstehet man die **Egalität** oder **Gleichheit** der unterschiedenen Münzsorten, wie viel nämlich eine jede Münzsorte nach ihrem innerlichen Werthe, in dem innerlichen Werthe von einer andern ausmachet.

§. 1126. Dieser dienet eigentlich darzu, um daraus die Preise oder Course des Wechsels aus einem Lande nach dem andern reguliren zu können. Denn wenn der Wechseler erstlich weiß, wie viel die Münze, die er seines Ortes zahlen will, in dem Werthe der Münze, welche er an einem andern Orte wiederum empfangen soll, ausmachet, so kann er seine Messures darnach nehmen, damit er vor die Bemühung, Unkosten, Hazard, und Interesse wegen der Zeit, ein billiges zu genießen haben möge;

und

und gleichergestalt kann sich der Trassent zu seinem Vortheile darnach richten, welches aber nicht wol geschehen kann, wenn man keine Vergleichung zum Fundamente hat.

§. 1127. Also hat man vor Alters, als dasjenige reale Stück, das itziger Zeit, zum Unterscheid des neuern fingirten Thalers von $1\frac{1}{2}$ Kayserguldeu, ein Speciesthl. genennet wird, und auf 2 Kayserguldeu gesetzet ist, nur noch $1\frac{1}{2}$ Kfl. gegolten, zu der Vergleichung der Münzsorten folgenden Pary zum Grunde genommen:

1 Reichsthl. in Amsterdam von 50 Stüb. oder 100 ß Vls., wurde gleich gerechnet mit
1 Reichsthl. in Antwerpen, ganz Braband und Cölln am Rhein, von 48 Stüb. od. 96 ß Vls.
1 d°. in Augspurg, Nürnberg, Breßlau, Wien und Prag, von 90 Xr.
1 d°. in Braunschweig, von 36 Marien gr.
1 d°. in Danzig und Königsberg, von 90 gr Pol.
1 d°. in Frankfurt am Mayn, von 74 oder vielmehr $73\frac{4}{5}$ Xr. Wechselgeld, oder 90 Xr. Cor.
1 d°. in Hamburg, von 48 ß Lüb.
1 d°. in Leipzig, Naumburg, Berlin und Frankfurt an der Oder, von 24 Ggr.
$4\frac{1}{2}$ ß, oder 54 ß Sterl. in Londen und ganz Engeland.
285 Maravedis in Cadix nach alter Münze.
1 Ecu oder Cron in Lion und ganz Frankreich.
1 Ducati di B°. in Venedig von $6\frac{1}{5}$ Lire.
und so weiter.

Aus diesem Grunde hat man ferner den Pary der Münzsorten, in welchen die Wechsel geschlossen werden,

den, hergeleitet, und demnach zwischen Amst. und Danz. oder Königsb., 216 ℔ alpary gerechnet mit 1 L. Vls. Denn wenn man nach der Regel Detri setzet: 1 Thl. von 50 Stüb. giebt 1 Thl. von 90 ℔, was 1 L. Vls. von 120 Stüb.? kommen zum Facit 216 ℔.

Also hat man auch zwischen Londen und Frankfurt am Mayn 1 ß Sterl. mit einem Kopfstücke von 20 Xr.; oder 1 L. Sterl. mit $4\frac{4}{9}$ Thl. à 90 Xr., oder mit $6\frac{2}{3}$ fl. à 60 Xr., alpary gerechnet. Denn wenn man nach der Regel Detri setzet:

$4\frac{1}{2}$ ß Sterl. geben 1 Thl. von 90 Xr., was 1 ß Sterl.?
kommen zum Facit 20 Xr.;

oder auch $4\frac{1}{2}$ ß Sterl. geben 1 Thl., was 1 L. von 20 ß?
kommen $4\frac{4}{9}$ Thl., d.i., den Thl. zu $1\frac{1}{2}$ fl. gerechnet, $6\frac{2}{3}$ fl.

Eben dahero ist der Pary zwischen Hamb. und Amst., wie auch zwischen Hamb. und Londen, entstanden. Denn wenn man setzet:

48 ß Lüb. geben 50 Stüb., was 32 ß Lüb.?
kommen $33\frac{1}{3}$ Stüb. Pary mit 32 ß Lüb.

Desgleichen, wenn man setzet:

$4\frac{1}{2}$ ß Sterl. geben 8 ß Vls., was 20 ß Sterl.?
kommen $35\frac{5}{9}$ ß Vls. Pary mit 1 L. Sterl.

Zwischen Amsterdam und Londen aber heißet der Aufsatz:

$4\frac{1}{2}$ ß Sterl. geben $8\frac{1}{3}$ ß Vls., was 20 ß Sterl.?
kommen sodenn $37\frac{1}{2}\frac{1}{7}$ ß Vls. p. 1 L. Sterl.

Auf solche Weise findet man in verschiedenen Büchern den Pary von vielen andern Orten mehr.

§. 1128. Nachdem aber unter andern Münzsorten auch dieses gemeldete reale Stück oder der heutiges

Tages

Tages so genannte Species-Thl.(§. 1127) im Römischen Reiche bis auf 2 Kfl. erhoben, und der Name Thaler gleichwol bey der Quantität kleinerer Sorten, die er vormals enthalten (nämlich bey 1½ fl., oder 90 Xr. ꝛc.), als eine nunmehro nur fingirte Sorte beybehalten: So hat auch die vorhin (ibid.) erwehnte Vergleichung einen ganz andern Verstand bekommen, indem die in solcher Vergleichung specificirten Thl., nicht mehr, wie vor alter Zeit, à 90 Xr., oder 24 Ggr, ꝛc., sondern à 120 Xr., oder 32 Ggr, ꝛc. verstanden werden müssen.

§. 1129. Indessen, weil nach solcher Erhöhung des Thalers, 1 Species-Thl. mit 1⅓ des fingirten Thalers, folglich 100 des erstern mit 133⅓ des andern, gleich gesetzet worden, so ist zwischen den Orten, allwo man durch den Namen Thl. noch eben das alte reale Stück verstehet, und den Orten, allwo er beschriebenermaßen erhöhet worden, und also durch den Namen Thl. nur der schlechte fingirte verstanden wird, ein neuer Pary entstanden, in welchem 100 Thl. von jenen Orten gleich genommen werden mit 133⅓ Thl. dieser Orte. Z. E. In der Amsterdamer oder Hamburger B°. bestehen die Thl. in lauter gemünzten alten Reichsthalern, die nunmehro Speciesthl. genennet werden; dahero pfleget man 100 dieser Thl. alpary zu rechnen mit 133⅓ Thl. in Leipzig, Danzig, Breßlau ꝛc. allda nur die fingirten Thl. à 24 Ggr, oder 90 gr Pol., oder Xr. ꝛc. verstanden werden (§. 1040).

§. 1130. Allein auch dieser Pary will nicht allerdings den Stich halten, indem es kundbar ist, daß zwischen einem Speciesthl. und dem andern, nach dem innerlichen Werthe, gleichwol noch ein Unterscheid ist; allermaßen die Louis blancs oder Französische Speciesthl. ohnstreitig

tig etwa 2 p. C. schlechter, als die alten Sächsischen oder Städischen Speciesthl. sind. Noch vielweniger kann dieser Pary bey denjenigen Wechseln gültig seyn, wo der fingirte Thl. entweder ganz oder doch zum theil nicht in Speciesthl., sondern in des Landes Correntgeld bezahlet wird; indem solches Cor. durchaus nicht aller Orten im Schrot und Korn einander gleich ist; wie denn das Sächsische, Brandenburg- und Lüneburgische Corrent besser als Augspurg- Nürnberg- Breßlau- und Wienercorrent, oder Frankfurter Münze; desgleichen das Polnische Corrent noch etwas besser als das Corrent aller dieser Orte, geachtet wird: Wie kann denn mit Bestande in allen diesen Plätzen oder auch bey allen Thalern, immerfort 133⅓ Thl. mit 100 Amsterdamer oder Hamburger Thl. B°. (§. 1129) alpary gerechnet werden?

§. 1131. Es ist also überhaupt, nachdem fast aller Orten die Münzen wegen ihrer Erhöhung geringer worden, und die erhöhten Speciesthl. selbst nicht so genau an der innerlichen Bonität einander gleich sind (§. 1130), sowohl der vorhin gemeldete alte Pary (§. 1127), als auch der aus demselben hergeleitete neue (§. 1129), gar nicht mehr vermögend eine Egalität oder veritable Gleichgültigkeit der heutiges Tages gangbaren Münzen anzuzeigen.

§. 1132. Dannenhero hat sich ein gewisser Gelehrter, der aber von der Beschaffenheit des Handels, noch Wechsels, gar keine Kenntniß hat, ganz vergeblich bemühet, da er nach dem gedachten alten Pary (§. 1127, und so gar nach der irrigen Meynung, als sollte in demselben durch den Namen Thl. der fingirte Thl. verstanden seyn, alle Europäische große und kleine Münzsorten mit einander verglichen, und in Tabellen abgefasset. Ich habe vor einigen Jahren, als hiervon das Project zum Vorschein gekommen, mir angelegen seyn lassen, einige dieser Tabellen zu Gesichte zu bekommen, welches auch geschehen; jedoch weiß ich nicht,

ob dieselbe nachgehends zum Stande gebracht und durch öffentlichen Druck publiciret worden. Nicht minder findet man in verschiedenen Rechenbüchern ganz wunderliche Concepte von dem Pary.

§. 1133. Die neuen Autores vermeynen zwar den rechten Pary am accurateſten (so lauten ihre eigene Worte) dadurch ausfindig zu machen, wenn sie sich nach dem Valeur der Münzen, wie sie in jedem Orte ausgegeben werden, richten. Z. E. setzen sie, weil die Pistolen in Cadix 32 Reali alte Münze, und in Hamburg 10 ℔ 9 ß gelten, so sey nach diesem Fusse der Pary der Münzsorten, in welchen zwischen diesen Plätzen die Wechsel geschlossen werden, 116½ ℛ Vls. in Ca. p. 1 Duc. de 375 Maravedis. Item, weil der Duc. in Danzig 243 ℳ, und in Hamb. 2 Thl. B°. mit 1 p. Ç. Lagio gilt, so sey zwischen diesen Plätzen der Pary $120\frac{30}{101}$ p. C. p. 1 Thl. B°. Und dergleichen Exempel findet man bey ihnen mehr. Allein zu geschweigen, daß der Autor dieser Exempel gar nicht wissen muß, was in Spanien vor etlichen Jahren abermals vor eine Veränderung der Münzen vorgegangen, und so gehet es gemeiniglich, wenn man die Vergleichung der Europäischen Münzen, Maaße oder Gewichte lediglich aus alten Büchern nachschreibet (ich will auch nicht berühren, wie irrig und falsch er sowol den Aufsatz des ersten Exempels, als das Facit des andern angegeben), also sind auch überhaupt diese Pary nur windig und ohne Bestand; indem der Werth solcher Münzsorten eben sowol, als der ausländische Wechsel, und zwar aus gleicher Ursache (§. 980), der Veränderung sehr unterworfen ist, wie denn die Pistolen und Ducaten sowol in Hamb., als in Danz., nach advenant bald mehr und bald weniger gelten.

§. 1134. Es ist also kein ander Mittel, wenn jemand ja eine ganz genaue Vergleichung der Münzen nach ihren innerlichen Werthen (§. 1125) verlanget, als er müßte sich denn selbige in Natura anschaffen, und sich eigentlich nur nach der innerlichen Güte und dem Gewichte derselben richten. Wer aber dieses nicht thut, der muß und kann auch mit einer ohngefehren Verglei-

gleichung zu frieden seyn; allermaßen es zu der eigentlichen Absicht der Wechseler (§. 1126) schon genug ist, wenn sie allemal nur wissen, wie die Vergleichung zu selbiger Zeit ohngefehr anzunehmen, auch daß solche Vergleichung nicht so accurat, sondern nur in C^a. sey, und folglich ihre Messures darnach einrichten können.

§. 1135. Zu einer solchen Vergleichung kann man freylich auf die Art gelangen, wie vorhin im §. 1133 gemeldet worden; allein man muß allemal auf denjenigen Valeur sehen, wie die Münzen eben zu selbiger Zeit an jedem Orte ausgegeben werden: Auch dienet dieses nur zu solchen Plätzen, zwischen welchen ein Wechsel Addrittura ist. Wenn aber z. E. einer in Hamb. bey einen Banquier kommet, demselben 1000 Scudi Correnti nach Rom abzugeben, und dieser berechnen will, wie viel er in Hamburger Valute vor jeden Scudo von jenem zu fordern habe; so ist es nicht genug, wenn er schon wüßte, was ein solcher Scudo in Rom sey, und wie viel derselbe, wenn er in Hamb. in Natura vorhanden, gelte, sondern er muß sich hauptsächlich nach den Wechselcoursen derjenigen Orte richten, über welche er solche Remesse anzustellen gedenket. Dieses aber zu berechnen, so ist dabey nichts anders, als oben in der Wechselreduction gelehret, zu thun. Derowegen erachte ich es unnöthig zu seyn, hierzu besondere Exempel fürzustellen.

§. 1136. Viel lieber will ich hiernächst zu der, wiewohl nur ohngefehren, jedoch sehr nützlichen Vergleichung der Münzen, wie sie nämlich in dem Wechselhandel itziger Zeit angenommen zu werden pfleget, das ist, zu der **Beschreibung der vornehmsten Euro-**

päischen Münzen und Wechselarten (§. 985), schreiten. Diese ist nicht allein sehr nützlich, sondern auch allen denenjenigen insonderheit höchst nöthig zu wissen, welche alle Wechselcourszettel (§. 984) verstehen wollen; wie hiervon oben (§. 985) schon mit mehreren gedacht worden. Eben bey dieser Gelegenheit werde ich nicht minder auch von den Gewichten und Maaßen verschiedener Orte und andern nützlichen Dingen Meldung thun.

§. 1137. Dannenhero, obgleich der Hauptendzweck von der Beschreibung der Europäischen Wechselarten, vermöge vorhin gedachtem §. 985, nur dahin zielet, um die beständige Valute eines jeden Wechsels, wie viel sie nämlich allemal sey, und wie sie heiße, nebst dem bloßen Namen der varirenden Valute (indem die Anzahl derselben unbeständig ist) anzuzeigen; so will ich gleichwol auch die Anzahl der letztern, dergestalt (jedoch eben nicht in gebrochenen, sondern nur ganzen Zahlen) bestimmen, wie sie zeithero, laut der Courszettel, die ich mir zu diesem Ende von den meisten Plätzen mit Fleiße angeschaffet, coursable befunden habe. Indessen, weil diese Anzahl veränderlich ist, so sind derselben allemal die Buchstaben **m. o. w.**, das ist **mehr oder weniger**, beygesetzet worden; und dienet demnach zu wissen, daß diejenige Valute, bey welcher m. o. w. stehet, allezeit die varirende sey, so in den Courszetteln angegeben wird (ibid.). Jedoch besserer Ordnung wegen habe alles nach dem Alphabet eingerichtet.

Von

Von den Europäischen Münzen und Wechselarten, nebst andern beygefügten nützlichen Sachen.

Vor allen Dingen aber habe ich nöthig erachtet, vorher von dem Bancogelde einige Meldung zu thun:

§. 1138.

Durch eine **Banco** verstehet man in gegenwärtigem Werke ein von der Obrigkeit autorisirt und privilegirtes Haus, in welchem vornemlich die Kauf- und Handelsleute ihre Gelder in lauter guten Geldsorten, theils zur Commodität, und theils zu mehrerer Sicherheit einlegen, und solchergestalt ferner alle Zahlungen durch bloßes Ab- und Zuschreiben auf ihre Rechnungen in selbigem Hause verrichten lassen. Die Commodität davon ist diese, weil man auf solche Weise die Mühe des oftmaligen Hin- und Wiederzählens der Gelder in Natura ersparet. Die Sicherheit aber bestehet nicht allein in sicherer Verwahrung der Gelder, sondern auch darinnen, weil dadurch das gute Geld im Lande conserviret wird.

In **Amsterdam** wird in B°. kein ander Geld als Ducatons, gute Species Thl., oder auch zuweilen Dreyguldenstück, und zwar der Ducaton nur zu 60 Stüber, und die gedachten andern Species nach eben solcher Proportion, angenommen. Dahero kommt es, daß allda das **Bancogeld** 5 p. C. mehr oder weniger, besser als das **Correnti** oder **Cassageld** geachtet wird; und diese 5 mehr oder weniger benennet man Agio di Banco.

In **Hamburg** bestehet das Bancogeld in lauter ganzen, halben und vierteln Species Thalern. Zu diesem hat man vor einigen Jahren, nachdem allda das itzige neu Correnti ge-

münzet worden, noch eine besondere Banco etabliret, in welcher das Geld aus diesem Corrent bestehet, und wird zum Unterscheid jene die Speciesbanco, diese aber die Correntbanco genennet.

Nun ist zwar nicht unbekannt, daß in Wien, Londen, Stockholm, Rom, Neapolis, Genua ꝛc. wie nicht minder in Amst. und Hamb. selbst, noch andere Arten von Bänken vorhanden, die man Lehnbänke, Lombarden oder Montes pietatis nennet; jedoch die vornehmsten, wovon allhier die Rede ist, sind die vorhin gedachten Amsterdamer und Hamburger, wie auch die Venediger und auch wol die Nürnberger Bänke.

Zweymal des Jahrs, als gegen den letzten Ian. oder anfangs des Febr., und gegen den letzten Iul. oder anfangs Aug. wird die Banco in Amst. auf 8 à 10 Tage, um die Bilanz und neue Bücher zu machen, geschlossen. Die Fest- und Bettage über wird zwar auch die B°. geschlossen, aber nicht so lange, als vorhin gemeldet.

In Hamb. wird die Banco außer den Festtagen nur einmal des Jahrs, als ult. Decembr., zu dem Ende, wie vorhin bey Amst. erwehnet, auf 14 Tage gesperret.

In Venedig aber geschehen viel Sperrungen des Jahrs, als die ordentlichen sind den 24 Martii bis Montags nach Ostern, den 23 Iunii bis med. Iulii, den 20 Sept. bis den letzten Montag im Octobr., und den 20 Decembr. bis den andern Montag im Ian. Worzu noch wegen vieler Andachts- Fest- und Ergötzungs- (Carnevals-) Tage die Banco allda noch oftmals des Jahrs geschlossen wird.

In Nürnberg schließet man die Banco alle viertel Jahr, ohngefehr auf 10 à 14 Tage, als ultimo Ian. April. Iul. und Octobr.

Wobey zu merken, daß diejenigen Wechselbriefe, welche in währender Zeit, da die Bancs geschlossen ist, verfallen,

bis

bis zu der Eröffnung nicht bezahlet, auch ohne Präjudiz nicht protestiret werden dürfen.

Was aber sonst hierbey noch zu beobachten ist, solches findet man in den Bancoordnungen und Wechselrechten.

§. 1139. Amsterdam in Holland

Hält Buch und Rechnung in Gulden, Stüber und Pfennig Holländisch.

1 Gulden hat 20 Stüber. 1 Stüber 16 Pfennig Hol.
Sonst hat 1 solcher fl. auch 40 Pfennig oder Groot Vlämisch.

1 Reichsthaler hat 50 Stüb., oder 2½ fl., oder 100 ß Vls., oder 8⅓ Schilling Vls.

1 Pfund Vls. hat 20 ßl Vls., oder 6 fl., oder 120 Stüb., oder 2⅖ Thl., oder 240 ß Vls. Dieses L. Vls. aber ist nicht in Natura gemünzet, sondern nur fingiret.

1 ßl Vls. (nämlich von den gestempelten) hat 12 ß Vls., oder 6 Stüb.

1 Stüb. hat 8 Duiten. 1 Duite 2 ß Hol.

1 Goldgulden (welcher insonderheit beym Kornhandel gebraucht wird, und gleichfalls gestempelt seyn muß) hat 28 Stüb.

Also findet man allda auch Ducatons, so 63 Stüb. gelten.
Dreyguldenstücke von 60 Stüb.
Halbe d°. (welche auch Thl. genennet werden) von 30 Stüb.
Kronen oder Zweyguldenstücke von 40 Stüb.
Halbe Rthl. von 25 Stüb. Viertel Rthl. von 12½ Stüb.
Löwenthl. von 42 Stüb.
Außer diesen giebt es daselbsten noch verschiedene Arten kleiner Münzen.

Sonst aber von den Münzen, die keinen festen Preis haben, sind die vornehmsten folgende:

Das Bancogeld gilt 5 p. C. m. o. w. besser als Correnț- oder Cassageld, das ist, als die vorhin gemeldete fl. Stüb. ꝛc.

1 Severin gilt 15. fl. Cor. m. o. w.

1 Louis d'or von den neuen 11 fl. 4 Stüb. Cor. m. o. w.

1 d°. von den alten 9 fl. 8 Stüb. Cor. m. o. w.

1 Spanische Pistole 9 fl. 6 Stüb. Cor. m. o. w., oder die Unze 43 fl. 15 Stüb. Cor. m. o. w.

1 Englische Guinee 11 fl. 8 Stüb. Cor. m. o. w.

1 goldener Crusadi 14 fl. 15 Stüb. Cor. m. o. w.

1 Ducaten 5 fl. 5. Stüb. Cor. m. o. w. (jedoch gelten die alten gemeiniglich etwas weniger als die neuen) oder die Unze 46 fl. 15 Stüb. Cor. m. o. w.

Kayserthaler gelten 3 p. C. m. o. w. besser als Cor.

Louis blancs oder Franzthaler 2 p. C. m. o. w. besser als Cor.

Hol. XThaler $\frac{1}{2}$ p. C. m. o. w. besser als Cor.

Sächsische oder Brandenburgische ordinaire $\frac{2}{3}$ Stück 28 p. C. m. o. w. schlechter als Cor.

Fein Gold in Barren, die ℔ à 355 fl. Cor. mit 5 p. C. m. o. w. Lagio.

Fein Silber die ℔ 25 fl. 10. Stüb. Cor. m. o. w.

Spanische Matten, Pillaren, die ℔ 23 fl. 10 Stüb. m. o. w.

d°. Mexicanos die ℔ 22 fl. 10 Stüb. m. o. w.

Englisch Geld die ℔ Brutto 23 fl. 6 Stüb. Cor. m. o. w.

Franzgeld die ℔ 23 fl. 6 Stüb. Cor. m. o. w.

Feine Lüneburger $\frac{2}{3}$ Stücke die ℔ 25 fl. 5 Stüb. Cor. m. o. w. (und gehen auf solche ℔ ohngefehr $12\frac{6}{10}$ Thl.) oder der Thl., nämlich $1\frac{1}{2}$ Zweydrittelstück in C°. 40 Stüb. Cor.

Feine

Feine Sächsische $\frac{2}{3}$ Stück die ℔ 24 fl. Cor. m. o. w. (und gehen ohngefehr 12 Thl. auf solche ℔)

Sächsische und Lüneburgische Speciesthl., die ℔ 22 fl. 10 Stüb. Cor. m. o. w. (und gehen auf solche ℔ ohngefehr $11\frac{3}{10}$ Thl.)

Grobe Sächsische $\frac{2}{3}$ Stück die ℔ 19 fl. Cor. m. o. w. (und gehen ohngefehr $9\frac{7}{10}$ Thl. auf solche ℔)

Nota. Es lehret zwar die Erfahrung, daß die gedachte Anzahl der Thaler, wie viel derselben allemal auf 1 ℔ in Amsterdam gehen, nicht jederzeit so genau eintrifft, insonderheit wird man befinden, daß das Gewichte bey einer grössern Quantität nach Proportion nicht gleich kommt dem Gewichte einer kleinern Quantität; welches ohne Zweifel daher entstehet, weil die Stücke selbst am Gewichte nicht allezeit so genau einander gleich sind: Jedoch ich habe bey diesem Casu mit Fleiß verschiedene Erfahrungen gegen einander gehalten, und aus denselben das gewöhnlichste genommen; welches vornemlich zu dem Ende, wie oben §. 1091. N°. 4 im 5ten Wege gezeiget, das ist, zu einem Ueberschlag, um zu ersehen, wie durch diese Species der Wechselcours zwischen Amst. und Leipzig rendire, gar füglich zu gebrauchen ist.

In dem Gold- und Silbergewichte hält allda 1 ℔ 8 Unzen,
1 Unze 2 Loth oder 20 Engels.
1 Loth 10 Engels. 1 Engels 32 Aasen.
1 Loth hat 4 Quentin (welche allda Drachmas genennet werden) oder 10 Engels.

Das Gold wird probirt nach Karat und Grän, die ℔ zu 24 Karat, und 1 Karat à 12 Grän fein gerechnet.

Das Silber wird probiret nach Denari oder Pfennigen und Gran, die ℔ zu 24 Gran, und 1 Gran zu 12 ℌ.

1 Schiff hat 20 Lst oder 300 ℔.

1 Lb 15 ℔. 1 Cent. 100 ℔. 1 Stein 8 ℔.

1 Last Getrayde hat 27 Müdde, oder 36 Sack, oder 108 Schepel, oder 21 Tonnen 3 Schepel.

1 Müdde hat 4 Schepel. 1 Sack 3 Schepel.

1 Tonne 5 Schepel. 1 Schepel 4 Vierdevat.

1 Vierdevat 8 Koppen.

Diese Getrayde-Maaße aber sind nicht durchgehends in ganz Holland gleich groß, sondern theils Orte haben größere und theils kleinere Maaße. Also ist auch die Amsterdamer Last zwar nicht ganz gleich der Danziger und Königsberger Last; allein sie werden dennoch insgemein gleich gerechnet.

Eine Aam Rhein- oder Moselwein, wie auch Kornbrandewein hat 4 Ankers oder 8 Stekan, oder 64 Stoop, oder 128 Mingelen.

1 Anker hat 2 Stekan, oder 32 Mingelen.

1 Stekan, hat 16 Mingelen.

1 Stoop 2 Mingelen. 1 Mingelen 2 Pinten.

1 Faß Franzwein wird gerechnet auf 4 Orhoften oder 6 Tierzen.

1 Orhoft gehöret zu halten 180 Mingelen.

1 Boht oder Pipe Spanisch und Portugallischen Weins muß halten 340 Mingelen.

1 Viertel Brandewein hat 6 Mingelen. Der Kauf aber geschiehet bey 30 Vierteln.

1 Faß Baumöl hat 717 Mingelen.

1 Faß Traan hat 12 Stekan oder 192 Mingelen.

Man muß aber diesen Bericht der Wein- Brandewein- und Oelmaaße nicht also verstehen, als sollten dieselben sich allezeit in solcher Größe wirklich befinden, sondern nur, daß der Kauf in diesen Größen geschiehet, alsdenn werden sie visiret und gemessen.

1 Last

1 Last Hering hat 12 Tonnen.
1 Hundert Salz hat 404 Maaß.
1 Holländische Elle hat $2\frac{2}{3}$ Hol. Fuß.
1 Brabander Elle aber, wornach die meisten Waaren bey Quantitäten verkaufet werden, hat $2\frac{1}{2}$ Hol. Fuß.
12 Holländische Fuß werden 11 Rheinländischen; und 25 Hol. 24 Danziger Fuß gleich gerechnet.

Man wechselt allda in Rthl., fl. und Stüb. Hol. wie auch in L. ß und R Vls.; mehrentheils in B°. jedoch nach einigen Orten auch in Cassageld. Und giebt man nach

Antwerpen, Ryssel, oder Gent ꝛc. 100 L. Vls. B°. (außer nach Middelburg in Cor.) p. 103. L. Vls. m. o. w.

Breßlau: 37 Stüb. B°. m. o. w. p. 1 Thl. von 90 Xr Kayfergeld, à 6 Wochen.

Cadix und Sevilien: 101 R Vls. B°. m. o. w. p. 1 Duc. de 375 Maravedis alte Münze.

Danzig: 1 L. Vls. B°. p. 294 ℔ Pol. m. o. w. à 40 Tage.

Frankfurt am Mayn auf die Messe oder auch wohl à Uso: 100 Thl. Cor. p. 128 Thl. in Frankf. m. o. w. Gleichergestalt wird zuweilen nach **Cölln am Rhein** gewechselt.

Genua: 94 R Vls. B°. m. o. w. p. 1 Pezza d' otto de 5 Lire.

Genf: 92 R Vls. B°. m. o. w. p. 1 Thl. in Specie von 3 Livres.

Hamburg: 33 Stüb. B°. m. o. w. p. 1 Wechselthl. von 32 ß Lüb. B°.

Königsberg: 1 L. Vls. Cor. p. 280 ℔ Pol. m. o. w. à 41 Tage.

Leipzig und Naumburg auf die Messe: 39 Stüb. Cor. m. o. w. p. 1 Thl. Cor. von 24 Ggℓ Leipz. Cor.

Lion,

Lion, Paris, Rouen, Rochelle, Bourdeaux, und sonst Französischen Plätzen: 56 ℛ Vls. B°. m. o. w. p. 1 Ecu de 60 Sols Tournois.

Lisabon: 46 ℛ Vls. B°. m. o. w. p. 1 Crusado de 400 Rees.

Livorno; 89 ℛ Vls. B°. m. o. w. p. 1 Pezza d' otto de 6 Lire.

London: 35 ß Vls. B°. m. o. w. p. 1 L. Sterl.

Madrit und Bilbao: 81 ℛ Vls. B°. m. o. w. p. 1 Duc. de 375 Maravedis neue Münze.

Venedig: 86 ℛ Vls. B°. m. o. w. p. 1 Duc. di B°.

Dieses sind die vornehmsten Plätze, dahin von Amsterdam gewechselt wird. Ihr werdet aber fernerhin noch viele Orte finden, welche, obwol Amsterdam nicht nach denselben, gleichwol nach Amsterdam wechseln. Dahero wenn es ja unterweilen sich zuträgt, daß Amst. nach einem solchen Platze Geld zu übermachen hat, so lässet es entweder von dar auf sich traßiren, oder es verrichtet solche Remesse über einen der gedachten Plätze dahin es wechselt und darzu bequem ist.

Das Uso (§. 975) wird in Amsterdam

bey den Briefen von **Frankfurt, Nürnberg** und ganz **Deutschland,** 15 Tage nach der Acceptation;

bey den Briefen von **Antwerpen, Londen, Genf, Paris** und ganz **Frankreich,** 1 Monat nach dato des Briefes;

bey den Briefen von **Venedig, Genua** und ganz **Italien** wie auch **Spanien** und **Portugall,** 2 Monate nach dato des Briefes verstanden.

Die Wechselbriefe haben allda nach dem Verfalltage 6 Respecttage (§. 976) worunter Sonn- und Festtage mit begriffen sind.

Antwer-

Antwerpen oder Antorf in Braband

Hält Buch und Rechnung in L. ß, und Groot oder ß Vls., welche sich theilen in 20 und 12.

Dieses L. ist fingirt, und wird à 2½ Rthl. oder 6 fl., oder 120 Stüb., oder 240 ß Vls. gerechnet.

1 Rthl. oder Patacon hat 2⅔ Brabandische fl., oder 48 Stüb., oder 96 ß Vls., oder 8 ß Vls.

1 Brabandischer fl. hat 20 Stüb., oder 40 ß Vls., oder 3⅓ ß Vls.

1 ß Vls. hat 6 Stüb. 1 Stüb. 2 ß Vls.

Der Rthl. ist real, der fl. aber fingirt.

Das Permiß- oder Wechselgeld, worinnen die Wechselzahlungen geschehen, bestehet in Alb. oder XThl., auch in guten Hol. ß, und ist 8⅓ p. C. nämlich in 100 besser als Cor. indem 100 Cor. geben 91⅔ Permißgeld.

Auf Wechsel giebt man allda nach

Amsterdam: 103 L. Vls. m. o. w. p. 100 L. Vls. B°.

Cadix: 104 ß Vls. m. o. w. p. 1 Duc. de 375 Maravedis alte Münze.

Cölln: Thl. 100 Permißgeld p. 131 Thl. à 78 Albus m. o. w.

Frankfurt am Mayn: 100 d°. p. 132 Thl. in Frankfurt m. o. w.

Hamburg: 34 Brabandische Stüb. m. o. w. p. 1 Wechselthl. von 32 ß Lüb. B°.

Lion, Paris und andern Französischen Plätzen: 57 ß Vls. m. o. w. p. 1 Ecu de 60 Sols.

Lisabon: 48 ß Vls. m. o. w. p. 1 Crusado de 400 Rees.

Londen: 36 ß Vls. m. o. w. p. 1 L. Sterl.

Madrit: 83 ß Vls. m. o. w. p. 1 Duc. de 375 Maravedis neue Münze.

Venedig:

Venedig: 88 ℛ Vls. m. o. w. p. 1 Duc. di B°.

Das Uso ist allda in solchem Verstande und Gebrauch, wie zu Amsterdam. Die Respecttage sind allhier gleichfalls 6; jedoch die Wechselbriefe, welche auf Sicht p. Cassa gestellet sind, solche müssen binnen 24 Stunden bezahlet werden.

Archangel und Petersburg in Moscau

Hält Buch in Rubeln, Griven und Copeken.

1 Rubel hat 10 Griven. 1 Grive 10 Copeken.

1 Copek hat 2 Moskoffskes.

1 Pude ist allda 40 ℔.

Man giebt allda nach

Amsterdam: 1 Rubel p. 50 Stüb. Cor. m. o. w.

Hamburg: 106 Copeken m. o. w. p. 1 Thl. B°. Wiewol gar selten dahin gewechselt wird, sondern es gehet alles über Amsterdam.

Augspurg in Schwaben

Hält Buch und Rechnung in Gulden, Kreuzer und Pfennig.

Den fl. à 60 Xr., den Xr. à 4 ℛ.

1 Thl., welcher (§. 1128) fingirt, hat 1½ fl., oder 90 Xr., oder 22½ Batzen, oder 30 Kayserℋ.

1 fl. hat 15 Batzen. 1 Batzen 4 Xr. 1 Kℋ 3 Xr.

So wird auch im Wechseln auf etliche Plätze eine fingirte Münze gebrauchet, welche **Giro**- oder **Wechselgeld** heißet, und 27 p. C. Lagio gegen Cor. hat.

Das Cor. Geld, worinnen die Wechselzahlungen geschehen, bestehet in ganzen, halben und viertel Species Thl. Dieses hat wiederum Gegenmünze (das ist allerhand Sor-

ten

ten Geld) wie auch Louis d'or und Ducaten einige p. C. Lagio.

1 Louis d'or gilt $7\frac{1}{2}$ fl. in Münze.
1 Ducaten $4\frac{1}{8}$ fl. in d°.
Fein Silber gilt die ℔ 19 fl. Cor. m. o. w.

Allda wird gegeben nach

Amsterdam: 107 Thl. Giro m. o. w. p. 100 Thl. B°.
Botzen: auf die Meſſe, 103 fl. Giro m. o. w. p. 100 fl. Botzener Girogeld; oder 99 fl. Cor. m. o. w. p. 100 fl. in Botzener Moneta longa.
Frankfurt: 98 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. Münze.
Hamburg: 106 Thl. Giro m. o. w. p. 100 Thl. B°.
Leipzig und Naumburg: 101 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. Leipziger Correnț; oder 99 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. in Leipz. in Lbl.
Nürnberg: 100 fl. Cor. m. o. w. p. 100 fl. Cor. in Nürnberg.
Venedig: 92 Thl. Giro m. o. w. p. 100 Duc. di B°.
Wien: 99 fl. Cor. m. o. w. p. 100 fl. Cor. in Wien p. Caſſa.

Das Uſo wird allda wie in ganz Deutſchland durchgehends auf 15 Tage nach der Acceptation verſtanden, und nach dieſer Zeit ſind noch 5 Reſpecttage, die Sonn- und Feyertage ausgeſchloſſen. Jedoch die Briefe welche à Viſta oder auch 1, 2 oder 3 Tage Sicht geſtellet ſind, müſſen in den nächſten 24 Stunden bezahlet oder proteſtiret werden.

Baſel in der Schweiz

Hält Buch und Rechnung in Spec. Thl. zu 3 Livres oder 60 Sols gerechnet; theils aber in ſolchen Livres, den Liv. à 20 Sols zu 12 ₰ gerechnet; theils auch in fl. Xr. und Heller, den fl. à 60 Xr., und 1 Xr. à 8 Heller.

Es giebt zwar in der Schweiz, als Baſel, Zürch, Zurzach,

zach, Schafhausen, St. Gallen, Bern ꝛc. verschiedene Arten Xr. und sonst kleine Münzen: Allein zu gegenwärtigem Endzweck erachte nur nöthig, diejenigen Münzen zu melden, welche eigentlich zu dem Wechselhandel dienen.

1 L'd'or von den alten gilt 11 Liv. 13 Sols, oder 7 fl. 30 Xr. m. o. w.

1 Sonnen L'd'or 14 Liv. 1 Sols, oder 9 fl. 2 Xr. 4 Hell. m. o. w.

1 Ducaten 6 Liv. 9 Sols 6 ₰, oder 4 fl. 10 Xr. m. o. w.

1 Species oder Hol. Thl. 60 Sols mit 2 p. C. Lagio, oder 1 fl. 58 Xr. m. o. w.

1 Lbl. 62 Sols mit 1. p. C. Lagio, oder 2 fl. 1 Xr. m. o. w.

Man giebt allda nach

Amsterdam: 1 Thl. in Specie p. 93 ₰ Vls. B°. oder auch p. 89 ₰ Vls. Cor. m. o. w.

Augspurg, Nürnberg und **Wien:** 100 Thl. d°. p. 128 Thl. Cor. m. o. w.

Frankfurt: 100 Thl. d°. p. 130 Thl. Münze m. o. w.

Genf: 100 Thl. d°. m. o. w. p. 100 Thl. Spec. in Genf.

Leipzig: 100 Thl. d°. p. 127 Thl. Cor. m. o. w. oder 100 L'd'or m. o. w. p. 100 L'd'or oder auch 100 Lbl. m. o. w. p. 100 Lbl.

Lion und **Paris:** 100 Thl. Sp. p. 167 Ecus m. o. w.

London: 1 Thl. d°. p. 53 ₰ Sterl. m. o. w.

Zurzach: 100 Thl. d°. m. o. w. p. 100 Thl. Spec. in Zurzach.

Berlin

Hält Buch und wechselt allermaßen wie Leipzig. Worzu allda auch nach Danzig und Königsberg gewechselt wird, und giebt Berlin 102 Thl. m. o. w. p. 100 Thl. Pol. Also wird zuweilen nach Hamb. nicht in B°. sondern in Cor. gewechselt,

da

da dann Berlin 113 Thl. m. o. w. p. 100 Thl. Cor. giebt.

Gleichwie die Münzen in Berlin sind, also sind sie auch in Magdeburg, Frankfurt an der Oder, und im ganzen Brandenburgischen Lande.

1 ℔ ist dieser Orten 110 ℔.

Bilbao in Spanien

Hält Buch und Rechnung und wechselt alles gleich Madrit.

Bologna in Romagnia

Hält Buch und Rechnung in Lire, Soldi und Denari, den Lire zu 20 Soldi oder Bolognini, und den Soldi zu 12 ₰ berechnet.

1 Ongari oder # gilt 9 Lire 10 Soldi m. o. w.

Im Wechseln auf andere Plätze bedienet man sich derer Pezza d'otto oder Scudo de 85 Soldi (ist real) und giebt man nach

Botzen: 63 Bolognini m. o. w. p. 1 fl. Wechselgeld, oder 47 Bolognini m. o. w. p. 1 fl. Cor.
Livorno: 88 Bolognini p. 1 Pezza d'otto.
Napoli: 75 Bolognini m. o. w. p. 1 Duc. di Regno.
Noue: 190 Scudo de 85 Bolog. m. o. w. p. 100 Scudo Marche.
Rom: 98 Bolog. m. o. w. p. 1 Scudo Moneta.
Venedig: 1 Scudo de 85 Bolog. p. 132 Soldi di B°. di Venetia m. o. w.

Botzen in Tirol

Hält Buch und Rechnung in fl. Xr. und ₰, den fl. à 60 Xr., den Xr. à 4 ₰ berechnet.

In Wechseln bedienet man sich Moneta Longa (oder Corrent) welche bestehet in ganzen, halben und viertel

Species Thl, wie auch in Kayserlichen 17er und 7 Xr, diese alle sind real.

Zudem gebrauchet man eine fingirte Münze, Scudo di Cambio, oder Wechsel Thl. genannt, welcher nach Italien p. 93 Xr, und per Augspurg und andern deutschen Orten p. 90 Xr. berechnet wird.

Dieses Giro- oder Wechselgeld ist 32 p. C. m. o. w. besser als corrent Geld.

Und giebt man allda nach

Augspurg: 96 Thl. Giro m. o. w. p. 100 Thl. Augspurger Giro; oder 99 Thl. Cor. p. 100 Thl. Augspurger Corrent.

Bisenzona; oder Noue: 162 Xr. Giro m. o. w. p. 1 Scudo Marche.

Bologna: 1 fl. Giro à 60 Xr. p. 63 Bolognini m. o. w. oder 1 fl. Cor. p. 47 Bolognini m. o. w.

Florenz: 108 Xr. Giro m. o. w. p. 1 Scudo de 7½ Lire.

Frankfurt: 97 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. Münze.

Leipzig und Naumburg: 101 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. Cor.

Lion: 54 Xr. Giro m. o. w. p. 1 Ecu de 60 Sols.

Milano: 1 fl. à 60 Xr. Giro p. 68 Soldi imperiali m. o. w.

Napoli: 70 Xr. Giro m. o. w. p. 1 Duc. di Regno.

Nürnberg: 98 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. Cor.

Rom: 147 Xr. Giro m. o. w. p. 1 Scudo di Stampa.

St. Gallen: 90 fl. Giro m. o. w. p. 100 fl. Galler Wechselgeld.

Venedig: 1 Thl. Giro à 90 Xr. p. 147 Soldi B°. m. o. w.

Verona: 1 Thl. d°. p. 176 Soldi m. o. w.

Wien: 74 Thl. Giro m. o. w. p. 100 Thl. Cassageld, oder 99 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Wiener Thl.

Die edosirte Wechselbriefe sind in Botzen nicht zuläßig.

Braun-

Braunschweig

Hält Buch in Thl., Mariengr und ℛ, den Thl. (welcher fingiret) à 36 Mariengr, den Mgr à 8 ℛ berechnet.
1 Thl. hat auch 24 gute gr, denn 1 Ggr thut 1½ Mgr, oder 12 ℛ.
Gewechselt wird allda wie zu Leipzig.

Bremen

Hält Buch in Thl. und Groot.
1 Thl. hat 72 Grott. 1 Groot 4 ℛ.
Gewechselt wird allda wie in Leipzig; außer nach Londen giebt man 550 Thl. m. o. w. p. 100 L. Sterl.

Breßlau in Schlesien

Hält Buch und Rechnung in Thl. Silber- oder Kayserl., oder ß und Xr, den Thl. à 30 ß, den ß zu 3 Xr. berechnet, sonst hat 1 ß auch 4 Gröschel oder 12 ℛ.
1 Xr. hat 4 ℛ. 1 Gröschel hat 3 ℛ. 1 fl. hat 20 ß oder 60 Xr.
1 Ducaten gilt 83 gr m. o. w.
XThl. 39 gr m. o. w.
B°·Thl. 40 gr m. o. w.
Pol. Geld oder Brandenb. ⅔ Stück 2 p. C. besser als die gedachte 7 und 17 Xr.
1 Cent. hat 5½ Stein, oder 132 ℔. 1 Stein hat 24 ℔.
Die Wechselzahlungen geschehen allda mehrentheils in Kayserl. 17er und 7 Xr. zuweilen auch in ganzen, halben und viertel Species Thalern. Und giebt man nach
Amsterdam à 5 Wochen: 136 Thl. m. o. w. p. 100 Thl. B°·, oder 13 Thl. m. o. w. p. 100 Thl. Cor.
Augspurg, Nürnberg, Frankfurt, Wien, Prag: 99 Thl. m. o. w. p. 100 Thl. Cor.
Danzig: 102 Thl. m. o. w. p. 100 Thl. Pol.

Hamburg: 135 Thl. m. o. w. p. 100 Thl. B°.
Leipzig: 102 Thl. m. o. w. p. 100 Thl. Cor.
Venedig: 116 Thl. m. o. w. p. 100 Duc. di B°.

Sowol 2 als 1 Uso hat allda 6 Respecttage; ½ Uso aber nur 3. Jedoch die Sonn- und Festtage ausgeschlossen. Die Briefe aber, welche unter 8 Tage Sicht gestellet sind, müssen binnen 24 Stunden bezahlet oder protestiret werden.

Brüssel in Braband

Hält Buch und Wechsel wie Antwerpen.

Cadix in Spanien

Hält Buch und Rechnung in Real und Maravedis in Silber, den Real zu 34 Maravedis berechnet in alter Münze.

1 Real in Silber hat auch 1½ Real in Kupfer, oder 8½ Quart.
1 Quart hat 4 Maravedis.
1 Peso de Otto hat 8 Reali, oder 272 Maravedis alte Münze, ist aber Anno 1686 auf 10 Reali neue Münze gesetzet worden.
1 Pistole hat 4 Pesos de Otto, oder 32 Reali alte Münze, dieser ist ebenfalls nun auf 40 Reali neue Münze gesetzet worden.

Ist also die alte Münze um 25 p. C. besser, als die neue Münze, worzu vor einigen Jahren abermal eine Veränderung in diesen Münzen vorgegangen. Indessen sind alle erwehnte Münzen real, wie denn auch ein Maravedis eine kleine Kupfermünze in Natura ist.

1 Ducato aber ist imaginario. Dieser wird im Waarenhandel p. 11 Reali oder 374 Maravedis, in Wechseln aber p. 11 Reali und 1 Maravedis, oder 375 Maravedis berechnet. Und dieser ist der Duc. di Cambio.

Zu die-

Zu diesem Platz Cadix sind in Spanien vornehmlich nur noch 3 Plätze, welche auf andere Orte in Europa wechseln, als **Madrit, Bilbao und Sevilien**, und bestehet ihr Unterscheid darinnen, daß Cadix und Sevilien in alter, Madrit und Bilbao aber in neuer Münze wechselt.

1 Arobbe hat 25 ℔. 1 Quintal 4 Arobbe oder 100 ℔.

Man giebt allda nach

Amsterdam: 1 Duc. de 375 Maravedis p. 101 ℛ Vls. B°. m. o. w.
Genua: 350 Mar. m. o. w. p. 1 Pezza d'Otto.
Hamburg: 1 d°. p. 100 ℛ Vls. B°. m. o. w.
Lion: 1 Peso d'Otto p. 78 Sols m. o. w.
Lisabon: 1 d°. p. 650 Rees m. o. w.
Livorno: 332 Mar. m. o. w. p. 1 Pezza d'Otto.
Londen: 1 Peso d'Otto p. 43 ℛ Sterl. m. o. w.
Madrit: 100 Pistolen m. o. w. p. 100 Pistolen.
Venedig: 316 Mar. m. o. w. p. 1 Duc. di B°.

Das Uso ist allda fast durchgehends 2 Monate nach dato des Briefes, außer bey den Briefen von Lion nur 1 Monat, oder auch zuweilen 6 Wochen.

Cölln am Rhein

Hält Buch und Rechnung in ℓ, ß und ℛ Vls, wie Antwerpen und ganz Braband; theils aber in Thl., Albus und ℛ.

1 ℓ. hat 20 ß Vls., oder 6 fl.
1 Thl. hat 8 ß Vls., oder 48 Stüb. Brab., oder 78 Cölnische Albus.
1 Albus hat 12 Heller.

Sonst gebrauchet man in Wechseln den deutschen gemeinen Thl. à 90 Xr.

Brandenburgische $\frac{2}{3}$ Stücke gelten 4 p. C. m. o. w. besser als dasiges Cor.

Die Wechselarten sind allda gleich, wie in Frankfurt.

Copenhagen in Dännemark

Hält Buch und Rechnung in Thl., ℔ und ß.

1 Thl. hat 6 ℔ oder 96 ß.

1 ℔ hat 16 ß. 1 ß hat 12 ₰.

1 Dänische Krone hat 2 ℔ oder 32 ß.

1 doppelte d°. hat 4 ℔.

1 vierfache hat 8 ℔.

1 Dänischer Thl. wird insgemein gebrauchet vor 4 ℔ als 1 doppelte Krone.

2 ℔ Dänisch ist 1 ℔ Lübisch, desgleichen machen 2 ß Dänisch 1 ß Lüb.

1 Schiff hat 20 Lfft, oder 320 fft.

Allda wechselt und giebt man nach

Amsterdam: 112 Thl. à 6 ℔ in Dänischen V m. o. w. p. 100 Thl. Cor.

Danzig: 100 Thl. d°. p. 112 Thl. Pol. m. o. w.

Hamburg: 115 Thl. d°. m. o. w. p. 100 Thl. B°.

Leipzig: 86 Thl. d°. p. 100 Thl. Cor.

London: 5 Thl. d°. m. o. w. p. 1 L. Stel.

Daselbst haben die Wechselbriefe noch 8 bis 10 Tage nach dem Verfalltage Zeit zum protestiren.

Danzig in Polnisch-Preußen.

Die Münzen, Gewichte und Maaße findet man oben §. 87. Wobey noch dieses zu erwehnen, daß die Rußische Copeken, wenn deren nach Danzig oder Königsberg gebracht werden, gemeiniglich gegen 6 Timpfen oder 108 ℔

Pol.

Pol., nämlich 92 Copeken m. o. w. p. 6 Timpfen, erhandelt werden.

Allda giebt man p. Wechsel nach

Amsterdam: 292 ℔ m. o. w. p. 1 L. Vls. in B°. auf 40 Tage auch 70 Tage oder auf Sicht.

Hamburg: 120 ℔ m. o. w. p. 1 Thl. in Specie. Weil aber die Wechsel in Hamburg nicht in Spec. Thalern, sondern in B°. bezahlet werden, so decourtiret der Danziger Remittent 1 p. Mille, und lässet alsdenn die Valute in B°. zu zahlen stellen. Die Zahlzeit ist gemeiniglich à Uso oder 2 Uso, und dieweil 1 Uso in ganz Deutschland 2 Wochen nach Sicht bedeutet, auch von Danzig nach Hamburg der Brief etwa 7 Tage unterweges ist, so werden die Wechselbriefe auf 3 oder 5 Wochen nach dato gestellet; jedoch zuweilen auch auf eine beliebige Zeit.

Sonst auf andere Plätze wird von Danzig nicht Adrittura gewechselt, sondern es geschehen die Negotia mit Amsterdamer oder Hamburger Briefen. Wenn es aber en particulier directe geschiehet, als auf **Leipzig, Berlin, Frankfurt an der Oder, Breßlau,** auch wohl **Königsberg** ꝛc. so wird der Accord mit wenig p. C. Agio Avanzo oder Danno geschlossen.

Allda haben die Wechselbriefe 10 Respecttage, die Sonn- und Festtage mit eingerechnet.

Florenz in Toscana

Hält Buch und Rechnung in Scudi, Soldi und Denari d'oro, den Scudo zu 20 Soldi, den Soldi zu 12 ₰ gerechnet.

1 Ducat ist 7 Lire.

1 Lire ist gleichfalls getheilet in 20 Soldi zu 12 ₰.

1 Spanische Pistole gilt 20 Lire 4 Soldi m. o. w.

1 Teſton hat 2 Lire oder 3 Giuly.

Im Wechſeln bedienet man ſich einer fingirten Münze, nämlich Scudi d'oro à 7½ Lire oder 150 Soldi berechnet.

Und giebt man nach

Botzen: 1 Sc. de 7½ Lire p. 108 Xr. Giro m. o. w.
Lion: 50 Sc. d°. m. o. w. p. 100 V de 60 Sols.
Liſabon: 1 Sc. d°. p. 1020 Rees m. o. w.
Livorno: 115 Soldi m. o. w. p. 1 Pezza de Otto de 6 L.
Londen: 1 Scudo de 7½ Lire p. 68 ℛ Sterl. m. o. w.
Madrit: 1 Sc. d°. p. 530 Marav. neue Münze m. o. w.
Milano: 1 Sc. d°. p. 124 Soldi imperiali m. o. w.
Napoli: 100 Sc. d°. p. 154 Duc. di Regno m. o. w.
Noue: Sc. d°. 140 m. o. w. p. 100 Scudi Marche.
Palermo: 1 Sc. d°. p. 30 Carlini m. o. w.
Rom: 100 Sc. d°. p. 74 Sc. di Stampa m. o. w.
Venedig: Sc. d°. 73 m. o. w. p. 100 Duc. di B°.

Das Uſo iſt allda wie in Livorno.

Frankfurt am Mayn

Hält Buch und Rechnung in Thl. Xr. und ℛ, den Thl. zu 90 Xr. und den Xr. zu 4 ℛ berechnet.

Sonſten hat auch ein ſolcher Thl. (welcher fingiret) 1½ fl. oder 22½ Batzen, oder 45 Albus oder 30 Kayſergr oder 74 fingirte Wechſel Xr. (welche nach Proportion der 82 mit 100 billig 73⅘ ſeyn ſoll).

1 fl. hat ⅔ Thl., oder 15 Batzen, oder 30 Albus, oder 20 Kayſergr, oder 60 Xr.

1 Philips Thl. hat 5 Kopfſtück, oder 100 gemeine Xr., oder 82 fingirte Wechſel Xr.

Dieſes iſt auch die Vergleichung zwiſchen Wechſel- und Correntgeld, nämlich 82 Wechſel Xr. thun 100 Xr. Cor.

1 Kopfſtück hat 20 Xr. Cor.

1 Batzen hat 2 Albus oder 4 Xr., oder 16 ℛ.

1 Albus hat 2 Xr. oder 8 ℛ.

1 Kayser ℔ hat 3 Xr. oder 12 ℛ.
In Wechselzahlungen bedienet man sich itziger Zeit der Münze (welches allerhand kleine Geldsorten sind, als Dreybatzener, Batzen, Albus und dergleichen); oder des Edictgeldes, so in ganzen und halben Species Thl. bestehet.
Vor alter Zeit pflegte man nach den Niederlanden sich der fingirten Münze zu bedienen, als:
1 Thl. Giro à 74 Xr. Giro, den Philips- oder Königsthl. Giro à 82 Xr. Giro, und 1 fl. Giro à 65 Xr. Giro berechnet, welches aber nunmehr abgekommen.
Edictgeld hat Agio gegen Münze 4 p. C. m. o. w.
Brand. oder Lüneb. Geld hat 4 p. C. Agio m. o. w.
1 Ducaten gilt 4 fl. 11 Xr. Münze m. o. w.
L'd'or gelten 7 fl. 32 Xr. Münze m. o. w.
Sonnen L'd'or 9 fl. Münze m. o. w.

Allda wechselt und giebt man nach

Amsterdam: 139 Thl. Münze m. o. w. p. 100 Thl. B°. oder 133 Thl. d°. m. o. w. p. 100 Thl. Cor.
Antwerpen und **Brüssel**: 131 Thl. d°. m. o. w. p. 100 Thl. Permißgeld.
Augspurg und **Nürnberg**: 102 Thl. d°. m. o. w. p. 100 Thl. Cor.
Basel und **Genf**: 130 Thl. d°. m. o. w. p. 100 Spec. Thl.
Bremen: 104 Thl. d°. m. o. w. p. 100 Thl. in ⅔ Stück.
Breßlau, Prag und **Wien**: 102 Thl. d°. m. o. w. p. 100 Thl. Kayf. Geld.
Cölln: 99 Thl. d°. m. o. w. p. 100 Thl. Cor.
Hamburg: 138 Thl. d°. m. o. w. p. 100 Thl. B°.
Leipzig und **Naumburg**: 104 Thl. d°. p. 100 Thl. Cor. oder 102 Thl. m. o. w. p. 100 Thl. in Lbl.
Lion und **Paris**: 78 Thl. Münze m. o. w. p. 100 Ecus de 60 Sols.

Londen: 128 Batzen m. o. w. p. 1 L. Sterl.

Nota. Von diesem Cours per Londen habe oben §. 1026 N°. 22 schon Meldung gethan.

Venedig: 115 Thl. Münze m. o. w. p. 100 Duc. di B°.

Das Uso ist allda durchgehends 14 Tage nach der Acceptation: Und haben die Wechselbriefe, welche nicht auf 2 à 3 Tage Sicht gestellet 4 Discretionstage; Sonn- und Feyertage ausgeschlossen.

Genf
zwischen Savoyen und der Schweiz,

Hält Buch und Rechnung wie Basel, nämlich in Thl. Spec. oder Burgundischen Thl. à 3 Livres, theils aber in Livres, Sols und ₰, den Livre zu 20 Sols, den Sol zu 12 ₰ berechnet.

Dasjenige, so oben bey Basel von den gold- und silbernen Specien gemeldet worden, ist auch hieher zu ziehen.

Allda wechselt und giebt man nach

Amsterdam: 1 Thl. Spec. p. 93 ₰ Vls. B°. m. o. w.
1 Thl. d°. p. 89 ₰ Vls. Cor. m. o. w.

Augspurg und Nürnberg: 100 Thl. d°. p. 128 Thl. Cor. m. o. w.

Basel: 100 Thl. d°. m. o. w. p. 100 Thl. Spec.

Frankfurt: 100 Thl. d°. p. 130 Thl. Münze m. o. w.

Genua: 99 Thl. m. o. w. p. 100 Pezza d'Otto.

Leipzig: 100 Thl. d°. p. 127 Thl. Cor. m. o. w.

Lion und Paris: 100 Thl. d°. p. 167 Ecus de 60 Sols m. o. w.

Livorno: 98 Thl. d°. m. o. w. p. 100 Pezza d'Otto.

Londen: 1 Thl. d°. p. 53 ₰ Sterl. m. o. w.

Milano: 100 Thl. d°. m. o. w. p. 100 Burgunder Thl.

St. Gallen: 1 Thl. d°. p. 102 Xr. Spec. m. o. m.

Turin: 1 Thl. d°. p. 85 Soldi m. o. w.

Genua in Italien

Hält Buch und Rechnung in Lire, Soldi und Denari, den Lire zu 20 Soldi, den Soldi zu 12 ₰ berechnet.

In Wechseln bedienet man sich folgender Sorten:

Pezza de Otto de 5 Lire, oder 100 Soldi.
Scudi d' argento de 7 L. 12 Soldi, und
Scudi di Cambio, oder Scudi Marche de 4 Lire oder 80 Soldi.

Die erstern 2 Sorten werden jede gleichfalls in 20 und 12 eingetheilet.

Der Scudo Marche de 4 Lire ist Moneta imaginaria.

1 Pistole gilt 18 Lire 18 Soldi m. o. w.

Allda giebt man p. Wechsel nach

Amsterdam: 1 Pezza d' Otto de 5 L, p. 64 ₰ Vls. B°.
Cadix: 1 d°. p. 350 Maravedis m. o. w.
Genf: 100 d°. p. 100 Thl. Spec. m. o. w.
Lion: d°. p. 102 Sols m. o. w.
Lisabon: 1 d°. p. 820 Rees m. o. w.
Livorno: 94 Soldi m. o. w. p. 1 Pezza d' Otto de 6 L.
London: 1 Pezza de Otto p. 53 ₰ Sterl. m. o. w.
Milano: 1 Sc. Marche de 4 L. p. 80 Soldi imperiali m. o. w.
Napoli: 80 Soldi m. o. w. p. 1 Duc. de 10 Carlini.
Noue: 120 Sc. d' Argento m. o. w. p. 100 Sc. di Marche.
St. Gallen: 1 Lire p. 20 Xr. Species Galler Wechselwährung m. o. w.
Rom: 110 Soldi m. o. w. p. 1 Scudo Moneta.
Venedig: 1 Scudo Marche p. 109 Soldi B°. m. o. w.

Das Uso ist allda bey den Briefen von Amsterdam, Spanien und Portugal, 2 Monat; bey den Briefen von

Londen aber 3 Monat nach dato des Briefes. Ferner bey den Briefen von Venedig und Rom 14 Tage; und bey den Briefen von Livorno und Milano 8 Tage nach Sicht.

Respecttage sind in Genua 30.

Hamburg.

Hält Buch und Rechnung in ℔, ß und ₰ Lübisch.

1 ℔ hat 16 ß. 1 ß 12 ₰ Lüb.

1 Thl. hat 3 ℔, oder 48 ß Lüb. oder 8 ß Vls.

1 schlechter oder Wechselthl. aber hat 2 ℔, oder 32 ß Lüb. dessen bedienet man sich in Wechseln nach den Niederlanden.

Auf theils Plätzen bedienet man sich folgender Vlämischen Währung, welche fingirt, als

1 L. Vls. hat 20 ß Vls., oder $2\frac{1}{2}$ Thl., oder $7\frac{1}{2}$ ℔, oder 120 ß Lüb.

1 ß Vls. hat 12 Groot oder ₰ Vls. oder 6 ß Lüb.

1 ₰ Vls. hat 6 ₰ Lüb. oder $\frac{1}{2}$ ß Lüb.

96 ₰ Vls. thun 1 Thl.

Das Bancogeld ist besser als neue Corrent beständig 16 p. C.;

als Lbl. 1 p. C. m. o. w.

als Dänische V 15 p. C. m. o. w.

als Dän. und Hollst. 6 ß Stück zu 5 ß (welches allda Corrent genennet wird) 18 p. C. m. o. w.

als neue $\frac{2}{3}$ vor voll 32 p. C. m. o. w.

1 L' d'or gilt 10 ℔ 13 ß B°· m. o. m.

1 Ducaten gilt 6 ℔ B°· mit 1 p. C. m. o. w. Avanzo oder Danno, oder 7 ℔ 3 ß Cor. m. o. w.

Sonst giebt es allda viele gold und silberne Münzen, welche im Preise variiren, und nach dem Course bald steigen, und bald wiederum fallen.

Die ℔ fein Silber gilt 27 ℔ 12 ß B°· m. o. w.

1 ℔

1 ℔ hält 8 Unzen. 1 Unze 2 Loth.
1 Loth 4 Quentin. 1 Quentin 4 ₰.
Im Golde aber hält 1 ℔ 24 Karat.
1 Karat 4 Gran, und 1 Gran 3 Grän.
1 Schff hat $2\frac{1}{2}$ Centner, oder 280 ℔.
1 Schff zur Fuhre aber 20 Lff oder 320 ℔.
1 Centner hat 8 Lff, oder 112 ℔. 1 Lff 14 ℔.
1 Schff Flachs hat 14 Stein. 1 Stein 20 ℔.
1 Stein Wolle oder Federn aber nur 10 ℔.
1 Fuder Wein hat 6 Aam. 1 Aam 40 Stübgen.
1 Stübgen 4 Quartier. 1 Quartier 2 Nössel.

Man wechselt und giebt nach

Amsterdam: 1 Wechselthl. von 32 ß Lüb. B°. p. 33 Stüb. B°. m. o. w. oder 100 Thl. Hamb. B°. p. 103 Thl. Hol. Cor. m. o. w.

Antwerpen: 1 d°. p. 34 Stüb. m. o. w.

Augspurg, Nürnberg, Breßlau, Wien und Prag: 100 Thl. B°. p. 136 Thl. Cor. m. o. w.

Cadix: 100 ₰ Vls. B°. m. o. w. p. 1 Duc. de 375 Maravedis alte Münze.

Copenhagen: 100 Thl. B°. p. 115 Thl. in Dänische V m. o. w.

Danzig: 1 Thl. B°. p. 120 ℊ Pol. m. o. w.

Frankfurt: 100 Thl. B°. p. 138 Thl. Münze. m. o. w.

Leipzig und Naumburg: 100 Thl. B°. p. 134 Thl. Cor. m. o. w.

Lisabon und Porto: 44 ₰ Vls. B°. m. o. w. p. 1 Crusado de 400 Rees.

London: 34 ß Vls. B°. m. o. w. p. 1 L. Sterl.

Madrit: 80 ₰ Vls. B°. m. o. w. p. 1 Duc. de 375 Marav. neue Münze.

Paris und Bourdeaux: 27 ß Lüb. B°. m. o. w. p. 1 V.

Das

Das Uso ist allda wie in Amsterdam, und haben die Briefe daselbst 12 Respecttage.

Königsberg in Preußen

Hält Buch und Rechnung wie Danzig, desgleichen wird allda gewechselt wie in Danzig; außer allein, daß die Danziger Tratten nach Holland in L. Vls. B°. gegen ℳ Pol., und die Königsberger in L. Vls. Cor. jedoch gleichfalls gegen ℳ Pol. gehen, und zwar auf 41 Tage nach dato des Briefes.

Leipzig in Sachsen

Hält Buch und Rechnung in Thl., gute ℳ und ₰.

1 Thl. hat 24 gute ℳ.

1 guter ℳ hat 12 ₰.

Der Thl. ist fingirt, sonst hat man allda $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ Stück. auch 2 GGℳ Stück, wie auch einfache und halbe GGℳ, desgleichen $\frac{1}{4}$ GGℳ, oder 3er, das ist Dreypfennigstücke, welches alles reale Münze.

In Wechselzahlungen bedienet man sich allda derer Sächsischen, Brandenburgischen und Lüneburgischen $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{6}$ Stück, wie auch doppelte, einfache und halbe GGℳ, jedoch ist niemand verbunden dergleichen kleine Münzsorten so unter 4 GGℳ Stück sind, in Wechselzahlungen mehr denn 20 bis 25 Thl. an 100 Thl. wider seinen Willen anzunehmen.

Diese gedachte Münzen heißen Correntgeld. Itziger Zeit aber geschehen fast alle Wechselzahlungen in Lbl., welche 2p. C. m. o. w. schlechter als gedachtes Cor. Geld.

1 L'd'or oder Spanische Pistole gilt insgemein 5 Thl. und 1 Ducaten $2\frac{3}{4}$ Thl. Jedoch sind die L'd'or $1\frac{1}{2}$ p. C.; die Spani-

Spanische Pistolen 2½ p. C., und die ℔ ½ p. C. m. o. w. schlechter als Lbl.
1 Centner ist 110 ℔.

Allda wechselt und giebt man nach

Amsterdam: 134 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. B°. oder 128 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. Hol. Cor.

Augspurg und Nürnberg: 98 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. Cor.

Botzen: 97 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. Botzener Cor.

Breßlau, Wien und Prag: 97 Thl. m. o. w. p. 100 Thl. Kayf. Geld.

Frankfurt: 98 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. Frankf. Cor. oder 96 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. Münze.

Hamburg: 133 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. B°.

Londen: 5 7/11 Thl. Cor. m. o. w. p. 1 L. Sterl.

Naumburg auf die Messe: 98 Thl m. o. w. p. 100 Thl. p. le Fiere.

Das Uso ist allda durchgehends 14 Tage nach der Acceptation. Respecttage aber werden daselbst nicht gestattet.

Lion und ganz Frankreich

Hält Buch und Rechnung in Livres (der auch Franke genennet wird) Sols und Denniers, den Livre zu 20 Sols, den Sols zu 12 ₰ Tournois berechnet.
1 Ecu oder Krone dessen man sich durchgehends im Wechseln bedienet, hat 3 Livres oder 60 Sols Tournois.

Sonst giebt es auch Ecus d'or, welcher sich gleichfalls in 20 Sols zu 12 ₰ d'or theilet.

Von den dasigen Münzsorten ist wegen der bekannten oftmaligen Veränderung nichts gewisses zu melden.

Nach

Nach itzigen Coursen giebt man allda nach

Amsterdam: 1 Ecu de 60 Sols Tournois p. 56 ℛ Vls. B°· m. o. w.

Antwerpen, wie nach Amsterdam.

Bozen: 1 d°· p. 54 Xr. Wechselgeld m. o. w.

Cadix: 80 Sols m. o. w. p. 1 Peso d'Otto alte Münze.

Florenz: 100 Ecus p. 50 Sc. de 7½ L. m. o. w.

Frankfurt, Nürnberg, Augspurg und Wien: 52 Sols m. o. w. p. 1 fl. von 60 Xr.

Genf: 167 Ecus m. o. w. p. 100 Spec. Thl.

Genua: 102 Sols Tournois m. o. w. p. 1 Pezza d'Otto.

Hamburg: 1 Ecu p. 27 ß Lüb. B°· m. o. w. oder auch 177 V̈ m. o. w. p 100 Thl. B°·

Lisabon: 1 d°· p. 470 Rees m. o. w.

Livorno: 96 Sols Tournois p. 1 Pezza d'Otto de 6 L.

London: 1 Ecu p. 32 ℛ Sterl. m. o. w.

Madrit: 16 Livres m. o. w. p. 1 Pistole.

Milano: 1 Ecu p. 57 Soldi imperiali m. o. w.

Napoli: 100 d°· p. 73 Duc. di Regno m. o. w.

Noue: 313 d°· m. o. w. p. 100 Sc. di Marche.

Rom: 100 d°· p. 36 Sc. di Stampa m. o. w.

St. Gallen: 1 d°· p. 60 Xr. Spec. oder Wechselgeld m. o. w.

Turin: 1 d°· p. 51 Soldi in Turin m. o. w.

Venedig: 100 d°· p. 65 Duc. di B°· m. o. w.

Das Uso ist in Frankreich von allen Orten 30 Tage, ausser von Spanien und Portugal 60 Tage nach dato des Briefes. Allda haben die Briefe 10 Respecttage; außer diejenigen, welche in den Lioner Zahlungen zahlbar sind, selbige müssen in den drey ersten Tagen des Monats, der nach dem Monat der Zahlung folget, bezahlet oder protestiret werden.

Lisabon auch Port à Port in Portugal.

Hält Buch und Rechnung in Rees und Millerees.

1 Crusado oder 1 Ducato de Portugal hat 400 Rees, wird auch getheilet in 20 ß; den ß à 12 ₰. Dieser ist unmarquiret.

1 marquirter Crusado aber hat 500 Rees.

1 Pistole gilt allda 3000 Rees.

1 Peso d' otto (so Patacon heißet) gilt 15 Real oder 600 Rees.

1 Peso d' otto d' Espagne aber 750 Rees.

1 Teston hat 100 Rees. 1 Vintin 20 Rees.

1 Real 40 Rees.

Alle diese Münzen sind real, im Wechseln aber bedienet man sich nur derer Crusado de 400 Rees, Millerees und Rees.

1 Arobbe hat 32 ℔. 1 Quintal 4 Arobbe oder 128 ℔.

1 Pipe Oel hat 26 Almuden. 1 Faß hat 52 Almuden.

1 Almude hat 12 Canodors.

Auf Wechsel giebt man allda nach

Amsterdam desgleichen **Hamburg**: 1 Crusado p. 46 ₰ Vls. B°. m. o. w.

Cadix und **Madrit**: 2600 Rees m. o. w. p. 1 Dublon.

Genua: 810 Rees m. o. w. p. 1 Pezza d' otto.

Lion und **Paris**: 470 d°. p. 1 Ecu.

Livorno: 762 Rees m. o. w. p. 1 Pezza d' otto.

Londen: 1 Millerees p. 5 ß 8 ₰ Sterl. m. o. w.

Palermo: 1 Crusado de 400 Rees p. 12 Carlini m. o. w.

Rom: 1360 Rees m. o. w. p. 1 Sc. di Stampa.

Venedig: 730 Rees m. o. w. p. 1 Duc. di B°.

Das Uso ist allda wie in Cadix; und haben die Briefe 6 Respecttage.

Livorno
im Großherzogthum Florenz.

Hält Buch und Rechnung in Pezza d' otto Reali, oder Stück von 8 Reali, welche sich theilen in 20 Soldi, und 1 Soldi in 12 ₰.

Sonst hat 1 Pezza d' otto 6 Lire Cor., und solcher Lire (welcher fingirt) theilet sich abermal in 20 Soldi und zu 12 ₰.

Die andern Münzsorten sind allda wie in Florenz.

Aber gewechselt wird alles in gedachten Pezza d' otto von 6 Lire, und giebt man nach

Amsterdam: 1 Pezza d' otto p. 89 ₰ Vls. B°. m. o. w.
Bologna: 1 d°. p. 88 Bolognini m. o. w.
Cadix und Madrit: 100 d°. p. 122 Peso d' otto m. o. w.
Florenz: 1 d°. p. 115 Soldi m. o. w.
Genua: 1 d°. p. 94 Soldi m. o. w.
Lion und Marsilien: 1 d°. p. 97 Sols m. o. w.
Lisabon: 1 d°. p. 785 Rees m. o. w.
Londen: 1 d°. p. 52 ₰ Sterl. m. o. w.
Milano: 1 d°. p. 125 Soldi Cor. m. o. w.
Napoli: 100 d°. p. 116 Duc. di Regno m. o. w.
Noue: 196 d°. m. o. w. p. 100 Scudi di Marche.
Palermo und Meßina: 1 d°. p. 11 Tari m. o. w.
Rom: 115 d°. m. o. w. p. 100 Scudi Moneta.
Turin: 1 d°. p. 82 Soldi m. o. w.
Venedig: 100 d°. p. 104 Duc. di B°. m. o. w.

Das Uso ist allda wie in Genua; wiewol bey den Amsterdamer Briefen es auch wol nur 40 Tage nach dato des Briefes zu seyn pfleget. In Livorno und sonst noch andern verschiedenen Italiänischen Plätzen sind keine gewisse Respecttage.

Londen in Engeland.

Hält Buch und Rechnung in L. ß, und ℛ Sterl.

1 L. zu 20 ß, 1 ß zu 12 ℛ berechnet, das L. ist moneta imaginaria.

1 Guinée hat 21 ß 6 ℛ Sterl. 1 Krone 5 ß.

1 Grat 4 ℛ. 1 ℛ 4 Fardingen.

1 ℒ oder Großhundert hat 112 ℔. 1 Quart 28 ℔.

Allda wechselt und giebt man nach

Amsterdam: 1 L. Sterl. p. 35 ß Vls. B°. m. o. w.

Antwerpen: 1 d°. p. 36 ß m. o. w.

Cadix und Sevilien: 44 ℛ d°. m. o. w. p. 1 Peso d'otto alte Münze.

Dublin in Irrland: 100 L. Sterl. p. 112 L. Sterl. m. o. w.

Genua: 54 ℛ Sterl. m. o. w. p. 1 Pezza d'otto.

Hamburg, wie nach Amsterdam.

Lisabon und Porto: 5⅓ ß Sterl. m. o. w. p. 1 Millerees.

Livorno: 52 ℛ Sterl. m. o. w. p. 1 Pezza d'otto.

Madrit und Bilbao: 41 ℛ d°. m. o. w. p. 1 Pezza d'otto neue Münze.

Paris und Bourdeaux: 33 ℛ d°. p. 1 Ecu.

Rotterdam, wie nach Amsterdam.

Venedig: 50 ℛ d°. m. o. w. p. 1 Duc. di B°.

Das Uso ist allda von Deutschland, Holl- und Braband 1 Monat; von Spanien und Portugal 2 Monat; und von Italien 3 Monat nach dato des Briefes. Die Briefe haben daselbst 3 Respecttage.

Lübeck.

Hält Buch und Rechnung in ℒ, ß und ℛ wie Hamburg. Also sind auch die Münzen selbst und ihre Eintheilung gleichwie in Hamburg. Allein die Wechsel auf andere

Plätze geschehen fast alle über Hamburg, und giebt man dahin 118 ℔ m. o. w. in Dän. und Hollst. 6 ß Stücken zu 5 ß, oder 142 ℔ m. o. w. in solchen 6 ß Stücken vor voll p. 100 ℔ Hamburger R°.

Eben in diesen 6 ß Stücken vor voll pfleget unterweilen nach Amsterdam auch wol Adrittura gewechselt zu werden, und giebt Lübeck 137 Thl. m. o. w. in gedachten 6 ß Stücken vor voll p. 100 Thl. Hol. Cor.

Die Schwedischen 5 Oer Stücke, welche allda auch 4 ß Stücke genennet, und 12 auf 1 Thl. gerechnet werden, gelten 8 p. C. m. o. w. besser als die erwehnten 6 ß Stücke vor voll.

Lüttig in Westphalen.

Hält Buch in fl. à 20 Stüb. 1 Stüb. à 16 ℛ.
1 Spec. Thl. hat 80 Stüb. oder 4 fl.
1 Ducaten gilt 8 fl. 8 Stüb. m. o. w.
1 L'd'or 15 fl. 7 Stüb. m. o. w.

Allda wechselt und giebt man nach
Amsterdam: 161 fl. m. o. w. p. 100 fl. Hol. Cor.
Braband etwa mit 1 p. C. Danno.
Paris: 42 Stüb. m. o. w. p. 1 Ecu.

Madrit in Spanien.

Hält Buch und Rechnung in Maravedis, welche man zu Tausenden und Hunderten summiret; theils aber in Reali und Maravedis in Silber, wie zu Cadix; theils auch in Pesos d' otto Reali in neuer Münze; übrigens sind die Münzsorten wie in Cadix.

Allda wechselt und giebt man in neuer Münze nach
Amsterdam: 1 Duc. de 375 Marav. p. 81 ℛ Vls. B°. m. o. w.

Florenz:

Florenz: 530 Marav. m. o, w. p. 1 Sc. de 7½ Lire.
Genua: 430 d°. m. o. w. p. 1 Pezza d' otto.
Hamburg, wie nach Amſterdam.
Lion: 1 Piſtole p. 16 Livres Tournois. m. o. w.
Liſabon: 1 Dublon p. 2600 Rees m. o. w.
Livorno: 410 Marav. m. o. w. p. 1 Pezza d' otto.
Londen: 1 Peſo d' Otto p. 40 ß Sterl. m. o. w.
Napoli: 350 Marav. m. o. w. p. 1 Duc. di Regno.
Noue: 750 d°. m. o. w. p. 1 Sc. di Marche.
Rom: 670 d°. m. o. w. p. 1 Sc. di Stampa.
Venedig: 380 d°. m. o. w. p. 1 Duc. di B°.

Das Uſo iſt allda wie in Cadix.

Milano in Mayland.

Hält Buch und Rechnung in Lire, Soldi und Denari, den Lire à 20 Soldi, den Soldi à 12 ß berechnet.

Im Wechſeln auf andere Plätze bedienet man ſich allderer (fingirten) Scudi di Cambio und Scudi Correnti.

Der Sc. di Cambio wird gerechnet à 117 Soldi, oder 5 Lire 17 Soldi imperiali, das iſt Wechſelgeld; der Sc. Correnti à 115 Soldi, oder 5 Lire 15 Soldi Correnti.

1 L'd'or oder Spaniſche Piſtole gilt 24 Lire und einige Soldi Cor.

1 Ducaten oder Ongari 13 Lire 15 Soldi Cor. m. o. w.

1 Burgunder Thl. 6 Lire 10 Soldi Cor. m. o. w.

1 Filippo gilt 7 Lire (das iſt 140 Soldi Correnti) oder 106 Soldi imperiali; mithin hat man die Vergleichung, daß 106 Soldi imperiali gleich 140 Soldi Correnti zu berechnen ſind.

Allda wechſelt und giebt man nach

Amſterdam: 55 Soldi Correnti m. o. w. p. 1 fl. Hol. B°.

Antwerpen: 54 Soldi d°· m. o. w. p. 1 fl. de 20 Stüb.
Augspurg und Wien: 67 Soldi d°· m. o. w. p. 1 fl. Cor. de 60 Xr.
Bisenzone: Soldi imper. 185 m. o. w. p. 1 Scudo Marche.
Botzen: 68 Soldi d°· m. o. w. p. 1 fl. à 60 Xr. Girogeld.
Genua: 80 Soldi d°· m. o. w. p. 1 Sc. Marche de 4 Lire.
Lion: 58 Soldi d°· m. o. w. p. 1 Ecu de 60 Sols.
Livorno: 124 Soldi Cor. m. o. w. p. 1 Pezza d'otto.
Londen: 1 Sc. imper. p. 66 ℔ Sterl. m. o. w.
Napoli: 108 Soldi Cor. m. o. w. p. 1 Duc. di Regno.
Noue: 180 Soldi imper. m. o. w. p. 1 Sc. di Marche.
Rom: 143 Soldi Cor. m. o. w. p. 1 Scudo Moneta.
St. Gallen: 1 Lire d°· p. 20 Xr. Species oder Wechsel-Geld m. o. w.
Venedig: 1 Sc. imper. p. 162 Soldi di B°· di Venetia m. o. w. oder 82 Soldi Cor. m. o. w. p. 1 Duc. di Venetia in Piccoli.

Napoli.

Hält Buch und Rechnung in Ducati di Regno, Tari, Carlini und Grane.

1 Duc. hat 5 Tari oder 10 Carlini.
1 Tari hat 2 Carlini. 1 Carlini 10 Grane.
1 Grana hat 3 Quartini.
1 Spanische Pistole gilt $4\frac{1}{2}$ Duc. di Regno oder 45 Carlini.
1 # oder Ongari gilt $2\frac{1}{2}$ Duc. oder 25 Carlini.

Allda giebt man nach

Bologna: 1 Duc. di Regno p. 75 Bolognini m. o. w.
Botzen: 1 d°· p. 70 Xr. Giro m. o. w.
Florenz: 154 d°· m. o. w. p. 100 Sc. de $7\frac{1}{2}$ Lire.
Genua: 1 d°· p. 80 Soldi m. o. w.
Lion: 73 d°· m. o. w. p. 100 Ecus de 60 Sols.

Livorno:

Livorno: 116 d°. m. o. w. p. 100 Pezza d'otto.
Madrit: 1 d°. p. 350 Marav. neue Münze m. o. w.
Milano: 1 d°. p. 108 Soldi Cor. m. o. w.
Noue: 224 d°. m. o. w. p. 100 Sc. di Marche.
Palermo: 1 d°. p. 10 Tari m. o. w.
Rom: 134 d°. m. o. w. p. 100 Sc. Moneta.
Venedig: 111 d°. m. o. w. p. 100 Duc. di B°.

Das Uso ist allda bey den Briefen von Venedig 15, und bey den Briefen von Florenz 20 Tage, nach dato des Briefes. Die Respecttage sind 8.

Naumburg.

Hält Rechnung und wechselt wie Leipzig.

Noue im Genueser Gebiethe.

Wohin eine der Bisenzoner Messen verleget worden, hält Buch und Rechnung in Scudi di Marche, welche sich theilen in 20 Soldi zu 12 ℔. Dieser Scudo ist fingiret: Er wird aber gemeiniglich vor eine halbe Pistole gerechnet, mit 1 p. C. Unterscheid, also, daß 100 solche Scudi gleich 99 halbe Pistolen geachtet werden.

Die halbe Pistolen nennet man Scudi d'oro, und in diesen geschehen alle Zahlungen. Sonst andere Münzen sind allda wie in Genua.

Auf Wechsel wird daselbst gegeben nach

Bologna: 100 Scudi Marche p. 190 Sc. de 85 Bolognini m. o. w.
Bozen: 1 d°. p. 162 Xr. Giro m. o. w.
Cadix: 1 d°. p. 620 Marav. alte Münze m. o. w.
Florenz: 100 d°. p. 140 Sc. de 7½ Lire m. o. w.
Genua: 100 d°. p. 120 Sc. d'Argento m. o. w.
Lion: 100 d°. p. 313 Ecus de 60 Sols m. o. w.

Livorno: 100 d°. p. 196 Pezza d' otto reali m. o. w.
Madrit: 1 d°. p. 750 Marav. neue Münze m. o. w.
Milano: 1 d°. p. 182 Soldi imperiali m. o. w.
Napoli: 100 d°. p. 224 Duc. di Regno m. o. w.
Palermo: 1 d°. p. 43 Carlini m. o. w.
Rom: 100 d°. p. 111 Sc. di Stampa m. o. w.
Venedig: 100 d°. p. 204 Duc. di B°. m. o. w.

Nürnberg in Franken.

Hält Buch in fl. Xr. und ℛ, den fl. à 60 Xr., den Xr. à 4 ℛ berechnet; theils aber in fl. ß (oder Kayserge) und ℛ, den fl. à 20 ß. den ß à 12 ℛ berechnet.

Der Thl. ist fingiret und wird auf 90 Xr. oder 30 ß gerechnet.

Das B°. Geld, worinnen die Wechselzahlungen geschehen müssen, bestehet in lauter ganzen und halben Speciesthl. von 2 und 1 fl; und eben diese Sorten verstehet man durch Corrent. Die kleinen Münzsorten aber, als 1, 2, 2½, 3, 4, 5, 7½, 12 und 15 Xr. Stücke heißet man Münze, welche 2. p. C. m. o. w. schlechter als B°. oder Correntgeld.

1 L'd'or gilt 7 fl. 24 Xr. m. o. w. Cor. In Münze aber 7½ fl.
1 Ducaten gilt 4 fl. 10 Xr. Münze m. o. w.
1 XThl. gilt 1 fl. 56 Xr. Cor. m. o. w.
Sächsische und Brandenburgische ⅔ Stück gelten 2 p. C. m. o. w. besser als B°. oder Cor.

Allda wechselt und giebt man nach

Amsterdam: 136½ Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. B°.; oder 131 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. Hol. Cor.
Augspurg: 100 fl. Cor. m. o. w. p. 100 fl. Cor. in Augspurg.
Bozen: 100 fl. Cor. m. o. w. p. 100 fl. moneta Longa.

Breßlau,

Breßlau, Wien und **Prag** wie auch **Linz:** 99 ß Cor. m. o. w. p. 100 fl. Cassageld.

Frankfurt: 100 Thl. m. o. w. Cor. p. 100 Thl. Valuta d' Edict; oder 98 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. Münze.

Hamburg: 135 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. B°.

Lion und **Paris:** 76 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Ecus de 60 Sols.

Leipzig und **Naumburg:** 102 Thl. Cor. m. o. w. p. 100 Thl. Cor. in Leipzig; oder 100 Thl. Cor. m. o. w. in Leipzig in Lbl.

Venedig: 174 fl. Cor. m. o. w. p. 100 Duc. di B°.

Das Uso ist allda wie in Augspurg. Respecttage aber sind daselbst 6, die Sonn- und Feyertage mit gerechnet; außer den Briefen, so à Vista gestellet sind, welche binnen 24 Stunden bezahlet werden müssen.

Palermo und Meßina in Sicilien.

Hält Buch und Rechnung in Oncie, Tari, Grane und Piccoli.

1 Oncia (ist moneta imaginaria) hat 30 Tari oder 60 Carlini. 1 Tari hat 2 Carlini.

1 Carlino hat 10 Grani. 1 Grana hat 6 Piccoli.

1 Scudo Correnti hat 12 Tari, oder 24 Carlini.

1 Scudo- oder Ducato- di Cambio aber hat 13 Tari, oder 26 Carlini.

1 Florin hat 6 Tari, oder 12 Carlini.

1 Pistole gilt $42\frac{1}{2}$ Tari.

1 Ducaten $24\frac{1}{4}$ Tari.

1 Filippi di Milano gilt 12 Tari 7 Grane.

Man wechselt und giebt allda nach

Florenz: 30 Carlini m. o. w. p. 1 Scudo de $7\frac{1}{2}$ Lire.

Genua: 10 Tari m. o. w. p. 1 Scudo Marche de 4 Lire.
Lisabon: 12 Carlini m. o. w. p. 1 Crusado de 400 Rees.
Livorno: 11 Tari m. o. w. p. 1 Pezzo d' otto Reali.
Napoli: 10 Tari m. o. w. p. 1 Duc. di Regno di March.
Noue: 43 Carlini m. o. w. p. 1 Scudo di Marche.
Rom: 14 Tari m. o. w. p. 1 Scudo Moneta.
Venedig: 11 Tari m. o. w. p. 1 Duc. di B°.

Prag in Böhmen.

Hält Buch und Rechnung in fl. zu 60 Xr., den Xr. zu 4 ₰; und wechselt auf andere Plätze wie Wien.

Reval in Liefland.

Hält Buch und Rechnung wie Archangel und Petersburg; vor diesem aber in Schwedischen Witten, derer 4 gemeiniglich p. 5 Copeken berechnet werden.

Allda wechselt und giebt man nach

Amsterdam: 96 Copeken m. o. w. p. 1 Thl. Hol. Cor.

Auf andere Plätze wird daselbst nicht gewechselt. Daferne aber unterweilen ja nach Hamburg gewechselt wird, so giebt man 100 Cop. m. o. w. p. 1 Thl. B°.

Riga in Liefland.

Wie auch mehrentheils Churland, hält Buch und Rechnung in Albertsthl. und ß, oder in fl. und ß.
1 Thl. hat 3 fl. oder 90 ß, oder 15 ₰ Rigisch.
1 fl. hat 30 ß oder 5 ₰.

Diese Thl., fl. und ß aber müssen nicht Polnische oder Preußische (wie verschiedene Autores irriger Weise melden), sondern **Alberts** verstanden werden.
1 ₰ ist 6 ß Alberts.
Sonst sind allda noch viele Schwedische Münzen, als Carolinen, Witten ꝛc. gangbar.

1 Schiff

1 Schꝛ hat 20 Lꝛ. 1 Lꝛ 20 ß.

Auf Wechsel wird allda gegeben nach

Amsterdam: 100 Alb. Thl. p. 104 Thl. Hol. Cor. m. o. w.

Danzig und Königsberg: 1 Thl. d°. von 90 ℔ Alberts p. 116 ℔ Preußisch oder (§. 87) Pol. m. o. w.

Hamburg: 102 Thl. d°. m. o. w. p. 100 Thl. B°.

Rom.

Hält Buch und Rechnung in Scudi Moneta à 20 Soldi, und den Soldi à 12 ₰.

Sonst hat dieser Scudo 10 Giuly oder Paoli.

1 Giulio hat 10 Bajochi. 1 Bajocho hat 5 Quadrini oder 10 Mezzi Quadrini.

Im Wechseln bedienet man sich nebst dieser Scudi Moneta auch noch derer Scudi di Stampa d' oro (ist moneta imaginaria) welcher auf 15 Giuly, oder 150 Bajochi, oder 750 Quadrini, oder 1500 Mezzi Quadrini, mit 23 bis 25 Mezzi Quadrini Agio p. Scudo gerechnet wird: Und zwar, wenn man zu Rom wechselt, so empfängt der Trassent vor jeden Scudo di Stampa 1523 Mezzi Quadrini; wenn aber ein fremder Wechsel allda bezahlet wird, so empfängt der Innhaber des Briefes gemeiniglich 1525 Mezzi Quadrini p. jeden Scudo.

1 Spanische Pistole gilt 32½ Giuly m. o. w.

1 Ducaten gilt 18½ Giuly m. o. w.

1 Teston gilt 3 Giuly.

Die Wechsel werden allda gar oft in Pistolen gegen Pistolen geschlossen, und zwar nach den Italiänischen und Spanischen Plätzen, giebt man in Rom 100 m. o. w. p. 100. nach **Frankreich** aber, 103 Pistolen m. o. w. p. 100 Louisd'or.

Sonst wechselt und giebt man nach

Amsterdam: 38 Sc. Mon. m. o. w. p. 100 fl. Hol. B°.

Bologna:

Bologna: 1 Sc. d°. p. 98 Bolognini m. o. w.
Florenz: 74 Sc. di Stampa m. o. w. p. 100 Sc. de 7½ Lire.
Genua: 1 Sc. Moneta p. 110 Soldi de Genoua, m. o. w.
Lion: 36 Sc. d°. m. o. w. p. 100 Ecus de 60 Sols.
Lisabon: 1 Sc. di Stampa p. 1360 Rees m. o. w.
Livorno: 86 Sc. Moneta m. o. w. p. 100 Pezza d' otto.
Madrit: 1 Sc. d°. p. 670 Maravedis neue Münze m. o. w.
Milano: 71 Sc. d°. m. o. w. p. 100 Sc. imperiali.
Napoli: 100 Sc. Moneta p. 135 Duc. di Regno m. o. w.
Noue: 111 Sc. di Stampa m. o. w. p. 100 Sc. Marche.
Venedig: 53 Sc. d°. m. o. w. p. 100 Duc. di B°.

Das Uso ist fast wie in Genua. Respecttage aber sind allda nur 15.

Sevilien in Spanien.

Hält Buch und wechselt wie Cadix.

St. Gallen in der Schweiz.

Hält Buch und Rechnung in fl. Xr. und Heller Spec. oder Galler = Wechselwährung, den fl. à 60 Xr., den Xr. à 8 Heller berechnet.

Im Wechseln bedienet man sich derer Spec. oder Burgunder Thl., wie auch derer Louis blancs.
Den Spec. oder Burgunder Thl. rechnet man à 102 Xr. Spec.; den Lbl. aber à 105 Xr. Spec. Ueber dieses haben solche Thl. noch etwa ½ p. C. Lagio.

Sonst von den Schweizerischen ordinairen Landesmünzen, ist oben bey Basel schon erwehnet worden.

Nach Augspurg und sonst im Römischen Reiche wird mehrentheils in Louis blancs gegen Lbl. gewechselt, und zwar 100 m. o. w. p. 100.

Sonst wechselt und giebt man allda nach

Amsterdam: 109 Xr. Sp. oder Gallerwechselwährung m. o. w. p. 1 Thl. B°.

Augspurg: 111 fl. Galler Girogeld m. o. w. p. 100 fl. Augspurger Giro.

Bozen: 114 fl. d°. m. o. w. p. 100 fl. Botzner Giro.

Frankfurt: 88 fl. d°. m. o. w. p. 100 fl. Münze.

Genf: 102 Xr. Spec. m. o. w. p. 1 Thl. Species.

Genua: 20 Xr. d°. m. o. w. p. 1 Lire.

Leipzig: 90 fl. d°. m. o. w. p. 100 fl. oder 66⅔ Thl. Cor.

Lion und Paris: 60 Xr. d°. m. o. w. p. 1 Ecu de 60 Sols.

Milano: 20 Xr. d°. m. o. w. p. 1 Lire Cor.

Nürnberg und Wien: 89 fl. d°. m. o. w. p. 100 fl. Cor.

Venedig: 157 d°. m. o. w. p. 100 Duc di B°.

Das Uso ist allda wie in Augspurg.

Stockholm in Schweden.

Hält Buch und Rechnung in Thl. und Oer Silber-Münze, theils auch in Kupfermünze.

1 Thl. Silbergeld hat 3 Kupferthl. oder 4 ℔ oder 32 Oer Silbergeld.

1 Kupferthl. hat gleichfalls 4 ℔ oder 32 Oer Kupfer-Geld.

1 Oer, oder Rontstück hat 2 halbe Oer, oder 4 Oerlein.

Diese 5 Oer Stücke von welchen oben bey Lübeck gemeldet worden; gelten itzo 6 Oer Silber-Münze; also, daß ein daselbst (bey Lübeck) gedachter Thl. von 12 solcher Stücken, anitzo in Schweden 72 Oer oder 9 ℔ Silbermünze, oder 27 ℔ Kupfermünze ausmachet. Jedoch wenn man vor das Silbergeld wirklich Kupferplatten nimmt, so genießet jenes etwa 5 p. C. Lagio.

Allda wechselt und giebt man nach

Amsterdam: 35 ℔ Kupfermünze m. o. w. p. 1 Thl. Cor.
Hamburg: 36 ℔ d°. m. o. w. p. 1 Thl. B°.
Londen: 35 Thl. Kupfermünze m. o. w. p. 1 L. Sterl.

Turin in Savoyen.

Hält Buch und Rechnung in Lire, Soldi und ℔, so sich in 20 und 12 theilen; theils aber in Scudi à 60 Soldi, oder 3 Lire.

1 Species- oder Burgunderthl. gilt 82 Soldi.
1 Ducaten gilt 8 Lire 15 Soldi m. o. w.
1 Spanische Pistole gilt 16 Lire m. o. w.

Allda wechselt und giebt man nach

Amsterdam: 37 Soldi m. o. w. p. 1 fl. de 20 Stüb. B°.
Augspurg und Wien: 45 Soldi m. o. w. p. 1 fl. Cor.
Genf: 85 Soldi m. o. w. p. 1 Thl. Spec. in Genf.
Genua: 133 Soldi m. o. w. p. 1 Sc. d'argento.
Lion und Paris: 51 Soldi m. o. w. p. 1 Ecu de 60 Sols.
Livorno: 82 Soldi m. o. w. p. 1 Pez. d'otto.
Londen: 19 Lire m. o. w. p. 1 L. Sterl.
Milano: 98. Dieses ist also zu verstehen: Es wird 1 Turiner Sol. allezeit gleich 1½ Milaneser Sol. Cor. gerechnet; und hierauf genießet der Remittent noch 2 p. C. nämlich in 100 m. o. w.
Venedig: 78 Soldi m. o. w. p. 1 Duc. di B°.

Venedig in Italien.

Hält Buch und Rechnung in Ducati di B°., theils aber in Ducati Correnti, wie auch theils in Lire.

1 Duc. di B°. (so nur fingirt ist) wird getheilet in 24 Grossi oder Grossetti, und der Grossetto in 12 Denari. Sonst wird sowol dieser als auch der Duc. Correnti auf 6⅓ Lire, oder 124 Soldi gerechnet.

1 Lire

1 Lire hat 20 Soldi. 1 Soldi 12 ₰.
100 Duc. di B°. machen unveränderlich 120 Duc. Cor. Dieses Correntgeld hat Gegenmünze, (das ist gemein Geld, worinnen die Waaren erhandelt und bezahlet werden, und Piccoli genannt wird) wiederum 21 p. C. m. o. w. Agio, welcher der Sopra Agio heißet.
1 Ongari oder # gilt 20 Lire 5 Soldi m. o. w. gemein Cor. oder Piccoli. Jedoch ist das Gold um 2 p. C. m. o. w. besser als das gemeine Cor. Also, wenn der Sop. Agio z. E. 21 p. C. ist, so giebt man im Golde nur etwa 19 p. C.
1 Pistole gilt 36 L. gemein Cor. m. o. w.

Allda wechselt und giebt man nach

Amsterdam: 1 Duc. di B°. p. 86 ß Vls. B°. m. o. w.
Antwerpen: 1 d°. p. 88 ß Vls. m. o. w.
Augspurg: 100 d°. p. 92 Thl. Giro m. o. w.
Bisenzona oder Noue: 204 d°. m. o. w. p. 100 Scudi di Marche.
Bologna: 132 Soldi B°. m. o. w. p. 1 Sc. de 85 Bolognini.
Botzen: 146 d°. m. o. w. p. 1 Thl. Giro à 93 Xr. Wechselgeld.
Florenz: 100 Duc. di B°. p. 73 Sc. de 7½ Lire m. o. w.
Genua: 106 Soldi B°. m. o. w. p. 1 Sc. Marche de 4 Lir.
Hamburg: 1 Duc. di B°. p. 84 ß Vls. B°. m. o. w.
Lion: 65 d°. m. o. w. p. 100 Ecus.
Livorno: 100 d°. p. 96. Pezze d'otto m. o. w.
London: 1 d°. p. 50 ß Sterl. m. o. w.
Milano: 162 Soldi B°. m. o. w. p. 1. Sc. imper. de 117 Soldi.
Napoli: 100 Duc. di B°. p. 111 Duc. di Regno.
Rom: 100 d°. p. 54 Sc. di Stampa m. o. w.
Wien: 100 d°. p. 178 fl. Cor. m. o. w.

Das

Das Uso ist allda bey den Briefen von
Londen: 3 Monate nach dato des Briefes.
Amsterdam, Antwerpen und Hamburg 2 Monate nach dato des Briefes.
Bergamo und Milano 20 Tage nach dato des Briefes.
Augspurg, Frankfurt, Genua, Napoli, Nürnberg, St. Gallen und Wien 15 Tage nach der Acceptation.
Ancona und Rom 10 Tage nach der Acceptation.
Bologna, Florenz und Livorno 5 Tage nach der Acceptation.

Respecttage sind in Venedig 6, die Sonn- und Feyertage ausgeschlossen.

Girirte Wechselbriefe werden allda, wie in Botzen, nicht angenommen.

Wien in Oesterreich.

Hält Buch und Rechnung in Gulden, Kreuzer und Pfennig.

1 fl. hat 60 Xr., oder 20 Kayserge.
1 Kayserge hat 3 Xr. oder 12 ₰.
1 Kreuzer hat 4 ₰.
1 Thl. (so fingirt) hat 1½ fl. oder 30 Kayserge oder 90 Xr.
1 Kayserl. gemünzter 15 Xr. gilt 17 Xr.
1 Kayserl. gemünzter 6 Xr. gilt 7 Xr.
1 Ducaten Spec. gilt 4 fl. 9 Xr. m. o. w.
1 Duplon gilt 7 fl. 24 Xr. m. o. w.

In Wechselzahlungen bedienet man sich allda der ganzen, halben und viertel Spec. Thl., wie auch der obgedachten Kayserl. 17er und 6 Xr. Stücke.

Allda giebt man auf Wechsel nach
Amsterdam: 138 Thl. m. o. w. p. 100 Thl. B°.
Augspurg, Nürnberg, Breßlau, Prag, Grätz, Linz: 100 fl. m. o. w. p. 100 fl. Cor.

Botzen:

Bozen: 100 fl. m. o. w. p. 100 fl. Moneta longa.
Frankfurt: 99 fl. m. o. w. p. 100 fl. Münze.
Hamburg: 136 Thl. m. o. w. p. 100 Thl. B°.
Leipzig und Naumburg: 101 Thl. m. o. w. p. 100 Thl. Cor.
Lion: 75 Thl. m. o. w. p. 100 Ecus de 60 Sols.
Milano: 1. fl. p. 68 Soldi Cor. m. o. w.
Venedig: 116 Thl. m. o. w. p. 100 Duc. di B°.

Das Uso ist allda wie sonst in Deutschland. Respect-tage sind allhier nur 3.

Von der Europäischen Gewichts- und Ellenvergleichung.

§. 1140.

Da ich in dem vorhergehenden die Europäischen Münzen und derselben Vergleichung beschrieben, so will hiernächst auch **von den Vergleichungen der Gewichte und Ellenmaaße** der vornehmsten Plätze in Europa melden.

§. 1141. Es ist oben (§. 981) schon erwehnet, daß die Vergleichung der Gewichte und Maaße darinnen den Vorzug vor der Vergleichung der Münzen nach den Coursen hat, indem diese sehr variable, jene aber beständig ist, oder doch eine lange Zeit bleibet. Allein es hat jene Vergleichung

wiederum hierinnen einen weit größern Vorzug vor dieser, theil bey jener eine Vergleichung aus der andern durch Rechnen hergeleitet werden kann, welches aber bey dieser sich nicht allemal so genau verrichten läßt. Denn weil die meisten Gewichte und Maaße incommensurabiles, folglich ihre Vergleichungen nicht ganz accurat sind, so läßt sich ferner eine Vergleichung aus der andern nicht wohl durch Rechnen so genau schließen. Weil aber von dieser Materie in meinem ausgegebenen **Licht und Recht der Kaufmannschaft**, im 3ten Theile, bereits weitläuftig gehandelt worden, so war ich anfangs zwar gesinnet, es dabey bewenden zu lassen: Jedoch da ich in Erfahrung gebracht, daß **E. E. Hochweiser Rath** allhier dem Commercio zum besten die Gewichte der vornehmsten Europäischen Plätze, mit nicht geringer Mühe und Kosten sich in Natura angeschaffet, deren Menge ich nirgends so beysammen noch angetroffen; und **Dieser** auf mein gehorsamstes Ersuchen eine Untersuchung solcher Gewichte anzustellen, mir gütigst permittiret; als habe diese Untersuchung nicht nur mit möglichstem Fleiße wirklich verrichtet, sondern auch die gefundene Vergleichung auf abermalige Erlaubniß **E. Edlen Hochw. Raths** dem Publico zum Nutzen meinem gegenwärtigen Buche einverleibet.

§. 1142. Ich habe demnach die Vergleichung der Pfunde also, wie dieselben wirklich am Gewichte befunden, allhier vorstellig machen wollen. Nämlich 1 Leipz. ℔ hat hieselbst 32 Loth; 1 Loth 4 Qu.; 1 Qu. 4 ₰; zu diesem habe ich jeden ₰ noch in 15 Grän abgetheilet.

Jedes ℔ der hiernächst specificirten Städte aber wiegt nach dem vorhin gemeldten Leipz. Gewichte, an ℔, Loth, Qu., ₰ und Gr. so viel, als allemal darneben angezeiget wird. Als

1 ℔

1 ℔ in Amsterdam wiegt nach dem Leipziger Gewichte

	1 ℔	1 Loth	3 Qu.	1 ℛ	10 Gr.
Antwerpen	1 =	— =	— =	2 =	— =
Archangel	— =	27 =	3 =	3 =	— =
Achen	1 =	— =	— =	2 =	— =
Augspurg g. Gew.	1 =	1 =	2 =	3 =	3 =
d°. kl. Gew.	1 =	— =	1 =	2 =	6 =
Bologna	— =	24 =	3 =	1 =	3 =
Botzen	1 =	2 =	1 =	1 =	6 =
Brüssel	1 =	— =	— =	2 =	— =
Breßlau	— =	27 =	3 =	— =	7 =
Braunschweig	1 =	— =	— =	— =	— =
Berlin	1 =	— =	— =	1 =	2 =
Bremen	1 =	1 =	3 =	— =	— =
Bautzen	— =	29 =	2 =	3 =	5 =
Bourdeaux	1 =	1 =	2 =	3 =	— =
Constantinopel	2 =	22 =	3 =	3 =	— =
Cracau	— =	27 =	3 =	— =	— =
Cadix	— =	31 =	2 =	— =	— =
Cölln am Rhein	1 =	— =	— =	— =	— =
Coppenhagen	1 =	— =	— =	2 =	6 =
Danzig	— =	29 =	3 =	1 =	8 =
Florenz	— =	23 =	1 =	— =	1 =
Frankf. am M.	1 =	— =	— =	— =	3 =
Genua	— =	21 =	2 =	3 =	3 =
Genf	1 =	5 =	3 =	1 =	— =
Hamburg	1 =	1 =	1 =	— =	— =
Königsb. alt Gew.	— =	26 =	— =	1 =	— =
d°. neu Gew.	1 =	— =	— =	1 =	— =
Londen	— =	30 =	3 =	3 =	9 =
Lissabon	— =	31 =	1 =	3 =	7 =
Livorno	— =	23 =	1 =	1 =	10 =
Lucca	— =	22 =	3 =	1 =	13 =

1 ℔ in Lion wiegt nach dem Leipziger Gewichte

	℔	Loth	Qu.	ℌ	Gr.
	—	28	2	3	—
Lübeck	1	1	—	2	—
Lüneburg	1	1	1	1	5
Lindau	—	31	1	3	10
Malaga	—	31	2	—	—
Marseille	—	28	1	1	8
München	1	6	1	3	—
Memmingen	1	3	—	1	7
Magdeburg	1	—	—	1	—
Neapolis	—	29	—	1	8
Nürnberg	1	2	3	3	—
Paris	1	1	2	1	10
Petersburg	—	28	—	—	÷3
Prag	1	3	—	3	5
Rom	—	23	1	—	1
Riga	—	28	2	2	8
Regenspurg	1	6	1	3	—
St. Gallen gr. Gew.	1	8	—	1	—
d°. kl. Gew.	—	31	3	2	—
Straßburg	1	—	1	1	—
Schafhausen	—	31	2	—	—
Salzburg	1	6	1	2	—
Ulm	1	—	—	2	—
Venedig groß Gew.	1	—	2	3	—
d°. klein Gew.	—	20	2	2	9
Verona groß Gew.	1	2	—	1	5
d°. klein Gew.	—	22	2	3	3
Wien	1	6	2	—	—
Warschauer kl. G.	—	25	3	2	5
Zürch	1	4	—	3	8
Zittau	1	—	—	1	—

§. 1143. Aus diesem Grunde kann ein jeder ferner den Unterscheid des Gewichtes seines und eines beliebigen andern Ortes, wenn es verlanget wird p. C. sowol auf als in 100 finden. Z. E. Ihr wollet die Vergleichung zwischen dem Hamburger und Danziger Gewichte p. C. suchen, so sehet in voriger Beschreibung nach, wie viel das ℔ dieser beyden Orte in Leipzig ausmachet, so findet ihr das Hamb. ℔ auf 1 ℔ 1 Loth 1 Qu.; und das Danz. auf 29 Loth 3 Qu. 1 ₰ 8 Gr., folglich daß das Hamb. ℔ um so viel schwerer denn das Danziger sey, als 1 ℔ 1 Loth 1 Qu. mehr ist denn 29 Loth. 3 Qu. 1 ₰ 8 Gr.

Demnach setzet nach der Regel Detri:

Hamburger Danziger Hamburger
29 Loth 1 Qu. 1 ₰ 8 Gr. geben 33 Loth 1 Qu., was 100 Loth?
kommt zum Facit $111\frac{1}{4}$ Danziger Loth in C^{a}. oder so einerley (§. 1005 wovon auch hernach §. 1168 gemeldet wird) 100 Hamb. ℔ geben $111\frac{1}{4}$ Danz. ℔.

Wollte man aber den Unterscheid in 100 haben, nämlich wie viel 100 Danz. ℔ in Hamb. rendiren, so setzet:

Danziger Hamburger Danziger
33 Loth 1 Qu. geben 29 Loth 1 Qu. 1 ₰ 8 Gr. was 100 Loth?
kommet zum Facit $89\frac{3}{4}$ Hamb. Loth in C^{a}. oder 100 Danz. ℔ geben $89\frac{3}{4}$ Hamb. ℔.

Auf gleiche Weise könnet ihr die Vergleichung der Gewichte anderer Städte finden.

§. 1144. Diese vorige Vergleichung, welche aus den Gewichten in Natura selbsten genommen ist, hat ohnstreitig ihre Richtigkeit. Daß aber selbige bey den von einem Orte nach dem andern überbrachten Waaren nicht allemal so genau eintrifft, darf sich niemand befremden lassen, allermaßen eines theils die Waaren nicht allezeit gleich, sondern öfters mit Uebergewichte und öfters auch etwas genauer ge-

wogen, anderntheils, auf dem Wege bisweilen naß, feucht und schwever, oder trocken und leichter werden; woher es auch kommt, daß solche bey Lieferung einmal nicht so genau wie das anderemal kommen.

§. 1145. Bey dieser Gelegenheit habe nicht unterlassen wollen, auch von der Vergleichung der Ellenmaaße allhier Meldung zu thun. Jedoch da ich zu der in meinem vorhin (§. 1141) erwehnten **Licht und Recht der Kaufmannschaft** bereits angegebenen Vergleichung nichts hinzu zu thun habe, und diese obgleich nicht aus den Ellenmaaßen in Natura selbsten, jedennoch aus der Usanz der Kaufmannschaft genommen ist; als will dieselben ohne Veränderung allhier vorstellig machen. Nämlich

Brabander	= = =	Ellen 100
wornach man in Amsterdam die meisten Waaren bey Quantitäten kaufet (§. 1139) werden gemeiniglich gleich geachtet in		
Antwerpen ganz **Braband** und **Spanisch Niederland**	=	mit Ellen 100¾
außer in **Brüssel**	= =	mit Ellen 100
Archangel und ganz **Rußland**	=	mit Arsinen 96
Bergamo in Italien	= =	mit Brazen 105¼
Bergen in Norwegen	=	mit Ellen 110
Bern in der Schweiz	= =	mit Ellen 120
Bologna bey wollenen Stoffen	=	mit Brazen 108¾
bey seidenen Stoffen	=	mit Brazen 116
Bozen in Tyrol	= =	mit Ellen 87½
Bremen	= = =	mit Ellen 120
Breßlau	= = =	mit Ellen 125
Cadix in Spanien	= =	mit Varras 81
Cölln am Rhein	= =	mit Ellen 120
Coppenhagen in Dännemark	=	mit Ellen 89

Erfurt

Erfurt in Thüringen = = mit Ellen 164
Florenz bey wollenen Stoffen = mit Palmen 234
bey seidenen Stoffen = mit Palmen 238 1/4
Dererselben Palmen 8 auf 1 Canne und 2 auf 1 Braze gerechnet werden.
Frankfurt am Mayn = mit Ellen 120
Wiewol allda die Französischen Waaren nach der Pariser, und die Holländischen Waaren nach der Brabander Elle meistens verkaufet werden.
Genf in der Schweiz = = mit Ellen 60
Genua in Italien = = mit Palmen 275
Dererselben Palmen bey wollenen Stoffen 10, und bey linnen 9 auf 1 Canne, aber 2 1/3 auf 1 Braze gerechnet werden.
Hamburg = = mit Ellen 120
Königsberg nach der Preußischen alten Elle = = = mit Ellen 120
Leipzig = = = mit Ellen 120
Lion in Frankreich = = mit Ellen 58 1/2
Lisabon in Portugal = = mit Barros 61
aber mit Cavidos 100
Livorno wie Florenz
Londen in Engeland = = mit Gärden 75
Lübeck = = = mit Ellen 120
Lucca bey wollenen Stoffen = mit Brazen 114
bey seidenen Stoffen = mit Brazen 119
Marsilien in Frankreich = mit Cannen 34 1/4
Milano bey wollenen Stoffen = mit Brazen 102
bey seidenen Stoffen = mit Brazen 128 1/2
Napoli = = = mit Palmen 261 3/4
Dererselben Palmen 8 auf 1 Canne gerechnet werden.

Naumburg = = mit Ellen 120
Nürnberg = = = mit Ellen 96
Oßnabrück in Westphalen = mit Ellen 57
Palermo in Sicilien = = mit Palmen 266 3/4
Dererselben Palmen 8 auf 1 Canne gerechnet werden.
Paris in Frankreich = = mit Ellen 58
Revel in Liefland = = = mit Ellen 78
Riga in Liefland = = = mit Ellen 77
Rom in Italien = = mit Palmen 374 1/2
Dererselben Palmen 8 auf 1 Canne, und 3 1/2 auf 1 Braze gerechnet werden.
Rouan in Frankreich = mit Ellen 58
Doch bey Leinwand rechnet man allda 120 Ellen nur vor 100, weil gemeiniglich auf jede Elle ein Daumen breit zugegeben wird.
St. Gallen bey wollen = mit Ellen 112
bey linnen = = mit Ellen 86
Stockholm in Schweden = = mit Ellen 117
Straßburg in Elsaß = = mit Ellen 135 1/2
Venedig bey wollenen Stoffen = mit Ellen 97
bey seidenen Stoffen = mit Ellen 103
Wien = = = mit Ellen 90

Ende des dritten Theils.

Der
Demonstrativen
Rechenkunst,
oder
Wissenschaft
gründlich und kurz zu rechnen,
Vierter Theil.

Die Geschichte
von
Hannchen Heidedorn

Fortsetzung der Besondern Rechenkunst.

§. 1146.

Nachdem ich in dem vorhergehenden 3ten Theile die Wechselrechnung zur Genüge abgehandelt, auch in der Einleitung daselbst, von der besondern und zwar kaufmännischen Rechenkunst das benöthigte schon gemeldet habe; so will allhier in gegenwärtigem Theile sofort zur Sache schreiten, und sowol von den noch übrigen kaufmännischen als auch verschiedenen mathematischen und curieusen Rechnungen handeln.

Von gemeiner Intereſſerechnung.

§. 1147.

Was Intereſſe oder Zins heiße, ſolches iſt oben (§. 994 und 995) zu erſehen: Uebrigens werden durch die **Intereſſerechnung** allerhand Rechnungsarten verſtanden, welche von einer Intereſſe handeln.

§. 1148. Jedoch weil es zweyerley Art Intereſſerechnung giebt, als 1. wenn man die Intereſſen eines Capitals, das etliche Jahre ausſtehet, durch alle Jahre immerfort nur von dem anfangs ausgeliehenen Capital; 2. aber wenn man jährlich den Zins zum Capital ſchläget, und auf ſolchen Zins in den nachfolgenden Jahren wiederum Intereſſe rechnet: So benennet man zum Unterſcheid, die 1ſte Art **gemeiner Intereſſerechnung**, und die andere (von welcher hernach insbeſondere gehandelt werden ſoll) **Intereſſe auf Intereſſerechnung.**

§. 1149. Die Intereſſe iſt, gleichwie das Capital ſelbſt, allererſt nach der verfloſſenen bedungenen Zeit fällig. Z. E. Einer entlehnet von dem andern 100 fl. à 5 p. C. p. Anno, ſo iſt er die 5 fl. Zins eben ſowol, als die 100 fl. Capital, allererſt nach dem Jahre zu zahlen ſchuldig.

Beweis.

Vermöge der Definition (§. 994) giebt der Debitor die Intereſſe wegen der Zeit, in welcher er das empfangene Capital gebrauchen und zu ſeinem Nutzen anwenden kann. Als beym gemeldten Exempel giebt er die 5 fl. des Nutzens wegen, den er von den empfangenen 100 fl. auf

1 Jahr

1 Jahr genießet. Wenn nun der Creditor die Intereſſe 5 fl. anfangs gleich abnehmen oder inne behalten wolte, ſo würde der Debitor nur den Nutzen von 95 fl. Capital haben können, und alſo von dieſem Nutzen 5 fl. Intereſſe geben, da der Accord ſolcher 5 fl. doch wegen des Nutzens von 100 fl. iſt. Dahero müſſen dem Debitori die völligen 100 fl. Capital die ganze Zeit hindurch zu ſeinem Nutzen gelaſſen werden; anderergeſtalt wird er von dem Creditore dem Accord zuwieder übervortheilet.

§. 1150. Jedoch wenn der Creditor beym Accord ſich voraus bedungen, daß er die abgeredete Intereſſe p. C., wie im gedachten Exempel die 5, anfangs abnehmen will, alsdenn ſtehet ſolches ihm frey zu thun. Denn da es ihm erlaubet iſt, die Intereſſe p.C. auch wohl auf mehr als 5 zu bedingen, ſo iſt es ihm ja auch erlaubt, ſolchergeſtalt mit dem Debitore zu accordiren, daß dieſer entweder 5 p. C. und die Intereſſe voraus, oder $5\frac{5}{95}$ p.C. und die Intereſſe allererſt nach der Verfallzeit zahlen ſoll. Dieſe beyden Wege aber ſind der Rechnung nach, wie ihr bald weiter (§. 1169 N°. 5) ſehen werdet, einerley.

§. 1151. Ich rede demnach allhier von den Fällen, welche de facto geſchehen, das iſt, in ſo weit es in eigenem Willkühr ſtehet, die Intereſſe p. C. auf mehr oder weniger zu accordiren, nicht aber von ſolchen Fällen, wo de iure geredet wird, nach welchen die Intereſſe p. C. ihre gewiſſe Schranken hat. Als nach dem Sächſiſchen Rechte wird nicht mehr als 5 p. C. zu nehmen erlaubt, ſo muß ſolche Intereſſe auch allererſt nach der Verfall-Zeit prätendiret werden (§. 1149).

§. 1152. Vornehmlich hat man bey der Intereſſerechnung 4erley Umſtände zu beobachten, als

1. die Größe des ausgeliehenen Capitals.

2. die Größe der bedungenen Intereſſe p. C., das iſt, die Verhältniß der Intereſſe von 100 Capital, zu 100. (Ich rede allhier nach dem gemeinen Gebrauch, da die Intereſſe gemeiniglich auf 100 Capital bedungen wird. Wenn ſolche aber ja auf jeden Thl. oder ſonſt eine andere Größe Capitals veraccordiret worden, ſo hat man auch an ſtatt der Verhältniß p. C. auf dieſe veraccordirte Verhältniß zu ſehen).

3. die Größe der Zeit, als ſo lange das Capital auf Intereſſe ausgeſtanden, wenn die gedachte Intereſſe p. C. nach einer gewiſſen Zeit, als gewöhnlichermaßen p. Anno, oder p. Monat bedungen worden.

4. die Größe des Zinſes von dem ganzen Capital oder auch der ganzen Zeit.

§. 1153. Bey den nächſt gemeldeten 4erley Umſtänden kommen hauptſächlich und ordentlicher Weiſe 24 unterſchiedene Rechnungsfragen vor, welche alle entweder nach der Regel Detri, oder Regel Quinque, und zwar bey beyden entweder nach der ordentlichen oder umgekehrten, ſolviret werden können. Indeſſen, weil hiervon oben ſchon bey der Regel Detri im §. 341, bey der Regel Detri inverſa im §. 911 N°. 3, 4 und 5, bey der Regel Quinque im §. 916. 918, und bey der Regel Quinque inverſa im §. 930, 931 und 935 N°. 3, 4, nicht allein Exempel, ſondern auch die Gründe ihrer Auflöſungen, zur Genüge gegeben worden; ſo will allhier die erwehnten 24 Fragen in folgender Aufgabe alle zuſammenfaſſen, und dieſelbe zu deſto mehrerer Erklärung nur durch leichte Exempel, nebſt ihren Aufſätzen, nach gemeldten Regeln, wie auch ihren Antworten (denn die Ausrechnungen ſind in den vorigen Theilen zur Genüge ſchon angewieſen) ordentlich vorſtellig machen.

Die 152. Aufgabe.

§. 1154. **Die 24 unterſchiedenen Rechnungsfragen, welche bey der gemeinen Intereſſerechnung vorkommen, ordentlich herzuſtellen, und nach den gedachten Regeln (§. 1153) zu ſolviren.**

Ich

Ich will allhier lieber sofort zu den Exempeln schreiten.

N°. 1. Wenn man von 300 fl. Capital 18 fl. Interesse bekommet; wie viel ist demnach die Interesse von 650 fl. Capital?

Dieses stehet nach der Regel Detri (§. 339 N°. 1) also:

300 fl. Cap. = 18 fl. Zins = 650 fl. Cap. ? Fac. 39 fl. Zins.

N°. 2. Vorhergehendes Exempel zurück. Wenn man von 300 fl. Capital 18 fl. Zins bekommet; wie groß muß demnach das Capital seyn, um 39 fl. Zins zu empfangen?

Nach der Regel Detri (ibid.) N°. 2) also:

18 fl. Zins = 300 fl. Cap. = 39 fl. Zins ? Fac. 650 fl. Cap.

Nota. Diese 2 Exempel sind in solchem Falle zu verstehen, wenn beyde Capitalien nach gleicher Interesse p. C., auch gleiche Zeit ausgestanden.

N°. 3. Wenn man von einem gewissen Capital in 8 Jahren 312 fl. Zins bekommt; wie viel ist der Zins dieses Capitals in 3 Jahren?

Nach der Regel Detri (ibid. N°. 3) also:

8 Jahre = 312 fl. Zins = 3 Jahre? Fac. 117 fl. Zins.

N°. 4. Voriges Exempel zurück: Wenn man in 8 Jahren 312 fl. Zins bekommt; wie lange muß dasselbe Capital ausstehen, um 117 fl. Zins zu bekommen?

Nach der Regel Detri (ibid. N°. 4) also:

312 fl. Zins = 8 Jahr = 117 fl. Zins? Fac. 3 Jahre.

Nota. Diese 2 Exempel hat man in solchem Falle zu verstehen, wenn beyde Capitalien gleich groß sind, auch nach gleicher Interesse p. C. ausstehen.

N°. 5. Wenn von einem Capital 6 p. C. bedungen

worden, ſo erlanget man 39 fl. Zins; wie viel wird demnach der Zins ſolches Capitals ſeyn müſſen, wenn man nur 5 p. C. giebt?

Nach der Regel Detri alſo:

6 p. C. = 39 fl. = 5 p. C.? Fac. 32½ fl. Zins.

N°. 6. Vorhergehendes Exempel zurück: Wenn man bey 6 p. C., 39 fl. Zins hebet; wie viel muß demnach die Intereſſe p. C. ſeyn, ſo man mit eben demſelben Capital nur 32½ fl. Zins erlangen ſoll?

Nach der Regel Detri alſo:

39 fl. Zins = p. C. = 32½ fl. Zins? Fac. 5 p. C.

Nota. Dieſe 2 Exempel ſind in ſolchem Falle zu verſtehen, wenn beyde Capitalien gleich groß, auch gleiche Zeit ausgeſtanden.

N°. 7. Wenn 650 fl. Capital 8 Jahre ausſtehen muß, um einen gewiſſen Zins zu heben; wie lange müſſen demnach 1000 fl. ausſtehen, um eben ſo viel Zins zu erlangen?

Dieſes ſtehet (vermöge des gegebenen Grundes im §. 911 N°. 3) nach der Regel Detri inverſa alſo:

1000 fl. Cap. = 8 Jahre = 650 fl. Cap.? Fac. 5⅕ Jahre.

N°. 8. Voriges Exempel zurück: Wie viel Capital wird zu einer Zeit von 5⅕ Jahren erfordert, wenn es eben ſo viel Zins bringen ſoll, als das Capital 650 fl. in 8 Jahren?

Nach der Regel Detri inverſa (ibid. N°. 4) alſo:

5⅕ Jahre = 650 fl. Cap. = 8 Jahre? Fac. 1000 fl. Cap.

Nota. Dieſe 2 Exempel hat man in ſolchem Falle zu verſtehen, wenn ſowol die Zinſen beyder Capitalien, als auch die Intereſſen p. C. einander gleich ſind.

N°. 9.

N°. 9. Wenn 1000 fl. Capital eben ſo viel Zins bringet, als 650 fl. zu 6 p. C.; auf wie viel p.C. müſſen die 1000 fl. ausgeliehen ſeyn?

Nach der Regel Detri inverſa alſo:

1000 fl. Cap. = 6 p. C. = 650 fl. Cap.? Fac. $3\frac{1}{13}$ p.C.

N°. 10. Vorhergehendes Exempel zurück: Wenn 650 fl. Capital à 6 p.C. eben ſo viel Zins bringet, wie ein ander Capital zu $3\frac{1}{13}$ p.C.; wie groß muß dieſes Capital ſeyn?

Nach der Regel Detri inverſa alſo:

$3\frac{1}{13}$ p.C. = 650 fl. Cap. = 6 p. C.? Fac. 1000 fl. Cap.

Nota. Dieſe 2 Exempel hat man in ſolchem Falle zu verſtehen, wenn ſowol die Zinſen beyder Capitalien, als auch die Zeit von denſelben einander gleich ſind.

N°. 11. Wenn ein Capital zu 6 p.C. p. Anno in 8 Jahren eben ſo viel Zins bringet, als eben dieſes Capital zu 5 p.C. p. Anno; wie lange muß ſolches Capital ausſtehen?

Nach der Regel Detri inverſa (§. 911 N°. 5) alſo:

5 p.C. = 8 Jahre = 6 p.C.? Fac. $9\frac{3}{5}$ Jahre.

N°. 12. Voriges Exempel zurück: Wenn man in $9\frac{3}{5}$ Jahren eben ſo viel Zins bekommet, wie zu 6 p. C. p. Anno in 8 Jahren; wie viel muß bey jener Zeit die Intereſſe p.C. p. Anno ſeyn?

Nach der Regel Detri inverſa alſo:

$9\frac{3}{5}$ Jahre = 6 p. C. = 8 Jahre? Fac. 5 p. C.

Nota. Dieſe 2 Exempel ſind in ſolchem Falle zu verſtehen, wenn ſowol die Capitalien, als auch ihre Zinſen einander gleich ſind.

N°. 13. Wenn 650 fl. Capital in 8 Jahren, 312 fl. Zins bringen, wie viel Zins geben 1000 fl. in 3 Jahren?

Dieses stehet nach der Regel Quinque (§. 918) also:

fl. Cap. 650 — fl. Zins 312 — 1000 fl. Cap.
Jahre 8 — 3 Jahre

Fac. 180 fl. Zins.

N°. 14. Voriges Exempel zurück: Wenn man von 650 fl. Capital nach 8 Jahren 312 fl. Zins bekommt; wie lange Zeit müssen 1000 fl. Capital ausstehen, um 180 fl. Zins zu erlangen?

Dieses stehet (vermöge des gegebenen Grundes im §. 931) nach der Regel Quinque inversa also:

fl. Cap. 1000 — Jahre — 650 fl. Cap.
fl. Zins 312 — 8 — 180 fl. Zins

Fac. 3 Jahre.

N°. 15. Voriges Exempel noch auf eine Art zurück: Wenn man von 650 fl. Capital nach 8 Jahren 312 fl. Zins bekommt, wie groß muß demnach das Capital seyn, welches in 3 Jahren 180 fl. Zins trägt?

Nach der Regel Quinque inversa also:

fl. Zins 312 — fl. Cap. — 180 fl. Zins
Jahre 3 — 650 — 8 Jahre?

Fac. 1000 fl. Cap.

Nota. Diese 3 Exempel sind in solchem Falle zu verstehen, wenn beyde Capitalien nach gleicher Interesse p. C. p. Anno bedungen worden.

N°. 16. Wenn 650 fl. Capital à 6 p. C. p. Anno in 8 Jahren, eben so viel Zins tragen, als 1000 fl. zu 5 p. C. p. Anno in einer andern Zeit; wie groß muß solche Zeit seyn?

Nach der Regel Quinque inversa (§. 935. N°. 3) also:

fl. Cap.

fl. Cap. 1000 — Jahre — 650 fl. Cap.
p. C. 5 — 8 — 6 p. C.

Fac. $6\frac{6}{25}$ Jahre.

N°. 17. Vorhergehendes Exempel zurück: Wenn 650 fl. Capital à 6 p. C. p. Anno in 8 Jahren eben ſo viel Zins bringen, als ein ander Capital à 5 p. C. p. Anno in $6\frac{6}{25}$ Jahren; wie groß muß dieſes Capital ſeyn?

Nach der Regel Quinque inverſa (ibid. N°. 4) alſo:

p. C. 5 — fl. Cap. 650 — 6 p. C.
Jahre $6\frac{6}{25}$ — 8 Jahre

Fac. 1000 fl. Cap.

N°. 18. Voriges Exempel auf eine andere Art, umgekehrt: Wenn 650 fl. Capital à 6 p. C. p. Anno in 8 Jahren eben ſo viel Zins geben, als 1000 fl. Capital in $6\frac{6}{25}$ Jahren, zu einer andern Intereſſe p. C.; wie viel muß demnach ſolche Intereſſe p. C. ſeyn?

Nach der Regel Quinque inverſa alſo:

fl. Cap. 1000 — p. C. — 650 fl. Cap.
Jahre $6\frac{6}{25}$ — 6 — 8 Jahre

Fac. 5 p. C.

Nota. Dieſe 3 Exempel hat man in ſolchem Falle zu verſtehen, wenn die Zinſen beyder Capitalien einander gleich ſind.

N°. 19. Wenn man mit 650 fl. Capital à 6 p. C. p. Anno nach gewiſſer Zeit 312 fl. Zins bekommt; wie groß muß das Capital ſeyn, das in eben ſolcher Zeit, aber nur à 5 p. C. p. Anno, 400 fl. Zins träget?

Nach der Regel Quinque inverſa alſo:

fl. Zins

fl. Zins 312 p. C. 5 > fl. Cap. 650 < 400 fl. Zins 6 p. C.

Fac. 1000 fl. Cap.

N°. 20. Vorhergehendes Exempel zurück: Wenn man mit 650 fl. Capital à 6 p. C. p. Anno in einer gewiſſen Zeit 312 fl. Zins bekommt; wie viel iſt demnach der Zins von 1000 fl. Capital à 5 p. C. p. Anno eben in ſolcher Zeit?

Nach der Regel Quinque alſo:

fl. Cap. 650 p. C. 6 > fl. Zins 312 < 1000 fl. Cap. 5 p. C.

Fac. 400 fl. Zins.

N°. 21. Voriges Exempel auf eine andere Art umgewandt: Wenn 650 fl. Capital à 6 p. C. p. Anno in einer gewiſſen Zeit 312 fl. Zins trägt; zu wie viel p. C. p. Anno müſſen 1000 fl. Capital ausſtehen, wenn ſie eben in ſolcher Zeit 400 fl. Zins tragen ſollen?

Nach der Regel Quinque inverſa alſo:

fl. Cap. 1000 fl. Zins 312 > p. C. 6 < 650 fl. Cap. 400 fl. Zins

Fac. 5 p. C.

Nota. Dieſe 3 Exempel ſind in ſolchem Falle zu verſtehen, wenn beyde Capitalien gleiche Zeit ausſtehen.

N°. 22. Wenn man mit einem gewiſſen Capital à 6 p. C. p. Anno Intereſſe, in Zeit von 8 Jahren, 312 fl. Zins hebet; wie viel iſt demnach der Zins ſolches Capitals, wenn es à 5 p. C. p. Anno 6 Jahre ausſtehet?

Nach der Regel Quinque alſo:

p. C.

p. C. 6 Jahre 8 | fl. Zins 312 | 5 p. C. 6 Jahre

Fac. 195 fl. Zins.

N°. 23. Vorhergehendes Exempel zurück: Wenn man mit einem gewiſſen Capital à 6 p. C. p. Anno in Zeit von 8 Jahren, 312 fl. Zins bekommt; wie lange muß demnach ſolches Capital ausſtehen, wenn es à 5 p. C. p. Anno 195 fl. Zins bringen ſoll?

Nach der Regel Quinque inverſa alſo:

p. C. 5 fl. Zins 312 | Jahr 8 | 6 p. C. 195 fl. Zins

Fac. 6 Jahre.

N°. 24. Voriges Exempel auf eine andere Art umgewendet: Wenn man mit einem gewiſſen Capital à 6 p. C. p. Anno in Zeit von 8 Jahren 312 fl. Zins bekommet; zu wie viel p. C. p. Anno muß ſolches Capital ausgegeben werden, wenn es in 6 Jahren 195 fl. Zins tragen ſoll?

Nach der Regel Quinque inverſa alſo:

fl. Zins 312 Jahre 6 | p. C. 6 | 195 fl. Zins 8 Jahre

Fac. 5 p. C.

Nota. Dieſe 3 Exempel ſind in ſolchem Falle zu verſtehen, wenn beyde Capitalien gleich groß ſind.

Demnach habt ihr allhier die 24 unterſchiedenen Fragen, welche hauptſächlich bey der Intereſſerechnung vorkommen, nebſt ihren Aufſätzen zu der Solution, ordentlich hergeſtellet.

§. 1155.

§. 1155. Ich ſage aber mit Fleiß **unterſchiedene Fragen**, weil man ſonſt jedes Exempel der Regel Detri nicht nur einmal, und jedes Exempel der Regel Quinque nicht nur 2mal, wie bey vorigen Exempeln geſchehen, ſondern jene 3mal (§. 377), und dieſe 5mal (§. 936) umkehren kann: Allein alle ſolche übrige Umwendungen machen nur den bloßen Zahlen nach eine Veränderung, keinesweges aber andere Fragen, als die ich vorhin gemeldet habe.

§. 1156. Um dieſes noch deutlicher vor Augen zu legen, ſo will ich dasjenige, was im vorhergehenden (§. 1152. 1153 und 1154) von dieſer Fragenanzahl gedacht worden, allhier mit wenigem wiederholen, und in eins beyſammen herſtellen. Die 4 Umſtände ſind: 1. Das Capital, 2. die Intereſſe p. C., 3. die Zeit, und 4. der ſämtliche Zins.

Läſſet man nun den Umſtand der p. C. und Zeit hinweg, und ſiehet nur auf den Umſtand des Capitals und Zinſes, ſo hat man bey demſelben nicht mehr als 2 unterſchiedene Fragen, nämlich eine nach dem Zinſe, wenn das Capital bekannt gegeben wird (wie vorhin §. 1154 in N°. 1), und eine nach dem Capital, wenn der Zins bekannt gegeben wird (wie vorhin ibid. N°. 2). Auf ſolche Art hat man daſelbſt, in

N°. 3 u. 4, auf den Umſtand der Zeit und des Zinſes;
N°. 5 u. 6, auf = = der p. C. und des Zinſes;
N°. 7 u. 8, auf = = des Capitals u. der Zeit;
N°. 9 u. 10, auf = = des Capitals u. der p. C.;
N°. 11 u. 12, auf = = der Zeit und der p. C.,

immerfort 2 unterſchiedene, das iſt zuſammen 12 Fragen, in welchen allemal 2 Umſtände hinweg gelaſſen werden, und nur auf die übrigen 2 geſehen wird. Dahero

ſind

sind auch ihre Auflösungen nach der bloßen Regel Detri, und zwar der ordentlichen, oder umgekehrten, zu verrichten.

Lässet man aber nur einen Umstand, als z. E. der p. C. p. Anno hinweg, und siehet auf die übrigen 3 Umstände, als des Capitals, Zinses und der Zeit, so hat man bey solchen 3 unterschiedenen Fragen, nämlich eine nach dem Zinse, wenn das Capital und die Zeit bekannt gegeben (wie in N°. 13), eine nach der Zeit, wenn das Capital und der Zins bekannt gegeben (wie N°. 14), und eine nach dem Capital, wenn die Zeit und der Zins bekannt gegeben (wie N°. 15). Auf solche Weise hat man, in

N°. 16, 17 u. 18, auf den Umstand des Capitals, der p. C. p. Anno und Zeit:

N°. 19, 20 u. 21, auf - - des Capitals, Zinses u. der p. C. p. Anno;

N°. 22, 23 u. 24, auf - - des Zinses, der Zeit und p. C. p. Anno,

immerfort 3 unterschiedene, das ist zusammen abermal 12 Fragen, in welchen immer 1 Umstand hinweg gelassen, und auf die übrigen 3 gesehen wird. Derowegen geschehen auch ihre Auflösungen durch die Regel Quinque und zwar die ordentliche, oder inversam. Hieraus siehet man klar, daß bey Hinweglassung eines Umstandes, 12, und bey Hinweglassung zweyer Umstände ebenfalls 12 unterschiedene Fragen, das ist zusammen, wie gemeldet, 24 Fragen vorkommen können. Da nun bey Hinweglassung dreyer Umstände keine Rechnungsfrage zu formiren ist, so bleibet auch klar, daß es in der Interesserechnung hauptsächlich und ordentlicher Weise nur die gemeldete 24 unterschiedene Fragen geben kann, deren

Auf-

Aufsätze zu der Solution ich im vorhergehenden angezeiget.

§. 1157. Ich habe mich beflissen dieses (§. 1156) insonderheit deswegen deutlich vor Augen zu legen, damit der begierige Liebhaber der Rechenkunst die Mühe ersparen möge, die ich, ehe es in solche Ordnung gebracht habe, selbsten erfahren müssen. Allermassen ich versichern kann, daß ich bey Concipirung gegenwärtiger Interesserechnung nicht wenig Rechenbücher nachgeschlagen, um Mittel zu finden, wie so viele verschiedene Rechnungsfragen ordentlich in Aufgaben vorzutragen wären: Allein ich fand in allen die Exempel solcher vielerley Art der Fragen immer ohne Ordnung zerstreuet unter einander; noch weniger konnte ich in denselben die Anzahl finden, wie vielerley Art der Fragen hauptsächlich sich ereignen können: Dahero legte ich lieber alle solche Bücher aus den Händen, und suchte vor allen Dingen selbsten auf die Weise, wie aus dem vorigen zu ersehen, die Anzahl der verschiedenen Fragen, die hierinnen vorkommen können. Und nachdem ich dieselbe gefunden, war mir ferner die ganze Abhandlung um so viel leichter in einer bequemen Ordnung gehörigermaßen vorzustellen.

§. 1158. Jedoch habe ich vorhin darum gesaget, daß es **hauptsächlich und ordentlicher Weise** nur 24 unterschiedene Fragen gäbe, weil gar wohl noch vielerley Art, ja auch künstliche und curieuse Fragen proponiret werden können; allein es gründen sich dieselben vornehmlich auf eine oder etliche der vorigen 24 Fragen.

§. 1159. Indessen da ich nun die Auflösungen der 24 Rechnungsfragen, wie dieselben durch die Regel Detri oder Quinque, als welche Regeln oben schon gründlich abgehandelt worden, anzustellen, überhaupt gezeiget; als will in dem folgenden noch diejenigen Fragen, welche zum Theil in den 24 vorhergehenden schon enthalten, aber wegen ihres besondern Nutzens und öfteren Vorkommen in der Praxi, eine umständlichere Beschreibung meritiren; zum Theil auch aus dem vorigen zusammen gesetzet sind, in besonderen Aufgaben abhandeln und alles dasjenige, was bey ihnen vornemlich zu beobachten ist, mit mehrerem ausführen. Nur habe allhier über die vorigen noch einige nützliche Anmerkungen machen wollen, wie folget.

§. 1160.

§. 1160. In den vorher §. 1154 durch augenscheinliche Exempel, und im §. 1156 überhaupt erklärten 24 Fragen hat man insonderheit bey den ersten 12 Fragen wahrzunehmen, daß die erstern 6 derselben, durch die ordentliche, und die andern 6, als N°. 7 bis 12, durch die umgekehrte Regel Detri aufgelöset worden; diese aber deswegen durch die Regel Detri inversam, weil in gedachter N°. 7 u. 8, das Cap. und die Zeit; desgleichen in N°. 9 u. 10, das Cap. u. die Inter. p. C.; wie auch in N°. 11 u. 12, die Zeit und die Inter. p. C. (wenn bey jedem Falle die übrigen 2 Umstände einander gleich) allemal wiederkehrlich einander proportioniret sind; wie hiervon oben (§. 905 N°. 2) in etwas schon erwehnet worden.

§. 1161. Dahero gilt in diesen dreyen Fällen alles dasjenige, das oben §. 918 in dem ersten Beweise (welchen man mit Fleiß nachzuschlagen beliebe) gemeldet worden; also, daß z. E.

N°. 1. ein Capital von 300 fl. in 4 Jahren, mit einem Capital von 4 mal 300, das ist von 1200 fl. in 1 Jahr (wenn die Interesse p.C., gleich groß ist);

N°. 2. ein Capital von 300 fl. à 6 p.C., mit einem Capital von 6 mal 300 fl. das ist von 1800 fl. à 1 p.C. (wenn die Zeit gleich groß ist);

N°. 3. eine Zeit von 2 Jahren à 6 p.C. p. Anno, mit einer Zeit von 6 mal 2 Jahren, das ist von 12 Jahren, à 1 p.C. p. Anno (wenn das Capital gleich groß ist) immerfort gleiche Zinsen bringen muß.

§. 1162. Jedoch ist die Rede allhier nur von der Größe des Zinses überhaupt. Es ist aber dieserhalben keinesweges zu schließen, daß solche Fälle, bey denen, wie vorhin erwehnet, der Zins überhaupt gleich groß ist, da-

rum auch den Contrahenten einerley ſeyn müſſen. Denn obgleich (z. E.) der Zins von 300 fl. à 6 p. C., gleich iſt dem Zinſe von 1800 fl. à 1 p.C.; ſo iſt doch, in Erwegung der Größe der Capitalien, der erſte Fall dem Creditori vortheilhaftiger, als der andere, weil er bey jenem mit 300 fl. eben ſo viel Zins erlanget, als bey dieſem mit 1800 fl: Alſo auch obgleich (z. E.) der Zins eines Capitals von 2 Jahren à 6 p. C. p. Anno, gleich iſt dem Zinſe ſolches Capitals von 12 Jahren à 1 p.C. p. Anno: ſo iſt doch, in Erwegung der Zeit, der erſte Fall dem Creditori profitabler, als der andere, weil er bey jenem ſchon nach 2 Jahren eben ſo viel Zins bekommet, als bey dieſem allererſt nach 12 Jahren. Eben dieſe Raiſon hat es umgekehrt bey dem Debitore.

Die 153. Aufgabe.

§. 1163. Aus der bekannt gegebenen Intereſſe p. C., 1. den Zins allein, oder auch 2. die völlige Zahlung an Capital und Zins, bey einem andern Capital, als 100 (wenn in der Zeit keine Veränderung iſt), zu finden.

I. Multipliciret das gegebene Capital, im erſten Falle mit der Intereſſe p.C.; in dem andern aber mit 100 zuſammt der Intereſſe auf 100.

II. Schneidet von dem kommenden Product 2 Ziffern zur Rechten ab, das iſt (§. 235), dividiret es in 100, ſo kommet, was verlanget wird.

Z. E. N°. 1. 650 fl. Capital à 6 p.C.; wie viel iſt bey ſolchem der ſämmtliche Zins? Alſo:

650

(6

Fac. fl. Zins 39|00

N°. 2.

N°. 2. Wenn aber die Frage iſt: Wie viel von 650 fl. Capital à 6 p. C., an Capital und Zins zu zahlen ſey? ſo kommt die Ausrechnung als folget:

650 (106
3900

Fac. Cap. u. Zins fl. 689|00

Beweis.

Es iſt dieſe Aufgabe inſonderheit nach dem erſten Falle, nichts anders als N°. 1 im §. 1154, und dahero müßte das allhier gegebene Exempel N°. 1 nach der Regel Detri alſo geſetzet werden: 100 fl. Cap. geben 6 fl. Zins, was 650 fl. Capital? Aus gleichem Grunde müßte man bey dem Exempel N°. 2 ſetzen: Aus 100 fl. Capital werden 106, was aus 650 fl. Capital? Indeſſen iſt bey gegenwärtiger Aufgabe das erſte Glied der Regel Detri allezeit 100, durch welches eben ſo leicht zu dividiren iſt, als wenn es nur 1 wäre (§. 235); dahero achtet man die Exempel dieſer Aufgabe nur als bloße Multiplicationsexempel (§. 361), und verrichtet die erforderliche Multiplication und den gedachten Abſchnitt, lieber ohne beſondern Aufſatz nach der Regel Detri.

§. 1164. Noch verſchiedene Exempel zur Uebung.

N°. 1. fl. 2379 à 4½ p. C., wie viel iſt der Zins? Alſo:

21411 (9
2)

Fac. fl. 107|05½
100

N°. 2. fl. 2379 à 4½ p. C. Wie viel beträgt es an Capital u. Zins? Alſo: 9516 (104½
1189½

Fac. fl. 2486|05½
100

N°. 3. fl. 4679 à $2\frac{3}{4}$ p. C., wie viel iſt der Zins? Alſo:

51469 (11
4)———
Fac. fl. 128|67 $\frac{1}{4}$
———(30
ℋ 20|17 $\frac{1}{2}$
145
℞ 3|———(18
15
100 |$\frac{3}{20}$

Iſt alſo das ganz genaue Facit 128 fl. 20 ℋ $3\frac{3}{20}$ ℞.

N°. 4. 6791 Thl. in Leipzig à $2\frac{2}{5}$ p. C., wie viel iſt der Zins? Alſo:

54328 (8
3)———
Fac. Thl. 181|09 $\frac{1}{3}$
———(24
ℋ = 2|24
———(12
℞ = 2|88
100 |$\frac{22}{25}$

Iſt alſo das genaue Facit 181 Thl. 2 Gℋ $2\frac{22}{25}$ ℞.

N°. 5. 4769 à $\frac{7}{8}$ p. C. wie viel iſt der Zins? Alſo:

8)÷ 596 $\frac{1}{8}$
———
Fac. 41|72 $\frac{7}{8}$
100

N°. 6. 7893 à 5 p. C. wie viel iſt der Betrag an Capital und Zins? Alſo:

39465 (105
———
Fac. 8287|65
100 |$\frac{13}{20}$

oder (wie §. 1019. N°. 37 ſchon gezeiget worden) addiret $\frac{1}{20}$ des Capitals zum Capital (weil 5 p. C. = $\frac{1}{20}$ aus 100). Alſo:

7893
20)+ 394 $\frac{13}{20}$
———
Fac. 8287 $\frac{13}{20}$, wie vorhin.

§. 1165. Wenn demnach die Intereſſe p. C. nur 1 iſt, ſo bedarf man auch keiner Multiplication (§. 264), ſondern nur ſofort 2 Ziffern von dem gegebenen Capital abſchneiden.

Z. E. 650 fl. Capital à 1 p. C., wie viel iſt der ſämtliche Zins? Allhier

Allhier ſchneidet ſofort von dem gegebenen Capital 650 fl. 2 Ziffern ab, ſo erlanget ihr das begehrte Facit $6\frac{50}{100}$ oder $6\frac{1}{2}$ fl. Zins.

Jedoch wenn die Frage nach dem Capital und Zinſe iſt, da müſſen die 650 fl. Capital mit 101 multipliciret werden (§. 1163). Alſo:

650
650

Fac. Cap. u. Zins fl. 656|50/100 | 1/2

§. 1166. Gleichergeſtalt iſt zu verfahren, wenn die Berechnung nicht p. C., ſondern p. Mille iſt; nur allein, daß in dieſem Falle, weil der Diviſor, oder das erſte Glied nach der Regel Detri, 1000 iſt, 3 Ziffern zur Rechten abgeſchnitten werden müſſen.

Z. E. 38756 fl. à 1 p. Mille zu berechnen. Alſo:

Fac. fl. 38|756 (30
℔ 22|680 | 17/25
1000 |

§. 1167. Es iſt überhaupt die Auflöſung der vorhergehenden Aufgabe (§. 1163) ganz gleich der Lagiorechnung in Wechſeln, wovon inſonderheit §. 1019. N°. 25 und 27 gehandelt worden; allerwaßen dasjenige, was man bey ausgeliehenen Capitalien durch Intereſſe oder Zins verſtehet, beym Wechſelhandel durch Lagio verſtanden (§. 994. und 995) wird.

§. 1168. Dahero gilt allhier eben dasjenige, das oben (§. 1005) ſchon gemeldet worden, alſo daß man die angegebene Intereſſe p. C., unter einen beliebigen Namen ſetzen kann. Z. E. Wenn man ſaget, die Intereſſe ſey 6 p. C., ſo könnet ihr dadurch verſtehen, daß von 100 fl. 6 fl., von 100 ℔ 6 ℔, von 100 ℞ 6 ℞ Intereſſe gegeben werden; und hat man nur zu beobachten, daß beyde Glieder dieſer Verhältniß, nämlich ſowol die 100, als auch ihre Intereſſe, gleiche Namen haben.

§. 1169. Wenn man aus einem bekannt gegebenen Capital nebſt ſeinem Zins, die Intereſſe p.C. ſuchen will, ſo iſt ſolches nur der Rückweg von der vorhergehenden Aufgabe, und zwar ein ſolcher Rückweg, welcher nur den Zahlen nach verändert iſt, aber keine andere Frage, als N°. 1 im §. 1154, ausmachet (§. 1155); wie aus folgenden Exempeln zu erſehen.

N°. 1. Von 650 fl. Capital ſind 39 fl. Zins gehoben worden: wie viel iſt die Intereſſe p.C. geweſen? Alſo:

650 fl. Cap. = 39 fl. Zins = 100 fl. Cap? Fac. 6 p.C.

N°. 2. Will man aber 100 zuſammt der Intereſſe auf 100 ſofort zum Facit haben, ſo addiret die 39 fl. Zins zu dem Capital 650 fl, kommen 689 fl. und ſetzet:

650 fl. Cap. = 689 fl. Cap. und Zins = 100 fl. Cap.
Fac. 106 fl.

N°. 3. Alſo auch, wenn man bekannt gegeben, daß vor ein Capital von 650 fl. 689 fl. bezahlet worden, und dahero zu wiſſen verlanget, wie viel demnach vor 100 fl. zu zahlen ſey? ſo ſetzet, wie vorhin (N°. 2):

650 fl. = 689 fl. = 100 fl? Fac. 106 fl.

N°. 4. Hingegen wenn man bey dieſer Bekanntgebung (N°. 3) die Intereſſe p.C. allein zum Facit haben will, ſo ſubtrahiret die 650 fl. Capital von den 689 fl. Capital und Zins, reſtiren 39 fl. Zins, folglich ſetzet, wie vorhin N°. 1):

650 fl. = 39 fl. = 100 fl? Fac. 6 p.C.

N°. 5. Wenn man von 95 fl. Capital, 5 fl. Zins; oder vor 95 fl. Capital, 100 fl. Capital und Zins bezahlet: Wie viel iſt die Intereſſe p.C.? Alſo:

fl. Cap.

fl. Cap. 95 = fl. Zins 5 .. = fl. Cap. 100

Fac. fl. Zins 5 1 5/9 — Reſt 25

Cap. 95 = Cap. u. Zins 100 .. = Cap. 100

Fac. 105 1 5/9 — 5 ..

Cap. und Zins — 25

Nota. Dieſes iſt das Exempel von welchem oben (§. 1150) gemeldet worden.

§. 1170. Zu der Frage N°. 2 aber (§. 1154), gehören folgende Exempel, welche ich zur Uebung vorzuſtellen dienlich erachtet.

N°. 1. Von einem Capital à 6 p. C. ſind 39 fl. Zins gegeben worden; wie groß iſt ſolches Capital geweſen? Alſo:

6 fl. Zins = 100 fl. Cap. = 39 fl. Zins? Fac. 650 fl. Cap.

N°. 2. Vor ein Capital zu 6 p. C. ſind 689 fl. bezahlet worden; wie groß iſt ſolches Capital geweſen? Alſo:

106 fl. Cap. u. Zins = 100 fl. Cap. = 689 fl. Cap. u. Zins

Fac. 650 fl. Cap.

Die 154. Aufgabe.

§. 1171. Aus der bekannt gegebenen Zeit und Intereſſe p. C., die Intereſſe p. C. von einer gegebenen andern Zeit; oder auch die Zeit zu einer gegebenen andern Intereſſe p. C. (wenn die Capitalien gleich groß ſind) zu finden.

Die Frage des erſten Falles, iſt gleich N°. 3 §. 1154, und des andern, N°. 4. (ibid.); welche Fragen allhier nur umſtändlicher, und wie ſie in der Praxi meiſtentheils vor-

kommen pflegen, ausgeführet werden sollen (§. 1159). Z. E. Von dem ersten Falle:

N°. 1. Wenn man des Jahrs 6 p.C. giebt, wie viel p.C. kommen auf 8 Jahr? Also:

1 Jahr = 6 p.C. = 8 Jahr

Fac. 48 p.C.

Nota. Ich habe aber oben (§. 1019 und sonderlich §. 361) schon erinnert, daß dergleichen Rechnungen von mir nur deswegen, um den Grund ihrer Ausrechnungen anzuzeigen, nach der Regel Detri aufgesetzet werden; sonst ist solcher Aufsatz weder nöthig noch nützlich: Vielmehr kann man insonderheit bey solchen kleinen Rechnungen, als gegenwärtiges und die meisten nachfolgenden Exempel sind, das Facit auch wohl aus dem Kopfe sofort hersagen.

N°. 2. Wenn man des Jahrs 6 p.C. giebt, wie viel p.C. kommen auf 1 Monat? Also:

(1 Jahr =) 12 Monat = 6 p.C. = 1 Monat

Fac. $\frac{6}{12}$ oder $\frac{1}{2}$ p.C.

N°. 3. Voriges Exempel zurück: Wenn man des Monats $\frac{1}{2}$ p.C. giebt, wie viel p.C. machet es des Jahrs? Also:

1 Monat = $\frac{1}{2}$ p.C. = 12 Monat (= 1 Jahr)

Fac. 6 p.C.

Nota. Wenn demnach bey den Kaufleuten wegen der Zeit gebräuchlich ist $\frac{1}{2}$ p.C. p. Monat vor Interesse zu berechnen (§. 1066), so beträgt solches aufs Jahr 6 p.C.

N°. 4. In Hamburg werden gewisse Waaren allererst nach 7, und gewisse erst nach 13 Monaten bezahlet. Wenn aber der Käufer baar zahlen will, so genießet er bey jenen $4\frac{2}{3}$, und bey diesen $8\frac{2}{3}$ p.C.; wie viel machet solches p.C. p. Anno? Also:

7 Monat

7 Monat = $4\frac{2}{3}$ p. C. = 12 Monat

Fac. 8 p. C. 56

Oder: 13 Monat = $8\frac{2}{3}$ p. C. = 12 Monat

Fac. wie vorhin 8 p. C. 104

N°. 5. Wenn man des Jahrs 8 p. C. giebt, wie viel iſt es p. C. p. Monat? Alſo:

12 Monat = 8 p. C. = 1 Monat

Fac. $\frac{8}{12}$ oder $\frac{2}{3}$ p. C.

N°. 6. In Amſterdam werden theils Waaren nach 15, theils nach 18, 21, 30, und 33 Monat allererſt bezahlet. Wenn aber der Käufer baar bezahlen will, genießet er 8 p. C. p. Anno. Die Frage iſt: Wie viel es demnach p. C. von den gedachten Zeiten machet?

Dieſes könnte man zwar eben wie vorhin berechnen, und nach der Regel Detri ſetzen:

12 Monat = 8 p. C., was Monat 15?
was = 18?
was = 21?
was = 30?
was = 33?

Allein ihr könnet ſolches weit kürzer berechnen, wenn ihr nur, nach voriger N°. 5 ſuchet, wie viel es p. C. auf 1 Monat machet, und ſo ihr die $\frac{2}{3}$ p. C. p. Monat gefunden, ſo laſſen ſich ferner die verlangten 5 Facite ſofort hinſchreiben, nämlich

15mal $\frac{2}{3}$, oder (§. 396) $\frac{2}{3}$ aus 15, iſt 10 p. C.
$\frac{2}{3}$ aus 18, iſt 12 p. C.
$\frac{2}{3}$ aus 21, iſt 14 p. C.
$\frac{2}{3}$ aus 30, iſt 20 p. C.
$\frac{2}{3}$ aus 33, iſt 22 p. C.

N°. 7. Es heißt aber bey dem gedachten Gebrauch in Amſterdam (vorhin N°. 6) dieſes eine baare Zahlung, wenn der Käufer nach 6 Wochen bezahlet. Im Falle er aber gleich beym Kaufe zahlen will, ſo genießet er noch etwas p. C. vor prompte Zahlung. Da nun 8 p. C. p. Anno gerechnet wird, ſo fragt ſich, wie viel es p. C. auf 6 Wochen machet? Alſo:

12 Monat = 8 p. C. = 1½ Monat (= 6 Wochen)

Fac. 1 p. C. 12

So viel genießet der Käufer wegen gemeldter prompten Zahlung.

Nota. Zwar wenn man das Jahr auf 52 Wochen (wie §. 87. N°. 10 gedacht) rechnet, käme allhier nur 1 2/3 p. C. zum Facit; allein es wird in der Praxi dieſes nicht ſo genau genommen, und rechnet man Bequemlichkeit halber lieber 6 Wochen vor 1½ Monat.

N°. 8. Die Exempel des gedachten andern Falles (in gegenwärtiger Aufgabe) ſind nur die Rückwege von den vorigen Exempeln. Als: Wenn man des Jahrs 6 p. C. giebt, und man begehret zu wiſſen, wie lange ein Capital demnach ausſtehen muß, wenn es 48 p. C. genießen ſoll: So kommt die Berechnung (gleich N°. 4 im §. 1154) als folget:

6 p. C. = 1 Jahr = 48 p. C.

Fac. 8 Jahr, wie vorhin in N°. 1.

N°. 9. Wenn man des Jahrs 8 p. C. genießet; wie viel wird demnach Zeit erfordert, um 4 2/7 p. C. zu genieſſen? Alſo:

8 p. C. = 1 Jahr = 4 2/7 p. C.

(3 (3

24 12 Mon. 14

(1/2 aus 24

Fac. 7 Monat, wie vorhin N°. 4.

§. 1172.

§. 1172. Nur iſt zu merken, daß bey dieſer 154ſten Aufgabe (§. 1171) in dem 1ſten Falle die Intereſſe allein, nicht aber, wie in vorhergehender 153ten Aufgabe (§. 1163), die völlige Zahlung an Capital und Intereſſe, aus einem einzigen Aufſatze der Regel Detri gefunden werden kann. Z. E. In der 153ſten Aufgabe kann man in dem Exempel N°. 1 ſetzen: 100 Cap. geben 6 Zins, was 650 Cap.? Oder in N°. 2: Aus 100 Cap. werden 106 an Cap. und Zins, was aus 650 Cap.? Hingegen kann bey der 154ſten Aufgabe nur (wie daſelbſt N°. 1 zu erſehen): 1 Jahr bringet 6 Zins, was 8 Jahre? nicht aber: Nach 1 Jahr erlanget man 106 an Cap. und Zins, was nach 8 Jahren? geſetzet werden. Die Urſache hiervon, wie auch der Modus procedendi ſelbſten, daferne die Antwort ja an Cap. und Zins verlanget wird, iſt oben (§. 352) bereits gemeldet worden.

Die 155. Aufgabe.

§. 1173. **Aus der bekannt gegebenen Intereſſe p. C. nebſt der Zeit 1. den Zins; oder auch 2. die völlige Zahlung an Capital und Zins, bey einem andern Capital, als 100, wie auch einer andern Zeit, zu finden.**

Dieſe Aufgabe iſt nach dem erſten Falle nichts anders, als N°. 13 im §. 1154, woſelbſt die Solution nach der Regel Quinque §. 918 geſchehen; und werden allhier nur dieſe 2 Punkte hinzugethan, daß 1. ſolche Auflöſung öfters leichter und kürzer durch 2malige Anwendung der Regel Detri (§. 916) zu verrichten ſey; 2. wenn ſie ja nach der Regel Quinque angeſtellet wird, daß in dem mittlern Gliede die Intereſſe allein, nicht aber die völlige Zahlung an Capital und Zins (wie §. 1163 in dem 2ten Falle zu thun angewieſen) kommen muß.

Die Urſache iſt leicht zu erachten, denn ſolchergeſtalt gründet ſich die Ausrechnung ſowol auf die Verhältniß

der

der Capitalien, als der Zeiten (§. 913), welche letztere aber nicht der völligen Zahlung an Capital und Intereſſe proportional iſt (§. 1172 und 352).

Ich will demnach nur einige Exempel vorſtellen, daraus man den Unterſcheid ſehen möge, in welchem Falle die Regel Quinque (§. 923), und in welchem die 2malige Anwendung der Regel Detri (§. 924) bequemer anzubringen ſey.

N°. 1. Wenn man mit 100 fl. des Jahrs $4\frac{1}{2}$ fl. Zins bekommt; wie viel iſt der Zins von 1986 fl. auf 3 Jahre $2\frac{1}{2}$ Monat? Alſo:

fl. 100 — fl. Zins $4\frac{1}{2}$ — 1986 fl.

Jahr 1 — $3\frac{5}{4}$ Jahr

100 — 6371 $\frac{3}{4}$

57345 $\frac{3}{4}$

2) 57345 $\frac{3}{4}$

Fac. fl. 286 | 72 $\frac{7}{8}$ | 583 $\frac{3}{800}$

100

4	$\frac{1}{6}$	5958
1	$\frac{1}{4}$	331
		$82\frac{3}{4}$
5		

(9

Allhier ſind die $2\frac{1}{2}$ Monat in Theile eines Jahres reduciret (§. 420), folglich die 1986 mit $3\frac{5}{4}$ beyſeite (nach Anzeigung §. 770) multipliciret, übrigens, wie oben bey der Regel Quinque gelehret, procediret worden.

Oder ihr könnet ſowol das 1 Jahr in A, als die 3 Jahr $2\frac{1}{2}$ Monat in C, zu lauter halben Monaten machen; ſo kommt die Berechnung, als folget:

fl. 100 — fl. Zins $4\frac{1}{2}$ — 1986 fl. — 331

4. halbe Monat 24 — 9 — 77 halbe Monat

400 — 25487 — 2317

800 — 229383 (9

Fac. fl. 286 | $72\frac{7}{8}$ wie vorhin.

N°. 2.

N°. 2. Wenn man vor 100 fl. Capital nach 1 Jahr 106 fl. bekommt; wie viel ſind demnach vor 1986 fl. nach 3 Jahren $2\frac{1}{2}$ Monat zu bekommen?

Allhier könnet ihr nicht ſetzen

fl. 100 — fl. Cap. u. Zins 106 — 1986 fl.

Jahr 1 — $3\frac{5}{24}$ Jahre

Derowegen berechnet erſtlich die Intereſſe allein, wie vorhin N°. 1 geſchehen, alsdenn addiret das kommende Facit $286\frac{58}{800}$ zu dem Capital 1986, ſo kommt die verlangte völlige Zahlung an Capit. u. Intereſſe $2272\frac{58}{800}$ fl.

N°. 3. Wenn man von 100 fl. des Jahrs 6 fl. giebt; wie viel iſt der Zins, oder auch die völlige Zahlung an Capital und Zins, von 2681 fl. auf 8 Jahr 4 Monat?

Saget im Kopfe nach Anzeigung §. 1171 N°. 1 und 2: 6 p. C. p. Anno geben auf 8 Jahr, 8mal 6; und auf 4 Monat, 2, das iſt zuſammen 50 p. C. Ferner berechnet das Capital 2681 fl. à 50 p. C. nach Anweiſung §. 1163; und könnet ihr auf ſolche Weiſe entweder nach N°. 1 (ibid.) den Zins allein, oder auch nach N°. 2 (ibid.) die völlige Zahlung an Capital und Zins auf einmal hervor bringen. Als:

2681 (50

Fac. fl. Zins 1340|50|$\frac{1}{2}$
100|

Oder: 2681 mit 150

134050

Fac. Capital und Zins fl. 4021|50|$\frac{1}{2}$
100|

Dieſer Proceß iſt eigentlich die 2malige Anwendung der Regel Detri (§. 916): Allein weil ein Aufſatz von denſelben, als hier:

1 Jahr = 6 p. C. = was 8 Jahr 4 Monat?

leicht aus dem Kopfe berechnet werden kann, (wie §. 1171

bey

bey N°. 1 ſchon angemerket) ſo iſt dieſer Weg weit kürzer und bequemer, als die Ausrechnung allererſt nach der Regel Quinque anzuſtellen, inſonderheit, wenn man die völlige Zahlung an Capital und Zins verlanget, welche nach dieſer Regel (wie vorhin N°. 2 ſchon gezeiget) nicht ſofort auf einmal heraus gebracht werden kann. Demnach bleibet man nur in ſolchen Fällen gerne bey der Regel Quinque, wenn die Zahlen ſo ungeſchickt ſind, daß ſie auf ſolche Art, wie in gegenwärtigem Exempel gezeiget, ſich nicht ſo leicht im Kopfe berechnen laſſen. Und eben hierauf zielet dasjenige, was ich oben §. 924 erinnert habe.

N°. 4. Wie viel iſt der Zins von 4687 fl. auf 7 Jahr $5\frac{1}{2}$ Monat; wenn man jährlich 8 p. C. rechnet?

Weil 8 p. C. des Jahrs, wie ſolches bey den Kaufleuten bekannt, und oben (§. 1171 N°. 5) zu erſehen iſt, auf jeden Monat $\frac{2}{3}$, folglich auf $\frac{1}{2}$ Monat $\frac{1}{3}$ p. C. geben, ſo könnet ihr gar leicht aus dem Kopfe rechnen, daß demnach auf 7 Jahr $5\frac{1}{2}$ Monat, 7 mal 8, auch 5 mal $\frac{2}{3}$, und noch darzu $\frac{1}{3}$; das iſt zuſammen $56 + 3\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = 59\frac{2}{3}$ p. C. gebühren. Derowegen berechnet ferner das Capital 4687 fl. à $59\frac{2}{3}$ p. C. als folget:

4687 mit $59\frac{2}{3}$

281220

3)÷ 1562 $\frac{1}{3}$ (60 ÷ $\frac{1}{3}$ (§. 726)

Fac. fl. Zins 2796 | 57 $\frac{2}{3}$ |

100 | $\frac{173}{300}$

Nota. Obgleich die Frage allhier nur nach dem Zinſe allein iſt, ſo iſt doch dieſe Ausrechnung weit compendiöſer, als wenn es nach der Regel Quinque berechnet werden ſollte.

Die

Die 156. Aufgabe.

§. 1174. Aus der bekannt gegebenen Intereſſe p. C. nebſt der Zeit, den ſämmtlichen Zins von vielen unterſchiedenen Capitalien, wenn bey ihnen ſowol die gedachte Intereſſe p.C., als auch die Zeiten gleich groß ſind, kurz zu finden.

Weil der Umſtand der Intereſſe p. C., wie auch der Umſtand der Zeiten bey den gegebenen Capitalien gleich groß ſind, ſo addiret dieſe zuſammen, und ſuchet den Zins von der Summe auf einmal, nach Anzeigung §. 1163.

Z.E. Man verlanget den ſämmtlichen Zins eines Jahres von fl. 650, 740, 839 und 1400 zu wiſſen, wenn 6 p. C. p. Anno gegeben werden. Alſo:

650
740
839
1400

3629 à 6 p. C.

Fac. 217|74 der ſämmtliche Zins.
100

Beweis.

Nach der 153. Aufgabe (ibid.) müßte jedes Capital als eine beſondere Frage berechnet, und die kommenden Facite addiret werden. Es iſt aber inſonderheit aus §. 850 im 2ten Beweiſe klar, weil alle dieſe Fragen ſich nur auf die einzige Verhältniß der gegebenen Intereſſe p. C. (wie z. E. der Intereſſe 6 p. C.) gründen, daß es einerley bringet, ob man jede Frage insbeſondere berechnet

und

und ihre Facite addiret, oder aber alle Fragen addiret und die Summe auf einmal nach der gegebenen Verhältniß berechnet. Derowegen erwählet man lieber diesen kürzern Weg.

Die 157. Aufgabe.

§. 1175. Aus der bekannt gegebenen Intereſſe p. C. nebſt der Zeit, den ſämmtlichen Zins zu vielen Capitalien, wenn bey ihnen zwar die gedachte Intereſſe p. C. gleich groß, jedoch aber ihre Zeiten ſowohl, als die Capitalien unterſchieden ſind, kurz zu finden.

Der Unterſcheid zwiſchen dieſer, und der vorigen Aufgabe (§. 1174) beſtehet darinnen, das in ſolcher vorigen, ſowohl der Umſtand der Intereſſe p.C., als der Umſtand der Zeit einerley iſt, da allhier nebſt den Capitalien auch die Zeiten unterſchieden ſind. Demnach müßte man bey dieſer, nach Anzeigung §. 1173 oder 1154 N°. 13, ſo vielmal die Regel Quinque anbringen, als Fragen gegeben werden. Damit aber die verlangte Antwort auf einmal hervorgebracht werden möge, ſo dienet hierzu folgende Regel:

I. Merket, daß die verſchiedenen Zeiten gleiche Namen haben; wo nicht ſo bringet ſie unter gleiche Namen. Alsdenn multipliciret ſowol die 100 bey welchen die Intereſſe gegeben iſt, als auch alle andere Capitalien, jedes mit ſeiner Zeit.

II. Addiret die kommende Producte ſolcher andern Capitalien zuſammen.

III. Machet einen Aufſatz nach der Regel Detri (wie

N°. 1 im §. 1154 gezeiget), und zwar das erſte einzelne Product aus dem gemeldeten 100 ſetzet in das erſte Glied zur Linken; die gegebene Intereſſe p.C. in das 2te; und die vorhin gefundene Summe aller Producte der andern Capitalien in das 3te Glied (wiewol das geſuchte Facit öfters auch wol ohne beſondern Aufſatz, ſondern nur nach Anweiſung §. 1163, und wie hernach in N°. 1 geſchiehet, zu finden iſt). Hieraus ſuchet ferner das Facit, ſo iſt dieſes die begehrte Antwort.

Der Grund von dieſer Regel lieget hauptſächlich im vorigen §. 1161 N°. 1, inſonderheit aber in dem gegebenen erſten Beweiſe bey der Regel Quinque (§. 918). Denn wenn man jedes Capital mit ſeiner Zeit multiplicirt, ſo fällt der Umſtand der Zeit hinweg (ibid.) und bleibet nur noch eine ſolche Rechnungsfrage übrig, welche gleich iſt der nächſt vorigen Aufgabe (§. 1174). Ich will jedoch dieſe Regel dergeſtalt durch Exempel erklären, damit man ihren Grund zugleich daraus erſehen möge.

Z. E. N°. 1. Wenn man jährlich 6 p. C. Intereſſe giebt, wie viel iſt der ſämmtliche Zins von 200 fl. auf 3 Jahr, von 600 fl. auf 4 Jahr, von 800 fl. auf 5 Jahr, und von 1000 fl. auf 6 Jahr? alſo:

fl. 200	à 3 Jahr	geben	3 ×	200, d.i.	600 fl.	à 1 Jahr
600	à 4 =	ſo viel	4 ×	600, d.i.	2400 fl.	à 1 Jahr
800	à 5 =	Zins,	5 ×	800, d.i.	4000 fl.	à 1 Jahr
1000	à 6 =	als	6 ×	1000, d.i.	6000 fl.	à 1 Jahr

Demnach iſt der geſuchte Zins ſo viel, als 13000 fl. à 1 Jahr

Weil nun die gegebene Intereſſe p. C. gleichfalls auf 1 Jahr iſt, ſo hat es bey derſelben allhier keiner Multiplication vonnöthen, und käme demnach der Aufſatz wenn es nach der Regel Quinque geſetzt werden ſollte, alſo:

fl. Cap. 100 Jahr 1 > fl. Zins 6 < 13000 fl. Cap. 1 Jahr

Allein da solchergestalt die Zeit einerley, nämlich 1 Jahr ist, so fällt dieser Umstand weg (§. 918 im ersten Beweise), und bleibet nur noch ein Aufsatz der Regel Detri, als:

100 fl. Cap. = 6 fl. Zins = 13000 fl. Cap.?

womit ferner entweder nach Anzeigung §. 1154. N°. 1 oder kürzer §. 1163, wie folget procediret wird:

13000
——— (6

Fac. 78000 der begehrte sämtliche Zins.

N°. 2. Wenn man jährlich 6 p. C. giebt, wie viel ist der sämtliche Zins von 1500 fl. auf 3 Monate, von 1800 fl. auf 5 Monate, von 1000 fl. auf 9 Monate, von 2000 fl. auf 1 Jahr, und von 3000 fl. auf 2 Jahr? Also:

Weil allhier die Zeiten unterschiedene Namen haben, als Jahr und Monat, so bringet sie unter gleiche Namen, und berechnet es als folget:

fl. 100 à 12 Mon. geben so viel Zins, als			1200 fl. à 1 Mon.
1500 à 3 Mon.	=	=	4500 fl. à 1 Mon.
1800 à 5 Mon.	=	=	9000 fl. à 1 Mon.
1000 à 9 Mon.	=	=	9000 fl. à 1 Mon.
2000 à 12 Mon.	=	=	24000 fl. à 1 Mon.
3000 à 24 Mon.	=	=	72000 fl. à 1 Mon.

Demnach ist der gesuchte Zins eben so viel, als 118500 fl. à 1 Mon.

Derowegen heißt es nach der Regel Detri (§. 1154. N°. 1):

1200

1200 fl. = 6 fl. Zins = 118500 fl.

2 1 Fac. 592½ fl. der ſämtliche Zins.

N°. 3. Wenn man jährlich 6 p. C. giebt, wie viel iſt der ſämtliche Zins von 2000 fl. auf 37 Tage, von 2679 fl. auf 53 Tage, 3000 fl. auf 84 Tage, und 4800 fl. auf 113 Tage? Alſo:

fl. 100 à	365 Tage	geben ſo viel als	36500 fl. à	1 Tag
2000 à	37 Tage	= =	als 74000 fl. à	1 Tag
2679 à	53 Tage	= =	als 141987 fl. à	1 =
3000 à	84 Tage	= =	als 252000 fl. à	1 =
4800 à	113 Tage	= =	als 542400 fl. à	1 =

Demnach iſt der verlangte Zins
eben ſo viel als 1010387 fl. à 1 Tag.

Folglich heißt es nach der Regel Detri:

36500 fl. = 6 fl. Zins = 1010387 fl.

Fac. 166 fl. in C^a. der ſämtliche Zins.

6062322
241..
222.

Die 158. Aufgabe.

§. 1176. Den ſämtlichen Zins von vielen Capitalien, wenn ihre Zeiten zwar gleich groß, jedoch aber die Intereſſen p. C. ſowol, als die Capitalien unterſchieden ſind; oder wenn auch die Zeiten zuſamt den Intereſſen p. C. und Capitalien ungleich groß ſind, kurz zu finden.

Zwiſchen dieſer und der 156ſten Aufgabe (§. 1174) iſt abermal ein ſolcher Unterſcheid, wie bey der nächſt vorhergehenden Aufgabe (§. 1175) gemeldet. Indeſſen wenn ihr die Auflöſung von dieſer, nebſt ihren Gründen aus §. 1161 und 918 verſtanden, ſo werdet ihr den Grund der Auflöſung von gegenwärtiger Aufgabe gar leicht von ſelbſten begreifen können. Nämlich

I. multipliciret im erſten Falle jedes Capital mit ſeiner Intereſſe p. C.; im andern aber auch mit ſeiner Zeit, ſo fallen dieſe Umſtände von der Intereſſe p. C. und der Zeit hinweg.

II. Verfahret ferner, wie vorhin (§. 1175) angewieſen worden.

Ich will auch allhier dieſe Regel dergeſtalt durch Exempel erklären, auf daß man ihren Grund zugleich daraus erſehen möge.

Exempel des erſten Falles.

N°. 1. Wie viel iſt der ſämtliche Zins eines Jahres, von 500 fl. à 3 p. C., von 650 fl. à 4 p. C., von 800 fl. à $4\frac{1}{2}$ p. C., von 1000 fl. à 5 p. C., und von 1400 fl. à 6 p. C.? (verſtehet dieſe Intereſſen p. C. alle p. Anno) Alſo:

fl. 500 à 3	p. C.	geben	3	×	500, d. i. 1500	fl. à 1 p. C.
650 à 4	p. C.	eben	4	×	650, d. i. 2600	fl. à 1 p. C.
800 à $4\frac{1}{2}$	p. C.	ſo viel	$4\frac{1}{2}$	×	800, d. i. 3600	fl. à 1 p. C.
1000 à 5	p. C.	Zins,	5	×	1000, d. i. 5000	fl. à 1 p. C.
1400 à 6	p. C.	als	6	×	1400, d. i. 8400	fl. à 1 p. C.

Demnach iſt der geſuchte Zins ſo viel, als 21100 fl. à 1 p. C.

Derowegen procediret ferner nach Anzeigung §. 1163, oder vielmehr (weil alle Intereſſe p. C. nur 1 iſt) §. 1165,

das

das iſt, ſchneidet 2 Ziffern ab, ſo bleiben 211 fl. der verlangte ſämtliche Zins.

Exempel des andern Falles.

N°. 2. Wie viel iſt der ſämtliche Zins von 400 fl. auf 6 Monat à 5 p. C. p. Anno, von 560 fl. auf 8 Monat à $4\frac{1}{2}$ p. C. p. Anno, von 1000 fl. auf 9 Monat à 4 p. C. p. Anno, und von 1300 fl. auf 11 Monat à 6 p. C. p. Anno? Alſo:

fl. 400 auf 6 Mon. à 5 p.C. geben ſo viel Zins, als
400 × 6 × 5, d.i. 12000 auf 1 Mon. à 1 p.C.
560 auf 8 Mon. à $4\frac{1}{2}$ p.C. geben ſo viel Zins, als
560 × 8 × $4\frac{1}{2}$, d.i. 20160 auf 1 Mon. à 1 p.C.
1000 auf 9 Mon. à 4 p.C. geben ſo viel Zins, als
1000 × 9 × 4, d.i. 36000 auf 1 Mon. à 1 p.C.
1300 auf 11 Mon. à 6 p.C. geben ſo viel Zins, als
1300 × 11 × 6, d.i. 85800 auf 1 Mon. à 1 p.C.

Demnach iſt der begehrte
Zins ſo viel, als 153960 auf 1 Mon. à 1 p.C.

Weil aber alle gegebenen Intereſſen p. C. p. Anno als auf 12 Monat ſind, ſo müßte es weiter nach der Regel Detri (wie §. 1175 N°. 2 zu erſehen) heißen:

1200 fl. = 1 fl. Zins = 153960 fl.?

Allein weil 1 nicht multipliciren kann, ſo dividiret das Product 153960 nur ſofort in 1200, kommt der begehrte ſämtliche Zins $128\frac{3}{10}$ fl.

Die 159. Aufgabe.

§. 1177. Die Intereſſe p. C. zu finden, nach welcher eine Summe gewiſſer auf unter-

ſchiedliche Intereſſen p. C., jedoch aber auf gleiche Zeit (als z. E. p. Anno oder p. Monat) ausgeliehenen Capitalien, eben ſo viel Zins beträget, als der ſämtliche Zins iſt, wenn jedes Capital nach ſeiner beſondern Intereſſe p.C. berechnet wird.

I. Schreibet die verſchiedenen Capitalien gerade unter einander, und bey jedes ſeine Intereſſe p. C.

II. Multipliciret jedes dieſer Capitalien mit ſeiner Intereſſe p. C., und ſetzet die Producte darneben nach der Rechten gleichfalls gerade unter einander.

III. Addiret ſolche Producte, wie auch beſonders die Capitalien zuſammen.

IV. Dividiret jene Summe durch dieſe, ſo kommet die verlangte Intereſſe p.C. Jedoch dürfet ihr vorher, ehe ihr die gedachte Multiplication (vermöge vorhergehenden Artik. II.) anfanget, die gegebenen verſchiedenen Capitalien, wo es thulich auch nützlich, gegen einander kleinern.

Gleichwie nun der Grund von dieſer Regel hauptſächlich gleich iſt den Gründen der Auflöſung der nächſt vorhergehenden 2 Aufgaben (§. 1175 und 1176); alſo will ich auch allhier die Auflöſung nur durch ein einziges Exempel, jedoch dergeſtalt erläutern, damit man ihren Grund zugleich daraus erſehen möge.

Z.E. Einer hat 4 Capitalien ausgeliehen, als 600 Thl. à 5 p. C., 1100 Thl. à 4 p. C., 1500 Thl. à 6 p.C., und 2000 Thl. à $5\frac{1}{2}$ p. C., (verſtehet alle auf gleiche Zeit entweder p. Anno oder p. Monat ꝛc): Wie viel p.C. machet dieſes in eben ſolcher Zeit durch die Bank? das iſt, zu wie viel p.C. muß die Summe dieſer 4 Capitalien berech-

rechnet werden, damit der Zins eben ſo viel ſeyn ſoll, als der ſämtliche Zins von den gemeldeten verſchiedenen Capitalien, nach ihren beſondern Intereſſen p. C., iſt? Alſo:

600thl.	à 5	p.C.	tragen ſo viel Zins,	als 3000thl.	à 1 p.C.
1100 =	à 4	=	=	als 4400 =	à 1 p.C.
1500 =	à 6	=	=	als 9000 =	à 1 p.C.
2000 =	à $5\frac{1}{2}$	=	=	als 11000 =	à 1 p.C.
5200				27400	

Alſo tragen die gedachte 4 Capitalien nach ihren verſchiedenen Intereſſen p. C. zuſammen eben ſo viel Zins, als 27400 Thl. à 1 p.C. Demnach wird allhier eine ſolche Intereſſe p.C. zu der Summe 5200 Thl. geſuchet, welche eben ſo viel Zins bringet, als der Zins von 27400 Thl. à 1 p. C. beträgt. Dahero müßte man nach der Regel Detri inverſa (wie zu erſehen §. 1154 N°. 9) ſetzen:

5200 Thl. . 1 p. C. = 27400 Thl.?

Allein da das mittlere Glied auf ſolche Weiſe allezeit 1 iſt, welches nicht multipliciren kann, ſo darf man die 27400 nur ſofort in die Summe 5200 dividiren, kommt das begehrte Facit $5\frac{7}{26}$ p. C.

Aus dieſer gründlichen Solution folget ferner die Urſache, warum ich ſagen können, daß man die gegebenen verſchiedenen Capitalien gegen einander kleinern mag, welchergeſtalt die Auflöſung des gedachten Exempels als folget zu ſtehen kommt:

Thl. 6ØØ	à 5 p. C.	geben	6 × 5	das iſt	30
11ØØ =	4 —	=	11 × 4	=	44
15ØØ =	6 —	=	15 × 6	=	90
20ØØ =	5½ —	=	20 × 5½	=	110
52					274
Fac. 5 2/7 p. C. wie vorhin					14

Denn wenn man die gegebenen Capitalien, als die Factores zu der fernern Multiplication, kleinert, ſo kommen auch ihre Producte um eben ſo viel kleiner (§. 278); folglich wird auf ſolche Weiſe die Summe der Capitalien und die Summe der Producte, das iſt der Diviſor und der Dividendus, oder (nach der vorhin erklärten Auflöſung) das 1ſte und 3te Glied der Regel Detri, in eine gleiche Zahl gekleinert: Derowegen muß auch nach dieſer Verkleinerung das verlangte Facit hervor kommen (§. 293 oder §. 846).

§. 1178. Man kann die Richtigkeit der nach voriger Regel (§. 1177) hervorgebrachten Antwort, auch dahero probiren, wenn man jedes der gegebenen Capitalien nach ſeiner Intereſſe p. C., auf eine beliebige jedoch gleiche Zeit berechnet, und die kommenden Zinſen zuſammen addiret; wie auch insbeſondere ausrechnet, wie viel die Summe aller Capitalien nach der gefundenen Intereſſe p. C., in eben ſolcher Zeit bringet, ſo muß in beyden Ausrechnungen gleichviel Zins hervor kommen.

Als wenn man beym gedachten Exempel (ibid.) die Intereſſen p. C. alle p. Anno berechnet, ſo geben

600 Thl.	à 5	p. C. —	30 Thl.	Zins des Jahres.
1100 =	à 4	p. C. —	44 —	=
1500 =	à 6	p. C. —	90 —	=
2000 =	à 5½	p. C. —	110 —	=
Summe 274 Thl.				Zins des Jahres.

Hierauf

Hierauf berechnet die Summe 5200 Thl à $5\frac{7}{26}$ p. C. p. Anno (§. 1165), kommen gleichfalls 274 Thl. Zins des Jahres. Woraus klar zu erſehen, daß die gefundenen $5\frac{7}{26}$ p. C. recht ſind.

§. 1179. Gleichwie im vorigen (§. 1177) unterſchiedene Intereſſen p. C. in eine einzige reduciret werden, wenn die Zeiten gleich groß ſind; alſo kann man auf ſolche Weiſe auch verſchiedene Zeiten in eine einzige verwandeln, wenn die Intereſſen p. C. gleich groß ſind. Allein hiervon ſoll hernach in der Zeitrechnung insbeſondere Meldung geſchehen.

Die 160. Aufgabe.

§. 1180. Wie die aus Intereſſe und Wechſel vermiſchten Rechnungen anzuſtellen.

Dieſes verrichtet, wie oben (§. 1010) ſchon gelehret worden, nach der Regel Multipler, von welcher bey der Wechſelrechnung bereits ausführliche Anweiſung gegeben worden.

Z. E. Ein Kaufmann in Leipzig empfängt a depoſito 2436 Thl. Leipziger Cor. auf 6 Monat, à $\frac{1}{2}$ p. C. p. Monat; vergleichet ſich aber mit dem Debitore, demſelben ſtatt der Zahlung einen Wechſelbrief auf Amſterdam zu geben. Wenn nun der Wechſelcours von Leipzig nach Amſt. in B°. $134\frac{1}{2}$ Thl. Leipz. Cor. iſt, ſo fraget ſichs: Auf wie viel Thl. B°. ſolcher Wechſelbrief zu ſtellen ſey? Alſo:

Saget erſtlich im Kopfe: $\frac{1}{2}$ p. C. p. Monat geben 3 p. C. auf 6 Monat. Ferner ſetzet und berechnet es, als folget:

		2436 Thl. Leipz. Cor.	
	100	103 Thl. p. Interesse	
	269	200 Thl. B°.	
	269	501816	4872
			14616
Fac. 1865½ Thl. B°.		232 ..	
in C°.		176 ..	
		147 .	
		131	

§. 1181. Mehrere Exempel von dieser Art erachte allhier unnöthig. Viel lieber will ich hiernächst zu der Interesserechnung überhaupt, nachdem dieselbe bereits gründlich abgehandelt worden, noch etliche Exempel nebst ihrer Auflösung vorstellen, und dadurch sowol die Application auf gewisse in Praxi vorkommende Fälle, als auch zugleich noch einige nützliche Anmerkungen anzeigen.

N°. 1. Einer hat 2400 Thl. auf 8 Monat a deposito gegen 4 p. C. p. Anno ausgeliehen; wie viel hat er an Zins zu empfangen?

Dieses berechnet nach Anzeigung §. 1173. N°. 3 und 4. Nämlich saget: 4 p. C. p. Anno geben $\frac{1}{3}$ p. C. p. Monat, folglich auf 8 Monat $\frac{8}{3}$ oder $2\frac{2}{3}$ p. C. Mithin suchet den Zins von 2400 Thl. à $2\frac{2}{3}$ p. C., nach Anweisung §. 1164. N°. 3, kommt das Facit 64 Thl.

N°. 2. Wenn jemand vom Thl. wöchentlich 1 ℛ Interesse giebt; wie viel beträgt es Interesse p. C. p. Anno? (den Thl. zu 24 Ggℓ, den Ggℓ zu 12 ₰, und das Jahr zu 52 Wochen gerechnet).

Allhier könnet ihr gar leicht aus dem Kopfe sagen: Wenn man von 1 Thl. wöchentlich 1 ℛ giebt, so kommen von 100 Thl. wöchentlich 100 ℛ; folgends des Jahres 5200 ℛ. Derowegen machet diese 5200 ℛ zu Thl., kommen $18\frac{1}{8}$ Thl. die verlangte Interesse p. C. p. Anno.

Oder

Oder weil die Intereſſe p. C. unter einen beliebigen Namen geſetzet werden kann (§. 1168), ſo könnet ihr gleich anfangs den Thl, in ℛ reſolviren (weil die Intereſſe ℛ heißet) und demnach ſagen: Von 288 ℛ (= 1 Thl.) wird wöchentlich 1 ℛ, folglich des Jahres 52 ℛ Zins gegeben. Derowegen ſuchet ferner, nach Anzeigung §. 1169 N°. 1, die Intereſſe p. C. alſo:

Cap. 288 - 52 Zins - 100 Cap. ?

Fac. $18\frac{1}{18}$ p. C. wie vorhin.

N°. 3. Wie viel Capital muß man zu 5 p. C. p. Anno ausleihen, wenn man wöchentlich zu ſeiner Subſiſtenz 10 Thl. Zins haben will? (das Jahr zu 52 Wochen gerechnet).

Allhier verfahret nach Anweiſung §. 1154. N°. 15, alſo:

Thl. Zins	℔	Thl. Cap.		xØ Thl. Zins	2
Woche	1	100		52 Wochen	

Fac. 10400 Thl. Cap.

N°. 4. Es iſt oben §. 925. N°. 8 eines Exempels gedacht, bey deſſen Auflöſung die Regel Quinque 3mal angebracht worden. Dieſes aber iſt daſelbſt nur deswegen geſchehen, um den Anfängern den Grund dieſer Regel zu zeigen. Sonſt könnet ihr daſſelbe auf einmal nach Anweiſung §. 1175. N°. 2 wie folget auflöſen:

℔.	100	auf 12 Monat	= 1200
5680		auf 8 Monat	= 45440
4260		auf 10 Monat	= 42600
6780		auf 7 Monat	= 47460
		Summe	135500

Dem-

Demnach ſetzet nach der Regel Detri:

fl. 1200 = 5 fl. Zins = 135500 fl.?

Fac. 564 fl. 17 ß 9 ₰ wie oben §. 925 N°. 8.

Oder nach der Art, welche allda mit Not. bemerket worden. Alſo:

fl. 4260	auf 25	Monat	= 106500
1420	auf 8	Monat	= 11360
2520	auf 7	Monat	= 17640

Summe 135500, wie vorhin, mit welcher ihr ferner nach der Regel Detri procediren könnet.

N°. 5. Ein Kaufmann findet bey ſeinen, ult. Dec. 1731, geendigten Handelsbüchern, daß er ſelbiges Jahr à Conto eines ſeiner Correſpondenten folgende Poſten

ausgezahlet;	hingegen empfangen
₰ 1. Febr. Thl. 2400	den 1. Junii Thl. 4500
10. Mart. Thl. 3000	15. Aug. Thl. 2000
15. April. Thl. 1800	3. Sept. Thl. 6500
12. May Thl. 600	18. Oct. Thl. 6400
20. Julii Thl. 1200	15. Nov. Thl. 5000
4. Aug. Thl. 1500	prim. Dec. Thl. 3500
15. Oct. Thl. 2500	
13. Dec. Thl. 4000	

Es fraget ſich demnach: Wenn man 6 p. C. p. Anno oder (§. 1171 N°. 2) ½ p. C. p. Monat, auf jeder Seite wegen des Vorſchuſſes, oder (wie es bey verſchiedenen Kaufleuten genannt wird) der **Nachzahlung**, berechnet; wie viel einer dem andern an Intereſſe zu bonificiren?

Wenn man die Tage von jedem Dato bis ult. Dec. genau abzählen will, ſo würde die Ausrechnung dieſes Exem-

Exempels gleich ſeyn der Ausrechnung §. 1175. N°. 3. Allein wer ſich damit nicht groß bemühen, und eine kleine Differenz nicht achten will, kann in gegenwärtigem Falle der Bequemlichkeit wegen jeden Monat durchgehends zu 30, und folglich das Jahr auf 360 Tage rechnen; welchergeſtalt die Auflöſung als folget zu ſtehen kommt:

der Correſpondent iſt Debit

Thl.	2400	à	330 Tage	—	792000
	3000	à	290 =	—	870000
	1800	à	255 =	—	459000
	600	à	228 =	—	136800
	1200	à	160 =	—	192000
	1500	à	146 =	—	219000
	2500	à	75 =	—	187500
	4000	à	17 =	—	68000
				Summe	2924300

hingegen Credit

Thl.	4500	à	210 Tage	—	945000
	2000	à	135 =	—	270000
	6500	à	117 =	—	760500
	6400	à	72 =	—	460800
	5000	à	45 =	—	225000
	3500	à	30 =	—	105000
				Summe	2766300

Gleichwie ihr die Summen der Capitalien von einander ſubtrahiret, wenn ihr wiſſen wollet, wie viel einer dem andern an Capital noch ſchuldig verbleibet; alſo verfahret auch mit den Summen der Producte. Demnach ſubtrahiret die kleinere Summe 2766300 von der größern Summe 2924300, reſtiren 158000. Dieſen

sen Rest dividiret allezeit in 6000, kommen 26 2/3 Thl., so viel hat der Correspondent wegen Interesse zu bonificiren.

Die Ursache aber, warum der Divisor allhier 6000 ist, könnet ihr gar leicht aus der gedachten Auflösung (§. 1175 N°. 3) ersehen. Denn nach dieser müßte man allhier sagen: 100 Thl. auf 360 Tage, thun 36000; und ferner nach der Regel Detri setzen:

36000 geben 6 Thl. Zins, was voriger Rest?

Kleinert man nun diese ersten 2 Glieder der Regel Detri in 6, so hat man die Glieder: 6000 geben 1 Thl. Zins. Indessen kann 1 nicht multipliciren; derowegen dividiret den gedachten Rest, oder die Differenz beyder Summen der Producte, lieber sofort in 6000.

N°. 6. Einer bekommt von einem Fürsten eine Assignation von 400000 Thl. auf eine gewisse Rentey. Diese vergleichet sich mit dem Inhaber der Aßignation, ihm alle Quartal 5000 Thl. Capital nebst Interesse à 6 p. C. p. Anno, und solchergestalt das ganze Cap. 400000 Thl. in 20 Jahren auszuzahlen. Nun begehret man zu wissen: Wieviel er in solcher Zeit nach und nach an Zinsen überhaupt zu empfangen habe?

Diese Frage ist mir bey einem gewissen großen Hofe zur Auflösung aufgetragen worden; welche ich auf dreyerley Art, wie folget, solviret.

1ste Art.

Die erste Zahlung ist 5000 thl. auf 1/4 Jahr	—	1250
Die letzte Zahlung ist 5000 thl. auf 20 Jahr	—	100000
Summe		101250

Weil nun die Capitalien gleich groß (nämlich 5000), und die Termine in einer arithmetischen Progreßion (§. 314)

314) 80mal fortgehen, als: $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, 1, $1\frac{1}{4}$ Jahr ꝛc.; so multipliciret die Summe 101250 mit 40, als der Hälfte aus 80, kommen 4050000 vor die Summe aller 80 Producte, diese berechnet à 6 p. C., nach Anzeigung §. 1163, also:

4050000 (6

Fac. Thl. 243000|00

2te Art.

Die ersten 5000 sind à $1\frac{1}{2}$ p. C. — 7500
Die letzten 5000 aber à 120 p. C. — 600000

Summe 607500

Diese 607500 aus voriger Ursache, mit 40 multipliciret, kommen 24300000 vor die Summe aller 80 Producte; hiervon 2 Ziffern zur Rechten abgeschnitten, bleibet der verlangte sämtliche Zins 243000 Thl., wie vorhin.

3te Art.

Nach $\frac{1}{4}$ Jahr ist der Zins $1\frac{1}{2}$ p. C. von 400000 Thl.
Nach 20 Jahren aber $1\frac{1}{2}$ p. C. nur von 5000

Summe 405000

Diese 405000 abermal mit 40 multipliciret, kommen 16200000 Thl. à $1\frac{1}{2}$ p. C. Solches berechnet nach Anweisung §. 1163, kommen 243000 Thl. der begehrte Zins, wie vorhin.

Die 1ste Art ist gleich der gezeigten Auflösung §. 1175 N°. 1, die 2te gleich §. 1176 N°. 1, und die 3te gleich §. 1174: Nur allein weil die Producte allhier in einer arithmetischen Progreßion bey den erstern zweyen Arten ordentlich auf, und bey der dritten absteigen, so dürfen die-

dieselbe nicht erst aufgeschrieben werden, indem man ihre Summe nach der Lehre dieser Progreßion (von welcher weiter unten gehandelt werden soll), wie aus dem vorigen zu ersehen, weit kürzer und leichter finden kann.

Zeitrechnung.

§. 1182.

Die Zeitrechnung oder die so genannte Reductio Terminorum lehret, wenn etwas zu verschiedenen Zeiten zu leisten ist, wie man diejenige Zeit finden soll, in welcher das zu leistende ohne Abbruch auf einmal geschehen kann.

Z. E. Es sey eine Stadt, oder sonst jemand, nach getroffenem Accord, 100 Mann 2 Monat, und 100 Mann 4 Monat, zu unterhalten schuldig. Nun begehret man zu wissen: Wenn diese 200 Mann gleiche Zeit verpfleget werden sollten; wie viel Zeit obigem Accord nach, hierzu erfordert würde?

§. 1183. Diese Reductio Terminorum wird insgemein auf ausstehende Schulden, welche in verschiedenen Zeiten zu bezahlen sind, appliciret.

Z. E. Einer ist dem andern 100 fl. auf 2, und 100 fl. auf 4 Jahr zu zahlen schuldig, und man verlanget zu wissen: Zu was vor einer Zeit beyde Capitalien zusammen gezahlet werden müssen, wenn es ohne Abbruch der angesetzten verschiedenen Zeiten geschehen soll?

§. 1184. Dahero pflegen einige Autores die Zeitrechnung zugleich unter dem Titel der Interesserechnung; andere aber zwar unter dem Titel der Zeitrechnung insbesondere abzuhandeln, jedoch größtentheils auf ausstehende Schulden, wie gedacht (§. 1183), zu appliciren. Die Ursache, warum diese letztere sie dennoch nicht mit der Interesserechnung zugleich abhandeln wollen, ist, weil, ihrem Vorgeben nach, bey den Kaufleuten gebräuchlich wäre, einige Waaren zwar auf gewisse Zeit, jedoch aber ohne Zins, zu verkaufen und zu kaufen.

§. 1185.

§. 1185. Ich will meine Gedanken hierüber nachgehends eröffnen, vorher aber die Auflösungsart selbst, und zwar mit Fleiß auf den Fall von ausstehenden Schulden, vorstellig machen.

Die 161. Aufgabe.

§. 1186. **Die Zeit zu determiniren, in welcher eine Summe gewisser auf unterschiedliche Zeiten jedoch aber auf gleiche Interesse p. C. p. Anno oder Monat ausgeliehener Capitalien überhaupt eben so viel Zins beträget, als der sämmtliche Zins ist, wenn jedes Capital zu seiner besondern Zeit bezahlet wird.**

I. Schreibet die gegebenen verschiedenen Capitalien gerade unter einander, und bey jedes seine Zeit; merket aber, daß solche Zeiten gleiche Namen haben, wo nicht, so bringet sie unter gleiche Namen.

II. Multipliciret jedes dieser Capitalien mit seiner neben geschriebenen Zeit, und setzet die Producte darneben nach der Rechten, ebenfalls gerade unter einander.

III. Addiret alle genommene Producte, wie auch besonders die Capitalien zusammen.

IV. Dividiret jene Summe durch diese, so zeiget der Quotient die gesuchte Zeit unter eben demselben Namen, als jene Zeiten heißen. Jedoch dürfet ihr vorher, ehe ihr die gedachte Multiplication anfanget, die gegebene verschiedene Capitalien, wo es thulich auch nützlich ist, gegen einander kleinern.

Dieser Proceß und dessen Grund ist ganz gleich dem obigen §. 1177 (wie hiervon §. 1179 schon erwehnet); und will ich denselben allhier nur durch ein Exempel deutlich erläutern.

Es sey gegeben das vorhergemeldete Exempel (§. 1183), und zwar folgendergestalt; Einer ist dem andern 100 fl. nach 2 Jahren, und 100 fl. nach 4 Jahren, beyde Capitalien aber mit gleicher Interesse p. C. zu zahlen schuldig. Die Frage ist: Zu welcher Zeit diese zwey Capitalien zugleich gezahlet werden müssen, wenn der Zins eben so viel seyn soll, als der sämtliche Zins ist, so jedes Capital zu seiner besondern Zeit bezahlet wird? Also:

100 fl. auf 2 Jahre } tragen eben } als 200 fl. auf 1 Jahr
100 fl. auf 4 Jahre } so viel Zins } als 400 fl. auf 1 Jahr
200 600

Demnach muß allhier zu dem Cap. 200 fl. eine solche Zeit gesuchet werden, in welcher der Zins eben so viel seyn soll, als der Zins von 600 fl. auf 1 Jahr ist. Folglich müßte man nach der Regel Detri inversa (wie zu ersehen §. 911. N°. 3, auch §. 1154. N°. 7) setzen:

200 fl. = 1 Jahr = 600 fl.?

Allein, da das mittlere Glied nur 1 ist, so darf man die 600 fl., als die Summe aller Producte, nur sofort in die Summe aller Capitalien, nämlich in 200, dividiren, kommt das begehrte Facit 3. Diese bedeuten Jahre, weil die multiplicirten Zeiten Jahre heißen.

Oder ihr könnet die Auflösung (nach dem gezeigten Grunde im §. 1177) als folget verrichten:

fl. 1ØØ auf 2 Jahre geben 2 × 1, d. i. 2
1ØØ auf 4 Jahre = 4 × 1, d. i. 4

2 6

2)———

Fac. Jahre 3, wie vorhin.

§. 1187.

§. 1187. Die Richtigkeit dieser Antwort kann man eben auf solche Art, wie oben (§. 1178) schon angewiesen, probiren, wenn man nämlich die gegebenen Capitalien jedes nach seiner Zeit auf eine beliebige, jedoch gleiche Interesse p. C. p. Anno oder p. Monat, berechnet, und die kommenden Zinsen zusammen addiret; desgleichen insbesondere ausrechnet, wie viel nach solcher Interesse p. C. die Summe aller Capitalien in der gefundenen Zeit bringet, so muß in beyden Ausrechnungen gleichviel Zins hervorkommen. Als wenn man beym gedachten Exempel (§. 1186) 5 p. C. p. Anno berechnet, so geben

100 fl. auf 2 Jahre: 10 fl. Zins
100 fl. auf 4 Jahre: 20 fl. Zins
Summe 30 fl. Zins.

Eben so viel, nämlich 30 fl., ist der Zins von 200 fl., als der Summe beyder Capitalien, auf die gefundene Zeit von 3 Jahren. Woraus klar zu ersehen, daß der Zins von 200 fl. auf 3 Jahre eben so viel ist, als von 100 fl. auf 2, und 100 fl. auf 4 Jahre zusammen. Gleichergestalt könnet ihr die Richtigkeit der Antworten verschiedener vorhin in der Interesserechnung angeführten Exempel (wie z. E. §. 1154. N°. 7) untersuchen.

§. 1188. Weil nun der Zins solchergestalt, wie gemeldet, gleich groß ist, so saget man, wenn ich jemanden, gesetzten Falles, 100 fl. auf 2, und 100 fl. auf 4 Jahre, aus Gefälligkeit geliehen, und keinen Zins davor verlanget, er liehe mir aber nachgehends 200 fl. auf 3 Jahr, und begehrte gleichfalls keinen Zins von mir, so sey der Dienst beyderseits gleich. Dieser Schluß gründet sich darauf. Denn es wird voraus gesetzet: Wenn ich jemanden vor einem Jahre 600 fl. bis heute ohne Zins geliehen, er zah-

lete mir heute solche 600 fl., und liehe mir noch 600 fl. bis auf das folgende Jahr ohne Zins, so sey eine Gefälligkeit gleich der andern. Nun ist der Zins von 200 fl. auf 3 Jahr; oder von 100 fl. auf 2, und 100 fl. auf 4 Jahr (vermöge nächst vorhergehender Lehre) eben so viel, als 600 fl. auf 1 Jahr; dahero sey auch in vorhergesetztem Falle, der gemeldete Dienst beyderseits gleich.

§. 1189. Hieraus folgert man ferner: Wenn jemand mir 100 fl. auf 2, und 100 fl. auf 4 Jahr zu zahlen schuldig wäre, und beyde 100 fl. mir zusammen nach 3 Jahren zahlete, so geschähe solches ohne Abbruch der angesetzten verschiedenen Zeiten (§. 1183).

§. 1190. Eben aus diesem Grunde werden auch folgende Exempel von dem Waarenhandel (von welchem oben §. 1184 erwehnet worden) durch die gezeigte Regel (§. 1186) solviret.

N°. 1. Einer verkauft eine Parthey Waaren vor 10000 Thl, mit dem Bedinge 2500 Thl. nach 3 Monat, 3000 Thl. nach 6 Monat, 2000 Thl. nach 8 Monat, und den Rest nach 1 Jahr oder 12 Monat zu bezahlen. Wenn nun nachgehends beliebet wird, daß alle 10000 Thl. zusammen auf einmal abgeführet werden sollen; so fraget sich: Was vor eine Zeit zu solcher Abführung zu bestimmen sey, damit es ohne Abbruch der anfangs accordirten verschiedenen Zeiten geschehen möge? Also:

Thl. 2500	auf	3 Monat	—	7500
3000	=	6	=	— 18000
2000	=	8	=	— 16000
2500	=	12	=	— 30000
10000		Fac. Monat	7	1500 | 10000 | 2 3/10

Oder:

						5	
Oder:	25ØØ	5	=	3	Monat	—	15
	30ØØ	6	=	6	=	—	36
	20ØØ	4	=	8	=	—	32
	25ØØ	5	=	12	=	—	60
	20			143			

Fac. Monat $7\frac{3}{20}$, wie vorhin.

N°. 2. Einer kauft eine Parthey Waaren um 12000 Thl., und bedinget 3000 Thl. baar, 2500 Thl. nach 4 Monat, 1500 Thl. nach 6 Monat, 1000 Thl. nach 9 Monat, 2000 Thl. nach 1 Jahre, und die übrigen 2000 Thl. nach $1\frac{1}{2}$ Jahre zu zahlen. Wenn nun resolviret wird, alle 12000 Thl. auf einmal zu entrichten; so fragt sich: Zu welcher Zeit solches zu leisten sey, damit es ohne Abbruch des ersten Accords geschehen möge? Also:

								5
Thl.	30ØØ	6	=	baar, d. i.	0	Monat	—	
	25ØØ	5	=	4	Monat	—		20
	15ØØ	3	=	6	=	—		18
	10ØØ	2	=	9	=	—		18
	20ØØ	4	=	12	=	—		48
	20ØØ	4	=	18	=	—		72
	24							176
								8

Fac. $7\frac{1}{3}$ Monat.

Nota. Diese Solution ist gleich der vorigen andern Manier in N°. 1; und hat man allhier nur zu merken, wie mit der baaren Zahlung zu thun sey.

§. 1191. Nun wollte ich zwar dieser Application der

Zeitrechnung auf ausstehende Schulden (§. 1183), mich nicht gerne gänzlich entgegen setzen, zumal da dieses eine Sache ist, welche meines Wissens durchgehends von allen Arithmeticis bisher vor gültig angenommen worden; jedoch habe nicht unterlassen können, meine wohlgegründete Gedanken hierüber zu eröffnen, und solche dem vernünftigen Leser zu selbst eigener Beurtheilung anheim zu stellen.

§. 1192. Ich gebe demnach zu erkennen, daß die gegebene Regel (§. 1186) zwar allerdings, wie augenscheinlich aus dem erklärten Exempel (ibid. und §. 1187) zu ersehen, ihre Richtigkeit habe: Allein sie redet nur von der Größe des Zinses überhaupt, und eben dahin habe ich auch die Worte der Aufgabe selbst (§. 1186) gerichtet. Es folget aber (wie oben §. 1162 bereits gemeldet) keinesweges daraus, daß diejenigen Fälle, bey denen der Zins überhaupt gleich groß ist, darum auch den Contrahenten einerley seyn müssen. Wenn man demnach der Definition von der Zeitrechnung (§. 1182 und 1183), welche eine solche Zeit zu finden heißet, in der das zu leistende **ohne Abbruch**, das ist, den Contrahenten ohne Nachtheil, auf einmal geschehen kann, eine Genüge thun soll, so muß man vorher die Beschaffenheit der Sachen untersuchen, und aus andern Gründen darthun, daß die gefundene Zeit, oder die gegebenen verschiedenen Zeiten, den Contrahenten einerley sind.

§. 1193. Nun scheinet zwar der vorausgesetzte Grund (§. 1188), welcher also lautet: **Wenn ich jemanden vor einem Jahre 600 fl. bis heute ohne Zins geliehen, er zahlete mir heute solche 600 fl, und liehe mir noch 600 fl. bis auf das folgende Jahr ohne Zins, so sey eine Gefälligkeit gleich der andern,**

dem

dem Ansehen nach eine unwidersprechliche Wahrheit zu seyn: Allein, wenn man denselben genauer untersuchet, so findet man folgendes dabey zu erinnern. Denn

I. muß mir eingeräumet werden, da allhier durch die erwehnte **Gefälligkeit**, kein anderer particulair Umstand (wie z. E. die Gefälligkeit des gegebenen Credits, u. s. w.), als nur dieser Dienst verstanden wird, indem ich von ihm, und er hingegen von mir keinen Zins genommen, daß die Aussage dieses Satzes auch keinen andern Verstand, als diesen habe, nämlich: **Es sey eine Gefälligkeit deswegen gleich der andern, weil es auch auf eins hinauslaufen würde, wenn man von beyden Seiten wirklich einen Zins berechnen sollte** (§. 1187), **indem solcher Zins auf einer Seite ja eben so groß als auf der andern ist.** Allein man beliebe zu erwegen:

II. Weil die Interesse zu Ende des Jahres fällig ist, (§. 1149) so müßte der andere, wenn der Zins wirklich abgeführet und z. E. 5 p. C. p. Anno berechnet werden sollte, mir itzo wegen des Nutzens, den er von meinen 600 fl. ein ganzes Jahr genossen, 30 fl. Zins zahlen. Da er mir aber solche nicht bezahlet, sondern andere 600 fl. auf das folgende Jahr leihet, von welchen mir vorhin schon 30 fl. gebühren, so erstrecket sich der Nutzen, den ich von seinem Vorschuß im folgenden Jahre genieße, nur auf einen Zins von 570 fl, welcher nicht 30, sondern nur $28\frac{1}{2}$ fl. ausmachet; mithin bekäme er über ein Jahr an statt $570+28\frac{1}{2}$, dennoch volle 600 fl. und also $1\frac{1}{2}$ fl. zu viel. Hieraus folget, wenn man, wie vorhin (Artik. I) gemeldet, den Zins auf beyden Seiten berechnen wollte, daß ich auf solche Weise, daferne dieser Zins in den 600 fl. inclusive gerechnet werden sollte, um $1\frac{1}{2}$ fl. zu kurz kommen würde.

III. Will man aber den Zins außer den 600 fl. a part berechnen, und demnach den erwehnten Artikel folgendergestalt verstehen: **daß es auf eins hinauslaufen würde, wenn der andere mir itzo meine 600 fl. nebst dem Zinse 30 fl. zahlete und noch 600 fl. darüber vorschösse, hingegen ich ihm über ein Jahr wiederum zurück 600 fl. nebst 30 fl. Zins erlegen müßte**; so ist doch auch durch diese Erklärung bey genauer Betrachtung nicht aller Anstoß darum aus dem Wege geräumet. Denn ob ich schon auf solche Weise, wenn er mir den Zins 30 fl. a part zahlen und besonders 600 fl. vorschießen sollte, ihm eben so viel Zins, nämlich 30 fl., und nicht wie vorhin 28½ fl. zahlen müßte, so ist es doch in Erwegung der Zeit, da er mir itzo, ich aber ihm allererst über ein Jahr 30 fl. Zins zu zahlen schuldig (§. 1149) mir nicht einerley, wenn er den Zins, den ich ihm über ein Jahr schuldig, itzo gleich einbehält.

§. 1194. Wenn demnach der vorausgesetzte Grund (§. 1188), auf solche Weise, wie vorhin (Artik. I.) gemeldet, sich keinesweges erklären lässet, so kann er auch nicht anders angenommen werden, man müßte denn denselben einig und allein in dem Falle, oder zwischen solchen Freunden verstehen, allwo ganz und gar auf keinen Nutzen eines Zinses gesehen wird; und obgleich auch hierinne noch einige Einwürfe gemachet werden können, so mag er doch in diesem Falle noch wohl einigermaßen paßiren.

§. 1195. Indessen da solcher vorausgesetzte Grund nicht so schlechterdings, als eine Wahrheit angenommen werden kann, so können auch alle Consequentien und Schlüsse (§. 1188, 1189 und 1190), welche man aus jenem herleitet, und bey denen nach genauer Prüfung

eben

eben dergleichen Obstacula wie vorhin (§. 1193) gezeiget, anzutreffen, nicht so schlechterdings, sondern nur in gedachtem Falle (§. 1194), wo nämlich ganz und gar auf keinen Nutzen eines Zinses gesehen wird, für gültig angenommen werden.

§. 1196. Aus dieser Ursache habe ich die so genannte Zeitrechnung, nicht mit in der Interesserechnung, jedoch in Erwegung der genauern Verwandschaft des Proceß und Grundes der obgedachten Regel (§. 1186), welche sie mit verschiedenen vorhin in der Interesserechnung gegebenen Regeln und Gründen, und sonderlich mit dem Proceß und Grund §. 1177 hat, gleich nach derselben vortragen wollen. Und begnüge ich mich daran, wenn ich durch vorige Exempel den Modum gezeiget, wie die erwehnte Regel auf ausstehende Schulden zu appliciren sey: Uebrigens mag ein jeder die Beschaffenheit der Schulden, ob nämlich bey ihnen ganz und gar auf keinen Nutzen eines Zinses reflectiret wird, allemal selbsten untersuchen.

§. 1197. Wenigstens dürfte es den gedachten Autoribus (§. 1184) schwer zu erweisen fallen, wenn sie vorgeben, daß bey den Kaufleuten gebräuchlich wäre, einige Waaren auf gewisse Zeit ohne Zins zu verkaufen und zu kaufen; als wodurch sie ohne Zweifel auf dergleichen Exempel, als vorhin §. 1190 angeführet, gezielet haben werden. Denn, wenn jemand seine Waaren auf Zeit verkauft, so stellet er mit allem Rechte den Preis der Waaren um so viel höher, als der Zins von solcher Zeit beträgt. Folglich wenn oben (ibid.) eine Parthey Waaren vor 10000 oder 12000 Thl. auf Zeit verkaufet, und auf solche Capitalien kein Zins bedungen worden, so ist doch derselbe ohnfehlbar darunter begriffen; und so bald dieses ist, so finden sich in Erwegung der Zeit von jedem verfallenen Zinse sofort auch obgedachte Obstacula (§. 1193).

§. 1198. Inzwischen da der Grund von der gegebenen Regel (§. 1186) eigentlich in dem bestehet, weil die Zeit von ausstehenden und gleichen Zins bringenden Capitalien wiederkehrlich proportioniret ist der Größe der Capitalien (wie dieses oben §. 918 im ersten Beweise mit mehrern schon erklärt habe); und gleiche Beschaffenheit

hat es mit dem Grunde der Solution §. 1177: So ist klar, daß man die Auflösungsart bey allen dergleichen Exempeln anbringen kann, allwo die Umstände eben also wiederkehrlich proportioniret sind. Und wer dieses beobachtet, der wird sich der gemeldten Regel in vielen andern Fällen mit Nutzen, ja wohl öfters mit besserm Rechte, als bey ausstehenden Schulden (wovon vorhin gemeldet) zu bedienen wissen. Zu dem Ende will ich allhier noch einige Exempel vorstellen.

N°. 1. In dem angeführten Exempel §. 1182 ist die Zeit des Unterhalts wiederkehrlich proportioniret der Anzahl der Mannschaft. Denn es heißet: Je **mehr** Mannschaft, desto **weniger** wird die Zeit; folglich ist es eine wiederkehrliche Proportion (§. 906). Derowegen könnet ihr dasselbe eben auf die Weise, wie vorhin bey dem Exempel §. 1186 geschehen, solviren, und ist also das Facit 3 Monat, nämlich so lange sind die 200 Mann zu verpflegen.

N°. 2. Es seyn bey einem Fabriquanten 200 Ellen Zeug bestellet worden, als 36 Ellen zu $1\frac{1}{4}$ El. breit; 50 El. zu $1\frac{1}{8}$; 60 El. zu 1; und 54 El. zu $1\frac{5}{16}$. Wenn nun nach dem vorhin getroffenen Accord resolviret wird, daß alle 200 El. gleich breit seyn sollen; so fraget sich nach solcher Breite?

Weil nun die Länge und Breite des Zeugs wiederkehrlich proportioniret ist (§. 905 N°. 4), so kommet die Ausrechnung dieses Exempels, gleichwie vorhin; und zwar, damit die Brüche abfallen mögen, so machet alle gegebene Breiten zu lauter 16tel El. als folget:

36 El. à 20	(16tel	–	720
50 El. à 18	=	–	900
60 El. à 16	=	–	960
54 El. à 21	=	–	1134
200			3714

Fac. $18\frac{1}{2}$ (16tel, oder $1\,3\,\frac{5}{2}$ El. in C^a^

Nota. Jedoch ist bey diesem Exempel eben dasjenige zu merken, welches oben §. 925. N°. 2 Not. 2, wie auch daselbst bey N°. 3 schon angemerket worden.

§. 1199. Mehrere Exempel von dieser Art erachte ich unnöthig fürzustellen; viel lieber will ich dieses allhier noch erinnern: Weil auch die gegebenen Regeln in der Interesserechnung §. 1175 und 1176, sich auf eine wiederkehrliche Proportion gründen, so können dieselben gleichfalls auf alle dergleichen Fälle, allwo eine solche wiederkehrliche Proportion anzutreffen ist, appliciret werden. Als das oben §. 926 angeführte Exempel kann man nach solchen Regeln auf einmal, wie folget, auflösen:

£ 4	auf 60 Meilen	–	240
24	auf 15 Meilen	–	360
20	auf 8 Meilen	–	160
25	auf 37 Meilen	–	925
		Summe	1445

Mithin setzet nach der Regel Detri:

240 = $8\frac{1}{2}$ Thl. = 1445?

Fac. 51 Thl. 6 Mgr 3 ₰, wie oben (ibid.)

und dergleichen Exempel könnte man noch viel mehrere geben.

Von

Von gemeiner Rabattrechnung, oder gemeinem Interusurio.

§. 1200.

Was **Rabatt** heiße, auch was bey dessen Berechnung zu beobachten, ist oben (§. 996 bis 1000) schon gemeldet worden, worauf mich beziehe. Eben dieser Rabatt wird in den Rechten *Interusurium* genennet. Des Wörtleins **gemein** aber bedienet man sich allhier (gleichwie bey Interesse §. 1148) zum Unterscheid derjenigen Rabattrechnung, welche nach Art der Interesse auf Interesse (wovon hernach insbesondere gelehret werden soll) berechnet wird. Uebrigens benenne ich diejenige Summe, welche nach einer bestimmten Zeit zu bezahlen oder fällig ist, **die ganze Schuld**; und dasjenige, so nach Abzug des Rabatts oder Interusurii vorher vor solcher Zeit wirklich bezahlet wird, **die baare** oder **contante Zahlung.**

§. 1201. Es ist also der Rabatt oder Interusurium die Differenz zwischen der ganzen Schuld und baaren Zahlung; und eigentlich nichts anders, als eine Interesse, welche der Creditor oder derjenige, so das Geld nach einiger Zeit zu fordern hat, dem Debitori oder sonst einem andern, so die Zahlung vor der Zeit leistet, wegen solcher früheren oder baaren Zahlung giebt.

§. 1202. Hieraus folget, daß solcher Rabatt nach Recht und Billigkeit **auf** und nicht **in** 100 zu berechnen sey (§. 998). Denn gleichwie bey der Interesserechnung der Debitor die Interesse p. C. auf jede 100, die

er

er empfänget und zu seinem Nutzen gebrauchet, zahlet (§. 1149 sonderlich wie im Beweise erkläret): Also ist es auch bey der Rabattrechnung der Billigkeit gemäß, daß der Creditor den Rabatt auf jede 100, die er wirklich baar empfängt, und in solcher Zeit zu seinem Nutzen anwenden kann, geben solle. Z. E. Wenn man 5 p. C. rabattiren soll, und man wollte solche 5 von jedem 100 abziehen, so würde der Creditor vor jede 100 nur 95 bekommen, folglich nur den Nutzen von 95 haben können, da die accordirten 5 doch wegen des Nutzens von 100, nicht aber von 95 sind. Derowegen müssen die 5 p. C. Rabatt auf jede 100, welche der Creditor baar empfänget, verstanden werden, und ihm also vor jede 105,100 gezahlet und 5 abgekürzet werden.

§. 1203. Man kann auch die frühere oder baare Zahlung als eine neue Gegenschuld ansehen, welchergestalt dem Creditori itzo so viel Capital auf Interesse zurück geliehen wird, damit solches Capital samt dem Zinse nach derselben Zeit, als die ganze Schuld, welche er zu fordern hat, fällig ist, dieser ganzen Schuld gleich werde, und folglich beyde Forderungen gegen einander compensiren oder aufgehen mögen.

§. 1204. Hieraus folget abermal, daß solcher Rabatt **auf** und nicht **in** 100 zu berechnen sey. Denn weil die baare Zahlung samt dem Zinse der ganzen Schuld gleich werden soll, so muß solche baare Zahlung allerdings nach Anzeigung §. 1170 N°. 2 gesuchet, folglich, wenn man z. E. 5 p. C. rabattiren soll, von 105, 5 rabattiret, und in die ersten 2 Glieder der Regel Detri: **Vor** 105 **bezahlet man** 100, gesetzet werden; indem 100 à 5 p. C. geben vor Capital und Zins wiederum 105: Hingegen wenn man die 5 p. C. Rabatt von 100

neh-

nehmen, und seßen wollte: Vor 100 bezahlet man 95, so können ja diese 95, wenn sie à 5 p. C. ausgeliehen werden, nicht wiederum die völligen 100 geben; sintemal 95 Capital à 5 p. C. nur $99\frac{3}{4}$, und nicht 100 hervorbringen.

§. 1205. Der Herr von Leibnitz benennet die Rabattrechnung, **Anticipationsrechnung**; und findet man von demselben in den Act. Erudit. Leipzig An. 1683. mens. Octobr. pag. 425. zum Beweise dessen, daß der Rabatt nach den Rechten (wie vorhin dargethan worden) auf 100 zu berechnen sey, eine artig ausgesonnene Demonstration. Er seßet nämlich voraus:

I. Derjenige, so Geld vor der Verfallzeit zahlet, kann mit Recht die Interesse von der Zeit, als er zu früh bezahlet, prätendiren.

II. Ist den bekannten Rechten nach (Compensatio, solutio quaedam) eine Abrechnung eben so viel, als eine wirkliche Bezahlung. Diesen füget er folgendes Postulatum bey:

III. Daß der Creditor und Debitor, wegen des Geldes, so dieser nach gewisser Zeit erst zu zahlen schuldig ist, sich vergleichen können, das ganze Negotium itzo auf einmal, und zwar ohne eines von beyden Schaden, zu endigen. Hieraus wird geschlossen

IV. wenn die Interesse, wie sie in Rechten erlaubet wird, jährlich der 20ste Theil vom Capital (nämlich 5 p. C.) ist, daß der gegenwärtige Valor einer Unität, die über ein Jahr erst fällig, sey:

$$\frac{1}{1} \div \frac{1}{20} + \frac{1}{400} \div \frac{1}{8000} + \frac{1}{160000} \div \frac{1}{3200000} \text{ &c.}$$

oder überhaupt, wenn statt 20, die Größe v gesetzt wird,

welche

welche einen andern Theil des Zinses aus dem Capital als $\frac{1}{2\,0}$, andeutet:

$$\frac{1}{1} \div \frac{1}{v} + \frac{1}{v^2} \div \frac{1}{v^3} + \frac{1}{v^4} \div \frac{1}{v^5} \text{ ꝛc.}$$

Demonstratio.

Zu Ende eines Jahres bist du mir eine Unität oder 1 (z. E. 1 Ducaten, oder 1 Hundert, oder 1 Tausend ꝛc.) zu zahlen schuldig. Wenn du mir nun solche Unität oder solches Capital itzo, nämlich 1 Jahr voraus bezahlest, so bin ich dir deswegen übers Jahr $\frac{1}{2\,0}$ Interesse zu zahlen schuldig (laut Artik. I.). Weil wir aber unser Negotium itzo gleich zu Ende bringen wollen (Artik. III.), so forderst du wiederum von mir, daß ich dir das $\frac{1}{2\,0}$ itzo voraus bezahlen soll. Diese Bezahlung aber kann durch eine Abrechnung geschehen, wenn ich dir erlaube, mir so viel von der Summe, welche ich von dir bekommen soll, abzuziehen (Artik. II.): Dannenhero empfange ich $1 \div \frac{1}{2\,0}$. Indessen da du die Summe $\frac{1}{2\,0}$, so erst übers Jahr fällig ist, itzo voraus empfängst, so wirst du mir dieserhalben übers Jahr die Interesse, nämlich $\frac{1}{2\,0}$ von $\frac{1}{2\,0}$, das ist $\frac{1}{4\,0\,0}$ schuldig seyn (Artik. I.). Und da wir unser Negotium itzo gleich schließen wollen (Artik. III.), so mußt du mir über die vorige Summe $1 \div \frac{1}{2\,0}$ noch $\frac{1}{4\,0\,0}$ geben. Aber da du mir dieses $\frac{1}{4\,0\,0}$, so erst übers Jahr fällig ist, itzo voraus giebst, so werde ich dir nach Verlauf des Jahres die Interesse (Artik. I.) nämlich $\frac{1}{2\,0}$ von $\frac{1}{4\,0\,0}$, das ist $\frac{1}{8\,0\,0\,0}$, schuldig seyn. Und da unser Negotium itzo gleich abgethan werden soll (Artik. III.), so will ich dir das $\frac{1}{8\,0\,0\,0}$ auch itzo, und zwar (laut Artik. II.) durch eine Abrechnung bezahlen: Dannenhero bekomme ich $1 \div \frac{1}{2\,0} + \frac{1}{4\,0\,0} \div \frac{1}{8\,0\,0\,0}$. Hieraus ist klar, wenn man sich einbildet,

bildet, daß diese Rechnung in infinitum fortgesetzet wird, und, damit das Negotium itzo zu Ende gelange, jeder allemal die Interesse voraus zahlet, sich aber an solcher Vorausbezahlung nichts vergiebt, daß du mir vor die Unität, welche ich von dir übers Jahr bekommen sollen, itzo eine solche unendliche Seriem oder Reihe geben müssest, deren Termini in einer geometrischen Progressione subvigecupla (das ist in einer Progreßion, welche in einer 20fachen Verhältniß fortschreitet) bestehen; deren Zeichen + und ÷ aber beständig abwechseln. Hierauf wird erwiesen

V. daß die gedachte unendliche Series, als $1 \div \frac{1}{v} + \frac{1}{v^2} \div \frac{1}{v^3} + \frac{1}{v^4} \div \frac{1}{v^5}$ &c. gleich sey dem Bruche $\frac{v}{v+1}$; also wenn $v = 20$, so ist $1 \div \frac{1}{20} + \frac{1}{400} \div \frac{1}{8000} + \frac{1}{160000}$ &c. $= \frac{20}{21}$. Denn wenn man den Bruch $\frac{20}{21}$ mit 21 multipliciret, ist das Product ohnstreitig 20 (§. 444). Multipliciret man nun auch die gemeldete Progreßion mit 21, oder, so einerley, mit 20 + 1, so kommen ebenfalls 20, als folget:

$1 \div \frac{1}{20} + \frac{1}{400} \div \frac{1}{8000} + \frac{1}{160000}$ &c.

geben 20 ÷	1 +	$\frac{1}{20}$ ÷	$\frac{1}{400}$ +	$\frac{1}{8000}$ &c.	das 20fache.
hierzu add. +	1 ÷	$\frac{1}{20}$ +	$\frac{1}{400}$ ÷	$\frac{1}{8000}$ &c.	das 1fache.
komen 20					das 21fache.

Weil nun der Bruch $\frac{20}{21}$, und die Progreßion $1 \div \frac{1}{20} + \frac{1}{400} \div \frac{1}{8000}$ &c. beyde mit 21 multipliciret, gleiche Facta geben, so ist auch der Bruch $\frac{20}{21} = 1 \div \frac{1}{20} + \frac{1}{400} \div \frac{1}{8000}$ &c. Denn alle Größen, welche mit gleichem multipliciret ein gleiches bringen, müssen allerdings ein-

einander gleich seyn (§. 45). Dannenhero wird endlich geschlossen,

VI. daß der gegenwärtige Valor einer Unität oder eines Capitals, so übers Jahr erst fällig, sey $\frac{v}{v+1}$, da durch v der Theil des Zinses aus dem Capital angedeutet wird; das ist, wenn $v = 20$, nämlich, wenn die Interesse $\frac{1}{20}$ des Capitals, so ist der erwehnte Valor $\frac{20}{21}$ oder $\frac{1000}{1005}$ aus dem Capital. Denn vermöge Artik. IV. ist solcher Valor $1 \div \frac{1}{20} + \frac{1}{400} \div \frac{1}{8000}$ &c. Diese Progreßion aber ist laut Artik. V. $= \frac{20}{21}$, oder $\frac{1000}{1005}$. So aber die Interesse 6 p. C., so ist $v = \frac{100}{6} = 16\frac{2}{3}$; folglich der gegenwärtige Valor $\frac{v}{v+1} = \frac{16\frac{2}{3}}{17\frac{2}{3}} = \frac{50}{53}$ $= \frac{1000}{1006}$ aus dem Capital.

§. 1206. Obgleich dieses, daß die baare Zahlung, wenn der Rabatt 5 p. C. ist, $\frac{100}{105}$ oder $\frac{20}{21}$; und wenn er 6 p. C., $\frac{100}{106}$ aus der ganzen Schuld sey, oben (§. 1202 und 1204) weit leichter, als vorhin (§. 1205) dargethan worden: So habe gleichwol nicht unterlassen wollen, diese Demonstration allhier einzurücken; und zwar eines Theils ihrer Curiosität wegen, da der scharfsinnige Herr Autor den gesuchten Zweck so artig aus dem Calculo infinitorum hergeleitet, andern Theils sind auch dergleichen Beweise deswegen (wie der Herr Autor selbst schreibet) hochzuhalten, weil sie die ganze Rechnung völlig analysiren, und also das gesuchte aus seinen ersten Principiis durch lauter bekannte Quantitäten deduciren. Ueber dieses ist es auch nicht ohne Nutzen, insonderheit den Modum procedendi im Artik. V. sich wohl bekannt zu machen, indem dieser Modus zur Ausfindung anderer Sachen bisweilen mit nicht geringem Vortheil gebraucht werden kann.

§. 1207. Aller vorhergedachten Beweise, in welchen behauptet wird, daß der Rabatt (wie schon §. 998 erkläret) auf und nicht in 100 zu berechnen sey, ohngeachtet,

so bleibet doch dasjenige noch zu merken, das oben in der Intereſſerechnung (§. 1150 und 1151) ſchon erwehnet worden, alſo, daß die gemeldeten Beweiſe nur in ſo weit ihre Richtigkeit haben, wenn man den Rabatt in 100 zu berechnen nicht voraus bedungen, oder in ſolchem Falle, wo de iure geredet wird, nach welchem die Intereſſe p. C. ihre Schranken hat: Hingegen wenn man de facto, und von ſolchen Fällen redet, wo es in eigenem Willkühr ſtehet, die Intereſſe, und alſo auch den Rabatt p. C. (als welcher nach voriger Erläuterung nichts anders, als eine Intereſſe iſt) auf mehr oder weniger zu accordiren, da fallen auch die Raiſons, worauf ſich die erwehnten Beweiſe hauptſächlich gründen, hinweg, und kann derſelbe dahero auch wol in 100 bedungen und berechnet werden. Maßen ſolchergeſtalt es ja zu accordiren freyſtehet, (z. E.) entweder 5 p. C. in 100, oder $5\frac{5}{19}$ p. C. auf 100 zu rabattiren; welche beyde Wege aber der Rechnung nach auf eins hinaus laufen. Denn wenn man den Nutzen von 100, $5\frac{5}{19}$ werth zu ſeyn ſchätzet, ſo iſt nach ſolcher Proportion der Nutzen von 95, allerdings 5 werth (§. 1169. N°. 5).

§. 1208. Jedoch verſtehe ich den Rabatt allezeit (wo ich nicht expreſſe dabey melde, daß er in 100 berechnet werden ſoll) nach der vorigen eigentlichen und wahren Erklärung deſſelben, nämlich nicht in, ſondern auf 100.

§. 1209. Solchemnach iſt die Ausfindung der baaren Zahlung der Rückweg von dem 2ten Falle der Intereſſerechnung §. 1163. Denn da bey dieſer aus der bekannt gegebenen Intereſſe p. C., die völlige Zahlung an Capital und Zins, zu einem bekannt gegebenen Capital geſuchet wird, ſo ſuchet man allhier zurück aus dem bekannt gegebenen Rabatt p. C., das Capital oder die baare

Zah-

Zahlung, zu einer bekannt gegebenen völligen Zahlung an Capital und Zins, das ist zu der ganzen Schuld. Und zwar verstehet man allhier sowol in dem Hinweg, als Rückweg, solche Fälle, bey denen in der Zeit keine Veränderung ist (ibid.) Im Fall aber auch in der Zeit ein Unterscheid ist; als z. E. wenn man aus dem bekannt gegebenen Rabatt p. C. p. Anno, das Capital oder die baare Zahlung (und zwar nach solcher Beschaffenheit, wie §. 1204 erkläret worden), zu einer bekannt gegebenen ganzen Schuld, die nach etlichen Jahren allererst fällig ist, suchen will, so ist es der Rückweg von der Aufgabe §. 1173. Eben diese 2 Rückwege sind es hauptsächlich, welche in der Rabattrechnung gemeiniglich vorgetragen werden, und ich in den folgenden 2 Aufgaben abhandeln will.

Die 162. Aufgabe.

§. 1210. Aus dem bekannt gegebenen Rabatt p. C. 1. die baare Zahlung, oder auch 2. den Rabatt, bey einer gegebenen ganzen Schuld (wenn in der Zeit keine Veränderung ist) zu finden.

Dieses suchet nach der Regel Detri also:

I. Setzet in das erste Glied zur Linken 100 zusamt so viel, als der Rabatt auf 100 ist.

II. In das folgende 2te Glied schreibet im ersten Falle 100; im andern aber den Rabatt auf 100.

III. Endlich setzet in das 3te Glied die gegebene ganze Schuld, und procediret mit diesen dreyen Gliedern ferner nach der Regel Detri, so kommt die verlangte Antwort.

Z. E. N°. 1. Einer ist nach einem Jahre 1000 Thl.

zu zahlen schuldig, vergleichet sich aber mit seinem Creditore, die Zahlung sogleich zu prästiren, und wegen solcher frühern Bezahlung eines Jahres 5 p. C. zu rabattiren, Die Frage ist: Wie viel die baare Zahlung sey? Also:

105 Thl. = 100 Thl. baar = 1000 Thl.

5)——— 5)———

21 20...

$\left(\frac{3}{7}\right)$ $6666\frac{2}{3}$

Fac. $952\frac{8}{21}$ Thl. die baare Zahlung.

N°. 2. Wenn aber bey dem vorigen Exempel gefragt wird: Wie viel das Interusurium oder der Rabatt sey? kommt die Berechnung also:

105 Thl. = 5 Thl. Rab. = 1000 Thl.

5)——— 5)——— $333\frac{1}{3}$

21 1

$\left(\frac{5}{7}\right)$

Fac. $47\frac{13}{21}$ Thl., der Rabatt.

N°. 3. Einer kauft eine Obligation oder einen Wechselbrief von 1500 fl., so erst nach 1 Monat fällig ist, und bedinget wegen solcher Zeit $\frac{1}{2}$ p. C. zu rabattiren: Wie viel hat er demnach contant zu zahlen? Also:

$100\frac{1}{2}$ fl. = 100 fl. Contant = 1500 fl.?

Fac. $1492\frac{36}{67}$ fl. die contante Zahlung.

N°. 4. Wenn aber bey diesem Exempel die Frage ist: Wie viel der Rabatt sey? stehet es also:

$100\frac{1}{2}$ fl. = $\frac{1}{2}$ fl. Rab. = 1500 fl.?

Fac. $7\frac{36}{67}$ fl. der Rabatt.

§. 1211. Der Grund dieses Processes ist im vorhergehenden schon zur Genüge dargethan worden. Daß aber die auf solche Weise hervorgebrachte baare Zahlung insonderheit

derheit mit der Erklärung §. 1204 genau übereinstimmet, solches kann durch die Interesserechnung §. 1163, als den Rückweg von dieser Rabattrechnung (§. 1209) dargethan werden. Denn wenn man solche baare Zahlung, die ich vor der Zeit empfange, auf so lange Zeit, und auf so viel Interesse p. C. als der Rabatt p. C. ist, berechnet, kommet vor Capital und Zins zusammen netto eben so viel, als die ganze Schuld ist, welche mir nach solcher Zeit bezahlet werden sollte.

Z. E. Vorhin (§. 1210) N°. 1 ist gefunden, daß ich vor 1000 Thl., die man mir nach 1 Jahr zu zahlen schuldig, zu 5 p. C. Rabatt, anitzo baar $952\frac{8}{21}$ Thl. bekomme. Rechnet man nun, wie viel ich über ein Jahr demjenigen an Capital und Zins zu zahlen habe, der mir heute $952\frac{8}{21}$ Thl. à 5 p. C. Interesse vorschießet, kommen netto 1000 Thl. Also:

100 Thl. = 105 Thl. = $952\frac{8}{21}$ Thl? Fac. 1000 Thl.

Item (ibid.) N°. 3 ist gefunden, daß ich vor 1500 fl. die man mir nach 1 Monat zu zahlen schuldig, zu $\frac{1}{2}$ p. C. Rabatt, anitzo $1492\frac{36}{67}$ fl. bekomme. Rechnet man nun, wie viel ich nach 1 Monat demjenigen, der mir heute $1492\frac{36}{67}$ fl. vorschießet, an Capital und Zins wiederum zu zahlen habe, kommen accurat 1500 fl. Also:

100 fl. = $100\frac{1}{2}$ fl. = $1492\frac{36}{67}$ fl.? Fac. 1500 fl.

§. 1212. Hingegen wenn man den Rabatt p. C. in 100 berechnen, und in der Rechnung N°. 1. setzen wollte: Vor 100 bezahlt man 95, was vor 1000? kämen 950; welche 950 aber à 5 p. C. nicht die völlige 1000, sondern nur $997\frac{1}{2}$ hervor brächten, so wieder die obige Erklärung des Rabatts (§. 1204) ist. Und gleiche Beschaffenheit hat es mit dem gedachten Exempel N°. 3.

§. 1213. Weil nun der Rabatt die Differenz zwischen der ganzen Schuld und baaren Zahlung (§. 1201); folglich die ganze Schuld die Summe des Rabatts und der baaren Zahlung ist (§. 120): So ist klar, wenn man entweder die baare Zahlung oder den Rabatt, als eines von den 2 Theilen, aus welchen die ganze Schuld zusammen gesetzet ist, gefunden, so kann das andere ferner durch die bloße Subtraction gefunden werden (§. 117).

Z. E. Wenn vorhin (§. 1210 N°. 1) gefunden worden, daß von 1000 Thl. die baare Zahlung $952\frac{8}{1}$ Thl. sey; so subtrahiret diese von 1000, bleiben $47\frac{3}{1}$ Thl. der Rabatt. Also auch wenn man (ibid. N°. 2) gefunden, daß von 1000 Thl. der Rabatt $47\frac{3}{1}$ sey, so subtrahiret solchen von 1000, bleiben $952\frac{8}{1}$ Thl., die baare Zahlung.

§. 1214. Ich habe aber in voriger Aufgabe (ibid.) mit Fleiß beyde, nämlich sowohl die baare Zahlung als auch besonders den Rabatt zu finden angewiesen, damit man allemal dasjenige, welches eigentlich gesuchet wird, am ersten finden möge, und nicht nöthig habe, es allererst aus dem andern durch die Subtraction, wie gemeldet (§. 1213), herzuleiten. Gleiche Beschaffenheiten hat es in diesem Stücke mit der nachfolgenden Aufgabe.

Die 163. Aufgabe.

§. 1215. **Aus dem bekannt gegebenen Rabatt p. C. nebst der Zeit (z. E. p. Anno) 1. die baare Zahlung, oder auch 2. den Rabatt, bey einer gegebenen ganzen Schuld, welche nach einer gegebenen andern Zeit fällig ist, zu finden.**

I. Suchet den Rabatt p. C. zu solcher andern Zeit, nach Anweisung §. 1171.

II. Suchet aus diesem gefundenen Rabatt p. C. die baare Zahlung, oder auch den Rabatt, wie vorhin §. 1210.

Damit man aus der Gegeneinanderhaltung alles desto genauer einsehen möge, so will ich abermals die vorigen Exempel (ibid.), und dieselben, wie folget, proponiren.

N°. 1. Einer ist nach 2 Jahren 1000 Thl. zu zahlen schuldig, und soll mit 5 p. C. p. Anno Rabatt itzo bezahlen; so fragt sich: Wie viel die baare Zahlung, oder auch der Rabatt sey? Also:

Saget erstlich, nach Anzeigung §. 1171, im Kopfe: 5 p. C. p. Anno geben auf 2 Jahr, 2mal 5, nämlich 10 p. C. Hierauf suchet die baare Zahlung, oder auch den Rabatt, à 10 p. C., eben also, wie vorhin (§. 1210) angewiesen. Als:

110 Thl. = 100 Thl. baar = 1000 Thl.?

Fac. 909 $\frac{1}{11}$ die baare Zahlung.

Folglich ist der Rabatt 90 $\frac{10}{11}$ Thl. (§. 1213)

Will man aber anfangs gleich den Rabatt finden (§. 1214), so kommt es als folget:

110 Thl. = 10 Thl. Rab. = 1000 Thl.?

Fac. 90 $\frac{10}{11}$ Thl., der Rabatt.

Folglich ist die baare Zahlung 909 $\frac{1}{11}$ Thl. (§. 1213)

N°. 2. Einer kauft eine Obligation von 1500 fl., so erst nach 6 Monat fällig, und soll 6 p. C. p. Anno (oder $\frac{1}{2}$ p. C. p. Monat) rabattiren; so fragt sich: Wie viel die baare Zahlung, oder der Rabatt sey? Also:

Saget im Kopfe: 6 p. C. p. Anno geben auf $\frac{1}{2}$ Jahr oder 6 Monat, $\frac{1}{2}$ mal 6, nämlich 3 p. C. Hierauf suchet die baare Zahlung, oder den Rabatt à 3 p. C., nach voriger Anweisung, wie folget:

103 fl. = 100 fl. baar = 1500 fl.?

Fac. $1456\frac{2}{3}$ fl. die baare Zahlung.

Folglich der Rabatt = $43\frac{1}{3}$ fl.

Wollet ihr aber vorher den Rabatt suchen, so setzet es also:

103 fl. = 3 fl. Rab. = 1500 fl.?

Fac. $43\frac{1}{3}$ fl. der Rabatt.

folglich ist die baare Zahlung $1456\frac{2}{3}$ fl.

Beweis.

Vermöge der Erklärung des Rabatts (§. 1204) soll die baare Zahlung (wie z. E. vorhin N°. 1) so viel seyn, damit sie samt ihrer Interesse auf 2 Jahr à 5 p. C. p. Anno, netto der ganzen Schuld 1000 Thl. gleich werden möge. Nun ist die Interesse auf 2 Jahr, da allhier nicht von der Interesse auf Interesse, sondern nur gemeiner Interesse die Rede ist, 2 mal so viel; die Interesse von 3 Jahr, 3 mal so viel; die Interesse von $\frac{1}{2}$ Jahr, $\frac{1}{2}$ mal so viel ꝛc. als von 1 Jahr (§. 1171), das ist, wenn man jährlich 5 p. C. rechnet, von 2 Jahr 10, von 3 Jahr 15, von $\frac{1}{2}$ Jahr $2\frac{1}{2}$ u. s. w.: Derowegen muß (beym gedachten Exempel) die baare Zahlung so viel seyn, damit sie samt ihrer Interesse à 10 p. C. die ganze Schuld 1000 Thl. hervorbringe. Folglich muß auch allhier in dem Rückwege von der Interesserechnung (§. 1209), der Umstand der Zeit nicht anders als auf gedachte Weise berechnet, und demnach in der Verhältniß (wie §. 1170 N°. 2, auch vorhin §. 1210 schon angewiesen) allerdings:

Vor 110 bezahlet man 100 gesetzet werden.

§. 1216. Daß aber die nach solcher Art hervorgebrachte baare Zahlung samt ihrer Interesse die ganze Schuld erforderlichermaßen (§. 1204) wiederum her-

vor-

vorbringet, solches kann durch die Interesserechnung §. 1173, als den Rückweg von gegenwärtiger Aufgabe (§. 1209), dargethan werden.

Z.E. Vorhin (§. 1215) N°. 1 ist gefunden, daß ich 1000 Thl., die man mir nach 2 Jahr zu zahlen schuldig, à 5 p. C. p. Anno Rabatt, anitzo baar $909\frac{1}{11}$ Thl. bekomme. Rechnet man nun nach Anzeigung §. 1173, wie viel ich über 2 Jahre demjenigen an Capital und Zins zu zahlen habe, der mir itzo $909\frac{1}{11}$ Thl. à 5 p.C. p. Anno vorschießet, kommen netto 1000 Thl. Also:

5 p.C. p. Anno geben auf 2 Jahr 10 p.C., folglich heißet es nach der Regel Detri:

100 Thl. = 110 Thl. = $909\frac{1}{11}$ Thl? Fac. 1000 Thl.

Oder ihr könnet es nach der Regel Quinque also setzen:

Thl. 100 < Thl. > $909\frac{1}{11}$ Thl.
Jahr 1 < 5 > 2 Jahre? Fac. $90\frac{10}{11}$ Thl.
Diese addiret zu $909\frac{1}{11}$ Thl.
kommen 1000 Thl.

Item (ibid.) N°. 2 ist gefunden, daß ich vor 1500 fl. die man mir nach $\frac{1}{2}$ Jahre zu zahlen schuldig, à 6 p. C. p. Anno Rabatt, anitzo $1456\frac{32}{33}$ fl. bekomme. Rechnet man nun, auf vorige Weise, wie viel ich nach $\frac{1}{2}$ Jahr demjenigen an Capital und Zins zu zahlen habe, der mir itzo $1456\frac{32}{33}$ fl. à 6 p. C. p. Anno vorschießet, kommen netto 1500 fl. Also:

6 p.C. p. Anno geben auf $\frac{1}{2}$ Jahr 3 p.C.; folglich heisset es nach der Regel Detri:

100 fl. = 103 fl. = $1456\frac{32}{33}$ fl? Fac. 1500 fl.

Nach der Regel Quinque aber kommet es also:

fl. 100 — fl. 6 — $1456\frac{32}{35}$ fl.
Jahr 1 — — $\frac{1}{2}$ Jahr? Fac. $43\frac{17}{30}$ fl.
Diese addiret zu $1456\frac{32}{35}$ fl.
kommen 1500 fl.

§. 1217. Obgleich diese vorhergehende Aufgabe (§. 1215) der Rückweg von der Aufgabe §. 1173 ist; so hat man doch dieses insbesondere dabey zu merken, daß bey dieser obwol nicht das Capital samt dem Zinse, jedennoch der Zins allein, nach der Regel Quinque gefunden werden kann: Hingegen läßt sich bey der vorigen keinesweges die Regel Quinque anbringen, also, daß nach dieser Regel weder die baare Zahlung, noch der Rabatt zu finden ist.

Z. E. In N°. 1 der erwehnten Aufgabe (§. 1215) kann man nicht nach der Regel Quinque auf einmal setzen:

Thl. baar
Thl. 105 — 100 — 1000 Thl.
Jahr 1 — — 2 Jahre

Oder: Thl. Rab.
Thl. 105 — 5 — 1000 Thl.
Jahr 1 — — 2 Jahre.

Beweis.

Dieser ist gleich der gegebenen Ursache (§. 1173), warum man das Capital samt dem Zinse nicht nach der Regel Quinque auf einmal herstellen kann. Denn wenn man allhier in dem mittlern Satze schon die 5 p. C. Rabatt allein setzen wollte, welche allerdings der Größe der Zeit proportional sind (indem von 2, 3 oder 4 Jahren ꝛc. wie im nächst vorigen Beweise §. 1215 schon erwehnet, auch 2, 3 oder 4mal ꝛc. 5 gerechnet werden), so bestehet

doch

doch die ganze Schuld der 1000 Thl., wie auch die 105 in dem 1sten Gliede des Aufsatzes, aus dem Capital und Zinse zusammen (§. 1213), welches mit der Größe der Zeit keinesweges proportional ist (§. 1172); sintemal es nicht gesaget werden kann, wenn man von 105 auf 1 Jahr 5 rabattiret, daß darum auf 2 Jahre 10 von solchen 105 abzuziehen sey.

§. 1218. Es hat demnach die ganze Schuld bey jeder Zeit eine ganz besondere Verhältniß zu dem Rabatt oder der baaren Zahlung. Denn wenn man z. E. 5 p. C. p. Anno berechnet, so verhält sich die ganze Schuld

zu dem Rabatt

nach 1 Jahre, wie 105 zu 5 = 21 : 1
= 2 Jahren, wie 110 zu 10 = 11 : 1
= 3 Jahren, wie 115 zu 15 = 23 : 3
= 4 Jahren, wie 120 zu 20 = 6 : 1

so auch nach $\frac{1}{2}$ Jahre, wie $102\frac{1}{2}$ zu $2\frac{1}{2}$ = 41 : 1;

oder zu der baaren Zahlung

nach 1 Jahre, wie 105 zu 100 = 21 : 20
= 2 Jahren, wie 110 zu 100 = 11 : 10
= 3 Jahren, wie 115 zu 100 = 23 : 20
= 4 Jahren, wie 120 zu 100 = 6 : 5

so auch nach $\frac{1}{2}$ Jahre, wie $102\frac{1}{2}$ zu 100 = 41 : 40 ꝛc.

§. 1219. Indessen kann man vermittelst vorhergehender Aufgabe abermal dasjenige darthun, welches oben (§. 1202, 1204 und 1205) auf andere Arten schon erwiesen worden, nämlich, daß der Rabatt auf und nicht in 100 berechnet werden muß. Denn wenn mir jemand (z. E.) nach 20 Jahren 1000 Thl. zu zahlen schuldig wäre, und mir mit 5 p. C. p. Anno Rabatt itzo zahlen wollte; so würde es nach voriger Anweisung (§. 1215 oder §. 1218) heißen:

5 p. C.

5 p. C. p. Anno geben auf 20 Jahre, 20 mal 5, das ist 100 p. C.; folglich nach der Regel Detri:

200 Thl. = 100 Thl. baar = 1000 Thl.?
Fac. 500 Thl. die baare Zahlung.

Auf solche Weise bleibet nach Abzug des Rabatts, wenn es gleich eine Schuld wäre, die so viel Jahre zu laufen hätte, als man immer will, dennoch allezeit eine baare Zahlung übrig: Hingegen wenn man den Rabatt in 100 berechnen, und demnach so vielmal 5 rabattiren sollte, als Jahre sind, so würde man von 20 Jahr, 20 mal 5 von 100 einbehalten; was könnte denn die baare Zahlung seyn? Und wie würde es alsdenn erst aussehen, wenn es eine Schuld wäre, die länger als 20 Jahr noch zu laufen hätte; da man nach solcher Rechnung, von jedem 100, mehr als 100 abziehen sollte?

Die 164. Aufgabe.

§. 1220. Aus dem bekannt gegebenen Rabatt p. C. p. Anno, den sämtlichen Rabatt, oder die sämtliche baare Zahlung, von vielen ausstehenden Schulden, welche in unterschiedenen Zeiten fällig sind, zu finden.

Weil der Rabatt nicht nach der Regel Quinque berechnet werden kann (§. 1217), so kann auch die oben §. 1175 angegebene Regel nicht bey gegenwärtiger Aufgabe angebracht werden; indem diese beyde Regeln vermöge des daselbst gegebenen Beweises auf einem gleichen Grunde beruhen, welcher aber allhier in der Rabattrechnung (wie vorhin im Beweise §. 1217 dargethan) keine statt findet. Derowegen suchet

I. den

I. den Rabatt, oder die baare Zahlung, von jeder Schuld nach ihrer Zeit insbesondere auf die Weise, wie vorhin §. 1210 und 1215 gemeldet worden.

II. Addiret die gefundene Rabatten, oder baare Zahlungen, zusammen, so habt ihr im ersten Falle den sämtlichen Rabatt, und in dem andern die sämtliche baare Zahlung.

Z. E. Einer ist dem andern 2000 Thl., nämlich 1000 Thl. nach 1, und 1000 Thl. nach 2 Jahren zu zahlen schuldig, und soll mit 5 p. C. p. Anno Rabatt itzo zahlen; so fragt sich: Wie viel zu rabattiren, oder baar zu zahlen sey?

Allhier berechnet die 1000 Thl. von einem Jahre nach Anzeigung §. 1210 N°. 2, wenn ihr den Rabatt anfangs verlanget; oder nach N°. 1 (ibid.), so ihr die baare Zahlung erst zu wissen begehret, so findet ihr den Rabatt auf $47\frac{3}{21}$ Thl., und die baare Zahlung auf $952\frac{8}{21}$ Thl.

Ferner berechnet die 1000 Thl. von 2 Jahren nach Anweisung §. 1215 N°. 1, kommt der Rabatt $90\frac{10}{11}$ Thl., und die baare Zahlung $909\frac{1}{11}$ Thl. Diese gefundene Antworten eines jeden Termins insbesondere, addiret zusammen. Also:

die Rabatten	oder die baaren Zahlungen
sind $47\frac{3}{21}$	sind $952\frac{8}{21}$
und $90\frac{10}{11}$	und $909\frac{1}{11}$
Fac. Rab. $138\frac{23}{21}$ Thl.	oder baare Zahl. $1861\frac{9}{21}$

§. 1221. In verschiedenen großen Handelsstädten ist der Gebrauch, daß der Käufer die Bezahlung gewisser Waaren, allererst nach gewisser Zeit zu leisten schuldig ist. Im Fall er aber baar bezahlet, so rabattiret er etliche p. C. Als in Amsterdam (§. 1171 N°. 6), Hamburg (ibid. N°. 4), und Leipzig bey den Italiänischen Seiden-

Seidenwaaren, werden 8 p. C. p. Anno rabattiret; und eben diesen Gebrauch findet man an vielen Orten in Italien, auch anderwärts. Die Größe der gedachten Zeit aber ist nicht bey allen Waaren gleich; jedoch weil dieselbe in den so genannten **Preiscouranten** bey jeder Waare gemeiniglich angemerket wird, so habe nicht nöthig erachtet, selbige allhier zu specificiren. Insonderheit ist dieses wahrzunehmen, daß solcher Rabatt in Amsterdam und Hamburg **auf** 100, nach der wahren Erklärung des Rabatts, und wie er bis hierher immer verstanden worden; hingegen in Leipzig und Italien **in** 100 berechnet wird.

§. 1222. Diese Leipziger und Italiänische Berechnung des Rabatts **in** 100 vermeinen unterschiedene Rechenmeister eines Irrthums oder Vervortheilung zu beschuldigen: Zu dem Ende habe nicht unterlassen wollen, diesen Gebrauch des Rabatts gründlich zu untersuchen, und ihnen offenbar darzuthun, daß hierinnen ganz und gar kein Irrthum, noch weniger eine Vervortheilung sey.

§. 1223. Der Ursprung dieses Gebrauches rühret ohne Zweifel daher: Es haben sich die Käufer beschweret, daß sie die erkauften Waaren nicht eher bezahlen könnten, bis sie dieselben fernerweit abgesetzet. Hiernächst fanden sich bey den rauhen Waaren, welche erst in den Fabriquen fabriciret werden müssen, ehe sie zur Consummation gebracht werden können, noch größere Schwierigkeiten: Dahero wurde ihnen solcher Umstände halber eine gewisse Zeit nach Beschaffenheit der Waaren, zur Zahlung zugelassen. Damit man sie aber zu der frühern Bezahlung gleichwol encouragirte, so beliebten die Verkäufer demjenigen, der die Zahlung um 1 Jahr früher contentirte, als er sie zu leisten schuldig war, 8 p. C. rabattiren zu lassen. Und weil 8 p. C. ein weit mehreres,

als die gewöhnliche Intereſſe 5 oder weniger p. C. iſt, ſo beſtrebete ſich jeder Käufer, auch wohl anderwärts lieber Geld auf Intereſſe zu nehmen, und den Verkäufer mit 8 p. C. p. Anno Rabatt baar zu bezahlen. Woraus nunmehro eine allgemeine Gewohnheit worden, nach welcher ſich Käufer und Verkäufer bey dem Accord des Preiſes ſolcher Waaren, bey welchen der gedachte Rabatt ſchon recipiret iſt, (wie oben §. 1197 bereits erwehnet) zu richten wiſſen.

§. 1224. Da nun dieſer eingeführte Rabatt bey dem Waarenhandel aus einem willkührlichen Accord zwiſchen Käufer und Verkäufer entſtanden, und es ihnen erlaubt geweſen, auch wohl auf mehr oder weniger als 8 p. C. p. Anno, ſich zu vergleichen, (wie es denn in der That auch gewiſſe Oerter und Waaren giebt, bey denen der Rabatt nicht juſt 8 p. C. gebräuchlich iſt); ſo fallen ja hierbey die gegebenen Raiſons (§. 1202. 1204 und 1205), wie oben (§. 1207) bereits angemerket worden, gänzlich hinweg, und kann dahero der Leipziger und Italiän. Gebrauch, nach welchem der Rabatt in 100 berechnet wird, eben ſo wenig, als der Amſterdamer und Hamburger Gebrauch, nach welchem die Berechnung auf 100 geſchiehet eines Irrthums beſchuldiget werden. Denn gleichwie die Amſterdamer und Hamburger Kaufleute ſich anfangs aus freyem Willen 8 p. C. auf 100 zu rabattiren vergleichen, alſo iſt ohne Zweifel in Italien und Leipzig der Vergleich auf 8 p. C. in 100 zu rabattiren getroffen worden; welche letztere Art eben ſo viel iſt, als hätten ſie ſolchen Rabatt gleichfalls auf 100, jedoch aber nicht aue 8, ſondern auf $8\frac{16}{23}$ p. C. accordiret, ſo ihnen doch, wie vorhin gemeldet, allerdings frey geſtanden, und nach Proportion auf eins hinaus läuft, ob man von jedem

100,

100, 8 rabattiret und 92 bezahlet, oder aber von jedem $108\frac{16}{23}$, $8\frac{16}{23}$ abziehet und 100 bezahlet.

§. 1225. Gleichwie nun bey diesem Gebrauch die angegebene Raisons in §. 1202. 1204 und 1205 (wie vorhin gemeldet) keine statt finden, also will auch die angeführte Ursache §. 1219 allhier nichts zu sagen haben, indem bey dieser eingeführten Handlungsusanz die größte Zeit in Amsterdam auf 33 Monat hinaus läuft (§. 1171 N°. 6); sonst aber niemals eine längere, geschweige eine so lange Zeit, in welcher die ganze Schuld, wenn man den Rabatt in 100 berechnet, zernichtet würde, vorkommt.

§. 1226. Dannenhero, obschon oben erwiesen worden, daß bey ausgeliehenen Capitalien der Rabatt, insonderheit wenn es de iure geschiehet (§. 1207), allerdings auf 100 berechnet werden muß: So thun doch diejenigen Rechenmeister der Sache zu viel, wenn sie vermeynen, man müßte es ohne Ausnahme, und so auch bey dem gedachten Gebrauch in dem Waarenhandel allezeit auf und nicht in 100 berechnen; und deswegen den gemeldeten Italiänischen und Leipziger Calculum eines Irrthums oder Vervortheilung beschuldigen wollen (§. 1222). Allermaßen in gegenwärtigem Falle, auch wol außer dem, was nächst vorher zur Rechtfertigung dieses Calculi beygebracht worden, solche Berechnung weder irrig, noch eine Vervortheilung heißen kann; indem es eine recipirte Sache ist, wornach jeder Verkäufer beym Accord des Preises sich reguliret, und deswegen, weil er im voraus weiß, daß ihm von jedem bedungenen 100, 8 rabattiret werden, sich in dem Preise (wie schon §. 1197 erwehnet), darnach richtet; welcher Preis ja ohnstreitig in seinem eigenen Willkühr beruhet.

Die 165. Aufgabe.

§. 1227. Den gewöhnlichen Rabatt jedes Ortes, bey dem Waarenhandel zu finden: Auch wie die aus Rabatt und Wechsel vermischten Rechnungen anzustellen.

I. Er-

I. Erkundiget euch (wenn ihr es nicht voraus wisset) nach der Rechnungsart dieses Gebrauchs, ob nämlich der Rabatt auf oder in 100 berechnet wird (§. 1000). Ist nun das erstere, so berechnet es nach der eigentlichen Rabattrechnung, wie sie vorhin gelehret worden: Ist aber das andere, so verrichtet die Ausrechnung nach Art der Interesserechnung.

II. Wegen der vermischten Exempel aber hat es übrigens eine gleiche Bewandniß, wie mit der angewiesenen Auflösung §. 1180.

Z.E. N°. 1. Einer kauft in Amsterdam von den Waaren, die nach 15 Monat bezahlet werden, vor 2650 fl. will solche aber mit 10 p.C. Rabatt (§. 1171 N°. 6) baar zahlen: Wie viel hat er zu rabattiren?

Weil dieser Rabatt in Amst. auf 100 berechnet wird (§. 1221), so muß man setzen: Von 110 ist der Rabatt 10 (§. 1210). Demnach kommet die Ausrechnung also:

110 fl. = 10 fl. Rab. = 2650 fl.

Fac. 240 10/11 fl. der Rabatt.

Folglich ist die baare Zahlung 2309 1/11 fl. (§. 1213).

N°. 2. Einer kauft in Amsterdam von den Waaren, so nach 18 Monat bezahlet werden, vor 5680 fl; will solche aber mit 12 p. C. Rabatt (§. 1171 N°. 6) baar zahlen: Wie viel ist die baare Zahlung? Dieses setzet, aus vorhin (N°. 1) gemeldeter Ursache, also:

fl. 112 = 100 fl. baar = fl. 5680..

Fac. 5071 3/7 fl. die baare Zahlung. 8...

Folglich ist der Rabatt (§. 1213) 16.

608 4/7 fl. 48

N°. 3. Einer kauft in Hamburg von den Waaren, so nach 7 Monat bezahlet werden, vor 4694 ℔; will solche mit $4\frac{2}{3}$ p. C. Rabatt (§. 1171. N°. 4) baar zahlen: Wie viel hat er zu rabattiren, und baar zu zahlen?

Weil der Rabatt in Hamburg auf 100 berechnet wird, (§. 1221), so setzet (§. 1210):

$104\frac{2}{3}$ ℔ = $4\frac{2}{3}$ ℔ Rab. = 4694 ℔ (3

314	14	32858
		14..
157	7	45

Fac. $209\frac{45}{157}$ ℔, der Rabatt.
Folglich ist die baare Zahlung
$4484\frac{112}{157}$ ℔.

Oder setzet: $104\frac{2}{3}$ ℔ = 100 ℔ baar = 4694 ℔ (3

314	300	1408200
		152...
		266..
		148.
		224

Fac. $4484\frac{112}{157}$ ℔, die baare Zahlung.
Folglich ist der Rabatt
$209\frac{45}{157}$ ℔

N°. 4. Einer kauft in Hamburg von den Waaren, so nach 13 Monat bezahlet werden, vor 5683 ℔; will solche aber mit $8\frac{2}{3}$ p. C. Rabatt (§. 1171. N°. 4) baar zahlen: Wie viel ist die baare Zahlung, auch der Rabatt?

Dieses setzet, aus vorhin (N°. 3) erwehnter Ursache, also:

$108\frac{2}{3}$

108$\frac{2}{3}$ ℔ = 100 ℔ baar = 5683 ℔

(3

326 300 17004900

74...

97..

318.

246

Fac. 5229$\frac{1}{1}\frac{2}{6}\frac{3}{3}$ ℔, die baare Zahlung.
Folglich ist der Rabat
453$\frac{1}{1}\frac{4}{6}\frac{0}{3}$ ℔

Oder seßet: 108$\frac{2}{3}$ ℔ = 8$\frac{2}{3}$ ℔ Rab. = 5683 ℔

(3

326 26 17049

73879

86..

52.

40

Fac. 453$\frac{1}{1}\frac{4}{6}\frac{0}{3}$ ℔, der Rabatt.
Folglich ist die baare Zahlung
5229$\frac{1}{1}\frac{2}{6}\frac{3}{3}$ ℔

Nota. Daß ich die 314 (N°. 3), wie auch die 326 (N°. 4), gegen 300 nicht in 2 kleinern wollen, dieses ist oben schon zum öftern gemeldet, weil mit 300 bequemer, als mit 150 zu multipliciren; hingegen in 157 oder 163 gleichwohl nicht leichter, als in 314 oder 326 zu dividiren ist.

N°. 5. Einer kauft in Hamburg von den Waaren, welche 8$\frac{2}{3}$ p. C. Rabatt haben, vor 4675 ℔, und bezahlet solche nicht so gleich, sondern erst nach 4 Monat: Wie viel ist demnach solche Zahlung?

Saget: Weil die Zahlzeit dieser Waaren allererst nach 13 Monat ist, er aber nach 4 Monat, folglich 9 Monat früher bezahlet, so genießet er gewöhnlicher maßen 8 p. C. p. Anno (§. 1171. N°. 4) das ist (ibid. N°. 5) $\frac{2}{3}$ p. C. p. Monat, folglich auf 9 Monat 6 p. C. Derowegen kommt die Ausrechnung als folget:

℔ 106 = 100 ℔ baar = ℔ 4675 . .
Fac. ℔ 4410 $\frac{2}{5}\frac{0}{1}$, die Zahlung. 43 . . .
Folglich ist der Rabatt 11 . .
264 $\frac{3}{5}\frac{3}{3}$ ℔ 40

Nota. Von derjenigen falschen Rechnungsart, welcher einige Unerfahrne bey dergleichen Exempeln sich bedienen (wovon in verschiedenen Rechenbüchern schon erinnert worden) erachte nicht nöthig Meldung zu thun. Denn derjenige, der meine vorhergehende Beschreibung der Interesse- und Rabattrechnung gründlich verstanden, der ist auch ferner von sich selbst vermögend, die Unrichtigkeit solcher falschen Rechnungsart zu erkennen.

N°. 6. Einer kauft in Leipzig von den Waaren, die bey baarer Zahlung 8 p. C. Rabatt genießen, vor 2325 Thl. Wenn diese nun baar gezahlet werden: Wie viel ist solche Zahlung, oder der Rabatt?

Weil in Leipzig solcher Rabatt in 100 berechnet wird (§. 1221), so setzet es nach der Interesserechnung (§. 1163), also:

2325 à 8 p. C.

Fac. Thl. Rabatt 186|00

Folglich ist die baare Zahlung 2139 Thl.

Oder also: 2325 . . Thl. à 92 p. C.

Fac. Thl. 2139|00 die baare Zahlung.

Folglich ist der Rabatt 186 Thl.

Nota. Die Multiplication mit 92 aber ist allhier nach Anweisung §. 707 verrichtet worden.

N°. 7. Es ist oben (§. 1171 N°. 7) bereits gemeldet worden, daß in Amsterdam der Käufer, wenn er den gedachten Rabatt schon abgekürzet, dennoch die Zahlung aller-

allererst nach 6 Wochen zu leisten schuldig ist: Im Fall er aber sogleich contant zahlen will, so genießet er noch 1 p. C. wegen prompter Zahlung. Dieses 1 p. C. aber wird gewöhnlichermaßen nicht auf sondern in 100 berechnet. Wenn demnach wegen solcher prompten Zahlung 1 p. C. von 2345 fl. decourtiret werden soll, so verfahret eben auf die Weise, wie oben im §. 1165. gelehret worden. Also:

Fac. fl. 2 3|4 5 fl. (20 à 1 p. C.
Stüb. = 9|0 0

N°. 8. Leipzig kauft in Amsterdam von den Waaren, welche 12 p. C. Rabatt (vorhin N°. 2) und 1 p. C. wegen prompter Zahlung (vorhin N°. 6) genießen, vor 4000 fl. Hol. B°., und remittiret die Zahlung baar, da der Wechselcours in B°. 136 p. C. ist: Wie viel ist der Betrag an Thl. in Leipzig?

Dieses ist ein aus Rabatt- und Wechselrechnungen vermischtes Exempel; derowegen berechnet es nach der Regel Multiplex. Also:

4000 fl. B°. nach Zeit. 8
x4. xx2 x00 fl. B°. p. Rabatt
7 100 99 fl. B°. p. prompte Zahl.
8 2 Thl. B°.
x00 136 .. Thl. in Leipzig

7 13464

Fac. 1923 3/7 Thl. in Leipz.

N°. 9. Danzig kaufet in Hamburg von den Waaren, welche 8 2/3 p. C. Rabatt genießen (vorhin N°. 4), vor 5000 ℔ B°., und bezahlet solche prompt mit einem Amsterdamer Briefe, welcher in Danz. à 290 ℔ gekauft,

und in Hamb. à 33 Stüb. wiederum angenommen wird: Wie viel ist demnach der Betrag in fl. Pol.? Also:

		5000 ℔ B°. nach Zeit	
	326	ʒøø ℔ B°. promt	
	2	ʒʒ Stüb. Hol. B°.	11
4.	xzø	290 ℋ Pol.	
	ʒø	1 fl. Pol.	
	2608	15950000	319
		302...	
		412..	
		1512.	

Fac. fl. 6115
24 ℋ in Ca.

Rest 2080 fl. d. i. 62400 ℋ
1024.

§. 1228. Man findet auch in einigen Rechenbüchern zu der Berechnung des gewöhnlichen Rabatts in Hamburg, wovon vorhin N°. 3 und 4 handelt, folgende Manier, welche sie, als ein **Compendium** angeben. Nämlich bey dem Exempel N°. 3. heißen sie zur Ausfindung des Rabatts: **die Kaufsumme mit 7 multipliciren, und in 157 dividiren**; und zur Ausfindung der baaren Zahlung: **die Kaufsumme mit 150 multipliciren, und in 157 dividiren.** Bey dem Exempel N°. 4 aber lautet ihre Lehre zur Ausfindung des Rabatts: **die gedachte Summe mit 13 zu multipliciren, und in 163 zu dividiren**; und zur Ausfindung der baaren Zahlung: **die mehrgemeldte Summe mit 150 zu multipliciren, und in 163 zu dividiren.** Nun hat zwar dieses alles an sich selbst seine Richtigkeit; man siehet auch aus den vorhin (N°. 3 und 4) geschehenen Rechnungen, woher die Zahlen 7, 157, 150, 13 und 163 kommen: Allein es bestehet demnach dieser vermeynte Vortheil nur darinnen, daß die Ausrechnung nicht nach der Regel Detri aufgesetzet werden dürfte, welches aber nichts zur Sache thut (§. 362), indem die wirkliche Multiplication und Division gleichwohl eben mit denselben Zahlen geschiehet, als wenn es nach der Regel Detri aufgesetzet wird.

wird. Noch weniger kann dieses ein Compendium heißen, wenn man an statt eines Multiplicatoris 300 mit 150 zu multipliciren heißet; wovon doch oben (nach N°. 4) bereits das Gegentheil angemerket worden. Mit besserem Rechte könnte man die Regel, welche der Herr Oehlers, in seiner Arithmetica mercatoria noua zu dem Rabbat von $8\frac{2}{3}$ p. C. anzeiget, eine vortheilhafte benennen; nach welcher wenigstens die Division in 163 ersparet, und das Facit, obwohl nicht nach mathematischer Schärfe, jedoch in Praxi genau genug heraus gebracht wird. Es ist auch vielen Hamburger und Lübecker Herren Kaufleuten aus meiner mündlichen Information bekannt, wie ich solchen Rabatt in Praxi zu berechnen anzuweisen pflege. Allein ich achte diese Materie nicht von solcher Wichtigkeit zu seyn, mich allhier deswegen in Weitläuftigkeit einzulassen; derowegen schreite hiernächst lieber zu der Berechnung

Von Interesse auf Interesse.

§. 1229.

Was Interesse auf Interesse heiße, solches ist oben §. 1148 bereits gemeldet worden. Wie man aber dieselbe sowohl nach gemeiner Art, als mit Vortheil berechnen soll, dieses werde ich in folgenden Aufgaben anzeigen.

Die 166. Aufgabe.

§. 1230. **Aus der bekannt gegebenen Interesse p. C. p. Anno nebst der Zeit von etlichen oder auch vielen Jahren, das entstehende Capital saint dem Zinse, nach gemeiner Art zu finden; wenn man die jährlichen Zinsen, allemal so gleich wieder ausleihet, oder sonst zum Capital schläget, und darauf fernerweit eben so viel Interesse p. C. berechnet.**

I. Suchet das Capital und Zins des erſten Jahres nach Anweiſung §. 1163.

II. Nehmet das gefundene Capital und Zins, als ein bloßes Capital an, und ſuchet zu dieſem abermal nach der gedachten Anweiſung das Capital und Zins, welches nach dem andern Jahre entſtehet.

III. Dieſes continuiret ſo vielmal, als Jahre gegeben ſind, ſo erlanget ihr endlich das begehrte Capital u. Zins.

Z.E. Wenn man 10000 Thl. à 5 p. C. p. Anno ausleihet, und von dem jährlichen Zins wiederum 5 p. C. Intereſſe berechnet; wie viel iſt der Betrag an Capital und Zins nach 4 Jahren?

Nota. Ob man wohl nach gedachter Anweiſung (ibid.) nicht nöthig hätte, es bey jedem Jahre allererſt nach der Regel Detri aufzuſetzen, ſo habe doch ſolches allhier (wie ſchon §. 361, 1019, und §. 1171 N°. 1 erinnert) deswegen thun wollen, um den Grund dieſer wie auch nachfolgender Berechnungen, deſto deutlicher zu zeigen; welchergeſtalt die Auflöſung, wie folget, zu ſtehen kommet:

100 : 105 = 1000Ø

2Ø 21...

Fac. Thl. 10500, nachdem 1ſten Jahre.

2Ø : 21 = 1050Ø

2100

22050

Fac. Thl. 11025, nach dem 2ten Jahre

20 = 21 = 11025
22050

231525

Fac. Thl. 11576 $\frac{1}{4}$, nach dem 3ten Jahre.

20 = 21 = $11576\frac{1}{4}$
$(\frac{3}{7})$ $34728\frac{3}{4}$

$243101\frac{1}{4}$

Fac. Thl. $12155\frac{7}{16}$, nach dem 4ten Jahre, die geſuchte Antwort.

§. 1231. Ihr könnet auch, weil die Zahlung an Capital und Zins allezeit proportional iſt, der Größe des anfangs ausgeliehenen Capitals (denn wenn dieſes 2, 3 oder 4mal ꝛc. ſo groß, ſo iſt auch jene Zahlung allerdings 2, 3 oder 4mal ꝛc. ſo groß) aus dem gefundenen Facit nach dem 2ten Jahr die völlige Zahlung nach 4 Jahren herleiten, und ſolche in einem einzigen Aufſatze der Regel Detri finden.

Denn wenn ihr ſetzet:

10000 werden nach 2 Jahren 11025, was 11025 wiederum nach 2 Jahren?
ſo kommt das begehrte Facit $12155\frac{7}{16}$.

Gleichergeſtalt könnet ihr aus dieſem ferner das Facit nach 8 Jahren (wenn es verlanget wird) finden, wenn ihr ſetzet:

10000 werden nach 4 Jahren $12155\frac{7}{16}$, was $12155\frac{7}{16}$ wiederum nach 4 Jahren?

§. 1232. Wäre dieſes Exempel nach gemeiner Intereſſe zu berechnen, ſo dürfte man nur (nach Anzeigung §. 1173) im Kopfe ſagen: 5 p. C. p. Anno geben 20 p. C. auf 4 Jahr, und folglich

thäten 10000 Thl. à 20 p. C., an Capital und Zins 12000 Thl. Weil aber allhier die Intereſſe berechnet werden ſoll, mithin das Capital ſich jährlich verändert, und immer größer wird, ſo muß man nach voriger Art (§. 1230) die Regel Detri ſo vielmal anbringen, als die Anzahl der Jahre iſt; und obgleich nach der nächſt gezeigten Manier (§. 1231) die Regel Detri wenigermal wiederholet werden darf, ſo wachſen doch die Brüche (inſonderheit bey einer andern Größe als 5 p. C., oder auch bey einer ungeſchicktern Zahl als 10000) je länger je größer an, und cauſiren in der Berechnung nicht wenig Weitläuftigkeit und Mühe. Derowegen ſollen hiernächſt noch, andere bequemere Regeln hierzu angewieſen werden.

Die 167. Aufgabe.

§. 1233. Die vorhergehende Aufgabe nach der Regel Multipler zu ſolviren.

Weil dieſe Aufgabe, wie aus dem vorigen (§. 1230) zu erſehen, nach der Regel Detri zu ſolviren iſt, ſo iſt klar, daß ſolche auch durch die Regel Multipler, als durch welche die vielen Aufſätze der Regel Detri in einen einzigen Aufſatz verwandelt werden (§. 947), aufgelöſet werden kann. Und da dieſe Regel zur Genüge bereits erkläret worden, ſo braucht es allhier keiner beſondern Anweiſung, und kommt demnach die Auflöſung des gedachten Exempels (§. 1230) wie folget:

10000 Thl.

	100	120 nach 1 Jahre.	21
	100	120 nach 2 Jahren.	21
4 . 20 .	100	120 nach 3 Jahren.	21
4 . 20 .	100	120 nach 4 Jahren.	21

	16	194481	63
	(4/4)	48620 1/4	441
			1764
		Fac. 12155 1/16 Thl.	1764
		wie vorhin (ibid.)	

Näm-

Nämlich es wird in dieſem Aufſatze die Verhältniß des Capitals, zu dem Capital ſamt der Intereſſe von einem Jahre, das iſt bey gegenwärtigem Exempel, da man 5 p. C. p. Anno berechnet, 100 zu 105, oder 20 zu 21, ſo oftmal unter einander geſchrieben, als Jahre gegeben ſind. Uebrigens verfähret man, wie oben bey der Regel Multipler angewieſen worden.

§. 1234. Wenn ihr demnach den Aufſatz zu 2, 3, 4 und 5 Jahren ꝛc. auf ſolche Art, wie er oben (§. 946) erkläret worden, betrachtet, ſo könnet ihr gar leichte wahrnehmen, wenn die Intereſſe 5 p. C. p. Anno iſt, daß die Verhältniß des ausgeliehenen Capitals zu der völligen Zahlung an Capital und Zins ſey

nach 1 Jahre : wie 20 = = zu 21
nach 2 Jahren: wie 20 ✕ 20 zu 21 ✕ 21,
nach 3 Jahren: wie 20 ✕ 400 zu 21 ✕ 441,
nach 4 Jahren: wie 20 ✕ 8000 zu 21 ✕ 9261,

d. i. nach 1 Jahre : wie 20 zu 21
nach 2 Jahren: wie 400 zu 441
nach 3 Jahren: wie 8000 zu 9261
nach 4 Jahren: wie 160000 zu 194481.

Und ſolchergeſtalt ſteigen die Glieder dieſer Verhältniſſe immerfort mit 20 und 21 multipliciret.

§. 1235. Dieſe Berechnung durch die Regel Multipler iſt ohnſtreitig weit bequemer (§. 962 oder vielmehr 923), auch in der Praxi accurater (§. 1037. N°. 3. Not. 2), als die vorhergehende (§. 1230). Damit man aber auch den erforderlichen Aufſatz nach der Regel Multipler, wie auch die vielen Multiplicationes bey jeder Columne, inſonderheit, wenn es auf viel mehr als 4 Jahre berechnet werden ſoll, in Praxi erſparen möge, ſo

haben

haben einige Autores die völligen Zahlungen an Capital und Zins von einem Capital von 10000, oder mehr à 5 p. C., als der gewöhnlichſten und ſonderlich in Rechten gebräuchlichſten Intereſſe, von Jahr zu Jahr ausgerechnet, und hierauf eine Tabelle conſtituiret. Ich will dieſelbe allhier auf ein Capital von 100000000 und bis auf 20 Jahre ausgerechnet vorſtellen, nämlich es wird aus einem

Capital von	100000000		
nach 1 Jahre	105000000	nach 11 Jahrē	171033936
= 2 Jahrē	110250000	= 12 =	179585633
= 3 =	115762500	= 13 =	188564916
= 4 =	121550625	= 14 =	197993162
= 5 =	127628156	= 15 =	207892820
= 6 =	134009564	= 16 =	218287461
= 7 =	140710042	= 17 =	229201834
= 8 =	147745544	= 18 =	240661926
= 9 =	155132822	= 19 =	252695022
= 10 =	162889463	= 20 =	265329773

Die Verfertigung gegenwärtiger Tabelle iſt ſehr leicht, und kann zur Zeit, wenn man ſie brauchen will, ohne ſonderliche Mühe hergeſtellet werden, indem man immerfort $\frac{1}{20}$ des vorhergehenden addiren (§. 1164. N°. 6), und die Reſte aus ſolchen Diviſionibus, welche unter $\frac{1}{2}$, allemal hinweg laſſen, gegentheils wo er $\frac{1}{2}$ oder drüber, an ſtatt deſſen ein Ganzes mehr ſetzen darf (§. 229).

Indeſſen können aus dieſen gefundenen Faciten zu einem Capital von 100000000, ferner die Facite zu allen in Praxi vorkommenden Capitalien durch die bloße Regel Detri gefunden werden (§. 367). Obgleich aber jene, wie gemeldet, nur in ganzen Zahlen, und nicht allezeit

zeit ſo genau in Brüchen ausgerechnet; ſo ſind ſie doch zulänglich genug, dieſe aus ihnen herzuleiten, zumal da die in Prari vorkommende Capitalien gemeiniglich weit kleiner, als 1000c0000 ſind, und die allzugenaue Schärfe nicht geachtet wird.

Es kommet demnach die Auflöſung des oben (§. 1230 u. 1233) angeführten Exempels, vermittelſt dieſer Tabelle, als folget zu ſtehen:

Cap.	Cap. u. Zins nach 4 Jahren	Cap.
1000cØØØØ	= 121550625	1ØØØØ

Fac. $12155\frac{625}{10000}$, d. i. $12155\frac{1}{16}$, wie vorhin (ibid.)

§. 1236. Die in ſolcher Tabelle befindlichen Zahlen nennet man **Proportionalzahlen**, weil ſie aus obgedachten Verhältniſſen (§. 1234) durch die Regel Detri hergeleitet, und dahero eben dieſelben Verhältniſſe haben, alſo, daß es gleichviel gebe, ob man ein verlangtes Facit zu einem vorkommenden Capital, aus dieſen oder jenen Verhältniſſen ſuche: und bedienet man ſich deswegen lieber dergleichen Proportionalzahlen, weil nach denſelben die erforderliche Diviſion in das erſte Glied des Auffatzes nach der Regel Detri nur durch einen bloſſen Abſchnitt (§. 235) verrichtet wird.

§. 1237. Ich habe in meinem Anno 1724, 1725 und 1726, in Danzig herausgegebenen **Licht und Recht der Kaufmanſchaft** verſchiedene große Tabellen mit dergleichen Proportionalzahlen bekannt gemacht, welche nicht nur bey Intereſſe und Rabatt, ſondern in vielen andern Negotien ſehr bequem, ja ſo gar durch die bloße Addition zu gebrauchen ſind. Dahero erachte es überflüßig zu ſeyn, den Nutzen und Gebrauch ſolcher Tabellen, als wovon im erwehnten Buche zur Genüge ſchon gehandelt worden, allhier aus neue zu wiederholen.

§. 1238.

§. 1238. Alſo kann man auch bey der Berechnung der Intereſſe auf Intereſſe ſich der logarithmiſchen Tabellen bedienen, als welche nicht allein ſehr leicht, ſondern auch bey allen vorkommenden Größen der Intereſſe p. C., und daferne ſie, die Tabelle, nur groß genug, auch wohl bey ſehr vielen Jahren mit Nutzen zu gebrauchen iſt. Allein hiervon ſoll weiter unten, bey Beſchreibung der Logarithmorum, ein mehrers gemeldet werden. Voritzo aber will ich zu gedachter Berechnung noch eine andere ganz beſondere Regel, welche inſonderheit bey vielen Jahren bequem anzubringen iſt; jedoch vorher nachfolgende Betrachtungen darſtellen.

§. 1239. Der Zins eines Capitals verhält ſich zu dem Capital, wie die gegebene Intereſſe p. C. zu 100, wenn in den Zeiten keine Veränderung iſt (§. 1163). Dahero wird der Zins gefunden, wenn man das Capital mit dem Bruche multipliciret, welcher formiret wird, ſo man die Intereſſe p. C. über eine Linie, und 100 darunter bruchsweiſe ſetzet: Allermaßen es einerley iſt, ob es oben (ibid.) bey dem gegebenen Exempel N°. 1, allwo der Zins von 650 fl. Capital à 6 p. C. geſuchet wird, nach der daſelbſt gegebenen Regel heißet, **das Capital 650 fl. mit 6 zu multipliciren, und in 100 zu dividiren**; oder ob man ſaget: **Das Capital 650 fl. mit dem Bruche** $\frac{6}{100}$, **oder** (nach der Verkleinerung) $\frac{3}{50}$ **zu multipliciren**, ſo iſt doch dieſer andere Proceß nichts anders, als der erſte (§. 442).

§. 1240. Dieſen gemeldeten Bruch benenne ich den **gegebenen Bruch**, als welcher die eigentliche Verhältniß des Zinſes zu dem Capital, andeutet, und deswegen allemal angegeben werden muß (§. 1152).

§. 1241. Dafern aber in den Zeiten eine Veränderung iſt, ſo wird der gemeine Zins eines Capitals gefunden, wenn man den erwehnten gegebenen Bruch mit der Größe

der Zeit, und den hieraus entſtehenden Bruch ferner mit dem Capital multipliciret (§. 1173).

Z. E. Wenn man den gemeinen Zins von 650 fl. à 6 p. C. p. Anno auf 7 Jahr finden will, ſo multipliciret man $\frac{6}{100}$ mit 7, und die kommenden $\frac{42}{100}$ (§. 442) ferner mit 650, kommen 273 der geſuchte Zins. Dieſer Proceß iſt nach vorhergehender Erklärung (§. 1239) nichts anders, als die oben gegebene Regel §. 1173.

§. 1242. Da nun bey der Intereſſe auf Intereſſe der anwachſende Zins alle Jahre aufs neue, als ein Capital angeſehen wird (§. 1148), ſo findet man den Zins von dem Zinſe eines jeden vorhergehenden Jahres, wenn man dieſen, als ein neues Capital, mit dem gegebenen Bruche multipliciret (§. 1239).

Z. E. Der Zins von 10000 Thl. à 5 p. C. p. Anno auf 1 Jahr wird gefunden, durch die Multiplication der 10000 Thl. mit dem Bruche $\frac{5}{100}$ oder $\frac{1}{20}$ (ibid.), und kommen ſodenn 500 Thl. Multipliciret man dieſe 500 Thl. abermal mit $\frac{5}{100}$ oder $\frac{1}{20}$, ſo kommt der Zins von dem vorigen Zinſe, nämlich 25 Thl. Multipliciret man dieſen Zinſes Zins wiederum mit $\frac{5}{100}$ oder $\frac{1}{20}$, kommen $1\frac{1}{4}$ Thl., als der Zins von dem vorhergehenden Zinſes Zinſe, u. ſ. w.

§. 1243. Ich benenne den Zins, welcher in jedem Jahre von dem anfangs ausgeliehenen Capital ſelbſt gegeben wird, **den 1ſten Zins.** Den Zins aber, welcher von dieſem erſten Zinſe gegeben wird, heiße ich **den 2ten Zins**; und den Zins der ferner von dieſem zweyten Zinſe gegeben wird, **den 3ten Zins**, u. ſ. w. den 4ten, 5ten, 6ten ꝛc. Als in dem vorhergegebenen Exempel (§. 1242) heißen die 500 Thl., der 1ſte; die 25, der 2te; und die $1\frac{1}{4}$ der 3 Zins.

§. 1244.

§. 1244. Wenn man demnach bey einer Zeit von etlichen oder vielen Jahren bedenket, wie viel 1ſte, 2te, 3te, 4te ꝛc. Zinſen, in jedem Jahre zu zahlen ſind, ſo wird man befinden, daß dieſelben in ſolcher Ordnung kommen, als folgendes Schema anweiſet.

nach 1 Jahr, 1 (1ſter Zins
= 2 = 1 und 1 (2ter
= 3 = 1 + 2 + 1 (3ter
= 4 = 1 + 3 + 3 + 1 (4ter
= 5 = 1 + 4 + 6 + 4 + 1 (5ter
= 6 = 1 + 5 + 10 + 10 + 5 + 1 (6ter
= 7 = 1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1 (7ter
= 8 = 1 + 7 + 21 + 35 + 35 + 21 + 7 + 1 (8ter
ꝛc.

Nämlich nach dem erſten Jahre hat man nur den Zins von dem Capital ſelbſt, das iſt (§. 1243) den 1ſten Zins zu zahlen. Nach 2 Jahren hat man einen Zins von dem Capital ſelbſt, wie in dem vorigen erſten Jahre; und einen Zins von dem Zinſe des vorigen Jahres; das iſt zuſammen einen 1ſten und einen 2ten Zins, zu entrichten. Nach 3 Jahren hat man einen Zins von dem Capital ſelbſt, und 2 Zinſes Zinſen (als nämlich einen von dem Zinſe des 1ſten Jahres, und einen von dem erſten Zinſe des andern Jahres), wie auch über dieſe noch einen Zins von dem Zinſes Zinſe des 2ten Jahres; das iſt zuſammen 1 erſten + 2 zweyte + 1 dritten Zins, zu zahlen. Auf ſolche Weiſe könnet ihr durch wenig Nachſinnen alle vorhin ſpecificirte Zahlen der übrigen Jahre finden.

§. 1245. Wenn man nun die entſtandenen Zinſen in jedem Jahre alle zuſammen, als nämlich alle 1ſte, beſonders alle 2te, 3te und 4te Zinſen ꝛc. addiret, ſo zeigen

die

die Summe an, wie viel 1ſte, 2te, 3te und 4te Zinſen ꝛc. in dem geſuchten ſämtlichen Zinſe aller Jahre enthalten ſind. Als wenn ihr die im vorigen Schemate von 8 Jahren befindliche Zahlen nach der Ordnung addiret, kommen 8 + 28 + 56 + 70 + 56 + 28 + 8 + 1. Dieſe Summen zeigen an, daß in dem ſämtlichen Zinſe von 8 Jahren 8 erſte + 28 zweyte + 56 dritte + 70 vierte + 56 fünfte + 28 ſechſte + 8 ſiebende + 1 achter Zins enthalten ſind.

§. 1246. Indeſſen iſt bey gedachtem Schemate dieſes inſonderheit merkwürdig, daß daſſelbe eben diejenigen Zahlen vorſtellet, welche numeri figurati oder figürliche Zahlen genennet werden. Denn die erſte Columne zur Linken enthält in ſich lauter Unitäten, als 1.1.1.ꝛc.; die nachfolgende 2te Columne, numeros naturales, als 1.2.3.4.5.ꝛc.; die 3te, trigonales oder triangulares, als 1, 3, 6, 10, 15 ꝛc.; die 4te, pyramidales, als 1, 4, 10, 20, 35 ꝛc; die 5te, triangulo-triangulares, als 1, 5, 15, 35 ꝛc.

§. 1247. Wobey noch dieſes wahrzunehmen, daß die 1ſte Columne zur Linken allemal aus ſo viel Gliedern beſtehet, als die Anzahl der Jahre iſt, die folgenden Columnen aber nach der Rechten nehmen immerfort ein Glied ab. Als die 1ſte Columne ſolches Schematis, ſo bis auf 8 Jahre gerichtet iſt, beſtehet aus eben ſo viel, nämlich 8 Gliedern; die nächſt folgende 2te Columne, aus 7; die weiter folgende 3te, aus 6, u. ſ. w. bis ſich endlich alle Glieder verlieren.

§. 1248. Von den Eigenſchaften dieſer figürlichen Zahlen ſoll zu ſeiner Zeit ein mehreres, voritzo aber nur dieſes gemeldet werden, daß man aus der Summe der 1ſten Columne, welche allezeit gleich iſt der Anzahl der Jahre §. 1247) ferner alle Summen der nachfolgenden

Columnen, und zwar jede immerfort aus der Summe der nächſtvorhergehenden Columne, herleiten kann. Denn wenn man bey jeder Columne deren Summe man verlanget, einen ſolchen Bruch nimmt, deſſen Zähler gleich der Anzahl der Glieder von derſelben Columne, der Nenner aber bey der 2ten Columne, 2; bey der 3ten, 3; bey der 4ten, 4; u. ſ. w. iſt, und multipliciret mit dieſem Bruche die Summe der nächſtvorhergehenden Columne, ſo kommt allemal die verlangte Summe: Das iſt, weil die Columnen von der linken nach der Rechten immerfort 1 Glied abnehmen (ibid.), wenn die Anzahl der Jahre, folglich auch die 1ſte Summe (ibid.) a heißet, und man multipliciret dieſe Summe mit dem Bruche $\frac{a \div 1}{2}$, kommt im Product die 2te Summe:

Multipliciret man ſolche 2te ferner mit dem Bruche $\frac{a \div 2}{3}$, ſo kommet die 3te Summe, u. ſ. w.

Z. E. Die Summen des mehrgedachten Schematis (§. 1244) findet ihr folgendergeſtalt: Die 1ſte Summe iſt gleich der Anzahl der Jahre, nämlich 8: Dieſe mit dem Bruche $\frac{7}{2}$ multipliciret (§. 442), kommen 28, die 2te Summe: Solche 28 weiter mit dem Bruche $\frac{6}{3}$ multipliciret, kommen 56, die 3te Summe: Dieſe 56 ferner mit dem Bruche $\frac{5}{4}$ multipliciret, geben 70, die 4te Summe: Solche 70 mit dem Bruche $\frac{4}{5}$ multipliciret, geben 56, die 5te Summe: Dieſe 56 mit $\frac{3}{6}$ multipliciret, bringen 28, die 6te Summe: Solche 28 mit $\frac{2}{7}$ multipliciret, kommen 8 die 7te Summe: Endlich ſolche 8 mit $\frac{1}{8}$ multipliciret, kommet 1, als die letzte Columne; und weiter kann es nicht gehen, indem man nun mit dem

Bru-

Bruche $\frac{0}{9}$ multipliciren müßte, welches in dem Product 0 gäbe.

Aus dieſen gründlichen Betrachtungen (§. 1239 bis hierher) entſtehet die Regel in nachgeſetzter Aufgabe.

Die 168. Aufgabe.

§. 1249. Die vorhergemeldete Aufgabe (§. 1230) noch auf eine ganz beſondere Art aufzulöſen.

I. Seßet die gegebene Intereſſe p. C. p. Anno über, und 100 unter eine Linie bruchsweiſe. Dieſes iſt der gegebene Bruch (§. 1240).

II. Hierauf formiret eine Seriem fractorum oder Reihe Brüche folgendermaßen, nämlich: Schreibet, zur Linken anfangend, die gegebene Anzahl der Jahre, und weiter nach der Rechten in einer geraden Reihe in jedes Glied immerfort 1 weniger, als in ſeinem nächſtvorhergehenden Gliede. Solche Glieder multipliciret durchgehends jedes mit dem Zähler des gegebenen Bruches, ſo kommen die Zähler der erwehnten Reihe Brüche. Unter dieſe und zwar unter den erſten Zähler zur Linken ſchreibet vermittelſt eines Querſtrichleins (wie ſonſt bey Brüchen gewöhnlich) den Nenner des gegebenen Bruches; unter den nächſtfolgenden, den zweyfachen; unter den fernerfolgenden, den 3fachen, u.ſ.w. den 4fachen, 5fachen ꝛc. Nenner des gegebenen Bruches, ſo habet ihr die verlangte Reihe Brüche.

III. Jedoch könnet ihr vor Anfang des nächſt vorher (im Uten Artik.) angewieſenen Proceſſes, den gegebenen

Bruch, wie nicht minder nachgehends die gefundene Reihe Brüche, nach Möglichkeit kleinern, und zwar in ſo weit, daferne es zu einem Vortheil dienen kann, weil ſonſt die Verkleinerung nicht geachtet, ja öfters vielmehr nur mehrere Weitläuftigkeit verurſachet; wie oben ſchon hin und wieder zum öftern, und ſonderlich §. 514 erwehnet worden.

IV. Nachdem ihr nun die gemeldete Reihe Brüche hergeſtellet, ſo ſchreibet vor euch das gegebene Capital, und multipliciret ſolches mit dem Bruche, welcher im Anfange der gedachten Reihe zur Linken ſtehet; das kommende Factum ferner mit dem 2ten Bruche; das herauskommende Factum weiter mit dem 3ten Bruche, u. ſ. w. nach ihrer Ordnung. Verrichtet aber diejenigen Multiplicationes, deren Facta man nicht aus dem Kopfe hinſchreiben kann, nur beyſeite, damit alle Facta fein gerade unter einander zu ſtehen kommen; und zwar, damit ihr die Weitläuftigkeit, welche die in ſolcher Ausrechnung entſtehende Brüche, inſonderheit bey der nachfolgenden Addition derſelben, verurſachen könnten, erſparen möget, ſo machet das bleibende bey jeder Diviſion lieber zu Decimaltheilen, das iſt (§. 230), zu 10tel, 100tel, oder 1000tel ꝛc.

V. Addiret alle gefundene Facta zuſammen, ſo kommet die geſuchte Antwort.

Als die Auflöſung des vorhin angeführten Exempels (§. 1230) kommet, wie folget, zu ſtehen:

5 p. C.

5 p. C. iſt $\frac{5}{100}$ oder $\frac{1}{20}$	die Reihe Brüche			
Jahr	4	3	2	1
	20	40	60	80
das iſt gekleinert:	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{40}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{80}$

das gegebene Capital iſt	10000.	Hieraus	$\frac{1}{5}$	
kommen	2000.	Hieraus	$\frac{3}{40}$	6000
kommen	150.	Hieraus	$\frac{1}{30}$	40)——
kommen	5.	Hieraus	$\frac{1}{80}$	
kommt		$-\frac{1}{120}$		

Fac. Thl. 12155 $\frac{1}{120}$, wie oben (ibid.)

Nämlich, weil der gegebene Bruch $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$, und 1 nicht multipliciren kann, ſo bleiben die Glieder 4, 3, 2, 1, ohne Multiplication ſtehen, und darf man nur die Nenner, 20, 2 × 20, 3 × 20, und 4 × 20, das iſt, 20, 40, 60, 80, ſofort bruchsweiſe darunter ſchreiben. Demnach nimmt man ferner $\frac{1}{5}$ aus 10000, oder, ſo einerley (§. 396), multipliciret die 10000 mit $\frac{1}{5}$ (§. 442), kommt das erſte Factum 2000; hieraus ferner $\frac{3}{40}$ (und zwar, wer dieſes nicht aus dem Kopfe berechnen kann, der darf nur die 2000 beyſeite mit 3 multipliciren und in 40 dividiren, wie vorhin zu erſehen), kommen 150; aus dieſen weiter $\frac{1}{30}$, kommen 5; endlich aus ſolcher 5, $\frac{1}{8}$, kommt $\frac{1}{120}$; und weil allhier keine Brüche mehr zu addiren ſind, ſo dürfet ihr den Reſt nicht erſt zu Decimaltheilen machen, ſondern ſogleich das $\frac{1}{120}$ hinſchreiben.

Beweis.

Dieſer liegt hauptſächlich in den vorhergelegten Gründen (§. 1239. ſequ.). Denn die Größe eines jeden einzelnen Zinſes, das iſt (§. 1243), des 1ſten, 2ten, 3ten und 4ten Zinſes ꝛc. wird gefunden, wenn man erſtlich das gegebene Capital, hernach immerfort den kom-

menden Zins, mit dem gegebenen Bruche multipliciret (§. 1242); alſo, wenn ich den gegebenen Bruch, Kürze halber, $\frac{b}{c}$, und das Capital d benenne, ſo entſtehet die Größe des 1ſten einzelnen Zinſes, wenn man d mit $\frac{b}{c}$ multipliciret; des 2ten, wenn man das entſtandene Product abermal mit $\frac{b}{c}$ multipliciret; und ſolchergeſtalt muß jedes gefundene Product immerfort mit $\frac{b}{c}$ multipliciret werden. Nun enthält aber der geſuchte ſämtliche Zins aller Jahre, ſolche einzelne Zinſen mehr als einmal in ſich (§. 1245); dahero müßte man die Gröſſe eines jeden einzelnen Zinſes ſo vielmal zuſammen nehmen, das iſt, mit ſo viel multipliciren, als oftmal jeder Zins in dem geſuchten ſämtlichen Zinſe begriffen iſt. Indeſſen wird die Anzahl der 2ten, 3ten und 4ten ꝛc. Zinſen gefunden, wenn man die Anzahl der Jahre, (die ich a benenne) mit $\frac{a \div 1}{2}$; das kommende ferner mit $\frac{a \div 2}{3}$, multipliciret (§. 1248); derowegen müßte man, wenn die Größe der ganzen Anzahl eines jeden Zinſes verlanget wird, das gegebene Capital d, erſtlich, um die Größe eines jeden einzelnen Zinſes zu finden, mit der Reihe Brüche $\frac{b}{c}, \frac{b}{c}, \frac{b}{c}, \frac{b}{c}$ ꝛc. vorgemeldetermaßen nach und nach; und alsdenn die herauskommenden einzelnen Zinſen, um die Größe der ganzen Anzahl derſelben zu finden, ferner, von dem 2ten anfangend, mit der Reihe Brüche $\frac{a \div 1}{2}, \frac{a \div 2}{3}, \frac{a \div 3}{4}$ ꝛc. abermal

vor-

vorgemeldetermaßen nach und nach multipliciren. Da es aber bey einerley Factoribus gleichviel iſt, in welcher Ordnung ſie multipliciret werden (§. 163): So müſſen eben dieſelben Facta, das iſt, die Größen der ganzen Anzahl eines jeden Zinſes, hervorkommen, wenn man aus gedachten 2 Reihen Brüchen durch die Multiplication (§. 438), in der Ordnung, wie ſie auf einander folgen, 1 Reihe machet, und das gegebene Capital mit ſolcher einzigen Reihe nach und nach multipliciret, als

$$\text{1ſte Reihe } \frac{b}{c} \quad \frac{b}{c} \quad \frac{b}{c} \quad \frac{b}{c} \quad \frac{b}{c} \text{ ꝛc.}$$

$$\text{2te Reihe } a \quad \frac{a \div 1}{2} \quad \frac{a \div 2}{3} \quad \frac{a \div 3}{4} \quad \frac{a \div 4}{5} \text{ ꝛc.}$$

$$\text{dieſe geben } \frac{ab}{c} \quad \frac{(a \div 1)b}{2c} \quad \frac{(a \div 2)b}{3c} \quad \frac{(a \div 3)b}{4c} \quad \frac{(a \div 4)b}{5c} \text{ ꝛc.}$$

Folglich kommt die Größe der ganzen Anzahl des erſten Zinſes, wenn man das Capital d mit dem Bruche $\frac{ab}{c}$; des 2ten, wenn man das vorige Factum $\left(\frac{ab}{c}\right)$ d ferner mit dem Bruche $\frac{(a \div 1)b}{2c}$ u. ſ. w. multipliciret. Addiret man nun alle dieſe Facta, wie auch das gegebene Capital zuſammen, ſo muß allerdings das geſuchte Capital zuſamt allen Zinſen zum Vorſchein kommen.

§. 1250. Ich hätte zwar zu dieſer Regel (§. 1249) noch einen andern, auch wol kürzern Beweis algebraice vorſtellen können; Allein gleichwie ich eines Theils in gegenwärtigem Werke überhaupt mich befliſſen, alle Beweiſe wo nicht gänzlich, jedoch ſo weit als es geſchehen können, bloß arithmetiſch zu erklären; alſo habe

auch anderntheils deswegen lieber den vorigen Beweis erwählet, und zu dem Ende die vorhergehenden Betrachtungen (§. 1239 sequ.) dargeſtellet, weil dadurch die ganze Beſchaffenheit der Intereſſen auf Intereſſen, wie ſie von Jahr zu Jahr anwachſen, analyſiret und klar vor Augen geleget wird.

§. 1251. Der Herr Prof. Hauſen, deſſen Fertigkeit und tiefe Einſicht in Algebraicis den Gelehrten ohnedem ſchon bekannt iſt, hat, als ich ohnlängſt die Ehre gehabt, demſelben meine vorhergehende Gedanken von Berechnung der Intereſſe auf Intereſſe zu eröffnen, zu ſolcher Regel folgenden compendiöſen Beweis angegeben, welchen ich allhier dem begierigen Leſer mittheilen wollen.

Benennet die Verhältniß der Intereſſe p. C. zu 100, r, ſo wird jede Unität des Capitals nach 1 Jahre $1 + r$. Benennet ferner das gegebene Capital c, und berechnet es nach voriger Verhältniß von Jahr zu Jahr, nach der gemeinen Art (§. 1230), ſo kommet ſolche Rechnung, als folget:

$1 : 1 + r = c.$	Fac. $(1 + r)$ c nach 1 Jahre.
$1 : 1 + r = (1 + r)$ c.	Fac. $(1 + r)^2$c nach 2 Jahrē.
$1 : 1 + r = (1 + r)^2$c.	Fac. $(1 + r)^3$c nach 3 Jahrē.

u. ſ. w. Wenn demnach die Anzahl der Jahre a heißet, ſo iſt das geſuchte Capital und ſämtlicher Zins $(1 + r)^a$ c; folglich wird die begehrte Antwort gefunden, wenn man die Größe $1 + r$ zu einer ſolchen Dignität erhebet, als a bedeutet, und das kommende mit c multipliciret. Nun iſt nach der bekannten allgemeinen Regel zu Erhebung einer jeden binomiſchen Wurzel zu einer verlangten Dignität,

$$(1 + r)^a = 1 + \frac{a}{1} r +$$

$$\left\{\frac{a \times (a \div 1)}{1 \times 2}\right\} r^2 + \left\{\frac{a \times (a \div 1) \times (a \div 2)}{1 \times 2 \times 3}\right\} r^3 +$$
$$\left\{\frac{a \times (a \div 1) \times (a \div 2) \times (a \div 3)}{1 \times 2 \times 3 \times 4}\right\} r^4 \text{ ꝛc.}$$

Derowegen entſtehet allerdings die begehrte Antwort, wenn man dieſe Seriem mit c multipliciret.

Als beym vorhin gegebenen Exempel (ibid.) iſt c = 10000, a = 4, und $r = \frac{1}{20}$; ſo iſt $\frac{a}{1} r = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$,

$$\left\{\frac{a \times (a \div 1)}{1 \times 2}\right\} r^2 = \frac{4 \times 3}{2} \times \frac{1}{400} = \frac{3}{200},$$

$$\left\{\frac{a \times (a \div 1) \times (a \div 2)}{1 \times 2 \times 3}\right\} r^3 = \frac{4 \times 3 \times 2}{1 \times 2 \times 3} \times \frac{1}{8000}$$

$= \frac{1}{2000}$, u. $\left\{\frac{a \times (a \div 1) \times (a \div 2) \times (a \div 3)}{1 \times 2 \times 3 \times 4}\right\} r^4$

$= \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{1 \times 2 \times 3 \times 4} \times \frac{1}{160000} = \frac{1}{160000}$; und

weil a = 4, folglich a ÷ 4 = 0, ſo kann allhier ſolche Series nicht weiter gehen. Demnach multipliciret c = 10000, mit $1 + \frac{1}{5} + \frac{3}{200} + \frac{1}{2000} + \frac{1}{160000}$ kommen

10000
2000
150
5
$\frac{1}{16}$

Summe $12155\frac{1}{16}$, die geſuchte Antwort.

§. 1252. Obgleich aber dieſe Demonſtration dem Scheine nach einen andern Proceß anzeiget, als mein vorhin gegebener (§. 1249) iſt, indem allhier alle Facta aus dem Capital ſelbſten, und nicht wie vorhin (ibid.) eines

aus dem andern, hergeleitet werden; ſo kann doch die in gedachter Demonſtration angegebene Series gar leicht in meine vorige Seriem verwandelt werden. Denn wenn ihr das 1ſte Glied $1 \times c = c$; das 2te Glied $\frac{a}{1} r \times c = A$; das 3te Glied $\left\{\frac{a \times (a \div 1)}{1 \times 2}\right\} r^2 \times c = B$; das 4te $= D$, u. ſ. w. ſetzet, ſo findet ihr $(1+r)^a c = c + \frac{a}{1} r \times c + \frac{(a \div 1)}{2} rA + \frac{(a \div 2)}{3} rB + \frac{(a \div 3)}{4} rD$ ꝛc.

Dieſes iſt eben dieſelbe Series, welche ich oben beſchrieben, und kommt bey dem erwehnten Exempel in Zahlen

					10000	= c
+ $\frac{4}{1}$	× $\frac{1}{20}$	×	c = $\frac{4}{20}$ c	=	2000	= A
+ $\frac{3}{2}$	× $\frac{1}{20}$	×	A = $\frac{3}{40}$ A	=	150	= B
+ $\frac{2}{3}$	× $\frac{1}{20}$	×	B = $\frac{2}{60}$ B	=	5	= D
+ $\frac{1}{4}$	× $\frac{1}{20}$	×	D = $\frac{1}{80}$ D	=	$\frac{1}{16}$	
				Summe	12155	$\frac{1}{16}$

§. 1253. Bey den Exempeln von vielen Jahren dürfet ihr die Seriem nicht bis der Zähler 1 wird, extendiren, und die Facta aller ihrer Glieder ſuchen, wie beym vorigen Exempel geſchehen, ſondern nur ſo weit gehen, als es in Praxi nöthig erachtet, oder ſonſt genau von euch verlanget wird; hingegen die übrigen Glieder, deren Facta weiter nichts importiren, fahren laſſen. Gleiche Beſchaffenheit hat es mit den Reſten in jeder Diviſion, welche ihr in Decimaltheilen (§. 1249. Artik. IV) nur ſo genau nehmen dürfet, als ſie in der nachmaligen Addition, nach eurem vorgeſetzten Ziel, zum Facit noch etwas beytragen können;

können; wie ſolches alles aus folgenden Exempeln mit mehrern zu erſehen iſt.

§. 1254. Noch etliche Exempel zu deſto mehrerer Erklärung.

N°. 1. Wie viel wird aus einem Capital von 3600 Thl. à 5. p. C. p. Anno nach 8 Jahren, wenn man von dem jährlich anwachſenden Zinſe wieder 5 p. C. Intereſſe p. Anno berechnet?

Dieſes wird nach nächſt vorhergehender Regel (§. 1249) alſo ſolviret:

5 p. C. iſt $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$

Jahr	8	7	6	5	4	3
	20	40	60	80	100	120
das iſt	$\frac{4}{100}$	$\frac{7}{400}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{4}{1000}$	$\frac{1}{300}$

Capital 3600	Hieraus $\frac{4}{100}$	
1440	Hieraus $\frac{7}{400}$	10080
252	Hieraus $\frac{1}{100}$	40)
25.2	Hieraus $\frac{1}{100}$	
1.575	Hieraus $\frac{4}{1000}$	
63	Hieraus $\frac{1}{300}$	

2. Der Reſt wird weiter nicht geachtet.

Fac. thl. 5318.840, d. i. $5318\frac{840}{1000} \mid \frac{21}{25}$

Allhier ſind die letzten 2 Glieder der Seriei, als $\frac{2}{1400}$ und $\frac{1}{1000}$ hinweg gelaſſen, weil deren Facta keine 1000tel betragen.

Indeſſen wenn ihr dieſes Exempel vermittelſt obiger Tabelle (§. 1235) ſolviret, alſo:

1000000ØØ = 1477455444 = 36ØØ
8864732644 (66)

kommen 5318|839584, welches Facit von dem vorigen ſehr wenig differiret. N°. 2.

N°. 2. Wie viel wird aus einem Capital von 5678 Thl. à 6 p. C. p. Anno nach 20 Jahren, wenn man von dem jährlichen Zins immerfort wieder 6 p. C. p. Anno berechnet? Alſo:

6 p. C. iſt $\frac{6}{100} = \frac{3}{50}$

Jahr	20	19	18	17	16	15	14	13
	$\frac{60}{50}$	$\frac{57}{1000}$	$\frac{54}{1350}$	$\frac{51}{2000}$	$\frac{48}{2250}$	$\frac{45}{3000}$	$\frac{42}{3150}$	$\frac{39}{4000}$
das iſt	$\frac{6}{5}$	$\frac{57}{1000}$	$\frac{36}{1000}$	$\frac{51}{2000}$	$\frac{96}{3000}$	$\frac{3}{50}$	$\frac{6}{150}$	$\frac{39}{4000}$

12	11	10	9
$\frac{36}{4150}$	$\frac{33}{5000}$	$\frac{30}{5150}$	$\frac{27}{6000}$
$\frac{8}{1150}$	$\frac{66}{10000}$	$\frac{6}{1150}$	$\frac{9}{2000}$

Das Capital	5678	Nota. Allhier ſind
	6813.6	die Decimaltheile
	3883.752	bis auf den 6ten
	1398.15072	Grad, nämlich
	356.528434	$\frac{1}{1000000}$, ausge-
	68.453459	rechnet; und da-
	10.268019	hero die Series
	1.232162	nicht weiter, als
	120136	$\frac{9}{1000}$ extendiret wor-
	9611	den, weil die Facta
	634	der folgenden Glie-
	35	der ſchon weniger,
	1	als $\frac{1}{1000000}$ gebē.

Fac. Thl. 18210 | 115211
1000000

N°. 3.

N°. 3. Wie viel wird aus einem Capital von 1000 Thl. à 3 p. C. p. Anno nach 100 Jahren, wenn man von dem jährlichen Zinſe wieder 3 p. C. p. Anno berechnet? Alſo:

3 p. C. iſt $\frac{3}{100}$

Jahr	100	99	98	97	96	95	94	93
	$\frac{300}{100}$	$\frac{297}{200}$	$\frac{294}{300}$	$\frac{291}{400}$	$\frac{288}{500}$	$\frac{285}{600}$	$\frac{282}{700}$	$\frac{279}{800}$
das iſt	$\frac{3}{1}$	$\frac{297}{200}$	$\frac{98}{100}$	$\frac{291}{400}$	$\frac{576}{1000}$	$\frac{19}{40}$	$\frac{282}{700}$	$\frac{279}{800}$

92	91	90	89	88	87	86
$\frac{276}{900}$	$\frac{273}{1000}$	$\frac{270}{1100}$	$\frac{267}{1200}$	$\frac{264}{1300}$	$\frac{261}{1400}$	$\frac{258}{1500}$
$\frac{92}{300}$	$\frac{273}{1000}$	$\frac{27}{100}$	$\frac{89}{400}$	$\frac{264}{1300}$	$\frac{261}{1400}$	$\frac{86}{500}$

85	84	83	82
$\frac{255}{1600}$	$\frac{252}{1700}$	$\frac{249}{1800}$	$\frac{246}{1900}$
$\frac{51}{320}$	$\frac{252}{1700}$	$\frac{83}{600}$	$\frac{246}{1900}$

das gegebene Capital	1000
	3000
	4455
	4365.9
	3176.19225
	1829.486736
	869.006200
	350.085355
	122.092268
	37.441629
	10.221565
	2.508930
	558237
	113365
	21134
	3635
	579
	86
	12
	2
Fac. Thl.	19218|631983
	1000000

§. 1255. Ich könnte hier noch wohl andere Exempel auf mehr als 100 Jahre vorſtellen: Allein es dienen dieſelben, wenn es ſo hoch in Jahren hinauf läuft, nur zu bloßer Curioſität; und begnüge ich mich an den vorhin gegebenen Exempeln, als aus welchen der ganze Modus procedendi, wie er oben in der Regel (§. 1249) beſchrieben, zuſammt demjenigen, ſo vorhin (§. 1253) angemerket worden, nicht minder auch wie die Brüche durch das Vergröſſern und Kleinern zu den erforderlichen Multiplicationibus und Diviſionibus bequem zu machen, klar zu erſehen iſt.

§. 1256. Zu dieſem Ende habe auch die Ausrechnungen alſo, wie ſie aus ihren vorhin gegebenen Gründen fließen, vorgeſtellet; ſonſt

ſonſt kann man z. E. N°. 3 (§. 1254) ſofort 300, 297, 294 u. ſ. w. immer um 3 weniger, hinſchreiben, ohne daß vorher die Reihe 100, 99, 98 ꝛc. aufgeſchrieben werden darf; welches jeder von ſich ſelbſt verſtehet.

§. 1257. In meiner ausgegebenen vorläufigen Abweiſung der von A F M angemaßten ungründlichen Anzeige, das ſtreitige Lübeckiſche Problema betreffend, wird eines Exempels gedacht, in welchem man das aus 5 Thl. Capital à 5 p. C. p. Anno, mit Intereſſe auf Intereſſe berechnet, nach 5680 Jahren (als von Erſchaffung der Welt bis Anno 1731) entſtehende Capital und ſämtlichen Zins zu wiſſen verlanget. Dieſes Exempel brachte mein Gegner in erwehnter Anzeige aufs Tapet. Es gehöret aber zu der Solution dieſer Frage eine ganz andere Kunſt, und würde man nach allen vorhergehenden Regeln ſehr ſchwer zu rechte kommen können. Dahero vermeynte mein Gegner ſeine treffliche Kunſt hierinnen zu zeigen, und gab in mehrgedachter Anzeige vor die 20 erſtern Ziffern des verlangten Facits (als welches in 122 Ziffern beſtehet) folgende an:

11. 329. 063. 895. 177. 596. 744.

Allein gleichwie ich in der Hauptſache ſelbſten, das iſt, in Punkto des quäſtionirten Lübecker Problematis, ihn gründlich überführet, wie jeder dieſer Wiſſenſchaft Erfahrner es aus gemeldter Abweiſung von ſich ſelbſt, andere aber aus den von berühmten Mathematicis mir ertheilten ſchriftlichen Atteſtatis (welche nächſtens in öffentlichem Druck bekannt gemacht werden ſollen) erſehen können: Alſo habe auch in ſolcher Abweiſung ausführlich dargethan, daß die obgedachte 20 Ziffern falſch ſind; und gegentheils folgende 30 wahre erſtere Ziffern angegeben:

113.289.255.192.189.317.777.855.193.895.

Jedoch achte ich unnöthig, dieſes allhier aufs neue auszuführen, und kann der begierige Leſer dieſe curieuſe Sache nur in der Abweiſung ſelbſten ohnſchwer nachſehen.

§. 1258. Indeſſen habe zum Beſchluß der Intereſſe auf Intereſſerechnung noch die Solution eines ſolchen Exempels anzeigen ſollen, in welchem nebſt Ganzen auch Theile von einem Jahre gegeben werden. Als: Wieviel wird aus einem Capital von 10000 Thl. à 5 p. C. p. Anno nach $3\frac{1}{2}$ Jahre, wenn man von dem jährlichen Zins wieder 5 p. C. p. Anno berechnet?

Dieſes ſtehet nach der gemeinen Regel (§. 1230) alſo:

100	=	105	= 10000 ?	Fac. 10500
100	=	105	= 10500 ?	Fac. 11025
100	=	105	= 11025 ?	Fac. 11576 $\frac{1}{4}$
100	=	$102\frac{1}{2}$	= $11576\frac{1}{4}$?	Fac. 11865 $\frac{2}{3}\frac{1}{2}$ Thl.

Nach der Regel Multiplex (§. 1233). Alſo:

1ØØØØ Thl.

	1ØØ	ⅩØ§ nach 1	Jahr . 21
	1ØØ	ⅩØ§ nach 2	Jahren . 21
4. ⅩØ.	ⅩØØ	ⅩØ§ nach 3	Jahren . 21
8. 4Ø.	ⅭØØ	ⅭØ§ nach $3\frac{1}{2}$	Jahren . 41

32	379701	287
$\frac{4}{8}$	94925 $\frac{1}{4}$	2009
		18081
	Fac. 11865 $\frac{2}{3}\frac{1}{2}$ Thl.	126567

Nach der gegebenen beſondern Regel (§. 1249) aber rechnet erſtlich den Betrag von den 3 vollen Jahren, und das kommende hernach nach der Regel Detri auf die Zeit des $\frac{1}{2}$ Jahres. Alſo:

5 p. C.

5 p. C. iſt $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$. Jahr 3 2 1

20 40 60

das gegebene Capital 10000. Hieraus $\frac{3}{20}$

kommen 1500. Hieraus $\frac{2}{40} = \frac{1}{20}$

kommen 75. Hieraus $\frac{1}{80}$

kommt $1\frac{1}{4}$

100 = $102\frac{1}{2}$ = $11576\frac{1}{4}$ nach 3 Jahren

40 41

46304

$10\frac{1}{4}$

$474626\frac{1}{4}$

Fac. $11865\frac{2}{3}\frac{1}{2}$ Thl.

Es wird alſo die Intereſſe p. C. des halben Jahres, wie bey der gemeinen Intereſſerechnung (§. 1171), halb ſo groß, als die Intereſſe p. C. eines ganzen Jahres berechnet.

§. 1259. Zwar vermeynen einige Autores, man müßte in dieſem nächſt gemeldten Falle, weil bey der Intereſſe auf Intereſſe die Termini von Jahr zu Jahre in einer geometriſchen Progreßion (§. 314) ſteigen, den Betrag von 3 und beſonders von 4 Jahren ausrechnen, und aus dieſen beyden das geometriſche Medium proportionale (§. 313) nehmen, das iſt (wie weiter unten gemeldet werden ſoll) die gedachten beyden Betrage mit einander multipliciren, und aus dem Product die Quadratwurzel (§. 181) extrahiren. Allein, obgleich die Termini von Jahr zu Jahre in einer geometriſchen Progreßion ſteigen; ſo folget doch noch nicht, daß die Intereſſen auch von Tage zu Tage, ja von Stunde zu Stunde in ſolcher Progreßion fortgehen. Denn die Berechnung der Intereſſe auf Intereſſe entſtehet daher, weil man die empfangene Zin-

en, als des Creditoris eigen Gut ansiehet, und folglich zu einem neuen Capital machet (§. 1148). Nun sind aber die Zinsen, wenn man Gelder auf Jahrszeiten ausgeliehen, allererst nach jedem Jahre fällig (§. 1149), und also nicht eher, als nach solcher Verfallzeit, nämlich nachdem das Capital selbst zu bezahlen ist oder bezahlet wird, als des Creditoris eigen Gut zu consideriren: Derowegen kann man auch den Anwachs der Interesse auf Interesse nur von Jahr zu Jahr, nicht aber von Tag zu Tag berechnen. Jedoch wer dennoch hierüber critisiren will, der mag immer bey seiner Meynung beharren, und achte ich dieses nicht von solcher Importanz, mich deswegen allhier weitläuftiger zu expliciren.

Vom Rabatt oder Interusurio der Interesse auf Interesse.

§. 1260.

Wir haben oben (§. 1203) gesehen, daß beym Rabatt oder Interusurio die baare Zahlung so groß seyn muß, damit, wenn solche auf Interesse ausgeliehen wird, sie samt dem Zinse nach der Verfallzeit eben so viel, als nach solcher Zeit die ganze Schuld ist, betrage. Wenn man demnach die baare Zahlung bey einer Schuld, die nach etlichen Jahren erst fällig ist, finden will, so ist hierinnen abermals der Unterscheid zu consideriren, welcher zwischen der Berechnung der gemeinen Interesse (§. 1173), und der Interesse auf Interesse (§. 1230) ist. Nun habe ich oben (§. 1215) gezeiget, wie man bey etlichen oder auch vielen Jahren die baare Zahlung so groß finden kann, damit sie samt dem Zinse nach der gemeinen

nen

nen Intereſſerechnung der ganzen Schuld gleich werde (wie ſolches inſonderheit §. 1216 erkläret worden). Demnach ſoll allhier noch angewieſen werden, wie man die baare Zahlung, wenn es verlanget wird, auch ſo groß ausfinden möge, damit ſie ſamt dem Zinſe und Zinſes Zinſe eben ſo viel, als die ganze Schuld iſt, bringe. Und dieſe Art der Berechnung des Rabatts oder Interuſurii verſtehe ich durch den allhier vorgeſetzten Titel.

§. 1261. Gleichwie aber die Rabattrechnung, überhaupt der Rückweg von der Intereſſerechnung iſt (§. 1209), alſo ſind auch alle obbeſchriebene Regeln bey der Intereſſe auf Intereſſe allhier rückwärts, und zwar die gegebene beſondere Regel §. 1249 nur mit einer kleinen Veränderung anzubringen; wie aus dem folgenden zu erſehen.

Die 169. Aufgabe.

§. 1262. Aus der bekannt gegebenen ganzen Schuld nebſt der Zeit von etlichen oder auch vielen Jahren und dem Rabatt p. C. p. Anno, **die baare Zahlung, nach gemeiner Art, ſo groß zu finden, damit ſie nach ſolcher Zeit und Intereſſe** p. C. p. Anno **mit Intereſſe auf Intereſſe gerechnet, der ganzen Schuld gleich werde.**

I. Suchet die baare Zahlung auf 1 Jahr früher nach Anweiſung §. 1210.

II. Suchet zu dieſer kommenden baaren Zahlung ihre baare Zahlung, abermal auf 1 Jahr früher und nach gedachter Anweiſung.

III. Dieſes continuiret ſo vielmal, als Jahre gegeben

sind, so erlanget ihr endlich die baare Zahlung, welche in der Aufgabe begehret worden.

Z. E. Einer ist primo Jan. Anno 1736. 12155 $\frac{1}{16}$ Thl. zu zahlen schuldig, vergleichet sich aber mit dem Creditore solche Schuld nach Rabattirung 5 p. C. p. Anno, primo Jan. 1732, und also um 4 Jahr früher, mit so viel zu entrichten, damit solche baare Zahlung, wenn sie auf 4 Jahr à 5 p. C. p. Anno, mit Interesse auf Interesse berechnet wird, gleichfalls die Summe 12155 $\frac{1}{16}$ Thl. hervorbringen möge. Die Frage ist: Wie viel demnach solche baare Zahlung seyn müsse? Also:

105 = 100 = 12155 $\frac{1}{16}$? Fac. 11576 $\frac{1}{4}$ Thl.
so viel wäre 1 Jahr früher, als primo Jan. 1735, zu bezahlen.

105 = 100 = 11576 $\frac{1}{4}$? Fac. 11025 Thl.
so viel wäre primo Jan. 1734 zu bezahlen.

105 = 100 = 11025? Fac. 10500 Thl.
so viel wäre pimo Jan. 1733 zu bezahlen.

105 = 100 = 10500? Fac. 10000 Thl.
so viel ist die baare Zahlung primo Jan. 1732.

§. 1263. Wäre dieses Exempel nach dem gemeinen Rabatt (§. 1215) zu berechnen, so dürfte man (nach Anzeigung §. 1171 nur im Kopfe sagen: 5 p. C. p. Anno geben 20 p. C. auf 4 Jahr; und folglich nach der Regel Detri setzen:

120 = 100 = 12155 $\frac{1}{16}$?
oder (§. 1218) 6 = 5 = 12155 $\frac{1}{16}$?
käme sodann zum Facit 10129 $\frac{7}{32}$ Thl. Allein in gegenwärtigem Falle erfordert es mehrere Mühe; und kommet auch ein ganz ander Facit heraus.

§. 1264.

§. 1264. Indeſſen wenn ihr die vorige Solution (§. 1262), und die Auflöſung §. 1230 gegen einander haltet, ſo könnet ihr klar ſehen, daß eine nichts anders, als Rückweg von der andern iſt (wovon im §. 1261 ſchon erwehnet worden); auch daß das gefundene Facit 10000 Thl. der Aufgabe, auf die Weiſe, wie ſchon §. 1216 angewieſen, eine Genüge thue, indem ſolche baare Zahlung à 5 p. C. p. Anno, nach 4 Jahren juſt 12155$\frac{1}{16}$ Thl. bringen.

Die 170. Aufgabe.

§. 1265. Die vorhergehende Aufgabe nach der Regel Multiplex zu ſolviren.

Allhier beziehe ich mich auf dasjenige, welches oben §. 1233 gemeldet worden; und ſchreite demnach nur ſofort zu der Auflöſung des vorhin gedachten Exempels (§. 1262), welche als folget zu ſtehen kommet:

XØAA8X (16tel thl. primo Jan. 1736.

	XØ	1 ganz.		ZXØØ
Z. ZX.	XØ8	100	primo Jan. 1735.	Z4ØX
Z. ZX.	XØ8	100	primo Jan. 1734.	B4B
Z. ZX.	XØ8	XØØ	primo Jan. 1733.	ZØ. 4
Z. ZX.	XØ8	XØØ	primo Jan. 1732.	ZØ. 4

— Fac. 10000 thl., die verlangte baare Zahlung.

§. 1266. Gleichwie ihr nun aus der Gegeneinanderhaltung dieſer nächſten Auflöſung, und der obigen §. 1233, abermals ſehen könnet, daß eine nur der andern Rückweg iſt: alſo iſt auch allhier dasjenige zu merken, welches oben §. 1234 erinnert worden. Eben hieraus, wie auch aus dem, ſo ich oben §. 1218 gemeldet, könnet ihr den

merklichen Unterscheid zwischen der gemeinen und der itzt beschriebenen Rabattrechnung desto klärer vor Augen sehen. Denn nach jener verhält sich die ganze Schuld zu der baaren Zahlung, wenn man 5 p. C. p. Anno rechnet.

nach 1 Jahre, wie 105 zu 100 = 21 zu 20
nach 2 Jahren, wie 110 zu 100 = 11 zu 10
nach 3 Jahren, wie 115 zu 100 = 23 zu 20
nach 4 Jahren, wie 120 zu 100 = 6 zu 5 u. s. w.

Hingegen sind die Verhältnisse nach dieser,

nach 1 Jahre,	wie	21	zu	20
nach 2 Jahren,	wie	441	zu	400
nach 3 Jahren,	wie	9261	zu	8000
nach 4 Jahren,	wie	194481	zu	160000 ꝛc.

§. 1267. Nicht minder gilt auch dasjenige allhier, welches oben §. 1234 gemeldet worden, also, daß man sich auch hier einer Tabelle mit Proportionalzahlen bedienen kann. Hierzu gebrauchen einige die obige Tabelle (ibid.) selbsten, und zwar umgekehrt: Als das angeführte Exempel §. 1262 wird vermittelst solcher Tabelle, als folget solviret:

121550625 = 100000000 = 12155 $\frac{1}{16}$?

kommt zum Facit 10000, wie vorhin (ibid.).

Allein damit man die Mühe der Division in solchen großen Zahlen ersparen möge (§. 1236), pfleget man allhier lieber eine ganz besondere Tabelle zu verfertigen, welche ich abermals auf eine ganze Schuld von 100000000 mit 5 p. C. p. Anno Rabatt stellen, und bis auf 20 Jahr extendiren will, als folget:

Eine

Eine ganze Schuld von 100000000 trägt vor der Zeit

auf	1 Jahr	95238095	auf	11 Jahre	58467929
=	2 Jahre	90702948	=	12 =	55683742
=	3 =	86383760	=	13 =	53032135
=	4 =	82270247	=	14 =	50506795
=	5 =	78352617	=	15 =	48101710
=	6 =	74621540	=	16 =	45811152
=	7 =	71068133	=	17 =	43629669
=	8 =	67683936	=	18 =	41552065
=	9 =	64460892	=	19 =	39573396
=	10 =	61391325	=	20 =	37688948

Dieſe Tabelle läßt ſich nicht ſo geſchwinde, als die obige herſtellen. Wenn man aber dieſelbe ein vor allemal im Vorrath fertig hat, ſo iſt ihr Gebrauch ſehr bequem, und kommt demnach die Auflöſung des vorigen Exempels alſo zu ſtehen:

100000000 = 82270247 = $12155\frac{1}{16}$?

Fac. 9999|99994175 d.i. 10000 ſehr nahe.

§. 1268. Alſo kann man ſich auch allhier der logarithmiſchen Tabellen bedienen; allein hiervon ſoll (wie §. 1238 ſchon erwehnet) weiter unten Meldung geſchehen.

Die 171. Aufgabe.

§. 1269. **Die vorhergemeldte Aufgabe §. 1262 noch auf eine ganz beſondere Art aufzulöſen.**

I. Seßet den gegebenen Rabatt p. C. p. Anno über, und 100 + ſo viel, als der Rabatt p. C. iſt, unter eine Linie bruchsweiſe. Dieſen benenne ich allhier in der Berechnung des Rabatts den gegebenen Bruch, als

welcher die Verhältniß des Rabats eines Jahres zu der ganzen Schuld anzeiget (§. 1218).

II. Formiret hierauf eine Seriem Fractorum oder Reihe Brüche, und suchet ihre Facta aus der gegebenen ganzen Schuld nach und nach eines aus dem andern, alles eben auf solche Art, wie es oben §. 1249 Artik. II. III. und IV. angewiesen worden.

III. Bezeichnet die gegebene ganze Schuld mit +; das darunter geschriebene 1ste Factum, mit ÷; das 2te, wieder mit +; das 3te, wiederum mit ÷; u. s. w. immerfort wechselsweise.

IV. Addiret alle mit +, und besonders alle mit ÷ bemerkte Zahlen, und subtrahiret das letztere Collect von dem erstern, so zeiget der Rest die gesuchte baare Zahlung an.

Als die Auflösung des mehrgemeldten Exempels §. 1262, kommet folgendergestalt:

5 p. C. ist $1\frac{5}{105}$ oder $\frac{1}{21}$.

die Reihe Brüche

Jahr	4	3	2	1
	21	42	63	84

die gegebene ganze Schuld ist

$12155\frac{1}{16} = +$ 12155.0625. Hieraus $\frac{4}{21}$

kommen ÷ 2315.2500. Hieraus $\frac{3}{42} = \frac{1}{14}$

kommen + 165.3750. Hieraus $\frac{2}{63}$

kommen ÷ 5.2500. Hieraus $\frac{1}{84}$

kommen + 625

Summe + 12320.5000

Summe ÷ 2320.5000 abgezogen

Rest + 10000. die begehrte baare Zahlung.

Beweis.

Beweis.

Wer den vorigen Beweis §. 1249 gründlich verſtanden, dem wird es nicht ſchwer fallen, auch den Grund gegenwärtiger Auflöſung von ſich ſelbſt zu finden. Dahero will ich allhier mit wenigem nur eine Idee geben, warum die Zeichen + und −÷ abwechſeln.

Wenn mir einer (z. E.) ult. Dec. 1734 eine Unität ſchuldig iſt, und ſolche Schuld mit 5 p. C. p. Anno Rabatt ult. Dec. 1733, bezahlet, ſo rabattiret er $\frac{1}{21}$ und zahlet mir $\frac{20}{21}$, das iſt $1 \div \frac{1}{21}$. Wenn er mir nun dieſes $1 \div \frac{1}{21}$, welches er ult. Dec. 1733 ſchuldig iſt, noch auf 1 Jahr früher, nämlich ult. Dec. 1732 zahlet, ſo gebühret ihm nicht $\frac{1}{21}$ aus der ganzen Unität, ſondern nur $\frac{1}{21}$ aus $1 \div \frac{1}{21}$, das iſt $\frac{1}{21} \div \frac{1}{21}$ aus $\frac{1}{21}$, oder $\frac{1}{21} \div \frac{1}{441}$. Folglich wenn er mir wegen dieſes 1733ſten Jahres ebenſowol, als wegen des 1734ſten Jahres, $\frac{1}{21}$ aus der ganzen Unität abziehet, da ihm doch vor ſolches 1733ſte Jahr, wie gemeldet, nur $\frac{1}{21} \div \frac{1}{441}$ gebühret, ſo muß er mir ſolches $\frac{1}{441}$ gut thun. Demnach bezahlet er mir vor die Unität, welche ult. Dec. 1734 fällig iſt, ult. Dec. 1732:

$1 \div \frac{1}{21}$, wegen des 1734ſten Jahres
noch $\div \frac{1}{21} + \frac{1}{441}$, wegen des 1733ſten Jahres, das

iſt zuſammen $1 \div \frac{2}{21} + \frac{1}{441}$. Wenn er nun dieſes $1 \div \frac{2}{21} + \frac{1}{441}$ abermal 1 Jahr früher, nämlich ult. Dec. 1731 zahlet, ſo genießet er $\frac{1}{21}$ aus $(1 \div \frac{2}{21} + \frac{1}{441})$, das iſt $\frac{1}{21} \div \frac{2}{441} + \frac{1}{9261}$; folgends, wenn er mir auch wegen dieſes 1732ſten Jahres $\frac{1}{21}$ aus der ganzen Unität rabattiret, ſo muß er mir $\frac{2}{441} \div \frac{1}{9261}$ gut thun. Demnach bezahlet er mir vor die Unität, welche nach 3 Jahren fällig iſt,

itzo 1 ÷ $\frac{1}{21}$ wegen des 1734sten Jahres
noch ÷ $\frac{1}{21}$ + $\frac{1}{441}$ wegen des 1733sten Jahres
noch ÷ $\frac{1}{21}$ + $\frac{2}{441}$ ÷ $\frac{1}{9261}$ wegen des 1732sten Jahres

Wenn ihr nun nach der gegebenen Erklärung (§. 1243($\frac{1}{21}$ den ersten Zins, oder allhier den ersten Rabatt; $\frac{1}{21}$ aus $\frac{1}{21}$, oder $\frac{1}{441}$, den 2ten Rabatt; weiter $\frac{1}{21}$ aus $\frac{1}{441}$, oder $\frac{1}{9261}$, den 3ten Rabatt, u.s.w. benennet, und dieser Sache auf mehrere Jahre, eben auf solche Weise, wie hiernächst gezeiget, nachdenket, so findet ihr abermal das obbeschriebene Schema (§. 1244), und zwar mit abwechselnden Zeichen + und ÷ als folget:

auf 1 Jahr ist die baare Zahlung:

die ganze Schuld ÷ 1 (1ster Rabatt
auf 2 Jahr noch ÷ 1 + 1 (2ter
auf 3 Jahr noch ÷ 1 + 2 ÷ 1 (3ter
auf 4 Jahr noch ÷ 1 + 3 ÷ 3 + 1 (4ter

u.s.w. Hieraus siehet man die Ursache der abwechselnden Zeichen + und ÷ klar vor Augen. Also auch wird es einem Kenner nicht schwer fallen, den oben §. 1251 und 1252 gemeldeten Beweis auch allhier anzubringen; dahero erachte es unnöthig zu seyn, dieses mit besondern Worten weiter auszuführen.

§. 1270. Mehrere Exempel zu desto mehrerer Erklärung allhier anzuführen, würde meines Bedünkens überflüßig seyn, zumal da dieser Modus oben schon (§. 1254) mit genugsamen Exempeln erläutert worden.

Die 172. Aufgabe.

§. 1271. Aus dem bekannt gegebenen Rabatt p. C. p. Anno die sämtliche baare Zahlung von vielen ausstehenden Schulden, welche in unterschiedenen Zeiten fällig sind, und zwar nach solcher Beschaffenheit,

heit, wie in voriger 169ſten Aufgabe erklä-ret worden, zu finden.

Dieſe Aufgabe iſt von der obigen §. 1220 nur darinnen unterſchieden, indem bey ſolcher die Rede von dem gemeinen Rabatt, gegenwärtig aber von dem Rabatt der Intereſſe auf Intereſſe iſt: Alſo ſind auch ihre Auflöſungsarten nur in ſo weit unterſchieden, daß oben die baare Zahlung von jeder Schuld nach der gemeinen Rabattrechnung, auf die Weiſe, wie §. 1215 gelehret, allhier aber nach der Art, wie vorher §. 1262 ſequ. angewieſen worden, geſuchet werden müſſe. Dahero iſt es unnöthig, allhier beſondere Worte zu machen, und will ich, um den gedachten Unterſcheid deſto klärer vor Augen zu legen, eben dasjenige Exempel vorſtellen, welches oben (§. 1220) nach der gemeinen Rabattrechnung ſolviret worden. Nämlich:

Einer iſt dem andern 2000 Thl., als 1000 Thl. nach 1, und 1000 Thl. nach 2 Jahren zu zahlen ſchuldig, und ſoll mit 5 p. C. p. Anno Rabatt itzo ſo viel baar zahlen, damit ſolche baare Zahlung, wenn ſie itzo gleich wieder ausgeliehen und mit 5 p. C. p. Anno Intereſſe auf Intereſſe berechnet werden ſollte, ebenfalls nach 1 Jahre 1000, und nach 2 Jahren wiederum 1000 heraus bringen möge. Nun fragt ſich: Wie viel ſolche baare Zahlung ſeyn müſſe?

Allhier berechnet die 1000 Thl. von einem Jahre nach Anzeigung §. 1210. N°. 1, kommen $952\frac{8}{21}$ Thl. Weiter berechnet die 1000 Thl. des andern Jahres nach einem von den vorhin angezeigten Wegen §. 1262 ſequ.; worunter ich jedoch (wenn die Tabelle, §. 1267, nicht bey Händen habe) den Modum §. 1265, wiewol ohne beſon-

besondern Aufsatz, und mir durch die daraus gar leicht hergeleitete Verhältniß (wie §. 1234 und §. 1266 angewiesen worden) mir gemeiniglich zu erwählen pflege; und es demnach als folget setze:

441 = 400 = 1000? Fac. $907\frac{13}{400}$ Thl.

Diese beyde gefundenen Antworten,

als $952\frac{8}{21}$ Thl.

und $907\frac{13}{400}$ Thl. addiret,

kommen $1859\frac{3847}{8400}$ Thl., die gesuchte baare Zahlung.

Dieses ist ein ganz ander Facit als das obige nach der gemeinen Rabattrechnung (§. 1220).

§. 1272. Daß aber diese allhier gefundene baare Zahlung eben diejenige sey, welche in der Aufgabe begehret worden, solches könnet ihr allhier auf solche Weise wie §. 1264 schon erwehnet, finden, nämlich, wenn ihr euch die baare Zahlung $1859\frac{3847}{8400}$ Thl., als 2 Capitalien von $952\frac{8}{21}$ und $907\frac{13}{400}$ vorstellet, und jenes auf 1, dieses aber auf 2 Jahre, à 5 p. C. p. Anno Interesse auf Interesse berechnet, so werdet ihr befinden, daß aus dem erstern, 1000 nach 1 Jahr; und aus dem andern, 1000 nach 2 Jahren, just wieder hervor kommen, wie in der Aufgabe verlanget worden.

)o(

Von

Von Berechnung des Interusurii bey Licitationibus.

§. 1273.

Zum Beschluß der vorigen Materie will ich noch zeigen, wie die vorhin angewiesenen Berechnungen des Rabatts oder Interusurii, insonderheit in Rechtssachen mit nicht geringem Nutzen zu applici-ren sind. Sintemal es bekanntermaßen bey einem subhastirten Gute sich öfters ereignet, daß auf solches verschiedene Licita dergestalt geschehen, da einer sein Licitum auf Tagzeiten setzet, ein anderer aber zwar weniger licitiret, jedoch die Zahlung sogleich baar leisten will; oder auch wenn solche ungleiche Licita beyde auf Tagzeiten offeriret werden, jedoch die angesetzten Termine des einen, von den angebothenen Terminen des andern, unterschieden sind, da ist es allerdings nöthig, durch Rechnen zu entscheiden, wessen Licitum besser, auch um wie viel eines mehr als das andere zu achten sey. Und eben dieses soll in folgender Aufgabe erörtert, und hernach ferner umständlicher ausgeführet werden.

Die 173. Aufgabe.

§. 1274. **Zwischen verschiedenen Licitis, deren Grösse der gebothenen Kaufsummen sowol, als auch die dabey offerirten Zahlungszeiten, einander ungleich sind, zu finden, welches am meisten, auch um wieviel eines mehr als das andere betrage.**

I. Suchet wie viel der Werth oder die baare Zahlung

eines

eines jeden Liciti itzo sey, wenn die nach Zeiten bestimmten Zahlungen mit 5 p. C. p. Anno Rabatt (als der in den Rechten gebräuchlichen Interesse) alle zusammen itzo bezahlet werden sollten; welches jedoch auf 2 verschiedene Arten geschehen kann, nämlich entweder nach dem gemeinen Rabatt, wie §. 1220 angezeiget, oder nach dem Rabatt der Interesse auf Interesse, wie vorher §. 1271 gelehret worden.

II. Subtrahiret die gefundene itzige Werthe oder baare Zahlungen von einander, so zeiget der Rest oder ihre Differenz, welches und wie viel ein Licitum mehr als das andere betrage.

Z.E. Ein gewisses Gut wird subhastiret. A bietet 18300 Thl. baar zu zahlen. B bietet 20000 Thl., nämlich 4000 Thl. baar, und 16000 Thl. auf Tagezeiten, mit 4000 Thl. jährlich, in 4 Jahren zu bezahlen. C bietet 21000 Thl., nämlich 3000 Thl. baar, und die übrigen 18000 Thl. in 6 Jahren, 3000 Thl. jährlich, zu entrichten. Es fraget sich nun: Wessen Licitum und um wie viel eines besser als das andere zu achten sey?

Dieses stehet nach Art des gemeinen Rabatts (§. 1220) also:

des B Licitum ist 4000 thl. baar

105=100, od. 21=20=4000thl? Fac. 3809 = 12 Gge 7 ₰
110=100, od. 11=10=4000thl? Fac. 3636 = 8 = 9
115=100, od. 23=20=4000thl? Fac. 3478 = 6 = 3
120=100, od. 6=5=4000thl? Fac. 3333 = 8 = —

Summe 18257 thl. 11 Gge 7 ₰

des C Licitum ist 3000 thl. baar

		21	20	3000 thl? Fac. 2857	= 3 Gr 5 Pf
		11	10	3000 thl? Fac. 2727	= 6 = 7
		23	20	3000 thl? Fac. 2608	= 16 = 8
		6	5	3000 thl? Fac. 2500	= — = —
125	100, od.	5	4	3000 thl? Fac. 2400	= — = —
130	100, od.	13	10	3000 thl? Fac. 2307	= 16 = 7

Summe 18400 thl. 19 Gr 3 Pf

Beträgt also nach dieser Rechnung

des A Licitum	=	baar 18300 thl.	
des B	=	= baar 18257	= 11 Gr 7 Pf
und des C	=	= baar 18400	= 19 = 3

Woraus zu ersehen, daß des C Licitum am meisten betrage; und könnet ihr ferner durch die Subtraction von selbsten finden, um wie viel es mehr als jedes der andern ist.

Nach Art des Rabatts der Interesse von Interesserechnung aber (§. 1271) also:

des B Licitum ist 4000 thl. baar

		21	20	4000 thl? Fac. 3809	= 12 Gr 7 Pf
		441	400	4000 thl? Fac. 3628	= 2 = 10
		9261	8000	4000 thl? Fac. 3455	= 8 = 5
194481	160000			4000 thl? Fac. 3290	= 19 = 5

Summe 18183 thl. 19 Gr 3 Pf

			Thl.	Gge	H
	des C Licitum ist baar		3000	—	—
21	20	3000? Fac.	2857	3	5
441	400	3000? Fac.	2721	2	1
9261	8000	3000? Fac.	2591	12	4
194481	160000	3000? Fac.	2468	2	7
4084101	3200000	3000? Fac.	2350	13	11
85766121	64000000	3000? Fac.	2238	15	6
		Summe	18227	1	10

Demnach beträgt des A Licit. 18300 thl.

des B = 18183 = 19 Gge 3 H
des C = 18227 = 1 = 10

Folglich erhellet aus dieser Berechnung, daß des A Licitum am meisten betrage.

§. 1275. Ich habe allhier in beyderley Rechnungsarten jedes Facit mit Fleiß insbesondere aus ihren ersten Principiis gesucht, damit man die Verhältnisse der spätern zu der frühern Bezahlung (wovon insonderheit §. 1266 schon Meldung geschehen) in beyden Arten klar vor Augen haben, und die Sache desto besser einsehen möge. Sonst aber könnten allhier die meisten Facite eines aus dem andern hergeleitet werden (§. 367). Z. E. Wenn man gefunden, daß 4000 Thl., so nach 4 Jahren fällig, itzo 3290 Thl. 19 Gge 5 H werth sind; so dürfet ihr von solchem Werthe nur den vierten Theil abziehen (weil $3000 = 4000 \div \frac{1}{4}$ aus 4000), so kommt der Werth von 3000 Thl. in eben solcher Zeit auf 2468 Thl. 2 Gge 7 H, wie vorhin. Nicht minder kann auch derjenige, der eine solche ausgerechnete Tabelle, wie oben §. 1267 zu ersehen, bey Händen hat, durch dieselbe die Berechnung der andern Art mit geringerer Mühe (wie ibid. schon angezeiget worden) verrichten.

§. 1276.

§. 1276. Indessen bleibet fürs erste dieses gewiß, daß der Rabatt p. C. allhier, da die Rede de iure ist, durchaus nicht in 100, wie einige von den Gelehrten vermeynet haben, sondern absolument auf 100 berechnet werden muß; allermaßen solches oben (§. 1202, 1204, 1205, 1207 und 1219 zur Genüge schon dargethan worden.

§. 1277. Also siehet man auch aus vorigem Exempel nicht nur zweyerley Art Berechnungen, sondern auch 2 unterschiedene, ja ganz contraire Antworten. Denn nach der ersten Art ist des C, und nach der andern des A Licitum am besten zu achten. Und habe ich solches Exempel mit Fleiß also eingerichtet, damit diejenigen ihren Irrthum hieraus desto deutlicher erkennen mögen, welche vermeynen, es wäre gleichviel, nach welcher von den gedachten 2 Arten die Ausrechnung angestellet würde, und käme nach beyden gleichwol in puncto der Hauptfrage, welches Licitum nämlich am besten zu achten sey, einerley Antwort.

§. 1278. Nun dürfte jemand fragen, welcher von den fürgestellten zweyerley Arten man bey gerichtlichen Subhastationibus sich bedienen solle? Allein hierauf dienet zur Antwort, daß die Erörterung dieser Frage nicht den Arithmeticis, sondern den Rechtsgelehrten obliege. Denn jene haben sich beflissen die Richtigkeit beyderley Rechnungsarten zu zeigen, und wird man wenig rechtschaffene Rechenbücher finden, in welchen solche 2 Arten zu Berechnung des Rabatts oder Interusurii von etlichen oder vielen Jahren, nicht sollten angewiesen worden seyn: Diese hingegen müssen aus den Rechten die Ursachen untersuchen, warum eigentlich Interesse auf Interesse zu nehmen verboten wird, auch wie weit solches Verbot zu extendiren, oder ob es ohne Exception sey;

und aus solchen Gründen deduciren, welche Art zu erwählen.

§. 1279. Weil ich aber von einem gelehrten Freunde allhier bin angesprochen worden, meine Meynung von dieser Sache in gegenwärtigem Werke gleichwol zu eröffnen, so sage, daß meines Bedünkens, jedoch ohnmaßgeblich, in diesem Casu die andere Art der erstern vorzuziehen sey. Und thut allhier nichts zur Sache, wenn sonst in den Gesetzen der so genannte Anatocismus, oder Interesse auf Interesse als ein Wucher verboten ist. Allermaßen sich hierinnen nicht wenige Exceptiones, die theils in Ansehung der Sache, und theils en regard der Personen zu machen sind, äußern, wenn man nur alle Handlungen, die man einen Wucher nennen kann, vorher untersuchet. Jedoch dieses alles nicht zu berühren, auch offenbare Exempel von der Administration der Pupillengelder, so ich allhier anführen könnte, zu geschweigen; so stehet es doch allerdings einem jeden Creditori frey, die verfallenen Zinsen zu rechter Zeit einzufordern, und solche als sein eigen Gut wiederum auf Interesse auszuleihen, oder sonst zu seinem Nutzen anzuwenden. Dannenhero hat man allhier bey der bloßen Erwegung des Nutzens eines Liciti gegen den Nutzen des andern, keinesweges auf den Anatocismum zu reflectiren; sondern vielmehr Ursache, dasjenige Licitum, welches in baarer oder früherer Zahlung bestehet, von solchen Nutzungen zu consideriren, wie es jährlich nach empfangenem vorhergehenden Nutzen wiederum mit Nutzen angebracht werden kann. Wenn ich hierinnen, als in einer Sache, die eigentlich nicht zu meinem Propos gehöret (§. 1278), mich nicht lieber der Kürze bedienen wollte, so würde mir auch gar nicht schwer fallen, es noch weitläuftiger auszuführen.

§. 1280.

§. 1280. Eben dieses hat mich bewogen, ein dergleichen Exempel, welches mir vor einigen Jahren allhier zur Solution aufgetragen worden, nach der erwehnten andern Art aufzulösen. Dieses Exempel aber lautet wie folget.

Bey Verkaufung eines gewissen Hauses wurde von A 27000 Thl. baar, von B aber 36500 Thl. als 10000 Thl. baar, 2000 Thl. nach 1 Jahre, eben so viel nach 2, 3, 4, 5 und 6 Jahren, nach 7 Jahren aber, wie auch nach 8, 9 und 10 Jahren jedesmal 3000 Thl., und endlich nach 11 Jahren 2500 Thl. zu zahlen geboten. Da nun das Creditwesen lieber das baare Geld erwählet, und sich dahin mit A verglichen, daß dieser die Differenz, die sich zwischen seinem und des B Licito nach rechtlicher Berechnung, in welcher der jährliche Nutzen baarer Gelder à 5 p. C. angeschlagen wird, befinden würde, baar erstatten soll; so fragt sich: Wie viel solche Differenz sey?

Hierauf stellete ich die Berechnung, wie gemeldet, nach der gedachten 2ten Art an, und gab demnach zur Antwort, daß die Differenz 2551 Thl. 4 Gge 11 ₰ sey, welche A zu erstatten habe.

Ich will allhier, da ich oben, der im §. 1275 erwehnten Ursache wegen, schon gezeiget, wie die Facite aus ihren ersten Principiis zu suchen, die Ausrechnung vermittelst obiger Tabelle (§. 1267) vorstellig machen.

			Thl.	Gg	₰
des B Licitum ist baar			10000	—	—
100000000	= 95238095	= 2000? Fac.	1904	18	3
— — —	= 90702948	= 2000? Fac.	1814	1	5
— — —	= 86383760	= 2000? Fac.	1727	16	2
— — —	= 82270247	= 2000? Fac.	1645	9	9
— — —	= 78352617	= 2000? Fac.	1567	1	3
— — —	= 74621540	= 2000? Fac.	1492	10	4
— — —	= 71068133	= 3000? Fac.	2132	1	—
— — —	= 67683936	= 3000? Fac.	2030	12	5
— — —	= 64460892	= 3000? Fac.	1933	19	10
— — —	= 61391325	= 3000? Fac.	1841	17	9
— — —	= 58467929	= 2500? Fac.	1461	16	9
Summe			29551	4	11
des A Licitum aber ist nur			27000	—	—
Differenz			2551	4	11

wie vorhin gemeldet.

Jedoch wenn ihr die Facite nicht so genau bis auf 1 ₰ verlanget, so brauchet ihr allhier auch nicht die ganzen Proportionalzahlen von 100000000, sondern nur etwa 95238, 90703, 86384, 82270 u. s. w., als die Proportionalzahlen zu 100000, zu nehmen.

§. 1281. So lieb als es mir war, daß meine vorige Antwort von vielen Gelehrten approbiret auch wirklich acceptiret wurde, eben so angenehm ist es mir, daß man in den Actis Eruditorum, Leipzig Anno 1683. mens. Oct. p. 425 findet, wie der weitberühmte Herr von Leibnitz von der Berechnung des Interusurii in dergleichen Fällen eben dieser Meynung gewesen. Man kann den Hauptinnhalt dieses aus den Actis Eruditorum allegirten

girten Stückes, wovon ich zum Theil oben (§. 1205) gemeldet habe, völlig in des Herrn Poetii **gründlichen Anleitung zu der unter den Gelehrten üblichen arithmetischen Wissenschaft** p. 470 in deutscher Sprache lesen, wobey auch dieser Autor angemerket, daß eben dieser Calculus zeithero in Observanz sey.

§. 1282. Zwar ist ohnlängst ein Tractätgen unter dem Titul: **Klugheit hauszuhalten**, oder Prudentia oeconomica, **nebst einem Anhange vom** Interusurio zum Vorschein gekommen, in welchem der Autor 1. **die Unrichtigkeit des Carpzovischen und Leibnitzischen Calculi erwiesen, und hingegen** 2. **das wahre** Interusurium **gezeiget** zu haben vermeynet: Allein ich fand bey Durchlesung dessen, was das 1ste betrifft, des Herrrn von Leibnitzens Calculum, der doch, wie vorhin erwehnet, eben derselbige ist, welchen ich oben (§. 1274) in der 2ten, oder vielmehr (wie mich §. 1279 und 1280 erkläret) Hauptart angewiesen, mit keiner Sylbe berühret, noch vielweniger einer Unrichtigkeit überführet. Denn der ganze Innhalt des gedachten Anhangs enthält zerley Meynungen von der Berechnung des Interusurii in sich.

Nach der ersten soll von dem Capital, so nach 1 Jahre fällig ist, $\frac{1}{20}$, das ist, 5 von 100; von einem Capital aber, so nach 2 Jahren fällig ist, $\frac{2}{20}$, das ist, 10 von 100, u.s.w. immerfort so viel mal $\frac{1}{20}$ aus der ganzen Schuld rabattiret werden, als die Anzahl der Jahre ist, welche sie vor der Zeit bezahlet wird.

Nach der 2ten soll von einem Capital, das nach 1 Jahre fällig ist, $\frac{1}{21}$, das ist, 5 von 105; von einem Capital aber, so nach 2 Jahren fällig, $\frac{2}{21}$, das ist, 10 von 105, u. s. w. immerfort so viel mal $\frac{1}{21}$ aus der ganzen Schuld

abgezogen werden, als die Anzahl der Jahre ist, welche sie voraus bezahlet wird.

Nach der 3ten soll von einem Capital, so nach 1 Jahre fällig, zwar eben wie vorhin nach der 2ten, $\frac{1}{21}$, das ist 5 von 105; jedoch aber von einem Capital, so nach 2 Jahren fällig, nicht darum $\frac{2}{21}$, sondern $\frac{2}{22}$, das ist 10 von 110; also auch von einem Capital, so nach 3 Jahren fällig, $\frac{3}{23}$, das ist 15 von 115, u. s. w. decourtiret werden.

Die erste Meynung hiervon wird dem Herrn Carpzoven; die 2te dem Herrn von Leibnitzen beygeleget; die 3te aber schreibet der Autor des gedachten Anhangs sich selbsten, als eine Neuigkeit zu.

Nun ist zwar an dem, daß die gedachte erste Meynung allerdings nicht Stich halte, wie solches oben §. 1276 bereits angezeiget worden.

Also auch muß man dem erwehnten Autori bey der andern Meynung allerdings zulassen, daß dieselbe zwar bey dem ersten, mit nichten aber bey mehrern Jahren ihre Richtigkeit habe; wie solches insonderheit aus §. 1219 klar erhellet, indem auf solche Weise von derjenigen Schuld, welche nach 21 Jahren fällig ist, $\frac{21}{21}$ aus solcher Schuld zu rabattiren, und also gar nichts zu bezahlen wäre.

Ich will auch nicht allhier berühren, wie fremde es einem vorkommt, daß mentionirter Autor die 3te Meynung eine Neuigkeit nennet, und p. 424 schreibet, daß **die Rechenmeister über solche Neuigkeit sich nicht beschweren dürfen**; da dieselbe doch eben diejenige ist, welche ich oben §. 1274 in der 1sten Art, mit mehrern aber §. 1220 in der gemeinen Rabattrechnung vorgetragen, und wie vorhin §. 1278 gemeldet, fast in allen alten und neuen Rechenbüchern zu finden ist.

Aber

Aber darüber muß man sich am allermeisten verwundern, daß er obgedachte 2te Meynung dem Herrn von Leibnitzen beyleget, da doch die am Tage liegenden Acta Eruditorum, (wie oben §. 1281 erwehnet) das offenbare Contrarium anzeigen, aus welchen klar zu ersehen, daß dessen Meynung nimmermehr da hinaus gegangen, als sollte das Interusurium von 2 Jahren $\frac{2}{21}$, und von 3 Jahren $\frac{3}{21}$ ꝛc. betragen, vielmehr erweiset er, daß die baare Zahlung von 2 Jahren $\frac{400}{441}$, von 3 Jahren $\frac{8000}{9261}$ ꝛc., folglich das Interusurium von 2 Jahren $\frac{41}{441}$, und von 3 Jahren $\frac{126}{9261}$ u. s. w. sey; welches (wie vorhin schon erwehnet) eben derjenige Modus ist, den ich vorhin §. 1274 in der 2ten Art, und nachgehends §. 1279 und 1280, als die wahre und billigste Art vorgetragen.

Nächst diesem weiß ich mich keinesweges zu entsinnen, jemals von einem Arithmetico, geschweige denn Mathematico, eine solche widrige Meynung, daß man bey mehrern, als nur einem Jahre, so viel mal $\frac{1}{21}$ aus der ganzen Schuld rabattiren sollte, als die Anzahl der Jahre sey, gehöret noch gelesen zu haben; sondern gleichwie diejenige Meynung, nach welcher das Interusurium $\frac{1}{20}$ aus der Schuld seyn soll, fast in allen Rechenbüchern verworfen wird, also findet man auch in denselben keine andere Art zur Berechnung des Interusurii, als diejenigen 2 Arten, welche oben §. 1274 dargestellet worden; und deren Unterscheid hauptsächlich darinnen beruhet, ob die Ausrechnung nach dem gemeinen Rabatt oder nach dem Rabatt der Interesse auf Interesse zu verrichten sey.

Wenn demnach mehrgedachter Autor die von ihm angeführten und vorhin gemeldeten ersten 2 Meynungen widerleget, so wird dadurch die wahre Meynung des Herrn von Leibnitzens nicht im geringsten touchiret; und

geschiehet dahero diesem gelehrten Manne allerdings zu viel, da man dessen Calculum, in rubro des erwehnten Tractätgens, wie auch des Anhangs, so schlechterdings, als unrichtig erwiesen zu haben, ausposaunet.

Aus diesem allen erhellet ferner, was das andere belanget, in welchem der oftgemeldte Autor vorgiebt, eine richtigere Berechnung gezeiget zu haben, daß er in diesem Punkte nichts mehr, als nur dieses erwiesen, nämlich: **Es sey die Berechnung des** Interusurii **nach der gemeinen Rabattrechnung** (welche ich oben ibid. in der ersten Art gezeiget) **richtiger, als 2 andere nichtige Meynungen, die weder der Herr von Leibnitz, noch ich, oder sonst irgend ein Rechner geheget haben.**

Wenn er aber ja die rechte Frage, welche oben §. 1278 befindlich, zu erörtern, und darzuthun vermeynet, daß (wie seine eigenen Worte lauten) **die wahre Ausrechnung des** Interusurii, nach der gemeinen Rabattrechnung, das ist nach der 1sten Art (§. 1274) und nicht nach der 2ten (ibid.) geschehen müßte; so hätte er diese in nigro allegiren, und dieselbe einer Unrichtigkeit überführen, oder doch die Ursache, warum jene erste Art dieser vorzuziehen, und (wie er saget) **von denen Rechtscollegiis anzunehmen sey**, gehörig angeben müssen. Da nun dieses von ihm nicht geschehen, so schließe ich reciproce eben mit den Worten, wie er seinen Anhang beschließet, daß nämlich **niemand obligirt werden kann, ihm so schlechterdings beyzupflichten**, und bleibe ich dahero viel lieber bey meiner vorhin eröffneten Meynung.

Indessen lebe der guten Zuversicht, daß der Autor meine entdeckte Gedanken von seinem ausgegebenen Anhange, mir nicht ungütig deuten werde, zumal da es der Sache Nothdurft, indem ich in gegenwärtigem Werke

von

von dieser Materie gründlich handeln sollen, unumgänglich erfordert hat. Ueber dieses beziehe mich auf die in solchem Anhange selbst gegebene Lehre, daß eine Wahrheit sich nicht auf das Ansehen deß, der sie bekannt machet, stützet, und dahero auch in Entdeckung der Wahrheiten, auf kein Ansehen des Autoris reflectiret werden müsse.

Von der Tharechnung.

§. 1283.

Was Thara heißt, ist oben (§. 997) schon erkläret worden. Es geschiehet aber dieser Abzug bey theils Waaren nur wegen der Fässer, Säcke oder Kisten, ꝛc. worinnen die Waaren emballiret (gepacket) sind, bey theils Waaren auch wegen des Unreinen, welches in den Waaren selbsten enthalten ist.

§. 1284. Weil nun solches Unreine nicht füglich abgesondert, die Waaren selbst öfters auch von solcher Beschaffenheit, daß sie nicht wohl, oder doch nicht ohne Mühe ausgepacket, und die Fässer oder Kisten ꝛc. besonders gewogen werden können, so hat man in Gewohnheit, bey dergleichen Waaren ein gewisses überhaupt, oder p. C. zu thariren. Die Größe dieses gewissen Abzuges aber wird unterweilen von beyden Contrahenten durch einen beliebigen Vergleich getroffen; jedoch ist mehrentheils bey jeder Waare schon von langer Zeit her in Usanz, wie viel überhaupt p. jeden Ballen, Kisten ꝛc. oder p. C. zu decourtiren.

§. 1285. Sonst geschiehet es zuweilen auch, daß die Waaren ausgepacket, und die Gefäße besonders gewogen werden.

§. 1286. So lange nun, als der Thara vom Gewichte noch nicht abgezogen worden, so heißt man das Gewichte der Waaren zusammt deren Umschlag **Brutto, Sporco**, oder **unlautere**, nachgehends aber wird das bleibende Gewichte der Waaren **netto** oder **lauter** genennet.

§. 1287. In verschiedenen Handelsstädten ist auch noch dieses im Gebrauch, daß, wenn die Waaren nicht auf der Stadtwaage, sondern in des Verkäufers Hause gewogen werden, der Käufer ein gewisses p. C. für gut Gewicht genießet. Dieser Genuß wird **Thara für gut Gewichte** genennet. Wiewol an einigen Orten dieses auch bey der Stadtwaage selbst gebraucht zu werden pfleget.

§. 1288. Unterweilen wird auch bey einer sehr unreinen oder sonst im Wasser etwas beschädigten Waare, außer obiger Thara, noch ein gewisses p. C. vor solches Unlautere, so bey den Kaufleuten **Fusti, Gerbelur** oder **Refactie** ꝛc. heißt, von dem Gewichte abgezogen.

§. 1289. Demnach hat man in der Thararechnung fürnemlich 7erley Fälle.

1. Wenn die Gefäße besonders gewogen werden (§. 1285).
2. Wenn überhaupt ein gewisses, jedoch von jedem Ballen, Kisten ꝛc. überhaupt; oder
3. p. C. (§. 1284) abzukürzen.
4. Wenn bey dem gemeldten 1sten Falle auch noch ein gewisses p. C. für gut Gewichte zu thariren ist.
5. Wenn solcher Abzug wegen gut Gewicht bey dem erwehnten 2ten; oder auch
6. bey dem 3ten Falle sich befindet. Endlich
7. wenn über dieses alles bey einem der gedachten

Fälle,

Fälle, noch ein gewisses p. C. für Fusti oder Refactie des Schadens abzukürzen.

Was aber deren Berechnung betrifft, so hat man sich bey derselben zum Theil der bloßen Addition und Subtraction, zum Theil der Regel Detri oder auch Regel Multiplex zu bedienen; übrigens ist hierbey nichts sonderliches mehr zu lehren. Dahero will ich die gedachten 7 Fälle alle zusammen in folgender Aufgabe abhandeln.

Die 174. Aufgabe.

§. 1290. Die in der Tararechnung gemeiniglich vorkommenden Fälle zu solviren.

Ich will allhier nur gleich zu Exempeln schreiten, und das benöthigte allemal darbey anmerken.

N°. 1. 4 Fässer Wachs wägen auf der Stadtwaage Brutto 1037, 1123, 1195 und 1219 ℔, Thara für die Fässer, welche besonders gewogen worden, 91, 93, 96 und 98 ℔. Wenn nun das ℔ netto in Hamburg 24 ß Vls. B°. kostet: Wie viel ist davor in ℔ Lüb. B°. zu zahlen? Also:

℔ Brutto	1037	91	℔ Thara
	1123	93	
	1195	96	
	1219	98	
	4574	378	

ab 378 ℔

Rest 4196 ℔ netto, à 24 ß Vls., so ferner leicht zu berechnen, und ist das Facit 3147 ℔.

Nota. Dieses vorhergehende Exempel gehöret zu dem gemeldten 1sten Falle, §. 1289.

N°. 2.

N°. 2. 12 große Rollen Brasilltoback wägen auf der Stadtwaage 2337 ℔ Sporco, Thara p. jede Rolle nach gewöhnlicher Usanz 8 ℔, das ℔ netto in Hamb. à 11 ½ ßß Lüb. B°.: Wie viel ist der Betrag dieser Waare an ℔? Also:

2337 ℔ Brutto
Thara 12 mal 8 ℔, ist 96

Rest 2241 ℔ netto à 11 ½ ßß Lüb.
so ferner berechnet, kommen 1610 ℔ 11 ßß 6 ₰.

Nota. Dieses Exempel gehöret zu dem gedachten 2ten Falle, ibid.

N°. 3. 8 Fäßlein Rosinen wägen auf der Stadtwaage Brutto 1648 ℔, Thara 10 p. C., kostet der ℔ oder das 100 ℔ netto in Amsterdam 11 fl. Holl. Cor.: Wie viel ist der Betrag in fl. Holl.? Also:

100 ℔ Brutto = 10 ℔ Thara = 1648 ℔ Brutto
Fac. 165 ℔ Thara

Rest 1483 ℔ netto, à 11 fl.
jede 100 ℔ thun 163 fl. 3 Stüb.

Nota 1. Dieses Exempel gehöret zu dem obgemeldten 3ten Falle, ibid.; und habe ich dasselbe mit Fleiß nach der Regel Detri aufgesetzet, damit man dasjenige klar wahrnehmen möge, welches oben (§. 998) schon erwehnet worden, nämlich, daß der Thara p. C. nach dem allgemeinen Gebrauch in und niemals auf 100 berechnet wird. Dahero ist es eine unnütze Arbeit, wenn einige Autores in ihren Rechenbüchern den Thara p. C. auf 100, nach Art der Rabattrechnung (§. 1210), zu berechnen anweisen. Noch weniger können diejenigen fortkommen, welche so gar vermeynen, es wäre bey dem Thara p. C. eben so billig, als bey dem Rabatt, die Berech-

rechnung auf und nicht in 100 anzustellen; da doch oben (§. 1224 und 1225) schon dargethan worden, daß in dem Waarenhandel auch bey dem Rabatt selbst es lediglich in dem Willkühr der Kaufleute und ihrem angenommenen Gebrauch beruhe, zu geschweigen, daß die oben (§. 1202, 1204, 1205 und 1219) zur Berechnung des Rabatts p. C. auf und nicht in 100 gegebenen Ursachen, allhier bey dem Thara ohnedem nicht allerdings statt finden.

Nota 2. Daß ich aber den Thara 165 ℔ gesetzet, da er doch nur 164 $\frac{8}{10}$ ℔ ist, solches ist nach kaufmännischer Usanz geschehen, nach welcher bey dergleichen Waaren, dasjenige, so weniger als $\frac{1}{2}$ ℔, im Facit hinweg gelassen; gegentheils was $\frac{1}{2}$ oder darüber giebt, für ein ganzes ℔ genommen wird. Jedoch bey feinen und theuren Waaren, als Saffran, Indigo ꝛc. wird alles genauer, auch wohl auf $\frac{1}{32}$ ℔ oder 1 Loth berechnet.

Nota 3. Es verstehet sich aber von selbsten, wenn man nicht mit Fleiß den eigentlichen Thara, sondern nur das netto Gewichte zu wissen verlanget, daß man auch sofort nur das netto Gewichte suchen darf, wie oben (§. 1227. N°. 6 in der 2ten Art) schon gezeiget worden. Also:

100 ℔ Brutto = 90 ℔ netto = 1648 ℔ Brutto

Fac. ℔ netto 1483/2, wie vorhin; denn der Rest 2 wird, wie in voriger Not. gemeldet, hinweg gelassen.

Nota 4. Sollte aber die Absicht bloß dahin zielen, um den Werth an Gelde zu finden; so kann solcher gar füglich nach der Regel Multipler in einem einzigen Aufsatze gefunden werden, als folget:

1648 ℔ Brutto
10ø 9ø ℔ netto
100 11 fl. Holl. Cor.

1000 Fac. fl. 163|152 |18128
(20
Stüb. = 3|040
wie vorhin.

N°. 4. Wenn beym angeführten Exempel N°. 1, so wol das Wachs mit den Fässern, als auch besonders die Fässer auf des Verkäufers Hauswaage gewogen, und deswegen 1 p. C. vor gut Gewicht zu thariren wäre: Wie würde alsdenn die dasige Frage aufgelöset werden müssen? Also:

Summe ℔ Brutto (wie ib. zu ersehen) 4574 ℔
Summe Gewichte der Fässer = 378 ℔
Rest 4196 ℔ netto
ab 1 p. C. für gut Gewichte 42
Rest 4154 ℔, à 24 Rthl.
thun 3115 ℔ 8 ß.

N°. 5. Wenn beym gemeldten Exempel N°. 2 der Toback auf der Hauswaage gewogen, und dahero 1 p. C. vor gut Gewichte zu thariren wäre; so würde die Ausrechnung wie folget kommen:

2337 ℔ Brutto
ab 1 p. C. p. gut Gewichte 23 ℔
2314
ab 8 ℔ p. 1 Rolle = 96 ℔
Rest 2218 ℔ netto, à 11½ ß Lüb.
thun 1594 ℔ 3 ß.

Nota.

Nota. Von diesen nächst vorhergehenden 2 Exempeln gehöret das 1ste zu dem 4ten, und das 2te zu dem 5ten Falle, §. 1289; und bestehet ihr Unterscheid vornemlich darinnen, daß bey jenem zu erst der Thara p. Fässer, und hernach der Thara p. gut Gewichte, hingegen bey diesem, erstlich der Thara p. gut Gewichte, und hernach der Thara p. Rollen abgezogen werden müssen. Die Ursache hiervon ist leicht zu erachten, nämlich, weil bey dem ersten auch die Fässer selbsten zu Hause gewogen werden, folglich die dieserhalben abzuziehende Größe eben so wol, als das Brutto, im Hausgewichte bestehet, so muß anfänglich dieser Thara, und hernach von dem bleibenden netto der Thara wegen gut Gewichte decourtiret werden: Hingegen sind bey dem andern die 8 ℔ p. Rolle nicht nach dem Hausgewichte, sondern nach der Stadtwaage zu verstehen, derowegen muß man erstlich den Thara p. gut Gewicht, und hernach von dem bleibenden guten Gewichte den Thara 8 ℔ p. Rolle abziehen.

N°. 6. Wenn beym erwehnten Exempel N°. 3, die Rosinen auf der Hauswaage gewogen, und deswegen 1 p. C. p. gut Gewichte zu thariren wäre; so würde die Ausrechnung folgender maßen zu stehen kommen:

1648 ℔ Brutto
ab 1 p. C. p. gut Gewicht 16 ℔
1632 ℔
Thara 10 p. C. = 163 ℔
Rest 1409 ℔ netto, à 11 fl. p. jede 100 ℔, thun 161 fl. 12 Stüb.

Nota 1. Dieses Exempel gehöret zu dem 6ten Falle, §. 1289; und pfleget man bey dessen Berechnung eben dieselbe

dieselbe Ordnung zu beobachten, wie bey dem vorhergehenden Exempel N°. 5. Ich sage aber nur **man pfleget**, und nicht **man muß**, wie sonst in verschiedenen Rechenbüchern zu lesen, in welchen die Beobachtung gedachter Ordnung beym gegenwärtigen Exempel eben so nothwendig, als beym vorhergehenden, geachtet wird. Denn da allhier beyderley Abzüge p. C., und also nach Proportion sind, so muß es ja in der accuraten Ausrechnung gleichviel geben, ob der eine oder der andere von ihnen zuerst abgezogen wird; wie solches aus folgender Solution klar zu ersehen ist.

1648 ℔ Brutto
ab 1 p. C. p. gut Gewicht $16\frac{48}{100}$
$1631\frac{52}{100}$
Thara 10 p. C. $163\frac{152}{1000}$
Rest $1468\frac{368}{1000}$ ℔ netto.

Oder: 1648 ℔ Brutto
Thara 10 p. C. $164\frac{8}{10}$
$1483\frac{2}{10}$
ab 1 p. C. p. gut Gewicht $14\frac{832}{1000}$
Rest $1468\frac{368}{1000}$ ℔ netto.

Es müßte denn jemand die erste Ordnung deswegen lieber, als die andere erwählen, um dadurch in Prari (wovon vorhin bey N°. 3 in Not. 2 gemeldet) unterweilen einen Vortheil etwa auf 1 ℔ zu erlangen; als beym itzigen Exempel käme nach der andern Ordnung, wenn man setzen sollte:

1648

1648
Thara 10 p. C. 165
1483
ab 1 p. C. p. gut Gewicht 15
nur 1468 ℔

da nach der ersten, wie vorhin zu ersehen, 1469 ℔ heraus kommen.

Nota 2. Eben aus der vorhererwehnten Ursache darf es niemanden befremden, wenn man in Holland gemeiniglich die Waaren, nachdem das Thara wegen der Kisten, Säcke ꝛc. abgezogen worden, erst zu Gelde berechnet, und alsdenn das Thara p. gut Gewichte vom Gelde decourtiret. Denn weil auch der Preis der Waaren nach Proportion ist, so gilt es auch in diesem Stücke gleich viel, welches erst oder hernach berechnet wird. Indessen kommt die Auflösung des gedachten Exempels nach itztgemeldter Manier folgendergestalt:

1648 ℔ Brutto
165 Thara 10 p. C.

Rest 1483 ℔ à 11 fl. p. jede 100 ℔ thun 163 fl. 3 Stüb.
ab 1 p. C. p. GGw. 1 = 13 Stüb.

Rest fl. 161 = 10 Stüb.

welches Facit auch accurater, als die vorigen 161 fl. 12 Stüb. ist.

Nota 3. Also ist auch dasjenige allhier zu merken, welches vorhin in N°. 3 Not. 4 erinnert worden, also, daß man allhier den Werth an Gelde durch die Regel Multiplex nicht nur in einem einzigen Aufsatze, sondern auch richtiger finden kann (§. 1037. N°. 3 Not. 2), als folget:

	1648 ℔ Brutto	
100	99 ℔ GGw.	
100	90 ℔ netto	
10ø	11 fl. Holl.	
100000	Fac. fl. 161 | 52048 (20	14832..
	Stüb. = 10 | 40960	1468368

Aus diesem Aufsatze, in welchem es doch ohnstreitig gleichviel ist, welche Verhältniß erst oder nachstehet (§. 1024. N°. 9 Not. 2) könnet ihr klar ersehen, daß es allhier, wenn man die Ausrechnung wie vorhin) durch die Regel Detri anstellet, auch gleichviel sey, welches erst oder nach berechnet wird; wovon in vorhergehender Not. 1 und 2 gemeldet worden.

Nota 4. Indessen irren diejenigen, und zwar zu des Verkäufers Schaden, welche beyde Abzüge, als beym nächstgemeldten Exempel die 10 und 1 p. C., in eins zusammen nehmen, und auf einmal 11 p. C. abziehen, wie hiervon oben (§. 1037. N°. 1. Not. 3) schon Erwehnung geschehen.

N°. 7. Eine gewisse Waare, welche auf der See Schaden gelitten, wiegt Brutto 4288 ℔, davon ist zu berechnen 10 p. C. Thara wegen der Fässer, ¾ p. C. wegen gut Gewicht, und 6 p. C. vor die Refactie des Wasserschadens, und kostet das ℔ netto in Hamburg 12 ℛ Bls: Wie viel ist ihr Betrag an ℌ Lüb? Also:

4288

4288 ℔ Brutto
ab ¾ p. C. p. GGw. 32
4256
Thara 10 p. C. 426
3830
ab 6 p. C. Refactie 230
Rest 3600 ℔ netto, à 12 ℛ Vls., thut 1350 ℔.

Nota. Dieses Exempel gehöret zu dem 7ten Falle, §. 1289. Es ist aber alles dasjenige, welches bey vorigen Exempeln in denen Notis erinnert worden, nicht minder auch bey diesem zu merken, also, wenn allhier die Waare, wie auch besonders die Fässer auf der Hauswaage gewogen, und demnach dieser Thara wegen Fässer nicht p. C. wäre, daß man auch denselben anfänglich berechnen müßte. Sonst aber, und zwar, wenn man, (wie vorhin insonderheit N°. 6 Not. 1 schon gemeldet) die Ausrechnung genauer anstellen will, gilt es gleichviel, welches man erst oder hernach berechnet. Dahero kann man dieses ganze Exempel auch wohl auf einmal durch die Regel Multiplex solviren. Also:

		4288 ℔ Brutto.	536
10.	400	397 ℔ GGw.	134
	100	90 ℔ p. Fässer	
	100	94 ℔ p. Refactie	
	1	12 ℛ Vls.	3
4.	32	1 ℔ Lüb.	

100000 Fac. ℔ 1350 | 16524 (16
℔ = , 2 | 64384

536..
53198
478782..
45005508

§. 1291. Gleichwie nun (§. 1288) des Unlautern wegen, welches in den Waaren selbst enthalten ist, ein gewisses p. C. thariret wird, also geschiehet es auch unterweilen, daß solcher Ausschuß oder (wie er sonst genennet zu werden pfleget) **Braack** zwar um geringern Preis, jedoch besonders zu Gelde geschlagen wird. Es ist aber bey dieser Berechnung eben so wenig Kunst, als bey der vorigen, dahero will ich hiervon nur 1 Exempel darstellen.

10 Säcke Mandeln wägen Brutto 5793 ℔, ab ¾ p. C. vor gut Gewicht, und Thara 4 ℔ vor jeden Sack, das 100 ℔ netto (in Hamburg) p. 21½ ß Cor. Weil aber viel zerbrochene und sonst Unreinigkeit darinnen befindlich, so wird beliebet, daß 10 p. C. garbuliret oder ausgeschossen, und solche nur mit 14½ ß Lüb. p. 100 ℔ bezahlet werden sollen: Wie viel ist demnach vor diese sämmtliche Waare zu zahlen? Also:

	5793 ℔	Brutto
ab ¾ p. C. = =	43 ℔	
	5750	
ab 10 mal 4 p. Säcke	40	
	5710	
hiervon 10 p. C. ist =	571	
	5139	

Demnach berechnet 5139 ℔ zu 21½ ß p. 100 ℔
und den Ausschuß 571 ℔ zu 14½ ß

kommen 1104 ß 14 ßl in Ca.
und 82 ß 13 ßl

Fac. 1187 ß 11 ßl.

§. 1292.

§. 1292. In einem gewissen Rechenbuche findet man bey dergleichen Exempeln auch folgendes: Eine gewisse Waare wiegt netto 1548 ℔, weil aber in solcher Waare viel unreines enthalten ist, so offeriret sich der Eigner, dieselbe entweder zu 3 fl. 2½ Kayserge p. jedes ℔ durch die Bank zu verkaufen, oder aber sich 8 p. C. an dem Gewichte abkürzen zu lassen, und die bleibende gute Waare zu 3 fl. 8 Kge p. jedes ℔ hinzugeben. Hierauf wird gefraget: Welche Condition dem Käufer profitabler sey?

Allein wer dasjenige verstehet, welches ich oben §. 1108. 1109. 1110 und 1115 angewiesen, der wird gar bald sehen können, daß zur Auflösung gegenwärtiger Frage so wenig das Gewichte der Waare, als dorten die Wechselsumme, anzugeben nöthig (wie dergleichen oben §. 1055 und 1075 schon angemerket worden), auch solche Auflösung selbst nach eben dieser Anweisung sehr leicht zu verrichten sey. Denn die 1ste Condition ist dem Käufer, in dem Preise um 5½ Kge nützlicher, weil 3 fl. 2½ Kge oder 62½ Kge um 5½ Kge weniger als 68 Kge; hingegen in dem Gewichte um 8 ℔ schädlicher, als die andere, indem er nach dieser jede 100 ℔ nur vor 92 ℔ rechnen darf, da er nach jener jede 100 ℔ vor voll bezahlen muß. Demnach kommt die Auflösung als folget:

62½ differiren 5½ zum Nutzen	125		11	1000
92 differiren 8 zum Schaden	92		8	1012

Da nun 1000, deren Differenz zum Nutzen, kleiner als 1012, so ist klar, daß bey der ersten Condition der Nutzen im Preise stärker, als gegentheils der Schaden am Gewichte ist; folglich erhellet, daß ihm solche Condition profitabler, als die andere sey; wie dieses alles

oben bey erwehnter Anweisung zur Genüge schon erkläret worden.

§. 1293. Zum Beschluß der Thararechnung, folgen noch ein paar aus Thara, Rabatt und Wechsel vermischte Exempel.

N°. 1. Leipzig kauft in Hamburg eine gewisse Waare; diese wiegt Brutto 8560 ℔, Thara 10 p. C., noch p. gut Gewicht 1 p. C., kostet das 100 ℔ netto 20 ℔ in Neu Cor., Rabatt $8\frac{2}{3}$ p. C. Wenn nun Leipzig die baare Zahlung nach dem Wechselcours à 135 p. C. remittiret; so fragt sich: Wie viel in Leipzig zu zahlen? Also:

		8560 ℔ Brutto.	107
	XØØ	90 ℔ p. Thara.	
	1ØØ	99 ℔ GGw.	
	1ØØ	20 ℔ Neu Cor.	
29.	XIX	XØØ ℔ B°.	
163.	3ZG	3ØØ ℔ p. Rabatt.	
	3	1 Thl. B°.	
℔.	XØØ	XZ3 Thl. in Leipzig	27

489.	4727	2574099	963..
		2105..	95337
		2151.	286011

Fac. 544 Thl. $13\frac{1}{4}$ Gr. in C^a.

Rest Thl. 2611, d.i. 62664 Gr.

1539.

1213

N°. 2. Wenn aber bey gedachter Aufgabe die Frage ist: Wie demnach (und zwar anderer erforderlicher Spesen vorizo ohngeachtet) der Leipziger Centner netto in Leipzig zu stehen komme, da gemeiniglich 100 Hamburger ℔ gleich 104 Leipziger ℔ berechnet werden? So

hat

hat man so wenig auf die Quantität der Waare, als auf den Thara zu sehen, und kommt die verlangte Berechnung als folget:

	XXØ ℔ netto in Leipz.	55
13 .	XØA XØØ ℔ netto in Hamb.	
	XØØ 20 ℔ Neu Cor.	5
	326 3ØØ ℔ N. C. p. Rab.	
29 .	XXB XØØ ℔ B°.	25
	B 1 Thl. B°.	
	XØØ 135 Thl. in Leipz.	

978 · | 122902 | 928125 | 675
9454 | Fac. 7 Thl. 13 1/4 | 67811 Thl. | 7425 . . .
28362 | Gge in Ca. | 1627464 Gge
39844
29738

Von Stich- oder Tauschrechnung.

§. 1294.

Durch Baratto- Stich- oder Tauschrechnung werden die Rechnungen derjenigen Handlungen verstanden, in welchen eine Waare gegen eine andere Waare vertauschet oder umgesetzet wird (§. 968).

§. 1295. Das vornehmste, welches in dieser Berechnung zu beobachten, sind folgende 2 Punkte.

1. Wenn einer von beyden barattirenden Partheyen (wie es gemeiniglich zu geschehen pflegt) seine Waare im Stich höher ansetzet, als der corrente Preis gegen baar Geld ist, daß der andere, daferne er nicht übervortheilet

werden möge, auch den Preis seiner Waare nach eben derselben Proportion erhöhen müsse.

2. Wenn in solchem Falle der andere, nebst Waaren auch einen Theil an Geld geben soll, daß er den Preis seiner Waare in solcher Proportion zu setzen habe, damit der völlige Uebersatz seines Gegners durch dieselbe allein ersetzet, und das baare Geld von solchem Uebersatze befreyet werden möge.

Sonsten aber ist hierbey, und zwar insonderheit bey den nützlichen Fällen, welche in Praxi vorzukommen pflegen, nichts merkwürdiges zu erinnern. Dahero will ich die ganze Abhandlung dieser Rechnungsart in folgender Aufgabe auf einmal vortragen, und durch bloße Exempel erklären.

Die 175. Aufgabe.

§. 1296. Die in Praxi vorkommende Fälle der Stich- oder Tauschrechnung zu solviren.

Allhier merket nur die Auflösungen der nachgesetzten Exempel.

N°. 1. Einer hat eine gewisse Waare, die ich A benennen will, wiegt 6800 ℔ Brutto, Thara 10 p. C. und noch 1 p. C. vor gut Gewicht; verkaufet dieselbe zu 14 fl. das 100 ℔ netto, und nimmt davor eine andere Waare, die ich B heiße, von welcher das 100 ℔ netto 40 fl. kostet. Die Frage ist: Wie viel ℔ netto von dieser Waare B gegen die Waare A zu liefern sey.

Weil in diesem Exempel kein Uebersatz vorhanden, so ist auch in der Ausrechnung nichts sonderliches zu merken: Jedoch an statt, da andere Autores dergleichen Exempel

in

in vielen Aufsätzen durch die Regel Detri zu solviren anweisen, so will ich zeigen, wie dergleichen Solutiones gar leicht auf einmal durch die Regel Multipler geschehen könne. Also:

		℔ 8Ø Ø A Brutto.	17
	XØØ	9Ø ℔ p. Thara.	
	1ØØ	99 ℔ GGw.	
	100	14 fl.	
	4Ø	X ØØ ℔ B	
100	Fac. ℔ 2120	58	153..
	netto von B.		15147
			30294

N°. 2. Einer hat 20 Stücke einer gewissen Waare A, jedes zu 22½ Thl.; diese vertauscht er gegen zweyerley andere Waaren B und C, von welchen eine zu 17 und eine zu 19 Gge die Elle kostet. Da er nun die Hälfte von B und die andere Hälfte von C haben will; fraget sich: Wie viel Ellen er von jeder zu empfangen habe?

Die Auflösung dieses Exempels ist fast gleich der vorigen, nur allein weil allhier zweyerley Waaren B und C, deren Preis einander ungleich, und doch von beyden gleichviel gegeben werden sollen, so nehmet beyde Preise 17 und 19 Gge zusammen, und setzet es als folget:

		20 Stücke A.	
A		45 Thl.	15
1		24 Gge.	A
B.	36	1 Elle von B oder C.	
—		Fac. 300 Ellen von B.	
		desgleichen 300 Ellen von C.	

N°. 3. Ihrer 2 barattiren, einer von denselben hat eine gewisse Waare A, wiegt 2480 ℔, Thara 4 p. C.,

noch 1 p. C. vor gut Gewichte, das ℔ netto à $1\frac{1}{4}$ Thl. Der andere giebt hingegen 5620 ℔ einer Waare B, das 100 ℔ zu 48 Thl. Die Frage ist: Welcher von beyden baar Geld noch zugeben müsse, und wie viel?

Allhier berechnet den Betrag jeder Waare insbesondere. Also:

		2480 ℔ A Brutto.	31 ..
2.	100	96 ℔ p. Thara.	
	100	99 ℔ GGw.	
	4	8 Thl.	
	100	Fac. 2946|24 Thl.	|3069 ..
		der Werth von A.	

Ferner 100 ℔ = 48 Thl. = 5620 ℔ B

$(\frac{6}{8})$ 3372

Fac. Thl. 2697\|6

der Werth von B.

Folglich subtrahiret $2697_{1\,0}^{\,6}$ von $2946_{1\,0}^{\,24}$, bleiben $248_{1\,0\,0}^{\,64}$ oder 248 Thl. $15\frac{1}{3}$ Gr in C[a.]; so viel muß der andere dem ersten zugeben.

N[o.] 4. Ihrer 2 wollen mit einander stechen. Einer von denselben hat eine gewisse Waare A, ist der Preis eines Pfundes baar 3 ℔ 9 ß; setzet es aber im Stich auf 3 ℔ 12 ß. Der andere hat eine Waare B, von welcher die Elle 1 ℔ $12\frac{1}{2}$ ß kostet. Frage: Wie hoch dieser die Elle in solchem Tausche ansetzen soll, damit er nicht übervortheilet werde?

Dieses Exempel gehöret zu dem gedachten ersten Falle §. 1295. Die Auflösung aber geschiehet durch die bloße Regel Detri, als folget:

57 ß baar = 60 ß im Stich = 28½ ß baar

Fac. 30 ß

1710

0

So hoch ist die Elle von der Waare B im Stich anzusetzen. Die Ursache dieses Processes gründet sich auf die Proportion. Denn wenn man auf 3 ℔ 9 ß, oder auf 57 ß, 3 ß avanciret, so kommt nach solcher Proportion auf 1 ℔ 12½ ß, oder auf 28½ ß, 1½ ß.

N°. 5. Einer hat eine gewisse Waare A, wiegt 1625 ℔, und ist der Preis derselben baar 47½ fl. vor jedes 100 ℔, wird aber im Stich auf 50 fl. angesetzet. Der andere will davor eine Waare B geben, von welcher das 100 ℔ 19 fl. baar gilt. Frage: 1. Wie hoch dieser seine Waare in solchem Stich anzusetzen, und 2. wie viel ℔ er zu liefern habe?

Allhier berechnet die erste Frage, wie vorhin N°. 4; und alsdenn ferner die andere Frage, wie vorhin N°. 1. Also:

47½ baar = 50 im Stich = 19.. baar

95 100 0

Fac. 20 fl. So hoch ist die Waare B im Stich anzusetzen.

1625 ℔ A
XØØ 5Ø fl.
2Ø XØØ ℔ B

2 8125

Fac. 4062½ ℔. So viel ℔ sind von der Waare B zu liefern.

Nota. Ihr könnet diese andere Frage auch wohl durch die

die Regel Detri inversam solviren. Denn wenn ihr setzet: Zu 50 fl. beträgt das Gewichte 1625 ℔; wie viel zu 20 fl.? So könnet ihr aus der Beschaffenheit dieser Sache gar bald wahrnehmen, daß es allhier heiße: **Je schlechter** die Waare, oder **je weniger** der Preis ist, **desto mehr** ℔ müssen geliefert werden: Dahero gehöret dieser Aufsatz in die Regel Detri inversam (§. 906). Also:

2Ø = 1625. = 5Ø

Fac. 4062 ½ ℔, wie vorhin.

N°. 6. Einer hat 15 Stück einer gewissen Waare A, gilt das Stück baar 285 fl., setzet aber solches im Stich à 294 fl. Der andere giebt davor 120 ℔ einer Waare B, welcher ℔ 24 fl. baar im Preise ist. Frage: 1. Wie hoch dieser den ℔ in solchem Tausche anzusetzen, und 2. wie viel er baar Geld zuzugeben?

Dieses Exempel gehöret zu dem gemeldeten 2ten Falle §. 1295, und ist von allen vorhergehenden Exempeln merklich unterschieden. Denn ob gleich allhier die 2te Frage, in welcher die Zugabe an Gelde verlanget wird, gleich ist der Frage des vorigen Exempels N°. 3; und die 1ste Frage, in welcher man den Preis von der Waare B im Stich zu wissen begehret, gleich ist der Frage des Exempels N°. 4: So ist doch bey dem Exempel N°. 3 kein Uebersatz, und bey dem Exempel N°. 4, nur Waaren gegen Waaren, und keine Zugabe an baarem Gelde vorhanden; da hingegen in itzt angeführtem Exempel beyde, nämlich ein Uebersatz, und weil eine Waare nicht so viel als die andere beträgt, zugleich auch eine Zugabe an Gelde anzutreffen. Wenn man demnach die 1ste Frage allhier eben auf die Weise solviren sollte, wie vorhin bey

N°. 4 geschehen, so würde der andere denjenigen Theil der Waare A, welchen er doch baar entrichtet, gleichwol in solchem hohen Preise, wie dieselbe im Stich gesetzet ist, bezahlen müssen, und dahero um so viel mehr übervortheilet werden, je mehr die Summe solcher baaren Zahlung ist. Dannenhero muß man allhier den völligen Uebersatz von der Waare A, durch eine Erhöhung des Preises der Waare B allein, zu erstatten suchen, damit derjenige Theil von A, welcher baar entrichtet wird, auch nur in solchem Preise, wie er in baarem Gelde gilt, und ohne Uebersatz bezahlet werde. Es kommt demnach die Auflösung der erwehnten 1sten Frage als folget.

15 Stück A à 285 fl. baar geben 4275 fl. baar;
im Stich aber à 294 fl. thun 4410 fl.

Differenz 135 fl. d. i. die Summe des völligen Uebersatzes.

Dieser Uebersatz muß völlig auf die 120 ℔ B geschlagen werden. Demnach setzet

auf 120 ℔ kommen 135 fl. was auf 1 ℔?

Fac. $1\frac{1}{8}$ fl.

Solche $1\frac{1}{8}$ fl. addiret zu dem gegebenen Preise 24 fl., kommen $25\frac{1}{8}$ fl. So hoch muß der ℔ von der Waare B im Stich angesetzet werden.

In der Auflösung der 2ten Frage aber berechnet beyderley Waaren nach dem Preise, was sie baar gelten, also:

15 St. A à 285 fl. baar geben wie vor gemeldet 4275 fl.
120 ℔ B à 24 fl. baar = = = 2880

Rest 1395 fl.
So viel muß der andere dem ersten zugeben.

N°. 7.

N°. 7. Einer hat eine gewisse Waare A, von welcher der contante Preis eines Centners 56 fl. Holl., im Stich aber 60 fl. Holl. ist; will dieselbe gegen andere Waaren barattiren, jedoch den dritten Theil baar Geld haben. Der andere hat eine Waare B, von welcher das ℔ 13½ Stüb. baar gilt. Frage: Wie hoch dieser das ℔ seiner Waare in solchem Stich ansetzen muß, damit keiner von beyden übervortheilet werden möge?

Dieses Exempel ist von dem vorhergehenden N°. 6 darinnen unterschieden, daß allhier die Zugabe an Gelde bestimmet wird, nämlich, daß dieselbe der dritte Theil seyn soll. Jedoch wer die Auflösung des vorhergehenden gründlich verstanden, dem kann es nicht schwer fallen, auch die Auflösung des itzigen Exempels, ohne viele Mühe zu begreifen; und stehet dieselbe folgendergestalt:

A gilt baar 56 ÷ 20 — und im Stich 60 ÷ 20 baar

3) 36 = 40 = 13½?

Fac. 15 Stüb. So hoch muß das ℔ von B im Stich angesetzet werden.

540
18.

Nämlich weil der dritte Theil aus 60, das ist 20, baar contentiret wird, so dürfte der andere, wenn er alles baar à 56 kaufen wollte, nur noch 56 ÷ 20, nämlich 36 zu zahlen. Da er aber an statt 36 nun 40 geben muß, so wird er folglich auf jede 36 um 4 übersetzet; derowegen setzet ferner (wie bey N°. 4 schon erkläret) nur nach der Regel Detri: Vor 36 werden 40 entrichtet; wie viel muß gegentheils vor 13½ genommen werden? So kommt das verlangte Facit 15.

N°. 8.

N°. 8. Einer hat eine gewisse Waare A, wiegt 2400 ℔, kostet das ℔ baar $2\frac{3}{4}$ Thl., im Stich aber 3 Thl; will dieselbe vertauschen, und den vierten Theil baar Geld haben. Der andere hat eine Waare B, von welcher jedes ℔ contant $1\frac{1}{3}$ Thl. gilt. Frage: 1. Wie hoch dieser das ℔ in solchem Tausche anzusetzen; 2. wie viel er baar Geld, und 3. wie viel ℔ von seiner Waare B zu liefern habe?

Die Auflösung der ersten Frage ist gleich der vorigen N°. 7. Also:

A gilt baar $2\frac{3}{4}$ und im Stich 3

$\frac{\div \frac{3}{4}}{2} = 4)\frac{\div \frac{3}{4} \text{ baar}}{2\frac{1}{4}} = 1\frac{1}{3}?$

$\frac{1}{2} \quad \frac{\text{9.3.}}{\text{A}} \quad \frac{\text{A}}{\text{B}}$

Fac. $\frac{3}{2}$ oder $1\frac{1}{2}$. So hoch ist das ℔ von der Waare B anzusetzen.

Die Auflösung der andern und dritten Frage aber ist sehr leicht, und kommt wie folget:

A 2400 ℔ à 3 Thl. thun 7200

4)

Fac. 1800 Thl. die Antwort zu der 2ten Frage.

B $\frac{1\frac{1}{2}}{3}$ = 1 ℔ = 5400

10800

Fac. 3600 ℔ die Antwort zu der 3ten Frage.

§. 1297. Aus vorhergehenden Exempeln ist zur Genüge zu ersehen, wie im barattiren zu verfahren sey, wenn keiner von beyden übervortheilet werden soll. Und so man

man dieses einmal weiß, folget weiter von sich selbsten, daß, wo in einem Tausche nicht die gehörige Proportion befunden wird, einer von beyden nothwendig übervortheilet seyn muß (wie dergleichen oben §. 1112 schon erkläret worden). Dahero erachte unnöthig, von solcher Art allhier noch besondere Exempel zu geben.

Von der Regel Societatis, oder Gesellschaftsrechnung.

§. 1298.

Die Gesellschaftsrechnung lehret eigentlich ein gegebenes Ganzes (z. E. 1, 100, 1000 ꝛc. Thlr., ℔, oder was es sonst seyn mag) dergestalt zu theilen, daß die Partes sich zu solchem ihrem Ganzen also verhalten sollen, wie die gegebenen Partes eines gegebenen andern Ganzen sich zu diesem ihrem Ganzen verhalten.

Z. E. A und B haben zusammen geleget 1000 Thl., und zwar A 600, B aber nur 400 Thl. Man begehret zu wissen, wenn diese Compagnie 100 Thl. gewonnen oder verlohren; wie viel einem jeden, nach Proportion seines Antheils an der Summe der 1000 Thl. von solchen 100 Thl. zum Gewinn oder zum Schaden zuzurechnen sey? Allhier ist gegeben ein Ganzes von 1000 Thl., nebst dessen Partibus, als 600 und 400; und dann noch ein ander Ganzes von 100 Thl., zu welchem die Partes, die sich zu 100, wie jene Partes zu 1000, verhalten sollen, gesuchet werden: Das ist, man soll einen Partem finden, welcher sich zu 100, wie der Pars 600 zu 1000; und dann noch einen Partem, der sich zu 100, wie der Pars 400 zu 1000, verhält.

§. 1299.

§. 1299. Diese Rechnungsart ist bey vielen Dingen anzubringen. Als z. E. 1. bey **Compagniehandlungen**, wie vorhin gemeldet; 2. bey **Factoreyen**, 3. bey **Concursen**, 4. bey **Schiffparten** oder **Havereyen**; 5. bey **Erbtheilungen**, 6. bey **publiquen Affairen in Kreyß** Præstandis, **und sonst in andern proportionirten Auflagen**, 7 bey **Bergwerken in Zubuße und Ausbeute**, 8. bey **Compositionen in der Medicin**, oder andern Miscibilibus; und sonst bey vielen Sachen mehr.

§. 1300. Bey dem erwehnten 8ten Falle pflegen einige Mathematici derselben Rechnungsart *Regulam Mixtionis* zu nennen.

§. 1301. Indessen weil nach voriger Erklärung (§. 1298) die gesuchten Partes sich zu ihrem Ganzen, wie die gegebenen Partes zu ihrem Ganzen, verhalten sollen, so werden solche gesuchte Partes allerdings nach der Regel Detri (§. 331) gefunden; und hat man nur diese Regel so vielmal anzubringen, als die Anzahl der Partium ist, welche gesuchet werden. Solchergestalt muß man beym vorhin gegebenen Exempel (§. 1298) setzen:

wie 1000 zu 600, also 100 zu dem gesuchten Parte A.
Jt. wie 1000 zu 400, also 100 zu dem gesuchten Parte B.

§. 1302. Weil aber alle proportionirte Größen auch wechselsweise proportioniret seyn müssen (§. 326), so kann man auch sagen: Wie sich verhält das gegebene Ganze, von welchem die Partes bekannt sind, zu dem andern Ganzen, dessen Partes gesucht werden, also auch die gegebenen Partes zu den gesuchten. Demnach könnet ihr beym gedachten Exempel setzen:

wie 1000 zu 100, also 600 zu dem gesuchten Parte A.
It. wie 1000 zu 100, also 400 zu dem gesuchten Parte B.

Auf solche Weise können alle gesuchte Partes, aus der einzigen Verhältniß gefunden werden, welche die gegebenen 2 Ganzen (als 1000 und 100) zu einander haben.

§. 1303. Derowegen gilt allhier eben dasjenige, welches oben §. 850 im 2ten Beweise dargethan worden, also wenn man einen von den gesuchten Partibus, aus der nächst gedachten Verhältniß der beyden Ganzen zu einander, richtig gefunden, so können die gesuchten übrigen Partes, aus dem vorher gefundenen Parte hergeleitet werden.

Z.E. Wenn man beym erwehnten Aufsatze, welcher heißet: 1000 geben 100, was 600?

das Facit 60 gefunden, so kann man ferner setzen: Wie 600 zu 60, also der gegebene Pars des B, 400, zu desselben gesuchten Parte.

§. 1304. Es ist, demnach bey gegenwärtiger Gesellschaftrechnung, obgleich dieselbe auf viele Dinge zu appliciren ist (§. 1299) nichts sonderliches mehr zu erinnern; man müßte denn mit solchen Exempeln aufgezogen kommen, welche in vielen Rechenbüchern zu bloßer Curiosität angeführet werden. Ich werde also das vornehmste in folgender Aufgabe mit Exempeln, welche absonderlich in Praxi ihren Nutzen haben, erklären.

Die 176. Aufgabe.

§. 1305. Eine gegebene Größe in verschiedene Partes nach solcher Proportion einzutheilen, als eine andere gegebene Größe vertheilet ist.

I. Schreibet die gegebenen Partes von der andern Grös-

Größe gerade unter einander, kleinert dieselben nach Möglichkeit in ein solches Maaß, welches zu ihnen allen gemein ist, und addiret das kommende zu einander, so habt ihr kleinere Partes, die sich gleichwol zu ihrem Ganzen (als der gedachten Summe) eben also verhalten, wie die gegebenen Partes zu ihrem Ganzen (§. 319).

II. Setzet solche Summe (oder wenn nichts gekleinert worden, die gegebene Größe selbst) in das erste Glied der Regel Detri zur Linken;

III. die andere Größe aber, welcher Eintheilung ihr suchet, in das mittlere Glied, und

IV. die vorhin gekommenen kleinern Partes (oder daferne nichts gekleinert ist, die gegebenen Partes selbst) in das dritte Glied, als Fragezahlen unter einander.

V. Verfahret mit jeder Fragezahl insbesondere nach der Regel Detri, so kommen die gesuchten Partes. Oder

VI. suchet auf vorige Weise nur das Facit zu einer einzigen Fragezahl, (die euch beliebet, oder zu dem nachfolgenden Proceß am geschicktesten ist) so könnet ihr die Facite der übrigen Fragezahlen, aus jenem oder sonst eines aus dem andern öfters mit Vortheil herleiten.

Z. E. 4 Personen, A, B, C und D, machen eine Gesellschaft. A leget 9600 Thl., B 6000 Thl., C 4800 Thl., und D 3600 Thl. Diese gewinnen insgesamt 1000 Thl. Die Frage ist: Wie viel jedem nach Proportion seiner Einlage gebühre? Dieses stehet also:

	6	2	
A 96ØØ	16	8	Allhier sind die Einlagen (vermöge Artik. I. und zwar nach Anzeigung §. 642. N°. 2) in 100, 6 u. 2 gekleinert worden.
B 60ØØ	10	5	
C 48ØØ	8	4	
D 36ØØ	6	3	
		20	

Hierauf setzet nach der Regel Detri:

20 = 1000 = {
8? Fac. 400 Thl. dem A
5? Fac. 250 = = B
4? Fac. 200 = = C
3? Fac. 150 = = D

Summe 1000 Thl. Diese Summe, weil sie just die völligen 1000 Thl. herstellet, dienet zu einer Probe, daß in der Ausrechnung nichts gefehlet sey.

Nach der gegebenen Lehre Artik. VI. aber kommt die Ausrechnung als folget:

20 = 1000 = 3? Fac. 150 Thl. dem D.

3 = 150 = 4?

50

Fac. 200 dem C.

4?	
3	1 m
1	1/3

4 = 200. = 5?

8)

Fac. 250 dem B.

4 = 200 = 8?

Fac. 400 dem A. 2 m

Allhier ist das Facit von C aus dem Facit von D; das Facit aber von B und A aus dem Facit von C hergeleitet worden.

worden. Und könnte man dieses auch wohl in einer andern Ordnung verrichtet haben.

Beweis.

Der gedachte II. III. IV. und V Artik. gründet sich auf die vorhin gegebene Lehre §. 1302; und dahero der Iste Artik. auf §. 846. Artik. III; der VIte Artik. aber auf §. 1303.

§. 1306. Ihr könnet die Ausrechnung, aus dem gegebenen Grunde §. 1301, noch auf eine andere Art, wie folget, anstellen.

	6	2
A 96ØØ	16	8
B 60ØØ	10	5
C 48ØØ	8	4
D 36ØØ	6	3
	20	

Demnach ist der Name der Verhältniß (§. 298) von A $\frac{8}{20}$, von B $\frac{5}{20}$, von C $\frac{4}{20}$, und von D $\frac{3}{20}$.

Weil nun die gewonnenen 1000 Thl., nach eben dieser Proportion eingetheilet werden sollen, so gebühret

dem A $\frac{8}{20}$, oder $\frac{2}{5}$
dem B $\frac{5}{20}$, oder $\frac{1}{4}$
dem C $\frac{4}{20}$, oder $\frac{1}{5}$
und dem D $\frac{3}{20}$

} aus 1000 Thl.

Diese Brüche resolviret auf das Ganze, das in 1000 Thl. bestehet, nach Anzeigung §. 416, oder §. 843, so kommen die gesuchten Partes, wie vorhin. Denn

$\frac{2}{5}$ aus 1000 ist 400 dem A
$\frac{1}{4}$ aus 1000 ist 250 dem B
$\frac{1}{5}$ aus 1000 ist 200 dem C
$\frac{3}{20}$ aus 1000 ist 150 dem D

Summe 1000 Thl.

§. 1307. Ihr habet allhier demnach dreyerley Wege die verlangten Partes in der Gesellschaftrechnung zu finden. Und könnet ihr euch allemal desjenigen Weges bedienen, welcher nach Beschaffenheit der Zahlen sich zu jedem Exempel am bequemsten schicket, wie aus folgenden Exempeln mit mehrern zu ersehen ist.

N°. 1. Einer ist an A 2000 Thl., an B 1500 Thl., an C 360 Thl., und an D 1200 Thl. zu zahlen schuldig. Dieser Debitor falliret, und lässet seinen Creditoribus in allen nur 3245 Thl.: Wieviel gebühret einem jeden Creditori nach Proportion seiner Anforderung? Also:

		2
A	200ø	100
B	150ø	75
C	36ø	18
D	120ø	60

253 = 3245 = 18

25960

Fac. $230\frac{2}{2}\frac{2}{5}\frac{0}{3}$ dem C. 58410

78..

220

Hieraus könnet ihr ferner die übrigen Partes herleiten, also:

C bekommt 230. 220 (253tel

D soll haben 60 692. 154

76. 242

54 | 3m
6 | $\frac{1}{3}$ aus 18 Fac. 769. 143 dem D.

Also

Also bekommt D 769.143 (253tel
192. 99

Fac. 961.242 dem B.

B soll haben 75

60 | 1m
15 | ¼

A soll haben 100

320.165

Fac. 1282.154 dem A.

75 | 1m
25 | ⅓

Probe: A bekommt Thl. 1282.154 (253tel
B = = 961.242
C = = 230.220
D = = 769.143

Summe 3245 Thl.

N°. 2. Zu einer Composition von 20 Unzen kommen 3 Ingredientien, als von A 5, von B 6, und von C 9 Unzen. Die Frage ist: Wie viel man von jedem nehmen muß, daß man eine Composition von 36 Unzen habe?

Allhier verfahret wie vorhin N°. 1. Also:

20 = 36 = 5? Fac. 9 Unzen von A.

B soll haben 6

das ist 5 | 1m
1 | ⅕

$1\frac{4}{5}$

Fac. $10\frac{4}{5}$ Unzen von B.

C soll haben 9

das ist 6 | 1m
3 | ½

$5\frac{2}{5}$

Fac. $16\frac{1}{5}$ Unzen von C.

N°. 3. Fünf Rheders haben ein Schiff, zu solchem gab A 4800 ℔, B 6400 ℔, C 10000 ℔, D 6400 ℔, E 2400 ℔, und F 2000 ℔. Die Frage ist: Den wievielsten Part jeder an diesem Schiffe habe? Also:

		4		
A	48ØØ	12	Michin hat A $\frac{12}{80}$, oder $\frac{3}{20}$	
B	64ØØ	16	B $\frac{16}{80}$, oder $\frac{1}{5}$	
C	100ØØ	25	C $\frac{25}{80}$, oder $\frac{5}{16}$	an solchem
D	64ØØ	16	D $\frac{16}{80}$, oder $\frac{1}{5}$	Schiffe.
E	24ØØ	6	E $\frac{6}{80}$, oder $\frac{3}{40}$	
F	20ØØ	5	F $\frac{5}{80}$, oder $\frac{1}{16}$	
		80		

Gesetzt nun, es wäre unter diesen Rhedern ein Nutzen oder Schaden von 1250 ℔ zu repartiren, so bestehet ferner die Ausrechnung (wie §. 1306 schon angewiesen worden) in einer bloßen Resolution der vorhin gefundenen Brüche (§. 416 oder 843). Also:

A	$\frac{3}{20}$	aus	1250 ℔	ist $187\frac{1}{2}$
B	$\frac{1}{5}$	aus	=	ist 250
C	$\frac{5}{16}$	aus	=	ist $390\frac{5}{8}$
D	$\frac{1}{5}$	aus	=	ist 250
E	$\frac{3}{40}$	aus	=	ist $93\frac{3}{4}$
F	$\frac{1}{16}$	aus	=	ist $78\frac{1}{8}$

Summe 1250 ℔ (zur Probe).

N°. 4. Zu einer gewissen Handlung hat A fourniret $\frac{1}{3}$, B $\frac{1}{4}$, C $\frac{1}{8}$, und D 8400 fl: Was vor einen Part hat D, und wie viel haben A, B und C ein jeder eingeleget; auch wie viel ist die Summe des sämtlichen Fourniss-ements? Also:

		24	
A	$\frac{1}{3}$	8	Weil nun das Ganze = $\frac{24}{24}$ (§. 380), A,
B	$\frac{1}{4}$	6	B und C aber zusammen nur $\frac{17}{24}$ geleget
C	$\frac{1}{8}$	3	haben; so folget, daß D die übrigen $\frac{7}{24}$ an
		17	solcher Handlung habe.

Aus

Aus diesem gefundenen Facit finden sich ferner die Einlangen von A, B und C durch die Gesellschaftrechnung. Also:

7 = 8400 fl. = { 8? Fac. 9600 fl. A / 6? Fac. 7200 fl. B / 3? Fac. 3600 fl. C }

hierzu des D seine Einlage 8400 fl.

kommt das sämtliche Fourniſſement 28800 fl.

N°. 5. Zu einer Handlung leget A 4230 fl. und B 2485 fl., C aber will so viel beyschießen, damit er $\frac{5}{12}$ an solcher Handlung habe: Wie viel muß dessen Einlage seyn? Also:

Das Ganze ist $\frac{12}{12}$. Hiervon $\frac{5}{12}$ subtrahiret, bleiben $\frac{7}{12}$ vor A und B zusammen. Demnach addiret 4230 zu 2485, kommen 6715: Folglich seßet:

7 = 6715 = 5? Fac. 4796$\frac{3}{7}$. So viel muß C einlegen.

N°. 6. An einer Waare die von A, B, C u. D in Compagnie p. 24000 Thl. gekauft worden, befindet sich ein Avanz, von welchem A 400 Thl. B 250 Thl. C 200 Thl. und D 150 Thl. nach Proportion ihrer Einlagen bekommen: Wie viel hat jeder derselben an Capital vorgeschossen? Also:

Der völlige Gewinn ist 400+250+200+150=1000

Demnach seßet:

1000 = 24000 = { 400? Fac. 9600 Thl. / 250? Fac. 6000 = / 200? Fac. 4800 = / 150? Fac. 3600 = }

Nota. Es ist dieses eben derselbe Casus, welcher oben (§. 1305) angeführet, und allhier zu desto mehrerer Erläuterung nur umgekehrt proponiret worden.

N°. 7. In einem gewissen Lande ist die Steuer solchergestalt eingetheilet: Wenn 5000 Gülden gezahlet werden sollen, so giebt der Kreyß S 3956 Gülden 1 ℔ 6 ₰, der Kreyß W 568 Gülden 20 ℔, der Kreyß M 132 Gülden 10 ℔ 6 ₰, und der Kreyß Z 342 Gülden 10 ℔ (den Gülden à 21 ℔, und den ℔ à 12 ₰ berechnet). Wenn nun eine Steuer (z. E.) von 8760 Gülden ausgeschrieben wird; so fragt sich: Wie viel jeder der gedachten Kreyse darzu zu contribuiren habe?

Obgleich diese Partes eben auf die Weise, wie §. 1305 in der ersten Art angewiesen worden, 4mal nach der Regel Detri berechnet, und in selbiger die ℔ und ₰ nach der addirten Zerstreuung (§. 846) zerstreuet werden können; so ist es doch bequemer, alle gegebene Theile in ₰, oder, weil allhier nur halbe ℔ vorhanden, in halbe ℔ zu resolviren, und also ihre Verhältniß in ganzen Zahlen herzustellen, wie folget:

S.	3956	fl.	1	℔	6	₰	thun halbe ℔	166155
W.	568	=	20	=	—		= = =	23896
M.	132	=	10	=	6		= = =	5565
Z.	342	=	10	=	—		= = =	14384
								210000

Mithin setzet:

210000	876
6)	
35000	146
2)	
17500	73

			fl.	℔	₰
166155 ?	Fac.	6931	= —	= 9	= 45
23896 ?	Fac.	996	= 16	= 10	= 94
5565 ?	Fac.	232	= 2	= 11	= 35
14384 ?	Fac.	600	= —	= 4	= 76
			Summe 8760	fl. —	= — = —

Nota. Es ist aber bey dergleichen Fällen, um die vielen Divisiones zu vermeiden, weit bequemer, sich der Proportional-

portionalzahlen (§. 1236) zu bedienen. Als in gegenwärtigem Falle kann man

zu S die Zahl 791214,
zu W = = 113790,
zu M = = 26500,
und zu Z = = 68495 nehmen.

Mit diesen Proportionalzahlen darf man nur die ausgeschriebene Steuer (sie sey so viel es immer will) allemal multipliciren, und von den kommenden Producten 6 Ziffern zur Rechten abschneiden, wie folget:

S 791214
8760
4747284
5538498
6329712
Fac. fl. 6931|034640

W 113790
8760
68274
79653
91032
Fac. fl. 996|800400

M 26500
8760
1590
1855
2120
Fac. fl. 232|140000

Z 68495
8760
4109700
479465
547960
Fac. fl. 600|016200

Wenn ihr die abgeschnittenen 6 Ziffern ferner zu x und y machet, und immerfort 6 Ziffern abschneidet, so erlanget ihr eben die Antworten, welche nach der vorigen ordinairen Berechnung heraus gekommen.

Die

Die Proportionalzahlen selbsten aber werden nach der vorhin gezeigten ersten Manier folgendergestalt gefunden:

$$21\text{Ø}\text{Ø}\text{Ø}\text{Ø} = 100\text{Ø}\text{Ø}\text{Ø}\text{Ø} = \begin{cases} 166155?\,\text{Fac.}\,791214\,\frac{2}{7} \\ 23896?\,\text{Fac.}\,113790\frac{10}{21} \\ 5565?\,\text{Fac.}\,26500 \\ 14384?\,\text{Fac.}\,68495\frac{5}{21} \end{cases}$$

Die Brüche bey diesen Faciten aber werden, wo es nicht ganz genau verlanget wird, weggelassen (§. 1235).

N°. 8. Danzig bekommt eine Facture aus Amsterdam über verschiedene Seidenwaaren, z. E. als folget:

N°. 1.

N°. 1.	33	Brab. Fl.	à	17	Stüb. Cor. thun	28	fl.	1 St.
2.	25	=	=	19	=	23	=	15 =
3.	49	=	=	23	=	56	=	7 =
4.	50	=	=	21	=	52	=	10 =
5.	60	=	=	47	=	141	=	— =
6.	13	=	=	16	=	10	=	8 =
7.	25	=	=	20	=	25	=	— =
8.	30	=	=	$23\frac{1}{2}$	=	35	=	5 =
9.	$24\frac{1}{2}$	=	=	$21\frac{1}{4}$	=	26	=	$6\frac{3}{4}$
10.	$39\frac{1}{4}$	=	=	25	=	49	=	$1\frac{1}{4}$
11.	48	=	=	$37\frac{1}{4}$	=	89	=	8 =
12.	$26\frac{1}{2}$	=	=	27	=	35	=	$15\frac{1}{2}$
13.	$50\frac{1}{2}$	=	=	38	=	95	=	19 =
14.	$37\frac{3}{4}$	=	=	24	=	45	=	6 =
15.	26	=	=	$38\frac{1}{8}$	=	49	=	$11\frac{1}{4}$
16.	$45\frac{1}{2}$	=	=	22	=	50	=	1 =
17.	39	=	=	$23\frac{1}{4}$	=	45	=	$6\frac{3}{4}$
18.	32	=	=	$46\frac{3}{4}$	=	74	=	16 =
19.	40	=	=	$36\frac{3}{8}$	=	72	=	15 =
20.	29	=	=	$35\frac{1}{2}$	=	51	=	$9\frac{1}{2}$ =

Summe 1058 = 2 =

Hierauf Unkosten in Amsterdam 137 = 14 =

Summe 1195 fl. 16 St.

Solche Summe wird in Amsterdam in B°. Geld à 5 p. C. reduciret, und der Betrag auf Danzig à 290 ℔ traßiret, thut in Danzig = 1834 fl. 25 ß

Unkosten daselbst = 119 = 14 =

komen demnach die sämtlichen Waaren p. 1954 = 9 = in Danzig zu stehen.

Nun begehret man zu wissen: Wie nach allen Kosten die

die Danziger Elle von jeder Sorte an ℋ Pol. zu stehen komme?

Dieses Exempel gehöret allerdings in die Gesellschaftrechnung (§. 1298). Denn es müssen die endlich entstandenen 1954 fl. 9 ℋ Pol. eben nach solcher Proportion repartiret werden, als die Einkaufssumme der 1058 fl. 2 Stüb. eingetheilet ist. Dahero müßte man nach dem ordinairen Wege (§. 1305) setzen:

1058 fl. 2 Stüb. = 1954 fl. 9 ℋ Pol. = { 17 St. ? N°. 1. / 19 St. ? N°. 2. / 23 St. ? N°. 3. / ꝛc. bis N°. 20.

Und wenn man die 20 Facite heraus gebracht, müßte man solche gefundene Preise der Brabander Ellen in Polnischem Gelde, allererst aufs neue durcharbeiten, und in den Werth der Danziger Ellen reduciren.

Eben nach diesem Wege findet man in Rechenbüchern die Auflösungen von dergleichen Exempeln angewiesen. Allein es kann diese sehr mühsame Weitläuftigkeit eben auf die Weise, wie vorhin bey N°. 7 schon angezeiget, merklich verkürzet werden. Denn man darf nur ein vor allemal eine Proportionalzahl suchen, etwa zu 1000 Stüb. (welche allhier groß genug ist) als folget:

	1	1 Danz. Elle
	6	5 Brab. Ell.
	1	1000 Stüb.
(1058 fl. 2 St.) =	21162	58629 ℋ Pol. = (1954 fl. 9 ℋ)
	126972	293145000
	Fac. 2308	39201 . . .
oder 2309 ℋ Pol. in Ca.		11094 . .
		93624

Aus

Aus dieser Proportionalzahl von 1000 Stüb. können ferner alle begehrte Preise durch die bloße Multiplication gefunden werden, wenn man von dem Product nur allemal 3 Ziffern abschneidet. Als:

2309 mit 17 N°. 1. Item 2309 mit 19 N°. 2

16163 — 20781

Fac. ℳ 39|253 — Fac. ℳ 43|871

u. s. w. mit allen andern Sorten.

N°. 9. 4 Erben haben bekommen 43758 fl. welche sie nach Abführung 2327 fl. an verschiedenen Legatis, unter sich gleich theilen sollen: Wie viel bekommt ein jeder?

Diese Theilung geschiehet nur durch eine bloße Division, nämlich subtrahiret von 43758, die 2327 fl. bleiben 41431 fl. Diese dividiret in 4, kommt das Facit 10357¾ fl.

N°. 10. 4 haben zu theilen 10000 fl. davon soll dem A ⅓, B ¼, C ⅕ und D der Rest: Wie viel bekommt jeder?

Die Auflösung dieses Exempels ist gleich N°. 3. Also:

A ⅓ aus 10000 fl. ist 3333⅓
B ¼ = = = ist 2500
C ⅕ = = = ist 2000

Summe 7833⅓ fl. Diese von 10000 fl.

abgezogen, bleibet dem D 2166⅔ fl.

N°. 11. An einer gewissen Sache hat A ½ und B ⅓. Diese bekommen zusammen vor ihre Portion 1000 fl. Die Frage ist: Wie viel einem jeden gebühret? Also:

6

A ½ | 3
B ⅓ | 2

5

Demnach bekommet A ⅗ aus 1000 ist 600 fl.
und B ⅖ = = ist 400

Summe 1000 fl.

Nota.

Nota. Obgleich allhier $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ zusammen kein Ganzes machen, so ist doch die Ausrechnung darum nicht anders, als bey den vorigen Exempeln. Denn die Partes $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ zeigen allhier nur die Verhältniß an, wie sich dieselben gegen einander verhalten sollen; nicht aber, daß A $\frac{1}{2}$ und B $\frac{1}{3}$ aus 1000 nehmen sollten, indem $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ aus 1000 nicht die völligen 1000 ausmachen. Dahero muß man allhier das $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$ als ein Ganzes, das ist als $\frac{5}{5}$ ansehen, und nach solcher Proportion die Theilung anstellen, wie vorhin geschehen.

N°. 12. Von eben dieser Art Exempel pfleget man insgemein eines aufzugeben wie folget: An 100 fl. soll dem A $\frac{1}{2}$, B $\frac{1}{3}$ und C $\frac{1}{4}$: Wie viel gebühret jedem? Also:

12

A $\frac{1}{2}$	6	Mithin bekommet A $\frac{6}{13}$	aus 100	ist $46\frac{2}{13}$
B $\frac{1}{3}$	4	B $\frac{4}{13}$	= =	ist $30\frac{10}{13}$
C $\frac{1}{4}$	3	C $\frac{3}{13}$	= =	ist $23\frac{1}{13}$
	13			Summe 100 fl.

Nota. Allhier thun die Partes $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ zusammen mehr als ein Ganzes; jedoch hat es allhier eben dieselbe Beschaffenheit, als mit dem nächst vorhergehenden Exempel, also, daß man das Ganze in 13 Theile theilen, und dem A $\frac{6}{13}$, B $\frac{4}{13}$ und C $\frac{3}{13}$ geben müsse.

N°. 13. A, B, C sollen 10000 fl. dergestalt theilen, daß so oft als A 1000 fl. bekommet, soll dem B 1200 fl. gegeben werden; und so oft als dieser 1000 fl. bekommet, soll C 1500 fl. haben: Wie viel gebühret einem jeden? Also:

2

A 1000	5	Diese 5 und 6 zeigen die Verhältniß von
B 1200	6	den Theilen A und B.

5

B 1000	2	Diese 2 und 3 zeigen die Verhältniß von
C 1500	3	den Theilen B und C.

Damit

Damit nun das Glied B in beyden Verhältnissen gleich groß werde, so größert die Glieder der Verhältniß 5 zu 6 mit 2, und die Glieder der Verhältniß 2 zu 3 mit 6, so behalten sie ihre vorige Verhältniß (§. 319), und kommet auf solche Weise in beyden bey B ein gleich großes Glied, nämlich so oft als A 10 bekommet, so gebühret dem B 12, und dem C 18.

Ferner ist die übrige Ausrechnung gleich dem Proceß der vorigen Auflösungen. Also:

	2		
A	10	5	Demnach bekommet
B	12	6	A $\frac{5}{20}$ oder $\frac{1}{4}$ aus 10000, ist 2500 fl.
C	18	9	B $\frac{6}{20}$ oder $\frac{3}{10}$ = = ist 3000
		20	C $\frac{9}{20}$ = = = ist 4500
			Summe 10000 fl.

Nota. 1. Diese Anweisung zur Vergrößerung der Glieder, um das Glied B in beyden Verhältnissen gleich groß zu machen, dienet zur allgemeinen Lehre. Sonst aber dürfte man allhier, weil 6 just 3 mal so viel als 2, nur die Glieder der Verhältniß 2 zu 3 mit 3 größern, so kommen die Glieder 6 zu 9, und also bey B eben so viel, als in der andern Verhältniß 5 zu 6.

Nota 2. Ich könnte allhier wohl noch solche Theilungen anführen, wobey die Interessenten Theile aus Theilen haben, welches sich insonderheit bey Erbschaften, Bergwerken ꝛc. zu ereignen pfleget: Allein es ist von solchen Brüchen aus Brüchen oben (§. 395 sequ.) bereits gründliche Anzeige geschehen, und dienen insonderheit diejenigen Exempel hierher, welche im §. 402 schon vorgetragen habe. Jedoch damit ich den Nutzen der obigen Anweisung im §. 497, welche dem Schein nach jemanden als eine bloße Curiosität vorkommen dürfte (§. 404), offenbar an den Tag lege; so will allhier noch ein Exempel vorstellen, das ohnlängst in wirklicher Praxi mir zu Handen gekommen.

N°. 14. An einer gewissen Sache hat A $\frac{3}{5}$ und B $\frac{2}{5}$;

A aber verkauft die Hälfte von seinen $\frac{3}{5}$ p. 4000 Thl. an C und D, worzu C 3000 Thl., und D 1000 Thl. gegeben, also, daß C $\frac{3}{4}$, und D nur $\frac{1}{4}$ an besagter Hälfte zukommet. Da nun nach geschlossener Rechnung derer Revenüen von dieser Sache, B 1340 Thl. 8 Gge zu seinem Part erhalten; so begehret C zu wissen: Wie viel nach solcher Proportion ihme wegen seiner $\frac{3}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ von $\frac{3}{5}$ Part gebühre? Also:

$\frac{2}{5}$. $1340\frac{1}{3}$: $\frac{3}{4}$ aus $\frac{1}{2}$ von $\frac{3}{5}$

$\frac{8}{2}$ $\frac{4021}{\beta}$ $\frac{\beta}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{8}$

Fac. $\frac{12063}{16}$, das ist, $753\frac{15}{16}$ Thl.

Nota. In meinem oben (§. 1237) gedachten **Licht und Recht der Kaufmannschaft** habe ich auf solche Casus, wie vorhin erwehnet, ganz besondere Tabellen angegeben, welche universal an allen Orten sehr bequem zu gebrauchen, und sonderlich den Rechtsgelehrten, welche entweder im Rechnen nicht viel geübet, oder die Mühe der Ausrechnung ersparen wollen, bey dergleichen vorkommenden Rechtsfällen nicht wenig Nutzen schaffen können. Diesem ungeachtet findet man gleichwol meines Wissens bey keinem Autore die geringste Spur hiervon, noch vielweniger aber die gemeldeten Tabellen selbst.

§. 1308. Mehrere Exempel allhier vorstellig zu machen erachte unnöthig; allermaßen die vornehmsten Gründe zu den bey der Gesellschaftrechnung vorkommenden Fällen, durch vorhergehende Exempel schon genugsam erkläret worden, und wer dieselben verstehet, dem wird es ein leichtes seyn, auch bey allen andern Exempeln, derer in den Rechenbüchern sehr viel gefunden werden, (wovon jedoch die meisten nur zu bloßer Curiosität dienen) ohne Anstoß fortzukommen. Noch weniger habe von dergleichen

Exem-

Exempeln vorstellen wollen, welche sonderlich in alten Rechenbüchern anzutreffen, nach welchen eine in einer Compagniehandlung gewonnene oder verlohrne Summe, sowol nach Proportion ihrer Einlagen, als der Zeiten, so lange als ein jeder in solchem Handel sein Geld ausstehen gehabt, eingetheilet werden solte, zumal da solche Conditiones niemalen bey den Kaufleuten in Usanz sind. Jedoch habe meine Gedanken noch von folgendem Exempel, weil solches ein altes Streitstückgen ist, eröffnen wollen.

§. 1309. Einer hinterlässet seiner schwangeren Frau 10000 fl. und verordnet im Testamente, daferne sie einen Sohn gebähren würde, sollte derselbe $\frac{2}{3}$, und die Mutter $\frac{1}{3}$ der Verlassenschaft haben: Brächte sie aber eine Tochter, so sollte selbige $\frac{1}{3}$ und die Mutter $\frac{2}{3}$ des Vermögens bekommen. Wenn nun solche Frau über Vermuthen einen Sohn und eine Tochter zur Welt bringet; so fraget sich: Wie die Theilung anzustellen? Also:

Weil des Testatoris Wille ist, daß die Mutter 2 mal so viel als die Tochter, der Sohn aber 2mal so viel als die Mutter haben soll; so schließet man auch bey gegenwärtigem Falle: Wenn die Tochter 1 bekommt, daß der Mutter 2, und dem Sohn 4 gebühre; mithin geschiehet die Ausrechnung als folget:

Tochter 1	Demnach bekommet		
Mutter 2	die Tochter $\frac{1}{7}$	aus 10000 fl.	ist 1428 $\frac{4}{7}$
Sohn 4	die Mutter $\frac{2}{7}$	= = =	ist 2857 $\frac{1}{7}$
7	der Sohn $\frac{4}{7}$	= = =	ist 5714 $\frac{3}{7}$
			Summe 10000 fl.

Nota. Dieses Exempel habe ich bloß deswegen angeführet, um nur meine Meynung in Punkto der Ausrechnung desselben zu eröffnen. Was aber den obgedachten Schluß selbst betrifft, halte ich vielmehr davor, wenn die-

ser Casus sich wirklich ereignen sollte, daß die Herren Advocaten noch viel einwenden, und bey einem solchen unvermutheten Falle vielleicht das ganze Testament umstoßen dürften. Dahero ist es ein unnöthiger Streit, wenn man in den Rechenbüchern wegen dieses Exempels viel disputiren will. Noch unnützer ist es aber, wenn ein gewisser Rechenmeister hierinnen noch weiter gegangen, und ein Exempel gesetzet: Wann die gedachte Mutter nicht nur 2, sondern 3 Kinder, ja gar einen Hermaphroditum zur Welt gebracht, wie des obgemeldten Testatoris Wille in solchem Falle zu appliciren sey? Mich wundert, daß er nicht so gar die Gräfinn Margaretha von Henneberg angeführet hat; von welcher in des Herrn von Zieglers **Schauplatz der Zeit**, Leipz. 1695. pag. 1453 gemeldet wird, daß sie 365 lebendige Kinder, halb Knäblein und halb Mägdlein, zur Welt gebracht haben soll.

Von Gold- und Silberrechnung.

§. 1310.

Zu dem Gold und Silber bedienet man sich gemeiniglich folgender Gewichte:

1. **Trois Gewichte**, bey welchem 1 ℔ in 8 Unzen, und jede Unze in 20 Engels eingetheilet ist.

2. **Cöllnisch Gewichte**, nach welchem sich 1 ℔, wie gewöhnlich, beym Silber in 16 Loth zu 4 Quentin à 4 ℔, beym Golde aber in 24 Karat zu 12 Grän theilet. Dieses Cöllnischen Gewichtes bedienet man sich fast in allen Münzstädten in Deutschland; jenes Trois aber in Holland,

Holland, Braband und sonst verschiedenen Orten, und rechnet man insgemein 20 ℔ Cöllnisch gleich 19 ℔ Trois.

Zu diesen pfleget man auch des **Ducaten- Kronen-** (nämlich Goldkronen) oder **Goldguldengewichts** sich zu bedienen: da denn 67 Ducaten, oder 69½ Kronen, oder 72 Goldgulden auf 1 ℔ Cöllnisch gerechnet werden, (jedoch wo ich nicht irre, bedünket mich vor langen Jahren in Augspurg berichtet zu seyn, daß allda 67⅝ Ducaten, oder 70 Kronen, auf die Cöllnische ℔ berechnet werden).

§. 1311. Wenn eine Masse Gold oder Silber ganz rein und ohne Zusatz ist, so heißt man es **fein**, und zwar jenes 24 **karatig**; und dieses 16 **löthig**.

§. 1312. Wiewol weder das Gold, noch das Silber, so gar fein zu bringen ist, sondern bey jenem etwa ¼ Karat, und bey diesem 1 oder 2 ℔ annoch manquiret; so wird doch insgemein, wie gemeldet, durch fein Gold ein 24 karatiges, und durch fein Silber ein 16 löthiges, verstanden.

§. 1313. Man pflegt aber das Silber mit Kupfer zu vermischen, und zwar, wenn man 15 Loth fein Silber und 1 Loth Kupfer zusammen schmelzet, so heißt man die kommende miscirte ℔ ein 15 **löthiges** Silber. Nimmet man aber 14 Loth Silber und 2 Loth Kupfer zusammen, so heißt das kommende ein 14 **löthiges** Silber, u. s. w.

§. 1314. Wenn demnach zu einer Masse, welche 1 ℔ wägen soll, (z. E.) 13 Loth fein Silber und 3 Loth Kupfer genommen werden, so muß man zu einer Masse, welche 2 ℔ wägen soll, 2 × 13, oder 26 Loth fein Silber, und 2 × 3, oder 6 Loth Kupfer, nehmen; zu einer

Masse von 3 ℔, 39 Loth fein Silber und 9 Loth Kupfer, u. s. w., das ist überhaupt, es mag die Schwere solcher Masse so viel als man will seyn, so sind in selbiger $\frac{13}{16}$ derselben fein Silber, und das übrige, oder $\frac{3}{16}$, Kupfer. Dahero heißet auch überhaupt ein Silber 15 löthig, wenn sich der Innhalt des Silbers zu dem Innhalte des Kupfers, wie 15 zu 1; 14 löthig, wenn sich der Innhalt des Silbers zu dem Innhalte des Kupfers, wie 14 zu 2, u. s. w. verhält.

§. 1315. Gleichwie das Silber einen Zusatz vom Kupfer bekommt, also wird auch dem Golde entweder fein oder schlecht Silber (das ist, Silber und Kupfer §. 1313) zugesetzet. Und heißet man es **ein 23 karatiges** Gold, wenn in einer Masse, welche eine ℔ wiegt, 23 Karat fein Gold, und 1 Karat Zusatz zusammen geschmolzen ist, oder überhaupt, wenn sich der Innhalt des Goldes zu dem Innhalte des Zusatzes, wie 23 zu 1 verhält; **ein 22 karatiges** aber, wenn zu 22 Karat fein Gold 2 Karat Zusatz genommen worden, u. s. w.

§. 1316. Nach den Reichs Satzungen soll die Cölnische ℔ halten,

bey den Ducaten 23 Karat 8 Grän fein Gold, und 4 Grän fein Silber (oder wie andere melden, 23 Karat fein Gold, und 1 Karat Zusatz);

bey den Goldgulden 18 Karat 6 Grän fein Gold, 3 Karat 8 Grän fein Silber, und 1 Karat 10 Grän Kupfer;

bey den Cronen, davon die Geschmeide und Halsketten gemacht werden, 18 Karat fein Gold, und 6 Karat Zusatz; bey den gemünzten Cronen aber 22 Karat 3 Grän fein Gold und 1 Karat 9 Grän Zusatz;

bey den Reichsthalern 14 Loth 4 Grän fein Silber

ber und 1 Loth 14 Grän Kupfer; denn 8 Rthl. sollen auf die vermischte oder rauhe ℔ gehen, und 9 Rthl. aus der feinen ℔ gemünzet werden; ist also die Verhältniß des feinen Silbers zu dem Zusatze, wie 8 zu 1, oder wie 14 Loth 4 Grän zu 1 Loth 14 Grän.

beym gesponnenen Gold und Silber 15 Loth 3 Qu. fein Gold oder Silber und 1 Qu. Zusatz; sonst aber

bey Silberarbeit insgemein 13 Loth fein Silber und 3 Loth Kupfer.

Die *Louisd'or* halten 22 Karat, und gehen $36\frac{1}{4}$ auf 1 ℔.

§. 1317. Die bey dieser Materie insgemein vorkommenden Rechnungen enthalten allerhand unterschiedene Fälle in sich, welche theils durch die bloße Regel Detri oder Regel Multiplex; theils aber durch eine ganz besondere Regel, nämlich Allegationis, solviret werden. Ich werde dahero alle Fälle der gedachten ersten Art, nachdem die Regel Detri und Multiplex vorhin schon zur Genüge erkläret worden, unter gegenwärtigem Titel der **Gold und Silberrechnung** in folgender Aufgabe zusammen fassen, und durch genugsame Exempel erläutern: Von den Fällen der andern Art aber soll gebührendermaßen hernach unter dem Titel **von der Regel Allegationis** insbesondere tractiret werden.

Die 177. Aufgabe.

§. 1318. **Die insgemein bey einerley Art Gold oder Silber vorkommende Rechnungs-Fälle zu solviren.**

Dieses verrichtet entweder durch die Regel Detri oder Multiplex, wie solches mit mehrern aus folgenden Exempeln zu ersehen.

N°. 1. Ein Stück Gold wiegt 30 ℔, und hält jede ℔ ins feine 17 Karat 9 Grän: Wie viel feine ℔ sind in solcher Masse enthalten?

Dieses ist nur ein Multiplicationsexempel (§. 358), und stehet also:

1 ℔ = 17 Kar. 9 Gr. = 30 ℔

a 12 | ½ ; ¼ | b
b 3 | ¼
2 | ⅙ a

15
3 = 18 Kar.
2 = 12 =
— = 22 = 6 Gr.

Fac. ℔ 22 = 4 = 6 Gr. fein.

Nota 1. Zur Probe kann man den Zusatz in solcher Masse berechnen, nämlich weil jede ℔ 17 Karat und 9 Grän fein Gold in sich hält, so muß der Zusatz bey jeder seyn (§. 1315) 1 ℔ oder 24 Karat ÷ 17 Karat 9 Gr. das ist, 6 Karat 3 Grän. Demnach suchet den sämtlichen Zusatz von der ganzen Masse eben auf solche Weise, wie vorhin, als folget:

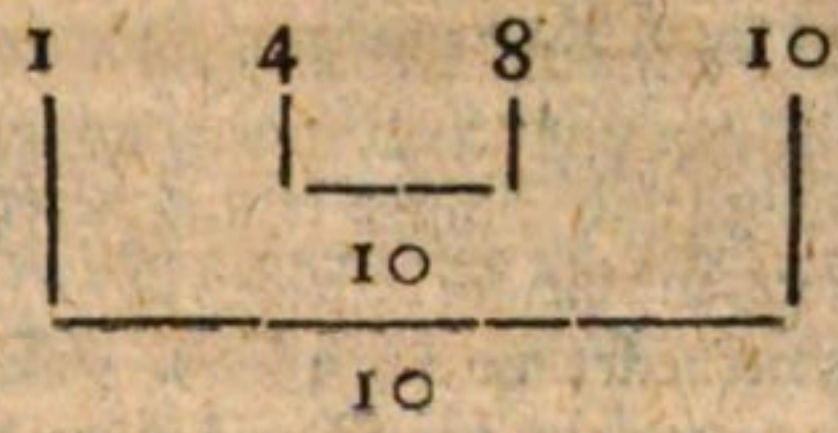
1 ℔ = 6 Kar. 3 Gr. = 30 ℔

¼ ; ¼
1 | ⅙

7 = 12 Kar.
X = 6 =
— = 7 = 6 Gr.

Fac. ℔ 7 = 19 = 6 Gr. Zusatz.
Hierzu das vorige Facit 22 = 4 = 6 addiret
kommt die ganze Masse ℔ 30 = — = —. Woraus zu ersehen, weil just 30 ℔ wieder hervor kommen, daß man recht gerechnet habe.

Nota 2. Allein wer in meiner obgegebenen Probe (§. 890) versiret ist, der kann das vorhin gefundene Facit 22 ℔, 4 Karat, 6 Grän weit leichter probiren, und kommet dieselbe nach obiger Anweisung (ibid.) also zu stehen:



N°. 2. Wenn in einer Masse von 30 ℔ Gold 22 ℔ 4 Karat 6 Grän fein Gold enthalten sind: Wie viel karatig ist solches Gold?

Dieses ist nur ein Divisionsexempel (§. 358), und der Rückweg von der vorigen N°. 1. Also:

30 ℔ = 22 ℔ 4 Kar. 6 Gr. = 1 ℔

17 Kar. 9 Gr. So viel fein Gold ist in jeder ℔.

(24
532
Rest 22
(12
270 Gr.

N°. 3. Wie viel ℔ fein Silber sind in einer Masse von 345 ℔ 13 Loth 2 Qu. enthalten, wenn in jeder ℔ 14 Loth 2 Qu. fein sind? Also:

1 ℔ = 14 Loth 2 Qu. = 345 ℔ 13 Loth 2 Qu.

8 | ½ (¼)
4 | ½
2 | ½

172 = 14 = 3 =
86 = 7 = 1 = 2 ℞
43 = 3 = 2 = 3 =
10 = 12 = 3 = 2¾

Fac. ℔ 313 = 6 = 2 = 3¾

Nota. Die Auflösung dieses Exempels ist gleich der vorigen Auflösung N°. 1. Also ist auch eben dasjenige, welches vorhin in den beyden Notis erinnert worden, nicht minder allhier zu merken. Gleichergestalt kann dieses Exempel eben auf die Weise, wie vorhin in N°. 2 geschehen, umgekehrt, und also proponirt werden: Wenn in einer Masse Silber von 345 ℔ 13 Loth 2 Qu., 313 ℔ 6 Loth 2 Qu. 3¾ ℞ fein enthalten sind; wie viel löthig dem-

nach solches Silber sey? Da denn zum Facit wiederum 14 Loth 2 Qu. kommen müssen. Man siehet also hieraus, daß zwischen der Berechnung des Goldes und Silbers kein anderer Unterscheid sey, als daß jenes kostbarer, und die ℔ desselben in 24 Karat, bey diesem aber in 16 Loth eingetheilet ist (§. 1310). Dahero gilt alles dasjenige, welches fernerhin zur Berechnung des Goldes angewiesen wird, nicht minder auch bey der Berechnung des Silbers, und also auch vice versa.

N°. 4. Wenn die ℔ fein Silber in Hamburg 28 ℔ B°. kostet; wie hoch kommt die ℔ 13 löthiges? Also:

1 ℔ fein = 28 ℔ B°. = 13 Loth fein

14
7
1 = 12 ß

8 | 1/2
4 | 1/2 1/4
1 |

Fac. ℔ 22 = 12 ß B°.

N°. 5. Wenn die ℔ 13 löthiges Silber 22 ℔ 12 ß B°. kostet, wie hoch kommt die feine ℔ zu stehen? Also:

13 Loth fein = 22 ℔ 12 ß B°. = 16 Loth fein

Fac. 28 ℔ B°.

364
16.

N°. 6. Ein Stück Gold wiegt 2 ℔ 9 Loth (oder 2 ℔ 13½ Karat): Wie viel Kronen hält dasselbe nach dem Kronengewichte (§. 1310)? Also:

1 ℔ = 69½ Kronen = 2 ℔ 9 Loth

139
34¾
4 1/2 1/2

8 | 1/2
1 | 1/8

Fac. 178 3/2 Kronen.

N°. 7.

N°. 7. Ein Münzmeister hat ein Stück Gold, wiegt 36 ℔, hält jede ℔ ins feine 17½ Karat, treibet oder feiniret selbiges dergestalt, daß es nur 28 ℔ gewogen: Wie viel muß demnach jede ℔ des feinirten ins feine halten?

Dieses müßte 2mal nach der Regel Detri berechnet werden, als nämlich

1 ℔ = 17½ Kar. = 36 ℔?
Fac. 26 ℔ 6 Gr. fein.

Ferner 28 ℔ = 26 ℔ 6 Gr. = 1 ℔?
Fac. 22½ Kar.

Allein es können dergleichen Exempel weit bequemer durch die Regel Multiplex solviret werden. Also:

1 ℔ feinirtes
4. 28 36 ℔ unfeinirtes . 9
2 36 Karat fein . 5

2 45

Fac. 22½ Kar. So viel muß jede ℔ des feinirten halten.

N°. 8. Ein Stück Gold, das 36 ℔ gewogen, und jede ℔ ins feine 17½ Karat gehalten, wurde dergestalt abgetrieben, daß es 22½ karatig worden: Wie schwer muß dieses feinirte Gold sich befinden? Also:

36 ℔ unfeinirtes . 4
2 36 ℔ Karat fein . 7
8. 48 2 ℔ feinirtes

— Fac. 28 ℔

N°. 9. Wenn die ℔ fein Silber in Hamburg 28 ℔

B°· kostet, und B°· gegen neue $\frac{2}{3}$, 132$\frac{1}{2}$ p. C.: Wie viel ℔ in neue $\frac{2}{3}$ sind zu zahlen vor 286 ℔ 13löthiges Silber? Also:

		286 ℔ 13löthiges	143
	1	13 Loth fein	
2. 4.	16	28 ℔ B°·	7
40.	240	268 ℔ in N$\frac{2}{3}$	53
80	689689		689 × 1001

Fac. 8621 ℔ 1$\frac{4}{5}$ß in N$\frac{2}{3}$

N°· 10. Wenn der wichtige Ducaten 2 Thl. 18 Gge gilt, und ins feine 23 Karat hält; wie viel ist eine Krone werth, die 17$\frac{1}{2}$ karatig ist? Also:

	1 Krone	
139..	2 ℔ (§. 1310)	
2	35 Karat fein	
23	67 # (ibid.)	
4	11 Thl.	
92 | 12788	25795	737 | 5159

Fac. 2 Thl. — ₰ 5 R in C^{a}.

Rest 219 Thl, d. i. 5256 Gge oder 63072 R.

N°· 11. Einer hat 300 Stück überwichtige alte Ducaten, derer 66 auf 1 ℔ gehen, und ins feine 23 Karat 8 Grän halten (§. 1316), verkaufet dieselben nach dem Kronengewichte, um vor jede Krone, zu 18 karatig gerechnet (ibid.), 2 Thl. zu empfangen: Wie viel ist die sämtliche Zahlung? Also:

		℔ ℔ ℔	ß ß
33.	ß ß	1 ℔	25
	3	71 Kar. fein	
3.	18	1 ℔ in Kronen	
	2	139 Kronen (§. 1310)	
	1	2 Thl.	

297	246725	3475 / 24325
	91..	
Fac. 830 Thl.		
17⅓ Sgr in C^a.	Rest 215 Thl. 5160 Sgr	
	219.	
	111	

Nota. Hätte man den Ducaten zu 2¾ Thl. ausgegeben, kämen 825 Thl.: Ist also der Unterscheid 5 Thl. 17⅓ Sgr.

N°. 12. Einer hat 1224 Stück allerhand alte ⅔, lässet selbige verschmelzen, und bekommt daraus 85 ℔ 14 Loth 2 Qu., 13½ löthiges. Wenn nun die feine ℔ à 12 Thl. 16 Sgr verkauft wird; wie hoch ist jedes Stück ausgebracht worden? Also:

85 ℔ 14½ Loth zu halbe Loth gemacht,

1374 Loth

kommen 2749 halbe Loth. Ferner setzet:

1 Stück

		1 Stück	
℔ß.	℔ℒℒ	2749 halbe Loth	
17	ℒ	1 Loth	
	32	ℒℳ Loth fein	3
	16	ß8 Drittel Thl.	19
	1	8 Gr.	

544	8704	156693	16494.
		6965	
	Fac. 18 Gr. in C.	21	

Von der Regel Allegationis.

§. 1319.

Durch den Namen **Allegatio** verstehet man eine **Anbindung** oder **Zusammensetzung** zweyer oder mehrerer Arten Gold oder Silber von unterschiedenem Werth oder Gehalt; und werden unter diesem Titel hauptsächlich zweyerley Vermischungsarten abgehandelt.

In der ersten Art wird gelehret, wie man aus dem gegebenen Gehalt oder Werth verschiedener Arten Gold oder Silber, nebst einer jeden ihrer Quantität, den Gehalt oder Werth des daraus entstehenden Mixti erfahren soll.

Z. E. Einer schmelzet zusammen 20 ℔ 11 $\frac{1}{2}$ löthiges, 15 $\frac{1}{2}$ ℔ 12 löthiges, und 12 $\frac{1}{2}$ ℔ 14 löthiges Silber: Nun begehrt man zu wissen, wie viel löthig solche miscirte Masse werden müsse?

Die 2te Art aber lehret, wie man aus dem gegebenen Gehalt oder Werth verschiedener Arten Gold oder Silber, die Quantitäten, wie viel nämlich oder wie groß von

jedem

jedem derselben zu solcher Vermischung zu nehmen sey, damit ein gewisser verlangter Gehalt oder Werth daraus entstehen möge, finden solle.

Z. E. Es verlanget einer zu einem Werke ein 13 löthiges Silber, er habe aber nur ein 10 und 15 löthiges, und begehret dahero zu wissen, wie viel von solchem schlechtern und bessern Silber zusammen zusetzen sey, damit das verlangte 13 löthige heraus komme.

§. 1320. Bey den Münzmeistern, auch Gold- und Silberarbeitern nennet man insonderheit diese 2te Art, **die Beschickung des Tiegels**, und verstehet dadurch, den Tiegel dergestalt mit den Metallen von verschiedenem Gehalt zu beschicken, damit ein verlangter Gehalt daraus entstehen möge.

§. 1321. Es bestehet aber solche 2te Art aus unterschiedenen Fällen, zu welchen auch unterschiedene Regeln erfordert werden; jedoch beruhen alle diese Regeln auf einerley Grund. Indessen weil die Rechnungsarten aller solcher Vermischungen sich besser in specie als in genere erklären lassen, so habe die hierzu gehörigen Aufgaben und Regeln, wie gewöhnlich, auf die Vermischung des Silbers gerichtet; gleichwol sind dieselben nicht allein auch vom Golde (§. 1318. N°. 3 in Not.), sondern auch von allen andern Miscibilibus zu verstehen, und dahero die angegebenen Regeln auf viele andere Dinge, als nur Silber, zu appliciren; wie solches mit mehrern hernach durch Exempel dargethan werden soll.

Die 178. Aufgabe.

§. 1322. **Aus dem gegebenen Gehalt verschiedener Arten Silber nebst einer jeden ihrer Quantität den Gehalt zu finden, welchen dieselbe in der Vermischung, wenn sie zusammen geschmolzen werden, erlangen.**

I. Multipliciret jede Quantität mit ihrem Gehalt.

II.

II. Addiret die Producte, wie auch insbesondere die gegebenen Quantitäten zusammen.

III. Dividiret die Summe der Producte durch die Summe der Quantitäten, so kommt der begehrte Gehalt.

Als das vorhin (§. 1319 in der 1sten Art) angeführte Exempel kommet also:

20 ℔	à 11½	Loth fein, thun	230 Loth
15½ ℔	à 12	Loth fein, thun	186 Loth
12½ ℔	à 14	Loth fein, thun	175 Loth
Summe 48		Summe	591
Fac. 12 1 5/6 löthig.			11.
			15

Beweis.

Es ist diese Auflösung vor sich selbst klar. Denn durch den erwehnten Isten Artik. findet man den Innhalt des feinen von jeder Quantität, und ist die Berechnung desselben gleich obiger N°. 3 im §. 1318; nur allein mit dem Unterscheide, daß oben das Facit sofort in ℔, allhier aber nur in Loth hergestellet wird. Durch den IIten Artik. findet man das völlige Gewichte, als auch den völligen feinen Innhalt von der ganzen Masse. Dahero muß durch den IIIten Artik. eben auf die Weise wie vorhin, ibid. N°. 2, angewiesen worden, der verlangte Gehalt heraus kommen.

§. 1323. Noch verschiedene Exempel zur Uebung.

N°. 1. Einer schmelzet zusammen 10 ℔ 13 löthiges und 18 ℔ 14½ löthiges, setzet aber noch 4 ℔ Kupfer darzu: Wie viel löthig wird solche Masse werden? Also:

10 ℔

10 ℔ à 13 Loth fein, thun 130 Loth
18 ℔ à 14½ Loth fein, thun 261 Loth
4 ℔ Kupfer thun ——

32 | 391 | 7.

Fac. 12 7/32 löthig. | 7

N°. 2. Einer kauft die ℔ fein Silber zu 12 Thl. 8 Gge, läßt daſſelbe auf Seide ſpinnen, alſo, daß zu jeder ℔ fein Silber 20 Loth Seide genommen werden. Wenn nun das ℔ Seide 8 Thl. gilt; ſo fragt ſich: Wie hoch das Loth des geſponnenen Silbers (ohne Arbeitslohn) zu ſtehen kommt?

Allhier berechnet erſtlich, was 20 Loth Seide zu ſtehen kommen. Alſo:

1 ℔ = 8 Thl. = 20 Loth
4 | 16 | ½ ℔
1 | 4 | ¼

Fac. 5 Thl.

Ferner ſetzet: 1 ℔ oder 16 Loth Silber à 12 Thl. 8 Gge
20 Loth Seide à 5 Thl.

36 Loth | 17 Thl. 8 Gge

Fac. 11 5/9 Gge | 416 Gge
ſo viel, nämlich 11 5/9 Gge, kommt das Loth des geſponnenen Silbers zu ſtehen. | 5.
20

N°. 3. Wenn zu einer ℔ fein Silber 20 Loth Seide, von welcher das ℔ 8 Thl. gilt, verſponnen, und das

Loth solches gesponnenen Silbers p. 11⅓ Gge angesetzet wird: Wie viel muß (das Arbeitlohn abermal nicht mit gerechnet) die ℔ fein Silber gekostet haben? Also:

16 + 20, nämlich

36 Loth gesponnen Silber à 11⅓ Gge,	thun	17 Thl.
÷ 20 Loth Seide à 8 Thl. das ℔,	thun	5 Thl.
Rest 16 Loth oder 1 ℔ fein Silber	p.	12 Thl.

Nota. In diesem Exempel geschiehet die Ausrechnung zwar nicht, wie bey den vorigen, durch eine Addition, sondern durch eine Subtraction; jedoch weil dieses mit dem nächst vorhergehenden Exempel N°. 2 eine gleiche Beschaffenheit hat, auch beyde im Grunde einander gleich sind, so habe dasselbe dem vorigen allhier beyfügen wollen.

N°. 4. Einer hat 6 Aam Wein à 12½ Thl., 8 Aam à 10¾ Thl., und 11 Aam à 9 Thl. Ziehet solchen zusammen in ein Stück: Wie viel ist sodann ein Aam von solchem vermischten Weine werth? Also:

6 Aam	à 12½ Thl.,	thun	75 Thl.
8 Aam	à 10¾ Thl.,	thun	86 Thl.
11 Aam	à 9 Thl.,	thun	99 Thl.
25			260
Fac. 10⅖ Thl.			10

N°. 5. In einem Gießhause wurden zu einem gewissen Werke zerley Sorten Metall genommen, als 36 ℔ zu 40 Thl., 24 ℔ zu 30 Thl., und 16 ℔ zu 24 Thl.: Wie hoch kommt der vermischte ℔ in solchem Werke zu stehen? Also:

36 ℔

36 ℔	à 40 Thl.,	thun	1440
24 ℔	à 30 Thl.,	thun	720
16 ℔	à 24 Thl.,	thun	384
76			2544
			26.
			36

Fac. $33\frac{2}{9}$ Thl.

Nota. Ich könnte allhier von dieser Art Exempel noch viele vorstellen; erachte aber an den vorigen genug zu haben, und wende mich viel lieber zu der erwehnten 2ten Art Vermischungen (§. 1319). Zu dem Ende setze ich im voraus folgende Betrachtungen.

§. 1324. Wenn 2 oder auch mehrere Stücke Silber die einen gleichen Gehalt haben, zusammen vermischet werden, so behält das Mixtum den vorigen Gehalt unverändert.

§. 1325. Dannenhero wenn eine Quantität a mit einer Quantität b in ihrer Vermischung einen gewissen Gehalt c haben, und man von jedem zu solcher Vermischung 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so viel nimmt, so bleibet der Gehalt c unverändert. Denn jede Quantität a mit einer Quantität b, hat den Gehalt c; folglich müssen auch etliche oder viele a mit eben so vielen b vermischt, den Gehalt c behalten (§. 1324).

§. 1326. Wenn man aber zu einem feinern Silber ein geringeres oder gar Kupfer schmelzet, so wird es schlechter, als vorhin (§. 1313): Gegentheils wenn man zu einem geringern ein feineres oder gar ganz feines schmelzet, so wird es besser, als vorhin.

§. 1327. Dahero kann man durch eine Vermischung verschiedener Arten Silber nicht anders einen begehrten Gehalt erlangen, es müsse denn solches zusammen gesetzte

Silber theils von einem bessern, und theils von einem schlechtern Gehalt, folglich jener ein Mittelgehalt zwischen diesen seyn.

§. 1328. Wenn man z. E. von einem 13 löthigen Silber 1 Loth feines von jeder ℔ abnimmt, und an dessen statt 1 Loth Kupfer setzet, so wird es um 1 Loth schlechter, nämlich nur 12 löthig: Gegentheils wenn man 1 Loth Kupfer abnimmt, und an dessen Stelle 1 Loth Silber setzet, wird es um 1 Loth besser, nämlich 15 löthig.

Die 179. Aufgabe.

§. 1329. Zweyerley Silber von unterschiedenem Gehalt dergestalt mit einander zu vermischen, daß das vermischte von einem verlangten Mittelgehalt sey.

I. Schreibet den gegebenen bessern und schlechtern Gehalt unter einander; und den verlangten Mittelgehalt beyseite nach der Linken.

II. Subtrahiret den Mittelgehalt von dem bessern, und schreibet die kommende Differenz neben dem schlechtern hinter eine Scheidelinie nach der Rechten. Desgleichen

III. subtrahiret den schlechtern Gehalt von dem Mittelgehalt, und schreibet die Differenz neben dem bessern: So zeigen solche Differenzen an, wie viel ℔, Loth, Qu., oder überhaupt wie viel Theile von jedem zu nehmen sind.

Als das oben (§. 1319 in der 2ten Art) gegebene Exempel stehet also:

	10	2
13		
	15	3

Näm-

Nämlich die Differenz zwischen 10 und 13 ist 3; diese setzet neben 15. Die Differenz zwischen 15 und 13 aber ist 2; solche setzet neben 10: So zeigen solche Differenzen an, daß so oft als man von dem 10 löthigen 2 ℔ oder 2 Loth ꝛc. nimmt, eben so oft muß man von dem 15 löthigen 3 ℔ oder 3 Loth ꝛc. nehmen.

Beweis.

Wenn man von dem ersten Silber, welches in jeder ℔ 3 Loth feines zu wenig hält, 2 ℔ nimmt, so ist der Defect 2mal 3 oder 6 Loth feines: Folglich wenn man von solchen 2 ℔, 6 Loth Kupfer abnimmt, und an deren Stelle 6 Loth feines setzet, so wird es, wie begehret, 13 löthig (§. 1328). Also auch wenn man von dem andern Silber, welches in jeder ℔ 2 Loth feines zu reich ist, 3 ℔ nimmt, so ist der Ueberschuß 3 mal 2, oder 6 Loth feines: Derowegen, wenn man von solchen 3 ℔, 6 Loth feines abnimmt, und an deren statt 6 Loth Kupfer setzet, so wird es gleichfalls, wie begehret, 13 löthig (ibid.). Indessen geben 2 mal 3 eben so viel als 3 mal 2 (§. 148), nämlich 6; dannenhero ist klar, wenn man so viel feines als bey 3 ℔ des andern Ueberschuß ist, zu 2 ℔ des erstern setzet, hingegen eben so viel Kupfer aus diesem nimmt, und solches zu jenen 3 ℔ setzet, daß beyderley Silber, folgends auch (§. 1324) das Mixtum, wenn sie beyde zusammen vermischt werden, auf 13 löthig kommen müssen, wie verlanget wird. Da nun hieraus offenbar ist, daß aus 2 ℔ des erstern mit 3 ℔ des andern zusammen vermischt ein 13 löthiges entstehet, so folget, daß auch 2, 3 oder 4 mal 2 ℔ von jenem, mit 2, 3 oder 4 mal 3 ℔ von diesem, in der Vermischung ebenfalls ein 13 löthiges geben (§. 1325), und dahero überhaupt, zu jeder ver-

langten Masse 2 Theile des erstern, und 3 Theile des andern genommen werden müssen.

§. 1330. Wenn demnach die Theile, wie viel von jedem zu nehmen sey, gefunden, so kann man ferner aus der gegebenen Quantität des einen Silbers, welches man vermischen will, die Größe des andern durch die Regel Detri finden.

Z. E. Man begehrete zu erfahren, wie viel ℔ 15 löthiges Silber, zu 30 ℔ 10 löthiges genommen werden müssen, wenn man es auf 13 löthig bringen will: So suchet erstlich zu solcher Vermischung die Theile, wie vorhin (§. 1329) angewiesen worden; alsdenn setzet, nach der Regel Detri:

Zu 2 vom 10 löthigen, kommen 3 vom 15 löthigen; wie viel zu 30 ℔ des 10 löthigen? Fac. 45 ℔ des 15 löthigen.

§. 1331. Also kann man ferner auch aus der bekannt gegebenen Masse, die in solcher Vermischung begehret wird, die Größen, wie viel von jedem zu nehmen sey, durch die Gesellschaftrechnung (§. 1299 und 1305) finden.

Z. E. Man begehrete durch die gemeldte Vermischung (§. 1329) eine Masse von 30 ℔ 13 löthiges, und man habe die Theile (ibid.) 2 und 3 gefunden, so setzet:

2 vom 10 löthigen
3 vom 15 löthigen

Summe 5	=	30	=	2?	Fac. 12 ℔
				3?	Fac. 18 ℔
				Summe	30 ℔

§. 1332. Die Probe aller dieser gefundenen Antworten (§. 1329, 1330 und 1331) kann man durch die vorhergehende Aufgabe (§. 1322), wie folget, anstellen.

Z. E.

Z. E. §. 1329 ist gefunden, daß 2 ℔ 10 löthiges mit 3 ℔ 15 löthiges zusammen ein 13 löthiges geben. Dieses zu probiren, so setzet es nach Anweisung §. 1322 also:

2 ℔ à 10 Loth fein, thun 20
3 ℔ à 15 Loth fein, thun 45

5 — 65

5) ——

Fac. 13 Loth, wie begehret.

Item §. 1330 ist gefunden, daß 30 ℔ 10 löthiges mit 45 ℔ 15 löthiges zusammen ein 13 löthiges geben; so setzet:

30 ℔ à 10 Loth fein, thun 300 Loth fein
45 ℔ à 15 = = thun 675 = =

75 — 975

22.

Fac. 13 löthig, wie begehret.

Also auch §. 1331 ist gefunden, daß 12 ℔ 10 löthiges mit 18 ℔ 15 löthiges zusammen ein 13 löthiges geben; so setzet:

12 ℔ à 10 Loth fein, thun 120 Loth fein
18 ℔ à 15 = = thun 270 = =

30 — 390

30) ——

Fac. 13 löth., wie begehret.

§. 1333. Diese Art ist der allgemeine Weg, dessen man sich bey der Regel Allegationis insgemein zur Probe bedienet. Dahero will ich in nachgesetzter Aufgabe zeigen, wie man solche Probe weit kürzer und leichter anstellen kann.

Die 180. Aufgabe.

§. 1334. Die nach der Regel Allegationis gefundenen Theile der Miſcibilium auf eine ſehr kurze und leichte Art zu probiren.

I. Schreibet die gefundenen Theile neben einander, und unter jeden ſeine Differenz, um wie viel nämlicher in ſeinem Gehalt oder Werth von dem begehrten Gehalt oder Werth differiret; Bezeichnet aber den Defect mit ÷, und den Ueberſchuß mit +.

II. Multipliciret jede unter einander geſchriebenen Zahlen, und bemerket die kommende Producte mit ihren vorigen Zeichen. So müſſen bey beyden Zeichen gleichviel heraus kommen.

Z. E. Die gefundene Antwort §. 1329 probiret, als folget:

2 ℔	3 ℔
÷ 3	+ 2
÷ 6	+ 6

Nämlich die 2 ℔ zu 10 löthig enthalten in jeder ℔ 3 Loth weniger als begehret wird (weil 13 löthig kommen ſoll). Die 3 ℔ 15 löthiges aber enthalten in jeder ℔ 2 Loth zu viel. Hierauf multipliciret die 2 ℔ mit ÷ 3, und die 3 ℔ mit + 2, ſo kommen in beyden gleichviel heraus, nämlich bey jenen 6 zu wenig, hingegen bey dieſen 6 zu viel.

Item die Probe von der Antwort §. 1330 kommet auf gedachte Weiſe alſo:

30 ℔	45 ℔
÷ 3	+ 2
÷ 90	+ 90

Ist also der Defect abermal gleich dem Ueberschusse.
Item die Antwort §. 1331 kommet wie folget:

12 ℔	18 ℔
÷ 3	+ 2
÷ 36	+ 36

Diese sind wiederum wie vorhin einander gleich.

Beweis.

Durch das erwehnte multipliciren, erlanget man einerseits den sämtlichen Defect, und andererseits den sämtlichen Ueberschuß. Wenn nun diese einander gleich sind, so ist (wie in dem vorigen Beweise, ibid. schon demonstriret worden) klar, daß die gefundenen Theile zusammen vermischet nothwendig den begehrten Gehalt oder Werth (als in den angezogenen Exempeln ein 13 löthiges) geben müssen.

§. 1335. Diese Methode dienet nicht allein, wie gezeiget, zur Probe, sondern man kann auch die gesuchte Antwort selbst insonderheit bey dem Exempel §. 1330, eben auf solche Weise, und ohne Hülfe der vorhergehenden Regel §. 1329, sofort finden, als folget:

30 ℔	1 ℔
÷ 3	+ 2
÷ 90	+ 2

Weil nun der Ueberschuß von 1 ℔ des andern Silbers nur 2 ist, da er doch 90 seyn soll; so muß man zu den 30 ℔ 10 löthiges allerdings so oftmal 1 ℔ des 15 löthigen nehmen, als oftmal 2 in 90 enthalten sind. Demnach dividiret 90 in 2, kommet die begehrte Antwort 45 ℔.

§. 1336. Weil nun in solchem Falle wie nächst vorher (§. 1335) gemeldet worden, die angezeigte Manier sehr leicht, auch ihre Probe zugleich mit sich führet (denn man darf nur zusehen, ob recht dividiret worden); so werde auch fernerhin in allen dergleichen Fällen viel lieber bey dieser Methode verbleiben.

§. 1337. Noch etliche Exempel zur Uebung.

N°. 1. Einer hat 37 ℔ 8 Loth Silber, hält die ℔ ins feine $14\frac{1}{2}$ Loth, und will dasselbe mit einem andern Silber, welches 9 löthig ist, beschicken, damit es $12\frac{1}{2}$ löthig werde. Frage: Wie viel er von diesem andern Silber zu jenen 37 ℔ 8 Loth setzen muß? Also:

$37\frac{1}{2}$ ℔	1 ℔
$+ 2$	$\div 3\frac{1}{2}$
$+75$	$\div 3\frac{1}{2}$.

Demnach dividiret 75 durch $3\frac{1}{2}$, oder 150 durch 7, kommen $21\frac{3}{7}$ ℔: So viel müssen zugesetzet werden.

N°. 2. Wenn man aber zu den nächst erwehnten $37\frac{1}{2}$ ℔, Kupfer setzen will, damit es $12\frac{1}{2}$ löthig werde; so kommet der Proceß nach voriger Manier also:

$37\frac{1}{2}$ ℔	1 ℔ Kupfer
$+ 2$	$\div 12\frac{1}{2}$
$+75$	$\div 12\frac{1}{2}$.

Demnach dividiret 75 durch $12\frac{1}{2}$, oder 150 durch 25, kommen 6 ℔ Kupfer.

Nota 1. Dieses Exempel kann man in Ansehung §. 905 N°. 7 auch wohl nach der bloßen Regel Detri inversa berechnen. Also:

$12\frac{1}{2} : 37\frac{1}{2}$ ℔ = $14\frac{1}{2}$

$12\frac{1}{2}$) 1 3 Fac. $43\frac{1}{2}$ ℔.

So viel muß das Gewichte der ganzen Masse nach der Vermischung seyn. Da es aber vorher nur $37\frac{1}{2}$ ℔ gewogen, so subtrahiret $37\frac{1}{2}$ von $43\frac{1}{2}$, bleiben 6 ℔, wie vorhin, welche vom Kupfer zugesetzet werden.

Nota 2.

Nota 2. Wenn man aber dieses Exempel nach dem gemeinen Wege (§. 1329 u. 1330) berechnet, so setzet man in der Allegation, weil das Kupfer keinen Grad vom Silber hat, an statt dessen nur eine Nulle. Also:

$12\frac{1}{2}$	$14\frac{1}{2}$	$12\frac{1}{2}$	25
	0	2	4

Folglich heißt es: 25 = 4 = $37\frac{1}{2}$ ℔

Fac. 6 ℔ Kupfer. 150

Und kommt alsdenn die gemeine Probe (§. 1332), wie folget:

$37\frac{1}{2}$ ℔ à $14\frac{1}{2}$ Loth fein, thun $543\frac{3}{4}$
6 ℔ à 0 = = thun 0

$43\frac{1}{2}$

174

2175
43.
$87\frac{87}{174}\left|\frac{1}{2}\right.$

Fac. $12\frac{1}{2}$ löthig, wie begehret.

Nota 3. Diese weitläuftige gemeine Berechnung in vorhergehender Not. 2. habe ich nur dererjenigen wegen, welche sich derselben bedienen, vorgestellet, damit ich zugleich anmerken wollen, daß in solcher Rechnungsart wegen des Kupfers darum eine Nulle gesetzet wird, weil die Ausrechnung auf den Gehalt gestellet, und in dem Kupfer kein Grad vom Silber ist: Hingegen wenn man auf den Werth siehet, so muß vor das Kupfer nicht eine Nulle, sondern sein eigentlicher Werth gesetzet werden, indem dieses gleichfalls einen Werth hat, und sonderlich bey großen Werken nicht wenig kostet; wie aus folgendem Exempel zu ersehen.

N°. 3. Einer hat 457 ℔ 4 Loth Silber, rechnet die ℔ zu 11 Thl., will solches mit Kupfer beschicken, von welchem $\frac{1}{2}$ ℔, oder 1 ℔, 4 Gr. oder $\frac{1}{6}$ Thl. kostet, damit die ℔ auf 10 Thl. komme: Wie viel ist demnach von dem Kupfer zuzusetzen?

Dieses müßte nach dem gemeinen Weg, als folget, berechnet werden:

10	11	$9\frac{5}{6}$	59
	$\frac{1}{6}$	1	6

Ferner heißt es: 59 = 6 = $457\frac{1}{4}$

Fac. $46\frac{1}{2}$ ℔ Kupfer

$2743\frac{1}{2}$
38.

$29\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$
59 | 1

Probe: $457\frac{1}{4}$ ℔ à 11 Thl. thun $5029\frac{3}{4}$ Thl.
$46\frac{1}{2}$ ℔ à $\frac{1}{6}$ Thl. thun $7\frac{3}{4}$

$503\frac{3}{4}$ — $5037\frac{1}{2}$

2015 — 20150

Fac. 10 Thl. wie begehret. So viel habe der erwehnten Ursache wegen (vorhin N°. 2. Not. 3) allhier melden sollen.

Nach der angezeigten Manier §. 1335 aber, kommt die Berechnung dieses Exempels also zu stehen:

$457\frac{1}{4}$ — 1
\+ 1 Thl. — $\div 9\frac{5}{6}$ Thl.

$+457\frac{1}{4}$ — $\div 9\frac{5}{6}$. Demnach dividiret $457\frac{1}{4}$ durch $9\frac{5}{6}$, kommen $46\frac{1}{2}$ ℔ Kupfer, wie vorhin.

N°. 4. Wenn man ein Gold, von welchem die Krone 2 Thl. 4 Gge kostet, mit einem Silber, davon die Krone auf 4 Gge berechnet wird, dergestalt legiren will, damit eine Masse von 45 Kronen schwer zu 1 Thl. 20 Gge kommen soll: Wie viel ist von jedem zu nehmen?

Gge 44	Gge 52	40	5
	Gge 4	8	1
			6

Ferner

Ferner setzet nach Anweisung §. 1331:

6 = 45 = { 5? Fac. 37½ Kronen
1? Fac. 7½ Kronen

Summe 45 Kronen

Probe: 37½ 7½
+ 8 Gl ÷ 40

+300 ÷ 300 Ist also der Defect gleich dem Ueberschuß.

Die 181. Aufgabe.

§. 1338. Mehr als zweyerley Silber von unterschiedenem Gehalt, auf vorige Weise, und zwar nach gemeiner Art mit einander zu vermischen.

I. Setzet es auf, wie vorhin (§. 1329. Artik. I.) gelehret worden.

II. Merket, welcher Gehalt besser und welcher schlechter, als der begehrte Gehalt ist (§. 1327), und suchet die verlangten Theile oder Differenzen erstlich zu einem bessern und einem schlechtern, hernach abermal zu einem bessern und einem schlechtern, jederzeit auf eben dieselbige Art, wie oben (§. 1329. Artik. II. und III.) angewiesen worden, bis ihr alle gehörige Differenzen hinter der Perpendicularlinie gefunden.

III. Addiret die gefundenen Differenzen, welche bey einem Silber sich mehr als einmal befinden, zusammen, so kommen die gesuchten Theile.

Z. E. Einer hat zerley Silber, als A 7½ löthig, B 11 löthig, und C 15 löthig, begehret aber von jedem Silber etwas zu nehmen (denn sonst könnte er sein Verlangen aus

A und

A und B, oder aus A und C allein erhalten) damit ein 13 löthiges komme; so fraget sich: Wie viel von jedem genommen werden müsse? Also:

	$7\frac{1}{2}$	2		2	4
13	11	2		2	4
	15	$5\frac{1}{2}$.	2	$7\frac{1}{2}$	15

Nämlich wenn ihr A mit C vermischet, kommet vom erstern 2, und vom andern $5\frac{1}{2}$. Wenn ihr ferner B mit C vermischet, kommet von jenem 2, und von diesem ebenfalls 2. Derowegen addiret $5\frac{1}{2}$ und die nebenstehende 2 zusammen, so kommen von demselben $7\frac{1}{2}$. Folglich habt ihr die gesuchten Theile, 2, 2, $7\frac{1}{2}$, oder in Ganzen, 4, 4, 15.

Beweis.

Wenn man von A 2 ℔ und von C $5\frac{1}{2}$ ℔, desgleichen insbesondere von B 2 ℔ und von C 2 ℔ zusammen mischet, so kommet in beyden (vermöge des Beweises §. 1329) das begehrte 13 löthige. Indessen wenn man solche 2 gekommene Mixta abermal zusammen setzet, muß der vorige Gehalt, nämlich 13 löthig, unverändert bleiben (§. 1324): Dannenhero muß ohnstreitig der verlangte Gehalt heraus kommen, wenn man von A 2 ℔, von B 2 ℔ und 2 C $5\frac{1}{2}+2$ ℔, oder $7\frac{1}{2}$ ℔, zusammen schmelzet.

§. 1339. Eben auf solche Art ist klar, wenn man die gefundenen Theile des Mixti A und C, oder B und C, nach Belieben 2, 3 oder 4 mal ꝛc. so groß nimmt, und solche vergrößerte Theile zu den gefundenen Theilen des andern Mixti setzet, daß gleichwol in allewege der begehrte Gehalt hervor kommen muß. Denn da einmal die Theile der gedachten beyden Mixtorum gefunden, so kann

so

so wenig die erwehnte Vergrößerung, als wenig die nachmalige Zusammensetzung beyder Mixtorum, ferner in dem Gehalt einige Veränderung machen (§. 1325 und 1324).

Als wenn ihr beym vorigen Exempel (§. 1338) die Theile 2 und $5\frac{1}{2}$ zu dem Mixto, A und C, wie auch die Theile 2 und 2 zu dem Mixto B und C gefunden; so könnet ihr die 2 und $5\frac{1}{2}$ mit einer beliebigen Zahl größern oder kleinern, und die kommenden größern oder kleinern Theile zu den andern Theilen 2 und 2 setzen: Oder ihr könnet die Theile 2 und 2 mit einer beliebigen Zahl grösfern oder kleinern, und die hieraus entstehenden Partes zu den Theilen 2 und $5\frac{1}{2}$ setzen: Oder auch ihr könnet sowol die Theile 2 und $5\frac{1}{2}$, als auch die andern Theile 2 und 2, jede insbesondere mit einer beliebigen Zahl grösfern oder kleinern, und die kommenden Partes zusammen setzen.

Z. E. Ich will die 2 und $5\frac{1}{2}$ mit 3 größern, so kommen 6 von A, und $16\frac{1}{2}$ von C. Diese zu den Theilen des andern Mixti, in welchem 2 von B und 2 von C zu nehmen sind, gesetzet, so kommen von A 6, von B 2, und von C $16\frac{1}{2}+2$, oder $18\frac{1}{2}$.

Item wenn ich die Theile 2 und 2 in 2 kleinere, so kommet 1 von B, und 1 von C. Diese zu den Theilen, 2 und $5\frac{1}{2}$ gesetzet, so kommen von A 2, von B 1 und von C $5\frac{1}{2}+1$, oder $6\frac{1}{2}$.

Item ich will die Theile 2 und $5\frac{1}{2}$ mit 2, und die Theile 2 und 2 mit 3 größern, so kommen bey jenen 4 und 11, und bey diesen 6 und 6; welche zusammen gesetzet, geben von A 4, von B 6, und von C $11+6$, oder 17.

§. 1340. Daß aber alle vorhin gefundenen Antworten (§. 1338 und 1339) ihre völlige Richtigkeit haben, sol-

solches könnet ihr eben auf solche Weise, wie §. 1332, oder kürzer §. 1334 angewiesen worden, probiren. Jedoch ich bleibe, wie schon erwehnet (§. 1336), lieber bey der letztern Art.

Als nach der gefundenen Antwort §. 1338 waren die Partes, von A 4, von B 4, und von C 15. Dieses probiret, als folget:

4	4	15
÷ $5\frac{1}{2}$	÷ 2	+ 2
÷ 22	÷ 8	+ 30.

Addiret demnach beyde Defecte, 22 und 8, zusammen, kommen 30, das ist eben so viel, als bey den 15 ℔ der Ueberschuß ist.

Item nach der gefundenen ersten Antwort §. 1339 waren die Partes, von A 6, von B 2, und von C $18\frac{1}{2}$. Dieses probiret also:

6	2	$18\frac{1}{2}$
÷ $5\frac{1}{2}$	÷ 2	+ 2
÷ 33	÷ 4	+ 37. Da sind 33+4=37.

Item nach der gefundenen 2ten Antwort ibid. waren die Partes, von A 2, von B 1, und von C $6\frac{1}{2}$. Dieses probiret, wie folget:

2	1	$6\frac{1}{2}$
÷ $5\frac{1}{2}$	÷ 2	+ 2
÷ 11	÷ 2	+ 13. Da sind 11+2=13.

Item nach der gefundenen 3ten Antwort ibid. waren die Partes, von A 4, von B 6, und von C 17. Dieses probiret also:

4	6	17
÷ $5\frac{1}{2}$	÷ 2	+ 2
÷ 22	÷ 12	+ 34. Da sind 22+12=34.

§. 1341.

§. 1341. Gleichwie die gegebene Regel §. 1338, in dem vorigen Exempel auf 3erley Silber appliciret worden; also ist dieselbe auch bey mehrerley Silber anzubringen.

Z. E. Einer hat 4erley Silber, als A 7, B 10, C 14, und D 15 löthig, begehret aber von jedem Silber etwas zu nehmen, und daraus ein 13 löthiges zu bringen: Wie viel muß demnach von jedem genommen werden? Also:

	7	1.	2	3	1
	10	1.	2	3	1
13	14	6.	3	9	3
	15	6.	3	9	3

Allhier ist 7 mit 14 und 15, und 10 gleichfalls mit 14 und 15, legiret.

Probe: 1 1 3 3
÷6 ÷3 +1 +2

÷6 ÷3 +3 +6. Da ist der Defect 6 + 3 = dem Ueberschuß 3 + 6.

	7	1
	10	2
Oder: 13	14	6
	15	3

Allhier ist 7 mit 14, und 10 mit 15, legiret.

Probe: 1 2 6 3
÷6 ÷3 +1 +2

÷6 ÷6 +6 +6. Da ist der Defect 6 + 6 = dem Ueberschuß 6 + 6.

	7	2
	10	1
Oder: 13	14	3
	15	6

Allhier ist 7 mit 15, und 10 mit 14, legiret.

Probe: 2 1 3 6
÷ 6 ÷ 3 + 1 + 2

÷ 12 ÷ 3 + 3 + 12. Da ist der Defect 12 + 3 = dem Ueberschuß 3 + 12.

Oder: 13

7	1. 2	3
10	1	1
14	6. 3	9
15	6	6

Allhier ist 7 mit 14 und 15, und 10 mit 14 allein, legiret.

Probe: 3 1 9 6
÷ 6 ÷ 3 + 1 + 2

÷ 18 ÷ 3 + 9 + 12. Da ist der Defect 18 + 3 = dem Ueberschuß 9 + 12.

Oder: 13

7	1. 2	3
10	2	2
14	6	6
15	6. 3	9

Allhier ist 7 mit 14 und 15, und 10 mit 15 allein, legiret.

Probe: 3 2 6 9
÷ 6 ÷ 3 + 1 + 2

÷ 18 ÷ 6 + 6 + 18. Da ist der Defect 18 + 6 = dem Ueberschuß 6 + 18.

Oder: 13

7	1	1
10	1. 2	3
14	6. 3	9
15	3	3

Allhier ist 7 mit 14, und 10 mit 14 und 15, legiret.

Probe: 1 3 9 3
÷ 6 ÷ 3 + 1 + 2

÷ 6 ÷ 9 + 9 + 6. Da ist der Defect 6 + 9 = dem Ueberschuß 9 + 6.

§. 1342.

§. 1342. Gleichergestalt könnet ihr allhier die Theile eines jeden Mixti insbesondere, wie vorhin §. 1339 gelehret worden, nach Belieben größern oder kleinern.

Als bey der nächst letztern Vermischung könnet ihr z. E. die Theile des Mixti A und C, als 1 und 6, mit 5 größern, kommen 5 und 30. Diese leget zu den Theilen des Mixti B, C und D, welche, wie vorhin zu ersehen, 3 (als nämlich 1 + 2), 3 und 3 sind, so kommen von A 5, von B 3, von C 30 + 3, oder 33, und von D 3.

Probe:	5	3	33	3
	÷ 6	÷ 3	+ 1	+ 2
	÷ 30	÷ 9	+ 33	+ 6.

Da ist der Defect 30 + 9 = dem Ueberschuß 33 + 6.

§. 1343. Auf solche Weise können bey den Vermischungen, welche aus mehr als zweyerley unterschiedenem Silber bestehen, insonderheit durch die Vergrößerung und Verkleinerung (§. 1339), unendlich vielerley Antworten hervorgebracht werden; die doch alle die Probe halten und allerdings richtig sind.

Die 182. Aufgabe.

§. 1344. die nächst vorhergehende Aufgabe auf eine andere Art zu solviren.

I. Reduciret die vielerley Silber nur in zweyerley, das ist, nehmet etliche derselben, und zwar der Bequemlichkeit wegen von jedem just 1 ℔ (oder nach Beschaffenheit auch wohl so viel ℔ als euch beliebet), zusammen, und suchet den Gehalt dieses Mixti nach obiger Lehre §. 1322 (welches jedoch allhier mehrentheils im Kopfe verrichtet werden kann). Merket aber mit Fleiß, daß von solchem 2erley Silber eines einen bessern, und das andere

einen schlechtern Gehalt habe, als der verlangte ist (§. 1327).

II. Legiret solche 2erley Silber nach der 179sten Aufgabe, so kommen die Theile, wie groß von jedem dieser zweyen zu nehmen ist. Aus diesem könnet ihr ferner

III. durch die Division (oder dafern ihr in voriger Reduction nicht von jedem gleichviel genommen, nach der Gesellschaftrechnung) gar leicht finden, wie viel von jedem Silber in specie genommen werden muß.

Als N°. 1. Das angeführte Exempel §. 1338 kommet also:

13	$7\frac{1}{2}$, 11	$9\frac{1}{4}$	2	8. d. i. 4 von A, und 4 von B.
	15		$3\frac{3}{4}$	15 von C.

Nämlich wenn ihr 1 ℔ von A, und 1 ℔ von B zusammen mischet, das ist $7\frac{1}{2}$ und 11 addiret, und das kommende in 2 dividiret, kommt der Gehalt $9\frac{1}{4}$ eines Silbers, in welchem die Hälfte von A und die Hälfte von B enthalten ist (§. 1322). Demnach suchet den begehrten Gehalt 13, aus dem Gehalt $9\frac{1}{4}$ und dem Gehalt 15, wie sonst bey 2erley Silber (§. 1329), so kommt vom ersten 8, und vom andern 15 zu nehmen. Indessen bestehet jenes halb aus A, und halb aus B; dahero dividiret solche 8 in 2, so habt ihr 4 von A, 4 von B, und 15 von C, wie oben (§. 1338).

Item N°. 2. Das vorige Exempel (§. 1341) setzet also:

13	7, 10	$8\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$	3. d. i. $1\frac{1}{2}$ von A, und $1\frac{1}{2}$ von B.
	14, 15	$14\frac{1}{2}$	$4\frac{1}{2}$	9. d. i. $4\frac{1}{2}$ von C, und $4\frac{1}{2}$ von D.

Oder

Oder in Ganzen, 3 von A, 3 von B, 9 von C, und 9 von D. Oder gekleinert in 3, kommen 1 von A, 1 von B, 3 von C, und 3 von D, wie oben (ibid.) nach der 1sten Art.

Nämlich wenn ihr 1 ℔ von A und 1 ℔ von B zusammen nehmet, kommt ein $8\frac{1}{2}$ löthiges (denn 7 + 10 in 2 dividiret, geben $8\frac{1}{2}$). Also auch wenn ihr 1 ℔ von C und 1 ℔ von D zusammen nehmet, kommt ein $14\frac{1}{2}$ löthiges (denn 14 + 15 in 2 dividiret, geben $14\frac{1}{2}$). Der fernere Proceß ist gleich dem vorigen.

Oder setzet es also:

13	7 10 14	$10\frac{1}{3}$	2	6	3. d. i. 1 von A, 1 von B, und 1 von C.
	15		$2\frac{2}{3}$	8	4 von D.

Nämlich wenn ihr 1 ℔ von A, 1 ℔ von B, und 1 ℔ von C zusammen nehmet, kommt ein $10\frac{1}{3}$ löthiges (denn 7 + 10 + 14 in 3 dividiret, geben $10\frac{1}{3}$). Die weitere Ausführung ist gleich dem vorigen.

Probe: 1 1 1 4
÷6 ÷3 +1 +2

÷6 ÷3 +1 +8. Da ist 6+3 = 1+8.

Oder setzet es wie folget:

13	7 10 15	$10\frac{2}{3}$	1	3. d. i. 1 von A, 1 von B, u. 1 von D.
	14		$2\frac{1}{3}$	7 von C.

Probe: 1 1 7 1
÷6 ÷3 +1 +2

÷6 ÷3 +7 +2. Da ist 6+3 = 7+2.

Hingegen könnet ihr die 10, 14 und 15 nicht so schlechterdings zusammen setzen. Denn weil 7 schlechter als 13, so muß solches mit einem bessern als 13 legiret werden. Da aber 10 + 14 + 15 in 3 dividiret nicht mehr als 13 geben, so ist solches eine Anzeigung, daß man von B, C und D, nicht von jedem gleichviel nehmen kann. Noch weniger könnet ihr 7, 14 und 15 auf solche Weise zusammen nehmen; weil 7 + 14 + 15 in 3 dividiret geben 12, das ist weniger als 13. Eben aus dieser Ursache werden beym vorhergehenden Exempel (N°. 1) nicht die 11 und 15, noch weniger die $7\frac{1}{2}$ und 15 zusammen genommen.

Beweis.

Dieser ist aus den Lehren §. 1322 und §. 1329 dermaßen klar, daß der ganze Proceß in augenscheinlicher Wahrheit beruhe, ohne deswegen besondere Worte zu machen.

§. 1345. Die vielerley Antworten, welche bey dergleichen Exempel (wie §. 1343 schon erwehnet) gefunden werden können, dienen insonderheit darzu, daß man aus denselben sich allemal diejenige erwählen kann, welche man am liebsten verlanget; wenn man nämlich von einem Silber ein mehreres, oder gar 2, 3 oder 4 mal so viel, als von dem andern, gerne nehmen will.

§. 1346. Eben in solcher Absicht ist die nächst gezeigte andere Art (§. 1344) der vorhergehenden gemeinen Regel vorzuziehen, weil nach selbiger andern Art die Theile in der Reduction (wie daselbst Artik. I. schon gemeldet) anfangs nach eigenem Gefallen angesetzet werden können, wenn es nur möglich ist, aus solchen supponirten Theilen ein schlechteres und ein besseres Silber, als begeh-

gehret wird, zu der ferneren Legirung der 2erley Silber, zu erlangen.

Als wenn man bey dem gegebenen Exempel, ibid. N°. 1, von dem $7\frac{1}{2}$ löthigen (weil man dasselbe etwa mehr im Vorrath als das 11 löthige hat, oder anderer Ursachen wegen) gerne 2mal so viel, als von dem 11 löthigen nehmen will, so kommt die Berechnung als folget:

$$\left.\begin{array}{r} 7\frac{1}{2} \times 2 = \\ 13 \quad 11 \times 1 = \\ 15 \end{array}\right\} 8\frac{2}{3} \left|\begin{array}{l} 2 \\ 4\frac{1}{3} \end{array}\right| \begin{array}{l} \text{6. d. i. 4 von A, u. 2 von B.} \\ \text{13 von C.} \end{array}$$

Nämlich, wenn ihr 2 ℔ von A, und 1 ℔ von B zusammen setzet, und also die Summe von 2 mal $7\frac{1}{2}$ und 1 mal 11 in 3 dividiret, kommet der Gehalt $8\frac{2}{3}$, das ist eines solchen Silbers, in welchem $\frac{2}{3}$ von A, und $\frac{1}{3}$ von B enthalten ist (§. 1322). Dahero wenn endlich von diesem Silber 6 zu nehmen gekommen, so dürfet ihr nur diese 6 nach der Gesellschaftrechnung in eben solcher Proportion eintheilen, so kommen von A 4, von B 2, und von C 13. Diese Glieder sind einerley mit den Gliedern, welche oben §. 1339 nach der 2ten Manier gefunden, und §. 1340 bereits probiret worden.

§. 1347. Jedoch in dergleichen Fällen, wie das nächste Exempel ist, können die gesuchten Theile auch wohl nach der gezeigten leichten Methode §. 1335 gefunden werden. Als beym gedachten Exempel, setzet es also:

$$\begin{array}{ccc} \overset{2}{\cdot} 5\frac{1}{2} & \overset{1}{\cdot} 2 & \overset{1}{+} 2 \\ \hline \cdot 11 & \cdot 2 & +2. \end{array}$$

Da nun der Defect 11 $+2 = 13$, der Ueberschuß aber nur 2 ist; so dividiret 13 in 2, kommen $6\frac{1}{2}$, welche anzeigen, wenn von A 2 ℔, und von B 1 ℔ genommen werden, daß man von C $6\frac{1}{2}$ ℔

nehmen müsse, das ist in Ganzen, von A 4, von B 2, und von C 13, wie vorhin.

§. 1348. Durch solche verschiedene Arten, die ich bis hierher bey mehrerm als nur 2erley Silber erkläret, habe ich vornemlich nur die Ausfindung der Theile, welche von jedem Silber zu nehmen, und in ihrer Vermischung den verlangten Gehalt heraus zu bringen vermögend sind, anzeigen wollen. Wenn aber diese erst gefunden, so ist oben (§. 1331) schon angewiesen worden, daß aus denselben ferner die Theile zu einer andern beliebigen Masse, welche in solcher Mixtur begehret wird, durch die Gesellschaftrechnung hergeleitet werden können. Ich will sowol dieses, als auch den Nutzen solcher Rechnungsart bey andern Miscibilibus (§. 1321), noch durch etliche Exempel illustriren.

N°. 1. Einer hat 50 ℔ 12 löthiges Silber nöthig, will dahero ein 8, 9, 10, 14 und 15 löthiges zusammen schmelzen: Wie viel muß er von jedem in Tiegel setzen? Also:

8			
9	9	$2\frac{1}{2}$	5 d. i. $1\frac{2}{3}$ von A, $1\frac{2}{3}$ von B, $1\frac{2}{3}$ von C.
12 10			
14			
15	$14\frac{1}{2}$	3	6. d. i. 3 von D, und 3 von E.

Oder in Ganzen, 5 von A, 5 von B, 5 von C, 9 von D, und 9 von E. Diese thun in Summe 33. Hierauf setzet:

33 = 50 = { 5? Fac. $7\frac{1}{3}\frac{9}{3}$; 5? Fac. $7\frac{1}{3}\frac{9}{3}$; 5? Fac. $7\frac{1}{3}\frac{9}{3}$; 9? Fac. $13\frac{2}{3}\frac{1}{3}$; 9? Fac. $13\frac{2}{3}\frac{1}{3}$

Summe 50 ℔, wie begehret.

Probe:	5	5	5	9	9
	÷ 4	÷ 3	÷ 2	+ 2	+ 3
	÷20	÷15	÷10	+18	+27.

Da ist 20 + 15 + 10 = 18 + 27.

Nota. Dieses ist nur eine einzige Antwort; man kann aber, wie aus den vorhergehenden Lehren erhellet, bey diesem Exempel unendlich viele Antworten hervor bringen.

N°. 2. Einer hat 15 ℔ 10 löthiges, 24 ℔ $12\frac{1}{2}$ löthiges, und 40 ℔ $14\frac{1}{2}$ löthiges Silber, will davon so viel, als am höchsten möglich ist, zusammen schmelzen, damit ein 13 löthiges komme. Frage: Ob er alles dieses Silber in Tiegel setzen kann, oder ob und wie viel er zurück lassen müsse?

Dergleichen Exempel sind am füglichsten durch die gezeigte Methode §. 1334 und 1335 zu solviren. Nämlich subtrahiret 10 und $12\frac{1}{2}$ von 13, und diese von $14\frac{1}{2}$, und setzet es ferner, wie folget:

15	24	40
÷ 3	÷ $\frac{1}{2}$	+ $1\frac{1}{2}$
÷45	÷12	+60.

Nun sind 45 + 12 nicht gleich 60; derowegen folget, daß man nicht alles Silber in Tiegel setzen kann. Um aber zu erfahren, wie viel von den 40 ℔ à $14\frac{1}{2}$ löthiges zurück zu lassen sey, so subtrahiret 45 + 12 = 57, von 60, bleiben 3. Diese

dividiret in die Differenz $1\frac{1}{2}$, kommen 2 ℔, welche anzeigen, daß von den 40 ℔, 2 ℔ abgenommen, und nur 38 ℔ im Tiegel gesetzt werden müssen.

Probe: 15 ÷ 3 | 24 ÷ $\frac{1}{2}$ | 38 + $1\frac{1}{2}$

÷45 | ÷12 | +57. Da ist 45 + 12 = 57.

N°. 3. Einer hat 4erley Silber, als 12 ℔ 11 löthiges, 20 ℔ $11\frac{1}{2}$ löthiges, 24 ℔ $13\frac{1}{2}$ löthiges, und 28 ℔ 14 löthiges. Will daraus das größte Werk, so möglich ist, von 13 löthigen verfertigen. Frage: Wie viel von jedem zu nehmen sey? Also:

12 ÷ 2 | 20 ÷ $1\frac{1}{2}$ | 24 + $\frac{1}{2}$ | 28 + 1

÷24 | ÷30 | +12 | +28. Da nun 24 + 30 = 54, und 12 + 28 = 40; so subtrahiret 40 von 54, bleiben noch 14 zu wenig. Demnach müsset ihr von dem schlechtern Silber so viel ℔ abnehmen, als zu dem Defect 14 Loth erfordert werden. Nun könnte dieses zwar auf vielerley Art geschehen, denn ihr könnet entweder von den 12 ℔, 7 ℔ (weil 14 in die Differenz 2 dividiret, geben 7), oder von den 20 ℔, $9\frac{1}{3}$ ℔ (weil 14 in $1\frac{1}{2}$ dividiret, geben $9\frac{1}{3}$), oder auch von beyden, nämlich von jedem dieser schlechtern etwas abnehmen: Allein weil das möglichst größte Werk verlanget wird, so muß man solchen Abzug bey dem schlechtesten verrichten; und im Falle dieses nicht zureichet, alsdenn das übrige von dem nächst folgenden schlechtern abnehmen. Dahero nehmet allhier von den 12 ℔, 7 ℔ ab, so geben die 5 ℔, 20, 24 und 28 ℔ eine Masse von 77 ℔ à 13 löthig, wie begehret.

Probe:

Probe: 5 20 24 28
÷ 2 ÷ $1\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{2}$ + 1

÷10 ÷30 +12 +28. Da ist
10 + 30 = 12 + 28.

N°. 4. Ein Kornhändler hat 4erley Sorten Roggen, kostet die Last von A 64 fl. Pol., von B 72 fl., von C 85 fl., und von D 93 fl.; davon will er 56 Last vermengen, von welchen die Last 80 fl. kommen soll. Frage: Wie viel von jeder Sorte zu solcher Vermischung zu nehmen sind? Also:

80 { 64, 72 } 68 | 9. d. i. $4\frac{1}{2}$ von A, und $4\frac{1}{2}$ von B.
{ 85, 93 } 89 | 12. d. i. 6 von C, und 6 von D.

Oder in Ganzen, 9 von A, 9 von B, 12 von C und 12 von D. Diese thun in Summe 42. Demnach setzet:

242 = 56 = { 9? Fac. 12 Last
9? Fac. 12 =
12? Fac. 16 =
12? Fac. 16 = }

Summe 56 Last, wie begehret.

Nota. Auf gleiche Art ist zu verfahren, wenn man Saffran oder Wolle dergestalt vermischen will, damit das Mixtum einen verlangten Werth bekommen soll.

Probe: 12 12 16 16
÷ 16 ÷ 8 + 5 + 13

÷192 ÷96 +80 +208. Da ist
192 + 96 = 80 + 208.

N°. 5. Wenn aber beym vorigen Exempel N°. 4 suppo-

supponiret wird, daß man von A, weil etwa ein größerer Vorrath von selbigem ist, 3 mal so viel als von B, und von diesem 2 mal so viel als von C zu solcher Vermischung gerne nehmen will; so geschiehet die Ausrechnung am bequemsten auf die Weise, wie oben (§. 1347) angewiesen worden; und zwar, weil die Verhältniß von A zu B, wie 3 zu 1, und von B zu C, wie 2 zu 1, angegeben wird, so machet das Glied B in beyden Verhältnissen gleich groß, wie oben (§. 1307 N°. 13) gelehret ist, so kommet die Verhältniß: So oft als man von A 6 nimmt, wird von B 2 und von C 1 genommen. Demnach setzet es ferner also:

A 6	B 2	C 1	D
÷16	÷ 8	+5	+13
÷96	÷16	+5	

Nun sind 96 + 16 = 112, folglich 5 ÷ 112 = ÷107. Diese müssen von D ersetzet werden. Derowegen dividiret solche 107 in die Differenz 13, kommen $8\frac{3}{13}$ von D. Hieraus ist klar, wenn man von A 6, von B 2, von C 1 und von D $8\frac{3}{13}$, oder in Ganzen, von A 78, von B 26, von C 13 und von D 107 nimmt, daß die miscirte Last auf 80 fl. komme. Mithin setzet nach der Gesellschaftrechnung (da 78 + 26 + 13 + 107 = 224):

224 = 56 =

78	? Fac.	$19\frac{1}{2}$ Last
26	? Fac.	$6\frac{1}{2}$
13	? Fac.	$3\frac{1}{4}$
107	? Fac.	$26\frac{3}{4}$

Summe 56 Last, wie begehret.

N°. 6. Allhier will ich das obige Exempel §. 1323 N°. 5 folgendergestalt proponiren: In einem Gießhause hat

hat man in Vorrath von feinem Metall den ℔ A zu 40, B zu 30, und C zu 24 Thl.; hieraus soll ein Werk von 60 ℔ gegossen werden, welches aber (ohne Arbeitslohn) nicht höher als auf 2000 Thl. kommen soll. Frage: Wie viel von jedem Metalle dazu zu nehmen sey?

Dieses Exempel ist von dem vorigen darinnen unterschieden, daß allhier der Werth des unterschiedenen Metalles und des Mixti nicht bey gleichen Quantitäten, sondern jener nach 1 ℔, und dieser nach der ganzen miscirten Masse von 60 ℔ überhaupt angegeben worden. Derowegen vergleichet erstlich solche Quantitäten, das ist, suchet durch die Regel Detri entweder den Werth des Mixti nach 1 ℔, oder den Werth der unterschiedenen Metalle ebenfalls nach 60 ℔. Alsdenn procediret ferner nach der Regel Allegationis, wie vorhin. Es kommt demnach die Ausrechnung nach der gedachten 1sten Art, als welche allhier bequemer denn die andere ist (weil nach dieser dreymal die Regel Detri angebracht werden müßte) also:

60 ℔ = 2000 Thl. = 1 ℔

Antw. $33\frac{1}{3}$ Thl. Ferner setzet:

	40		$6\frac{1}{3}$ von A
$33\frac{1}{3}$	30	27	$6\frac{2}{3}$ d. i. $3\frac{1}{3}$ von B, und $3\frac{1}{3}$ von C.
	24		

Oder in Ganzen, 19 von A, 10 von B, und 10 von C. Diese thun zusammen 39.

39 = 60 = { 19? Fac. $29\frac{3}{13}$ ℔ / 10? Fac. $15\frac{5}{13}$ / 10? Fac. $15\frac{5}{13}$

Summe 60 ℔, wie begehret.

Probe:

Probe: $29\frac{3}{11}$ à 40 Thl. thun $1169\frac{3}{11}$ Thl.
$15\frac{5}{11}$ à 30 = = $461\frac{7}{11}$ =
$15\frac{5}{11}$ à 24 = = $369\frac{3}{11}$ =

Summe 2000 Thl. wie begehr.

Nota. Daß ich allhier die Probe nach der gemeinen Art (§. 1332) angestellet, solches ist deswegen geschehen, um sofort die 2000 Thl. hervorzubringen.

§. 1349. Daß man aus dem gegebenen Gewichte eines Metalls, so aus 2 verschiedenen zusammen gesetzet worden, nebst dem Gewichte, welches solche Masse im Wasser oder sonst einer flüßigen Materie wiegt, die Schwere der beyden zusammen gesetzten Metalle insbesondere, durch die Regel Allegationis finden kann, solches hat vor alter Zeit schon der Archimedes an der Krone des Königs zu Syracusa erwiesen. Eben dieses hat den Ursprung zu der Hydrostatik gegeben, und will ich hiervon nur folgendes melden.

§. 1350. Abraham Cusler setzet in seinen Principiis Pantosophiae Part. 3. pag. 121: Die Schwere des Wassers, welches vom Golde ausgestoßen wird, wenn man dieses in jenes eintauchet; oder, so einerley (nachdem in der Hydrostatik erwiesen wird, daß jeder Körper von einer schwerern Art als Wasser, in demselben, von seiner Schwere so viel verliere, als das Wasser wieget, welches er ausstößet) die Schwere des Gewichtes, welches das Gold im Wasser weniger als ordinair in der Luft wieget, ist $\frac{1}{18}$ der ordinairen Schwere des Goldes. Die Schwere des Wassers, welches vom Queckſilber ausgestoßen wird, oder die Schwere, welche das Queckſilber im Wasser verlieret, ist $\frac{1}{14}$ der ordinairen Schwere des Queckſilbers. Und auf solche Weise setzet er ferner: Es verliere

liere in dem Wasser das Bley $1\frac{1}{2}$, das Silber $1\frac{1}{10}$, das Erzt $\frac{1}{9}$, das Eisen $\frac{1}{8}$, das Zinn $\frac{1}{7}$ von seiner Schwere.

§. 1351. Dechales aber in seinem Mundo mathematico Tom. 3. in Tract. de Hydrost. Prop. 31. fol. 104. bekräftiget, wenn die Schwere des Goldes (Sol genannt, und ist dessen Character ☉) 100 ist, so sey die Schwere des Queckſilbers (Mercurius ☿) von gleicher Größe $71\frac{1}{2}$, des Bleyes (Saturnus ♄) $60\frac{1}{2}$, des Silbers (Luna ☾) $54\frac{1}{2}$, des Erztes $47\frac{1}{3}$, des Eisens (Mars ♂) 42, des gemeinen Zinnes (Jupiter ♃) 39, des geläuterten Zinnes $38\frac{1}{4}$, des Magnets (♌) 26, des Marmels 21, des Steines 14, des Crystalles (+) $12\frac{1}{5}$, des Wassers (▽) $5\frac{1}{3}$, des Weines $5\frac{1}{4}$, des Wachses (☉) 5, des Oels (♌) $4\frac{3}{4}$.

§. 1352. Wenn man nun eins von diesen erwehnten Experimentis zum Grunde annimmt (oder nach Belieben es selbst untersuchet; welches wohl darum, weil das Wasser nicht überall einerley Schwere hat, weit sicherer, aber auch mühsamer ist), so kann man ferner aus dem bloßen Gewichte und durch Hülfe der Regel Allegationis (wie §. 1349 schon erwehnet) finden, wie viel in einer Masse verschiedener Metallen, von jedem insbesondere enthalten sey.

Z. E. Es hat einer eine Masse von 150 ℔ aus Zinn und Bley zusammen vermischet, welches im Wasser aber nur 132 ℔ wieget. Man begehret zu finden, wie viel ℔ Zinn, und wie viel ℔ Bley in derselben sind.

Wenn ich nun die gedachte Erfahrung §. 1350 zum Grunde nehme, so setze ich erstlich, damit der Gehalt des Zinnes, des Bleyes, und des Mixti bey einerley Quantität komme (§. 1348 N°. 6):

7 ℔

7 ℔ Zinn verlieren 1 ℔, was 150? Antw. $21\frac{3}{7}$ ℔.
Item 12 ℔ Bley verlieren 1 ℔, was 150? Antw. $12\frac{1}{2}$ ℔.
Da aber die miscirte Masse $150 \div 132 = 18$ ℔ verlieret, so kommt die fernere Ausrechnung nach der Regel Allegationis. Also:

$$\begin{array}{r|l|l|l} & 21\frac{3}{7} & 5\frac{1}{2} & 77 \\ 18 & & & \\ & 12\frac{1}{2} & 3\frac{3}{7} & 48 \end{array}$$

$$125 = 150 = \begin{cases} 77 \text{ ? Fac. } 92\frac{2}{5} \\ 48 \text{ ? Fac. } 57\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$25)\overline{125} \quad \overline{150} \qquad \text{Summe } 150 \text{ ℔}$$

$$5 \qquad 6$$

Sind also in solcher Masse $92\frac{2}{5}$ ℔ Zinn, und $57\frac{3}{5}$ ℔ Bley enthalten.

Probe: $92\frac{2}{5} + 3\frac{3}{7}$ $\qquad$ $57\frac{3}{5} \div 5\frac{1}{2}$

$+316\frac{4}{5}$ $\qquad$ $\div 316\frac{4}{5}$. Da ist der Defect gleich dem Ueberschuß.

Will man aber die gemeldte andere Erfahrung (§. 1351) zum Grunde nehmen, so kommt die Ausrechnung, als folget:

$38\frac{1}{4}$ ℔ Zinn verlieren $5\frac{1}{3}$ ℔ (d. i. wie §. 1350 schon erwehnet, so viel, als eine gleiche Größe des Wassers wiegt), was 150? Fac. $20\frac{1}{1}\frac{4}{5}\frac{0}{3}$ ℔.

Item $60\frac{1}{2}$ ℔ Bley verlieren $5\frac{1}{3}$ ℔, was 150?
Fac. $13\frac{2}{1}\frac{7}{1}$ ℔.

Ferner nach der Regel Allegationis:

18513

18	$20\frac{1}{1}\frac{4}{5}\frac{0}{3}$	$4\frac{9}{1}\frac{4}{2}\frac{4}{1}$	88434	44217
	$13\frac{8}{1}\frac{7}{2}\frac{7}{1}$	$2\frac{1}{1}\frac{4}{5}\frac{0}{3}$	53966	26983
				71200

5) $\frac{7120\text{Ø}}{1424} = \frac{15\text{Ø}}{3} = \begin{cases} 44217? \text{ Fac. } 93\frac{2}{1}\frac{1}{4}\frac{0}{2}\frac{}{4} \text{ ℔ Zinn.} \\ 26983? \text{ Fac. } 56\frac{1}{1}\frac{2}{4}\frac{0}{2}\frac{5}{4} \text{ ℔ Bley.} \end{cases}$

Summe 150 ℔.

Probe: $93\frac{2}{1}\frac{1}{4}\frac{9}{2}\frac{}{4}$ $56\frac{1}{1}\frac{2}{4}\frac{0}{2}\frac{5}{4}$

$+ \quad 2\frac{1}{1}\frac{4}{5}\frac{0}{3}$ $\div \quad 4\frac{9}{1}\frac{4}{2}\frac{}{1}$

$+271\frac{3}{7}\frac{8}{1}\frac{9}{2}$ $\div 271\frac{3}{7}\frac{8}{1}\frac{9}{2}$. Da ist der Defect abermal ganz gleich dem Ueberschuß.

Nota. Man siehet aus der Probe, daß beyde Ausrechnungen ihre Richtigkeit haben: Ihre kleine Differenz aber rühret aus dem Unterscheide der gedachten Experimentorum her, welche nicht so sehr genau übereinkommen. Eben auf diese Weise kann man auch alle andere vermischte Metalle entscheiden, und dadurch ihre Güte finden.

§. 1353. Wenn ihr endlich die Regel Allegationis nach der beschriebenen 2ten Vermischungsart (§. 1319) und alle vorher angeführte Exempel betrachtet, so werdet ihr wahrnehmen können,

I. daß der verlangte Mittelgehalt oder Werth allezeit eben von einer solchen Quantität angegeben werden müsse, als die Quantitäten der Miscibilium sind, von welchen der Gehalt oder Werth bestimmet wird. Im Falle aber solche Quantitäten ungleich, wie z. E. §. 1348 N°. 6, da der Werth der Miscibilium nach 1 ℔, der begehrte Werth aber nicht von 1, sondern von 60 ℔, als dem ganzen Mixto, angegeben worden; so muß man (wie ibid. zu ersehen) erstlich aus dem gegebenen Werthe

des ganzen Mixti den Werth eines Centners suchen, bevor die Regel Allegationis angebracht werden kann. Und gleiche Beschaffenheit hat es mit der vorhergehenden Berechnung §. 1352.

II. Wenn man eine gewisse Größe angiebt, wie groß nämlich das ganze Mixtum begehret wird, so können ihre Theile nicht sofort durch die Regel Allegationis hergestellet, sondern es müssen dieselben allererst nach der Regel Societatis gesuchet werden (§. 1331), weil jene nicht solche Theile selbst (es müßte denn von ohngefehr eintreffen), sondern nur die Verhältniß derselben hervor bringet (wie beym Anfange §. 1348 schon erwehnet worden).

III. Noch weniger kann man durch die Regel Allegationis, wenn bey itzt gedachtem Falle mehr als 2 Miscibilia sind, und die Theile der angegebenen Größe des ganzen Mixti absolut in ganzen Zahlen ohne Brüche verlanget werden, eben diejenigen Glieder der Verhältniß vermittelst bündiger Rechnungsschlüsse herstellen, welche dem verlangten eine Genüge thun können. Denn da bey mehr als 2 Miscibilibus unendlich vielerley Verhältnisse der Theile kommen können, die doch alle richtig sind (§. 1343); wie kann man denn eben auf diejenigen Glieder fallen, welche die Theile der angegebenen Größe des ganzen Mixti im Ganzen bringen?

Als wenn bey dem angeführten Exempel §. 1338 das Mixtum 50 ℔ schwer, und die Theile dieser Masse in lauter ganzen ℔ verlanget werden. Nun sind zwar oben 4 unterschiedene Verhältnisse gefunden worden, durch welche aus der Vermischung des $7\frac{1}{2}$, 11 und 15 löthigen, ein 13 löthiges kommen kann, als:

1. (ibid.)

1. (ibid.) von A 4, von B 4, und von C 15
2. (§. 1339) von A 6, von B 2, und von C 18½
3. (ibid.) von A 2, von B 1, und von C 6½
4. (ibid.) von A 4, von B 6, und von C 17.

Allein diese alle und noch unendlich viele andere sind gleichwol unvermögend, die begehrten Theile zu 50 ℔ in ganzen Zahlen heraus zu bringen. Wäre man aber auf die Gedanken gefallen, von C 4mal so viel, als von A zu nehmen, so kämen nach Lehre §. 1346 oder 1347, von A 4, von B 5, und von C 16. Diese geben zu 50 ℔ lauter ganze Zahlen, nämlich, von A 8, von B 10, und von C 32 ℔. Durch welche Rechnungsschlüsse aber kann man eben auf solche Gedanken fallen?

§. 1354. Wenn ihr die nächst gemeldten 3 Punkte wohl beobachtet, so werdet ihr den Unterscheid zwischen der vorhin abgehandelten Regel Allegationis, und der so genannten Regel Cöci, welche ich nun beschreiben will, um so viel besser erkennen und einsehen können.

Von der Regel Cöci.

§. 1355.

Diese Regel hat mit der Regel Allegationis, nämlich nach der 2ten Vermischungsart (§. 1319) darinnen eine genaue Verwandschaft, indem sie eben diejenigen Exempel solviren kann, welche durch jene aufzulösen sind. Obgleich aber in unterschiedenen Fällen das gesuchte leichter durch die Regel Allegationis, als durch die Regel Cöci zu finden, so ist doch diese gegentheils in Ansehung der vorhin erwehnten 3 Punkte (§. 1353) nicht allein bey dergleichen Fällen, wie in den 2 erstern Punkten gemeldet worden, leichter als jene, sondern auch bey

dem Falle des 3ten Punktes, allwo selbige gar nicht zureichet, anzubringen.

§. 1356. Indessen, weil nach dieser Regel eben sowohl, als vorhin nach der Regel Allegationis, wenn mehr als nur 2 Miscibilia sind, öfters sehr viele, ja nach Beschaffenheit der Sachen, auch wohl unendlich viele Antworten hervor gebracht werden können, und mandahero unvermögend ist eben auf diejenige Antwort zu fallen, welche der Proponent eigentlich verlanget, es müßte denn blindlings hin und von ohngefehr geschehen; als hat es den alten Arithmeticis beliebet, dieselbe **Cöci** oder **Blindrechnung** zu benamen. Einige nennen sie auch die **Regel Virginum**, andere **Potatorum**, wieder andere **Zekis**, worzu ein jeder seine Ursache anführet. Ich erachte es aber zu gegenwärtigem Endzweck unnöthig, wegen der Ursachen dieser willkührlichen Namen, besondere Worte zu machen.

Die 183. Aufgabe.

§. 1357. **Eine gegebene Zahl in 2 verschiedene Theile dergestalt zu theilen, daß, wenn man jeden derselben mit einem besondern Factore multipliciret, und beyde Facta addiret, die Summe einer andern gegebenen Zahl gleich sey.**

Z. E. Die Zahl 30 in 2 verschiedene Theile zu theilen, daß, wenn man einen derselben mit 10, und den andern mit 15 multipliciret, und beyde Producte addiret, die Summe gleich sey der Zahl 390.

I. Multipliciret die zu theilen gegebene Zahl mit dem kleinern Factore (10).

II. Sub=

II. Subtrahiret das kommende Product (300) von der gegebenen andern Zahl (390).

III. Dividiret den Rest (90) durch die Differenz beyder Factorum (5); so kommt derjenige Theil, welcher mit dem größten Factore multipliciret wird. Endlich

IV. Subtrahiret diesen gefundenen Theil von der zu theilen gegebenen Zahl, so zeiget der Rest den begehrten andern Theil.

Man pfleget den ganzen Aufsatz dieser Berechnung (als beym erwehnten Exempel) wie folget zu stellen:

Factores	Differ.
15	5
10	

30 / 300 (19

390 die Summe
÷ 300

Rest 90, so in 5 dividiret.
Fac. 18.

Solche gefundene 18 von 30 abgezogen, bleiben 12. Sind also die gesuchten 2 Theile 18 und 12, welche eben die Eigenschaft haben, so begehret worden.

Denn 18 mit 15 multiplicirt, geben 270
12 mit 10 = = 120

Summe 390, wie begehret.

Sume 30

Wenn ihr diesen Proceß erst gefasset, so könnet ihr euch noch dieses Vortheils bedienen, die gegebenen Factores und die zur Rechten stehende Summe, wo es thunlich, anfangs gleich zu kleinern, welchergestalt die Ausrechnung, als folget zu stehen kommt:

5	Differ.
15 | 3	1
10 | 2	

30 —(2
60

390
5)———
78
÷60

Rest 18, so in 1 dividiret, geben 18, wie vorhin.

Beweis.

Dieser ist an sich selbst klar. Denn wenn man denjenigen Theil, welcher mit dem größern Factore 15 zu multipliciren ist, eben sowol als den andern Theil, nur mit dem kleinern Factore 10 multipliciret, so enthält dessen Product an statt des 15 fachen nur das 10fache, und also das 5fache weniger in sich. Demnach muß das Product von 30, (als beyden Theilen zusammen) mit 10 multipliciret, eben um so viel weniger, als die gegebene Summe beyder Producte 390 seyn, als gedachtes 5fache beträgt: Derowegen folget, wenn man diesen Betrag in 5 dividiret, daß der kommende Quotient ohnstreitig denjenigen Theil geben muß, welcher mit 15 zu multipliciren ist (§. 267). Nachdem nun dieser gefunden, und von 30 subtrahiret wird, so ist auch klar, daß der Rest den begehrten andern Theil herstellen muß. Was aber ferner das Verkleinern betrifft, so lieget desselben Grund in der obigen Lehre §. 276. Denn nach dieser kommt ein Product eben in solcher Proportion kleiner, je kleiner einer von seinen beyden Factoribus genommen wird: Folglich wenn man allhier die 2 zusammengesetzten Producte 390 eben sowol, als einen Factorem von jeder Multiplication, daraus sie (die Producte) entstehen,

hen, nämlich die 15 und 10, in ein gleiches (5), kleinert, so bleiben ihre andere 2 Factores, das ist, die gesuchten Theile 18 und 12, allerdings unverändert.

§. 1358. Hieraus ist offenbar, daß ihr die gegebenen Factores und die zur Rechten stehende Summe auch mit gleichem größern möget, und dadurch die Brüche, wenn sich welche befinden, hinweg schaffen könnet (§. 449).

Die 184. Aufgabe.

§. 1359. **Eine gegebene Zahl auf gedachte Weise in mehr als 2 verschiedene Theile zu theilen.**

Z. E. Die Zahl 30 in 3 unterschiedene Theile zu theilen, daß wenn man einen derselben mit 10, den andern mit 12, und den dritten mit 15 multipliciret, und die 3 Producte addiret, die Summe gleich sey der Zahl 390.

I. Verfahret eben also, wie vorhin (§. 1357) in den 2 ersten Artik. gelehret worden.

II. Subtrahiret den gegebenen kleinsten Factorem (10) von jedem der größern Factorum (12 und 15), so habt ihr allhier 2 Differenzen (2 und 5). Demnach müsset ihr

III. den vorhin (ibid.) im 3ten Artikel gedachten Rest in eben so viele Stücke, als Differenzen vorhanden, das ist allhier in 2, zertheilen, damit ihr eines derselben in die größere Differenz (5), und das andere in die kleinere (2) dividiren möget; so zeiget jener Quotient den Theil, welcher mit dem größten Factore (15); und dieser den Theil, welcher mit dem andern kleinern Factore (12), zu multipliciren ist.

IV. Addiret diese Quotienten oder gefundenen Theile zusammen, und subtrahiret ihre Summe von der zu theilen gegebenen Zahl (30), so kommt im Rest der verlangte dritte Theil, welcher mit dem kleinsten Factore (10) zu multipliciren ist. Derowegen habt ihr zu merken,

V. obgleich die vorher (Artik. III) gemeldten Stücke nach eigenem Willkühr angesetzet werden können, daß ihr dieselben doch dergestalt nehmet, damit die Summe ihrer Quotienten, oder der verlangten beyden ersten Theile, von der zu theilen gegebenen Zahl (30) subtrahiret, noch etwas für den gesuchten dritten Theil übrig lasse; nicht minder

VI. im Falle die gesuchten Theile in lauter ganzen Zahlen begehret werden, daß ihr gedachte Stücke (wenn es nur möglich ist) auch solchergestalt nehmen müsset, damit sie in den Quotienten ganze Zahlen geben. Uebrigens könnet ihr euch

VII. allhier eben sowol als vorhin (ibid.) schon angewiesen worden, des Verkleinerns, wo es nur thunlich, bedienen.

Es kommet demnach die Ausrechnung des angezogenen Exempels, wie folget:

	Diff.
15	5
12	2
10	

30 ——(10
300

390
÷300

Rest 90. Diese 90 separiret in 2 Stücke, z. E. in 80 und 10, dividiret also die 80 in die Differenz 5, und die 10 in die Differenz 2, kommet in jenem Quotienten 16 für den begehrten Theil, welcher mit 15 zu multipliciren ist, und in diesem 5 für den

andern

andern Theil, der mit 12 zu multipliciren ist. Demnach subtrahiret $16+5=21$, von 30, bleiben 9 für den dritten Theil übrig, welcher mit 10 zu multipliciren ist.

Ob aber diese gefundene Theile der Aufgabe eine Genüge thun, solches könnet ihr, wie vorhin (ibid.) gezeiget, als folget untersuchen.

16	mit	15	multipliciret, geben	240
5	mit	12	= = =	60
9	mit	10	= = =	90
Summe		30	Summe	390, wie begehret.

Beweis.

Dieser ist allhier im Grunde ganz gleich dem vorigen Beweise (ibid.).

§. 1360. Auf solche Weise könnten beym gedachten Exempel die restirende 90 noch auf unendlich vielerley Art zertheilet werden, wenn man darbey nur den vorhin (§. 1359) erwehnten Artik. V beobachtet. Z. E. will ich die Stücke 89 und 1 setzen. Dividiret man nun 89 in 5, und 1 in 2, kommen im ersten Quotienten $17\frac{4}{5}$, und im andern $\frac{1}{2}$, folglich können die verlangten 3 Theile seyn: $17\frac{4}{5}$, $\frac{1}{2}$, und $30 \div 17\frac{4}{5} \div \frac{1}{2} = 11\frac{7}{10}$.

Probe:	$17\frac{4}{5}$	mal	15	geben 267
	$\frac{1}{2}$	mal	12	= 6
	$11\frac{7}{10}$	mal	10	= 117
Summe		30	Summe	390, wie begehret.

§. 1361. Dafern aber bey solchem Exempel die gesuchten Theile zu der Zahl 30 absolut in ganzen Zahlen verlanget werden, so können die restirenden 90, nach An-

zeigung des VI. Artik., nicht anders als auf folgende 3erley Arten zertheilet werden, nämlich entweder

80 in 5	oder 70 in 5	oder 60 in 5
10 in 2	20 in 2	30 in 2

50 in 5, und 40 in 2 aber können deswegen nicht genommen werden, weil ihre Quotienten 10 + 20 = 30, welche von 30 subtrahiret, nichts für den begehrten 3ten Theil übrig lassen. Demnach können bey diesem Exempel auch nicht mehr als nur dreyerley Antworten in ganzen Zahlen möglich seyn, nämlich es müssen die gesuchten Theile zu 30, entweder

16	oder 14	oder 12
5	10	15
9	6	3 seyn.

§. 1362. Die größte Schwierigkeit hierbey ist nur diese, daß man die Stücke in der gedachten Zerstreuung, welche in ihren Quotienten lauter ganze Zahlen geben, öfters nicht so geschwinde aus dem Kopfe hinschreiben kann; jedoch können dieselben durch bündige Rechnungs-Schlüsse allezeit ausgefunden, und alle mögliche Antworten hergestellet, oder daferne dieses, wegen derer großen Menge ja zu mühsam ist, wenigstens doch die Anzahl, wie viel derselben möglich zu finden sind, ganz genau bestimmet werden.

§. 1363. So nöthig nun als solche Anweisung ist, wie nämlich die Stücke in der Zerstreuung von gedachter Beschaffenheit, ohne blindes Suchen, sondern durch bündige Berechnung zu finden sind; so wird doch in den Rechenbüchern insgemein bey dieser Regel hiervon keine Anzeigung gegeben. Dahero habe ich nicht unterlassen wollen, auch dieses allhier zu erklären, und bey jedem Exempel, so weit es nöthig erachtet wird, zugleich anzuweisen, wie die Stücke in der Zerstreuung auszufinden sind.

§. 1364.

§. 1364. Die beym vorhin (§. 1361) gedachten Exempel angezeigten Stücke findet man folgendermassen: Wenn ihr erweget, weil ein Stück von 90 begehret wird, welches in 5 aufgehen soll, und 90 selbst, als die Summe beyder Stücke, ebenfalls in 5 theilbar sind, so muß nothwendig auch das begehrte andere Stück in 5 aufgehen (§. 562). Es soll aber dieses andere Stück auch in 2 aufgehen; derowegen muß es (weil 2 und 5 kein gemeines Maaß haben) auch in 10 aufgehen (§. 588). Folglich kann solches allhier nicht anders als entweder 10, 20 oder 30 seyn (§. 585); wie vorhin (§. 1361) zu ersehen.

§. 1365. Diese vorhin gegebene Regel (§. 1357 oder 1359), die ich in bloßen Zahlen erkläret, ist die eigentliche Regel Cöci, welche ferner auf gewisse Dinge appliciret werden kann.

Als: Wenn ich das oben §. 1331 angeführte Exempel allhier durch die gedachte Regel solviren will, so urtheile ich, weil jede Masse Silber so viele Loth feines in sich begreifet, als das Product ist, welches entstehet, so man die Anzahl der ℔ mit so viel, als feine Loth in 1 ℔ enthalten sind, multipliciret (§. 1318 N°. 3), so muß das begehrte Mixtum 30 ℔ nothwendig so viele feine Loth haben, als die 2 Producte zusammen sind, welche entstehen, wenn die Anzahl der ℔ des 15 löthigen mit 15, und die Anzahl der ℔ des 10 löthigen mit 10 multipliciret wird. Indessen sollen solche 30 ℔, 13 löthig seyn, folglich 30 mal 13, das ist 390, feine Loth in sich halten: Derowegen müssen solche 30 ℔ dergestalt in 2 Theile zertheilet werden, daß, wenn man einen derselben mit 15, und den andern mit 10 multipliciret, und beyde Producte addiret, die Summe gleich sey 390. Demnach

nach ist dieses Exempel nichts anders als das obige §. 1357, welches daselbst schon solviret worden, und kommen die gesuchten Partes, gleichwie im §. 1331, 18 vom 15 löthigen, und 12 vom 10 löthigen.

Gleichergestalt könnet ihr das vorhergehende Exempel §. 1359 auf die Vermischung des Silbers, oder sonst auf andere Dinge appliciren. Und werdet ihr in allen Exempeln, die man bey der Regel Cöci aufzugeben pfleget, wenn ihr selbige eben also beurtheilet, wie ich von dem vorigen Exempel gezeiget, allezeit befinden, daß bey denselben nichts anders, als ich in vorigen Aufgaben von bloßen Zahlen gemeldet, gesuchet wird.

§. 1366. Ich will hiernächst nur noch verschiedene Exempel zur Uebung geben.

N°. 1. Die Auflösung des obigen Exempels §. 1348 N°. 6 kommt allhier nach der Regel Cöci, wie folget:

60 ℔ —— (12 = 720

2	Diff.
40 | 20	8
30 | 15	3
24 | 12	

2000 Thl. 2) —— = 1000 ÷ 720

Rest 280. Diese 280 zerstreuet z. E. in 200 und 80, und dividiret

die 200 in 8, kommen 25 von A
und die 80 in 3, kommen $26\frac{2}{3}$ von B
Folglich $60 \div 25 \div 26\frac{2}{3}$, das ist $8\frac{1}{3}$ von C

Probe: 25 ℔ à 40 Thl., thun 1000 Thl.
$26\frac{2}{3}$ ℔ à 30 = = 800 =
$8\frac{1}{3}$ ℔ à 24 = = 200 =

Summe 60 ℔. Summe 2000 Thl., wie begehret.

Nota 1.

Nota. 1. Solchergestalt können bey diesem Exempel, wie §. 1360 schon angezeiget, unendlich viele Antworten hervorgebracht werden. Wenn man aber die Antwort absolut in ganzen Zahlen verlanget, so können allhier nicht mehr als 4 Antworten kommen. Denn es müssen die restirenden 280 nicht anders, als auf folgende 4erley Arten zerstreuet werden, nämlich entweder

256 in 8 oder 232 in 8 oder 208 in 8 oder 184 in 8
24 in 3 48 in 3 72 in 3 96 in 3

160 in 8, und 120 in 3 aber können deswegen nicht genommen werden, weil ihre Quotienten $20+40=60$, welche von 60 subtrahiret nichts mehr vor C übrig lassen. Dahero können bey diesem Exempel nur folgende 4 Antworten in Ganzen möglich seyn.

von A	32	oder 29	oder 26	oder 23 ℔
B	8	16	24	32 ₰
C	20	15	10	5 ₰

Nota 2. Die Stücke in dieser Zerstreuung aber findet ihr eben auf die Weise, wie vorhin §. 1364 angewiesen worden. Denn weil 280 in 8 theilbar, so müssen ihre beyde Theile oder Stücke (wie oben ibid. schon erkläret) und also auch das andere Stück, welches in 3 aufgehen soll, in 8 theilbar seyn: Dahero muß dieses (weil 3 und 8 kein gemeines Maaß haben) auch in 24 aufgehen. Demnach kann dasselbe allhier nicht anders, als 24, 48, 72 oder 96 seyn; wie aus dem vorigen zu ersehen.

Nota 3. Eben darum, weil die Stücke in der Zerstreuung, bey kleinern Zahlen leichter als bey größern zu finden sind, so hat man sich allhier um so vielmehr zu befleißigen, die gegebenen Factores gegen die zur Rechten stehende Summe nach Möglichkeit zu kleinern.

Nota 4.

Nota 4. Indessen wenn ihr diese Auflösung gegen die obige (§. 1348. N°. 6) haltet, so könnet ihr dasjenige klar wahrnehmen, welches ich oben (§. 1355) von dem Vorzuge der Regel Cöci vor der Regel Allegationis, in Ansehung der §. 1353 erwehnten 2 ersten Punkte gemeldet. Dahero haben die Münzmeister, Gold- und Silberarbeiter, und alle diejenigen, die mit der Vermischung der Metalle umgehen, sich der Erlernung der Regel Cöci, wo nicht mehr, jedennoch eben so viel als der Regel Allegationis, zu befleißigen. Ich will zu dem Ende auch noch das angeführte Exempel in dem 3ten Punkte (ibid.) allhier im folgenden solviren.

N°. 2. Einer hat 3erley Silber, als A $7\frac{1}{2}$, B 11, und C 15 löthiges, will aber ein Werk von 50 ℔ verfertigen, so 13 löthig seyn soll, jedoch von jeder Art Silber lauter ganze ℔ darzu nehmen. Frage: Wie viel demnach von jedem genommen werden müsse? Also:

	2	Diff.
15	30	15
11	22	7
$7\frac{1}{2}$	15	

50 —(15
750

50 ℔ à 13 Loth fein
geben 650 Loth fein
—(2
1300
÷750
Rest 550.

Diese zerstreuet, weil die Antwort absolut in ganzen Zahlen begehret wird, in 480 und 70, und dividiret

die 480 in 15, kommen 32 von C
und die 70 in 7, kommen 10 von B
Folglich 50 ÷ 32 ÷ 10, das ist 8 von A

Dieses ist eben diejenige Antwort, welche oben (ibid.) gemel-

gemeldet worden; und kann allhier auch keine andere Antwort in ganzen Zahlen gefunden werden. Denn wollte man die 550 in 375 und 175 zerstreuen, so gäben 375 in 15 dividiret, 25, und 175 in 7 dividiret, gleichfalls 25, diese Quotienten thun zusammen 50, welche ferner von 50 subtrahiret, nichts vor C übrig lassen würden.

Nota 1. Die Stücke in dieser Zerstreuung findet ihr solchergestalt, nämlich, weil die Zahl, 550 weder in 15 noch in 7 theilbar ist, so suchet einen von beyden Resten, z. E. von 15, dieser ist 10. Wenn ihr demnach das Stück von 550 haben wollet, welches in 15 aufgehen soll, so muß das übrige oder andere Stück eine solche Zahl seyn, welche in 15 dividiret, 10 übrig lässet. Indessen soll dieses andere Stück in 7 theilbar seyn; derowegen müsset ihr eine solche Zahl unter 550 suchen, welche in 7 aufgehet, in 15 aber 10 übrig lässet. Diese ist entweder 70, oder 175, oder 280, oder 385, oder 490. Nun kann allhier, vermöge §. 1359 Artik. V, 175 (wie nächst vorher schon erkläret), noch weniger 280, 385, oder 490 genommen werden; dannenhero kann solches andere Stück nicht anders als 70, folglich das 1ste Stück nicht anders als 480 seyn.

Nota 2. Zwar stecket hierinnen noch ein harter Knoten, wie man nämlich diejenige Zahl, welche in 7 aufgehet, und in 15 dividiret, 10 übrig lässet, durch ordentliche Rechnung ausfindig machen soll: Allein ich werde auch von diesem weiter unten insbesondere handeln, und hierzu genugsame Anleitung geben.

N°. 3. 20 Personen, Männer, Frauen und Jungfern, verzehren zusammen 3 Thl., darzu hat jeder Mann 8 Gge; jede Frau 4 Gge, und jede Jungfer 2 Gge gegeben. Frage: Wie viel Männer, Frauen und Jungfern insonderheit gewesen sind? Also:

2		Diff.
8	4	3
4	2	1
2	1	

20

3 Thl.
thun 72 Gge
2)
36
÷ 20

Rest 16. Diese 16 müssen, weil die Beschaffenheit dieser Aufgabe keine Antwort in Brüchen leidet (indem weder ½ Mann noch ⅓ Frau gesagt werden kann) dergestalt zerstreuet werden, damit die Antwort in lauter ganzen Zahlen komme. Demnach zerstreuet solche 16 in 15 und 1, und dividiret

die 15 in 3, kommen 5 Männer
und das 1 in 1, kommt 1 Frau
Folglich 20 ÷ 5 ÷ 1, das ist 14 Jungfern.

Probe:				
5 Männer	à 8 Gge,	thut 1 Thl.	16 Gge
1 Frau	à 4 Gge,	= — =	4 Gge
14 Jungfern	à 2 Gge,	= 1 =	4 Gge
Summe 20 Personen		Summe 3 Thl., wie begehret.	

Ihr könnet aber allhier die gedachten 16 auch wohl

in 12	oder 9	oder 6	oder 3
und 4	7	10	13

zerstreuen, welchergestalt bey dieser Aufgabe 5erley Antworten möglich sind, als nämlich

5	oder 4	oder 3	oder 2	oder 1 Männer
1	4	7	10	13 Frauen
14	12	10	8	6 Jungfern.

Nota. Wenn ihr alles dasjenige, welches ich wegen Ausfindung der Stücke in der Zerstreuung vorhin (§. 1364,

1364, und bey voriger N°. 1. Not. 2, wie auch N°. 2. Not. 1) angewiesen, gründlich eingesehen, so erachte unnöthig, von solcher Ausfindung allhier ein mehrers zu erwehnen.

N°. 4. Einer kauft 100 Stück Vieh um 100 Thl., 1 Ochsen um 10 Thl., 1 Kuh um 5 Thl., 1 Kalb um 2 Thl., und 1 Schaaf um ½ Thl. Frage: Wie viel Ochsen, Kühe, Kälber und Schaafe es gewesen sind?

Dieses Exempel pfleget man in Compagnie aus Kurzweil aufzugeben. Die Auflösung desselben aber kommt, wie folget:

	2	Diff.
10	20	19
5	10	9
2	4	3
½	1	

100 Thl. (2
200
÷100

Rest 100. Diese müssen, weil diese Aufgabe eben so wenig, als die nächst vorgehende, Brüche leidet, in 3 Stücke dergestalt zerstreuet werden, damit die Antwort in lauter ganzen Zahlen komme. Demnach zerstreuet solche 100 in 19, 72, und 9, und dividiret die 19 in 19, kommt 1 Ochs
die 72 in 9, kommen 8 Kühe
die 9 in 3, kommen 3 Kälber
Folglich 100 ÷ 1 ÷ 8 ÷ 3, das ist 88 Schaafe.

Probe:				
1 Ochs	à	10 Thl.	thut	10 Thl.
8 Kühe	à	5 Thl.	=	40 =
3 Kälber	à	2 Thl.	=	6 =
88 Schaafe	à	½ Thl.	=	44 =
Summe 100 Stück.			Summe	100 Thl.

Man kann aber allhier in der Zerstreuung, wenn man für das 1ste Stück 19 setzet, die übrigen 100 ÷ 19, oder 81, auf 8erley Art zerstreuen, denn 81 in 9 dividiret, geben 8, und bleiben noch 9 übrig für das 3te Stück. Nimmt man aber 76 für das 1ste Stück, so können die übrigen 24 auf 2erley Art zerstreuet werden, denn 24 in 9 dividiret, geben 2, und bleiben 6 für das 3te Stück übrig. Demnach können allhier überhaupt 8 + 2, das ist 10erley Antworten gegeben werden, als nämlich

1	oder 1	oder 1	oder 1	oder 1	oder 1
8	7	6	5	4	3
3	6	9	12	15	18
88	86	84	82	80	78

oder 1	oder 1	oder 4	oder 4	Ochsen
2	1	2	1	Kühe
21	24	1	5	Kälber
76	74	93	90	Schaafe.

N°. 5. Einer kauft vor 600 Thl. 4erley Waaren, von A das ℔ vor 1 Thl., von B das ℔ zu 2 Thl., von C das ℔ zu 3 Thl., von D das ℔ zu 4 Thl., empfängt von jeder Sorte lauter ganze ℔, und insgesamt 300 ℔. Frage: Wie viel ℔ es von jeder gewesen, vornemlich aber, wie vielerley Antworten hieraus zu bringen möglich sind?

	Differ.
4	3
3	2
2	1
1	

300

600 Thl.
÷ 300

Rest 300. Diese 300 müssen in 3 Stücke dergestalt zerstreuet werden, daß das 1ste Stück

Stück in 3, das 2te in 2, und das 3te in 1 aufgehen könne. Wenn ich nun für das 1ste Stück 3 seße, so können die übrigen 297 auf 148erley Art zerstreuet werden, denn 297 in 2 dividiret, geben 148, und bleibet 1 für das 3te Stück übrig. Nimmt man aber für das 1ste Stück 6, so können die restirende 294 auf 146erley Art zerstreuet werden, denn 294 in 2 dividiret, geben 146, und bleiben noch 2 für das 3te Stück übrig. Nimmt man ferner für das 1ste Stück 9, so können die übrigen 291 auf 145erley Art zerstreuet werden, denn 291 in 2 dividiret, geben 145, und bleibet 1 für das 3te Stück übrig. Nimmt man weiter für das 1ste Stück 12, so können die übrigen 288 auf 143erley Art zerstreuet werden, denn 288 in 2 dividiret, geben 143, und bleiben 2 für das 3te Stück übrig. Solchergestalt kann man ferner continuiren, bis man für das 1ste Stück 297, und für die beyden übrigen 3 seßet, welche nur auf einerley Art zu zerstreuen sind, denn 3 in 2 dividiret, geben 1, und bleibet noch 1 für das 3te Stück übrig. Demnach können allhier überhaupt so vielerley Antworten gegeben werden, als die Summe von 148 + 146 + 145 + 143 u. s. w. + 142 + 140 bis endlich 1, ist. Wenn man nun die Ordnung dieser Seriei betrachtet, so hat man wahrzunehmen, daß die Glieder wechselsweise um 2 und 1 immerfort abnehmen. Dahero thut ihre Summe, wie weiter unten angewiesen werden soll, 7351, folglich können auch bey gegenwärtigem Exempel 7351erley Antworten in ganzen Zahlen, wie begehret, gegeben werden.

Ich will von denselben allhier diejenigen 2erley Antworten vorstellig machen, welche daher entstehen, wenn das 3te Stück in der Zerstreuung die möglichst größte, wie auch wenn es die möglichst kleinste Zahl ist. Jene

kommt, wenn die 300 in 3, 2 und 295; diese aber, wenn solche 300 in 297, 2 und 1 zerstreuet werden. Die 1ste Zerstreuung giebt folgende Antwort:

1 ℔	von	A;	die andere aber diese:	99 ℔	von A
1 =	=	B		1 =	= B
295 =	=	C		1 =	= C
3 =	=	D		199 =	= D

Probe:

1 ℔	à	4	Thl., thut	4	Thl.
1 =	à	3	= =	3	=
295 =	à	2	= =	590	=
3 =	à	1	= =	3	=
Summe 300 ℔				600	Thl.

Item

99 ℔	à	4	Thl., thun	396	Thl.
1 =	à	3	= =	3	=
1 =	à	2	= =	2	=
199 =	à	1	= =	199	=
Summe 300 ℔				600	Thl., wie begehret.

Da nun diese beyde, in welchen C einmal die möglichst größte, und einmal die möglichst kleinste Zahl ist, richtig sind, so müssen auch alle andere Antworten, die sich zwischen diesen befinden, ohnstreitig richtig seyn.

§. 1367. Mehrere Exempel von dieser Art erachte unnöthig zu geben, indem alles dasjenige, was bey dieser Regel zu beobachten, aus dem vorigen zur Gnüge erhellet. Ich habe auch die Regeln selbst (§. 1357 und 1359) eben zu dem Ende mit Fleiß nur in blossen Zahlen gestellet, damit ihr dieselben auf alle Art Dinge nach eigenem Gefallen appliciren möget (§. 1365). Und wer diese gründlich verstehet, der findet auch darinnen nichts besonders, wenn einige Rechenmeister durch die Regel Allegationis oder Cöci etliche Multiplicationsexempel, bey welchen (z. E.) eine Anzahl ℔ Waaren, nach unterschiedenen Quantitäten, wie auch unterschie-

schiedenen Preisen, berechnet worden, in andere Exempel verwandeln, deren Summe ℔ und sämtlicher Werth eben so viel, als bey jenen Exempeln, ausmachet. Allermaßen es gleichviel ist, ob man das nächst vorhergehende Exempel N°. 5 also, wie vorhin angegeben worden, oder folgendergestalt proponiret: 300 ℔ in 4 unterschiedenen Parteyen, oder (wie es bey den gedachten Autoribus heißet) in 4 Regeln, in ganzen Zahlen, eine zu 4, die andere zu 3, die 3te zu 2, und die 4te zu 1 Thl. das ℔, zu berechnen, daß die Summe der 4 Facite 600 Thl. sey. Und da die erwehnten Autores bey dergleichen Exempeln auch die Preise nicht angeben, sondern dieselben eines jeden Berechners eigenem Willkühr überlassen, so können auch allerdings um so viel mehrere Antworten heraus gebracht werden, je öfters die Preise verändert werden können; und hat man nur zu beobachten (wie sonst bey allen Vermischungen, wovon §. 1327 bereits gemeldet) einige derselben höher, und andere hingegen niedriger, als der Preis durch die Bank ist, anzusetzen. Als wenn beym angezogenen Exempel die Preise 4, 3, 2 und 1 Thl. nicht angegeben wären, und auch diese zu bestimmen in eurem Belieben stünde, so dürfet ihr nur erstlich berechnen 300 ℔ p. 600 Thl., was 1 ℔? kommen 2 Thl.; folglich müsset ihr nur einige Preise größer, und einige Preise kleiner, als 2 Thl. setzen, übrigens ist es einerley, wie groß solche Preise genommen werden, wenn man nur die größern nicht allzugroß nimmt, damit hernach die zerstreuten Stücke in die Differenzen dividiret werden können.

§. 1368. Es hätte dannenhero ein gewisser sonst geschickter Autor gar nicht nöthig gehabt, bey dergleichen Exempeln zu lehren, daß die höhern und niedrigern Preise, als der Mittelpreis ist, **in gleichen Abstand oder Differenzen** gesetzet werden sollten.

§. 1369. Hiernächst nach der Regel Cöci findet man in unterschiedenen Rechenbüchern noch eine **Münz-** auch wol **Zinnrechnung**: Allein es ist bey diesen Specialibus nichts besonders zu melden. Denn was die erste betrifft, so darf ein Münzmeister oder sonst derjenige, welcher mit dem Münzwesen etwas zu schaffen hat, sich nur meine vorhin beschriebene Gold- und Silber-

Rechnung, Regel Allegationis und Cöci, wohl bekannt machen, so wird ihm ferner bey dem Münzwesen keine Rechnung vorkommen können, die er nicht sollte zu berechnen wissen. Was aber die andere belanget, so sind alle Exempel, welche bey derselben vorgebracht werden, nur lauter Kleinigkeiten, die ein jeder, der auch nur die Regel Detri weiß, mächtig zu solviren ist; und hat es mit diesem Titel der **Zinnrechnung** eben dieselbe Bewandniß, wie mit den Titeln **Holzrechnung, Papierrechnung, Flachsrechnung**, u. s. w. derer eine Menge in den Schulbüchern anzutreffen sind.

§. 1370. Nur dienet zur Nachricht, daß bey der Vermischung des Zinn und Bleyes, ihre Verhältniß in einem andern Verstande, als bey der Vermischung des Gold oder Silbers angedeutet wird. Denn bey diesen bleibet das Gewichte 1 ℔ oder 16 Loth beständig, und die vermischten Metalle in solchem Gewichte nehmen ab oder zu (§. 1313 sequ.); bey jenen aber heißet man es 2 pfündig Zinn, wenn zu 1 ℔ Bley 1 ℔ rein Zinn: 3 pfündig, wenn zu 1 ℔ Bley 2 ℔ rein Zinn; 4 pfündig, wenn zu 1 ℔ Bley 3 ℔ rein Zinn geschmolzen wird, u. s. w. also, daß der Zusatz von Bley beständig nur 1 ℔ bleibet, hingegen das Gewichte ab- und zunimmt. Jedoch pfleget es insgemein nicht weiter als 10 pfündig zu gehen, und dieses nennet man **Englisch** oder **Leipziger Zinn.**

Von der Regel Falsi.

§. 1371.

Diese Regel wird deswegen **Falsi** genannt, weil man anfangs, an statt der gesuchten Antwort, eine beliebige Zahl nach eigenem Gefallen setzet, und aus solcher falschen

schen Zahl gleichwol hernach die wahre Antwort herleitet.

§. 1372. Es kommen aber hierinne 2 Fälle vor: Im ersten wird die wahre Antwort durch eine einzige angesetzte falsche Zahl; im andern aber durch zwey angesetzte falsche Zahlen ausgefunden: Dahero benennet man die gedachte Regel bey jenem die **einfache Regel Falsi** (oder regulam Falsi simplicis positionis); bey diesem aber die **doppelte Regel Falsi** (oder regulam Falsi duplicis positionis).

§. 1373. Von diesem Unterscheide findet man in den meisten Rechenbüchern nichts gemeldet; noch weniger von dem Grunde der Regel selbst: Dannenhero ist es kein Wunder, wenn sie auch diejenigen Exempel durch die doppelte Regel Falsi auflösen, welche doch durch die einfache, vermittelst einer einzigen angesetzten falschen Zahl, zu solviren sind. Hierüber muß man sich aber verwundern, daß sie zum öftern so gar auch solche Kleinigkeiten durch diese Regel auflösen, die man doch sehr leicht und ohne Hülfe dieser Regel, ja wohl aus dem Kopfe berechnen kann. Damit ich aber den Grund von dieser ganzen Sache anzeige, so will im voraus nur noch einige hierzu dienliche Eigenschaften der geometrischen Verhältniß und Proportion vortragen.

§. 1374. Jedoch da alle nachfolgende Rechnungen **vornehmlich** entweder zu andern Theilen der Mathesis, oder den curieusen Liebhabern sonst als ein künstliches Zahlenspiel nur zur Lust dienen (§. 28); so erachte es nunmehro unnöthig, mich hinführo (wie bis hierher geschehen), insonderheit in den Beweisen der Algebra zu enthalten; zumal da allen denen, welche in der Rechenkunst mehr als eine gemeine Einsicht zu haben begierig sind, ohnedem nicht besser zu rathen ist, als sich die Algebra, oder doch wenigstens ihre Principia bekannt zu machen. Inzwischen dürfen diejenigen, welche von dieser vortrefflichen Wissenschaft noch keine Kenntniß haben, nicht darum alle Rechnungen, bey welchen eine Zahl durch einen Buchstaben angedeutet wird, sofort scheuen: Allermaßen so wenig als die Rechnungsexempel deswegen algebraische

sche zu nennen, wenn bey denselben Personen oder Städte durch A, B und C bemerket sind; eben so wenig machet solches eine Rechnung algebraisch, oder erfordert sogleich diese Wissenschaft, wenn etwa einige Zahlen durch Buchstaben vorgestellet werden.

§. 1375. Ich sage aber von den nachfolgenden Rechnungen mit Fleiß, daß selbige **vornehmlich** zu andern Theilen der Mathesis oder den curieusen Liebhabern dienen; damit niemand auf die Gedanken gerathen möge, als sollten dieselbe den Kauf- und Handelsleuten in ihrem Metier gar nichts nutzen können; vielmehr werdet ihr aus der Erfahrung selbst in verschiedenen Exempeln das offenbare Contrarium sehen. Nur ist der Unterscheid, daß ihnen diese Rechnungen nicht eben so sehr nothwendig zu wissen sind, als die vorhergehende, welche ich bis hierher tractiret habe. Gleichergestalt muß auch (wie der Herr Hofrath Christ. Wolf in seinen **Anfangsgründen der Algebra** bereits erinnert) niemand alle Sachen, von welchen er den Nutzen nicht bald sehen kann, für bloße Curiositäten achten; allermaßen hiervon oben (§. 1307 N°. 13. Not. 2) schon durch ein Exempel das Gegenspiel gezeiget worden; also werden auch fernerhin unterschiedene Rechnungen vorkommen, die manchem als eine unnütze Curiosität scheinen könnten, und gleichwol zu andern Dingen ihren gewissen Nutzen haben, oder doch zur Ausfindung anderer nützlichen Sachen nicht wenig Anlaß geben.

§. 1376. Wenn man 2 Zahlen a und b mit gleichen Zahlen multipliciret, oder in gleiche Zahlen dividiret, so oft und so vielmal als man immer will, bis endlich aus a die Zahl c und aus b die Zahl d entstanden, so muß sich die entstandene Zahl c zu a, wie die entstandene Zahl d zu b verhalten, das ist (§. 313) c: a = d: b.

Beweis.

Wenn man zwey gegebene Zahlen, jede besonders mit gleichen Zahlen multipliciret, oder in gleiche Zahlen dividiret, so verhalten sich im ersten Falle die 2 Producte, und im andern, die 2 Quotienten gegen einander, wie die gegebenen Zahlen (§. 319). Wenn man demnach solche

Pro-

Producte oder Quotienten abermals mit gleichen Zahlen multipliciret, oder in gleiche Zahlen dividiret, so müssen auch die hieraus entstehende Zahlen, wie jene Producte oder Quotienten, folglich auch (§. 325) wie die gegebenen Zahlen selbst, sich gegen einander verhalten. Eben dieser Schluß erhellet auch aus §. 292, in welchem erwiesen worden, daß, wenn eine Zahl, so oft und so vielmal als man will, multipliciret und dividiret wird, es doch eben so viel ist, als sollte man solche Zahl nur einmal mit dem Producte aller Multiplicatorum multipliciren, wie auch nur einmal durch das Product aller Divisorum dividiren. Hieraus ist klar, daß die gedachte Zahl c zu d sich verhalten muß, wie a zu b. Derowegen muß sich auch wechselsweise (§. 326) c zu a, wie d zu b verhalten.

§. 1377. Wenn ihr den Grund dieses Satzes, das ist den Beweis im vorhin gemeldten §. 319 einsehet, so könnet ihr von selbsten gar leicht schließen, daß, wofern a und b mit ungleichen Zahlen multipliciret, oder in ungleiche Zahlen dividiret werden, die entstehende Zahlen nicht mehr die vorige Verhältniß behalten können.

§. 1378. Dahero behalten sie auch in solchem Falle nicht mehr ihre vorige Verhältniß, wenn sie quadrate oder cubice ꝛc. das ist (§. 181 und 182) jede mit sich selbst ein oder mehrmalen multipliciret, oder auch dergleichen Wurzeln aus ihnen extrahiret werden. Denn da allhier die Rede von einer Verhältniß einer **Ungleichheit** (§. 300), und also a nicht gleich b ist, so werden sie auf solche Weise mit ungleichen Zahlen multipliciret, und können dahero (§. 1377) nicht mehr die vorige Verhältniß behalten.

§. 1379. Also wird auch die vorhin (§. 1376) ge-

meldte Proportion unterbrochen, so bald man zu ihnen ein gleiches addiret, oder von ihnen ein gleiches subtrahiret.

Beweis.

Wenn man zu den Größen a und b 1 oder sonst eine beliebige Zahl n beyderseits addiret, so ist solches eben so viel, als sollte man die Größe a mit $1 + \frac{1}{a}$, oder (im andern Falle) mit $1 + \frac{n}{a}$; und die Größe b, mit $1 + \frac{1}{b}$, oder $1 + \frac{n}{b}$ multipliciren (§. 454). Also auch, wenn man von den Größen a und b, 1 oder sonst eine Zahl n subtrahiret, so ist dasselbe eben so viel, als sollte man die Größe a mit $1 - \frac{1}{a}$, oder (im andern Falle) mit $1 - \frac{n}{a}$; und die Größe b mit $1 - \frac{1}{b}$, oder mit $1 - \frac{n}{b}$ multiplici-ren (§. 734). Nun sind aber allhier, (wie vorhin §. 1378 schon erwehnet) a und b nicht gleich groß; derowegen sind auch die Brüche $\frac{1}{a}$ und $\frac{1}{b}$; oder $\frac{n}{a}$ und $\frac{n}{b}$; folglich auch die Multiplicatores $1 + \frac{1}{a}$, und $1 + \frac{1}{b}$; oder $1 + \frac{n}{a}$ und $1 + \frac{n}{b}$; nicht minder $1 - \frac{1}{a}$ u. $1 - \frac{1}{b}$; oder $1 - \frac{n}{a}$ und $1 - \frac{n}{b}$, einander ungleich: Mithin werden auf solche Weise die Größen a und b mit ungleichen Zahlen multiplicirt, und können dahero (§. 1377) unmöglich die vorige Verhältniß behalten.

§. 1380.

§. 1380. Wenn man aber zu den Größen a und b ungleiche Zahlen, und zwar solche addiret, welche sich zu einander eben also, wie a zu b verhalten, so behalten die Summen die vorige Verhältniß.

Z. E. Wenn a:b=c:d, so ist auch a+c:b+d =a:b.

Beweis.

Weil a:b=c:d, so ist auch a:c=b:d (§. 326). Gesetzt nun der Name der Verhältniß (§. 298) von a zu c, oder b zu d, sey n, so entstehet c, wenn man a mit n; und d, wenn man b mit n, multipliciret (§. 308): Folglich erwächset a+c, wenn man a mit 1+n; und b+d, wenn man b ebenfalls mit 1+n multipliciret. Indessen werden auf solche Weise die Glieder a und b mit einer gleichen Größe, nämlich 1+n multipliciret, derowegen müssen sie auch ihre vorige Verhältniß unverändert behalten (§. 319), und ist demnach a+c:b+d=a:b.

§. 1381. Eben auf solche Weise folget, wenn man von den Größen a und b ungleiche Zahlen, und zwar solche subtrahiret, welche sich zu einander eben also, wie a zu b, verhalten, daß die Reste die vorige Verhältniß behalten müssen.

Z. E. Wenn a:b=c:d, so ist auch a—c:b—d, oder c—a:d—b=a:b. Denn solchergestalt erwächset nach der gegebenen Erklärung im vorigen Beweise (z. E.) c—a, wenn man a mit n—1; und d—b, wenn man b ebenfalls mit n—1 multipliciret.

§. 1382. Wenn man zu 2 Größen a und b, zu jeder gleichviel (z. E.) die Größe n addiret, so bleibet die arithmetische Differenz ungeändert, nämlich um so viel als b mehr oder weniger als a ist, eben so viel ist auch b+n

mehr

mehr oder weniger als a+n. Dieser Satz ist vor sich selbst klar. Denn so viel Unitäten als a in der Summe mehr wird, eben so viel Unitäten wird auch b mehr; folgends bleibet ihre Differenz, wie vorhin, unverändert.

§. 1383. Gleiche Beschaffenheit hat es mit der Subtraction. Nämlich, wenn man von den Größen a und b die Größe n beyderseits subtrahiret, so kann solches ihre vorige Differenz nicht ändern, und ist demnach b−n eben so viel mehr oder weniger denn a−n, als b mehr oder weniger ist denn a.

§. 1384. Wenn man 3 Größen a, b und c mit gleichen Zahlen multipliciret, oder in gleiche Zahlen dividiret, so oft und so vielmal als man immer will, bis endlich aus a die Zahl d, aus b die Zahl g, und aus c die Zahl h entstanden, so müssen die Differenzen zwischen den entstandenen Zahlen d, g und h, sich eben also zu einander verhalten, wie die Differenzen zwischen a, b und c; nämlich (von den Proportionibus zu reden, welche zu gegenwärtigem Endzweck in Punkto des Grundes der Regel Falsi eigentlich dienen) es ist

I. g−d:h−d=b−a:c−a.
II. h−d:g−d=c−a:b−a.
III. h−g:h−d=c−b:c−a.

Beweis.

Vermöge §. 1376 ist d:a=g:b=h:c.
Demnach ist laut §. 1381,

d:a=g−d:b−a
item d:a=h−d:c−a
- g:b=h−g:c−b

Folglich (§. 325) g−d:b−a=h−d:c−a=h−g:c−b.

dero-

derowegen auch (III) h−g:h−d=c−b:c−a
item (I) g−d:h−d=b−a:c−a } (§. 326)
und hieraus (II) h−d:g−d=c−a:b−a (§. 310)

§. 1385. Wenn nun die Differenzen durch eine gleich große Addition oder Subtraction nicht geändert werden (§. 1382 und 1383), so gilt der vorhergehende Satz auch in solchem Falle, wenn schon die entstandene Zahlen d, g und h nicht allein durch Multiplicationes und Divisiones, sondern auch durch Additiones und Subtractiones erzeuget worden.

Die 185. Aufgabe.

§. 1386. Die Exempel der einfachen Falsi zu solviren.

I. Setzet an statt der gesuchten eine beliebige Zahl, jedoch von solcher Beschaffenheit, auch wo möglich, von solcher Geschicklichkeit, daß ihr mit derselben nach dem Innhalte der Aufgabe leichtlich verfahren könnet.

II. Procediret mit derselben nach Anleitung der Aufgabe; und daferne selbige nicht dasjenige endlich herfürbringet, welches vermöge der Aufgabe kommen soll, so setzet

III. nach der Regel Detri: Wie die endlich heraus gebrachte Zahl, zu der anfangs gesetzten falschen Zahl, also verhält sich diejenige Zahl, so nach der Aufgabe kommen soll, zu der verlangten wahren Zahl: So kommt im Facit was begehret wird.

Z. E. Ich habe eine Zahl mit 2 multipliciret, das kommende in 3 dividiret, das ferner kommende mit $\frac{3}{4}$ multipliciret, und hieraus $\frac{4}{5}$ genommen, kamen 100. Frage: Was meine Zahl gewesen?

Setzet

Setzet die verlangte Zahl sey (z. E.) 30. Mit dieser verfahret nach der Aufgabe, nämlich, multipliciret dieselbe mit 2, kommen 60. Diese in 3 dividiret, geben 20. Solche mit $\frac{3}{4}$ multipliciret, kommen 15. Hieraus $\frac{4}{5}$ genommen, geben 12. Diese sollen aber 100 seyn: Demnach setzet nach der Regel Detri:

12 = 30 = 100? Fac. 250.

Beweis.

Dieser lieget in der vorausgegebenen Lehre §. 1376. Denn nach derselben muß sich die entstandene Zahl 30 zu der gesetzten falschen Zahl 12 eben also, wie die heraus zu bringende Zahl 100 zu der wahren Zahl 250, verhalten.

§. 1387. Zu mehrerer Erklärung folgen hiernächst noch einige Exempel.

N°. 1. Ich habe eine Zahl, wenn ich $\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{6}$ aus ihr, zu ihr addire; $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ und $\frac{1}{20}$ aber aus dem kommenden, von demselben subtrahire, entstehen 400. Frage: Wie groß meine Zahl sey?

Setzet die Zahl sey (z. E.) 120

Hierzu $\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = 60 + 20 =$ 80

200

Hiervon $\frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20} = 50 + 40 + 10 =$ 100

Rest 100

Es sollen aber 400 kommen; demnach setzet nach der Regel Detri:

100 = 120 = 400? Fac. 480.

Nota. Obgleich bey diesem Exempel von einer Addition und Subtraction geredet wird, so sind doch dergleichen Additiones und

Sub=

Subtractiones der Theile aus einer Zahl zu oder von derselben, nichts anders als Multiplicationes (§. 454 und 734) oder auch Divisiones.

N°. 2. Einer spricht: Wenn ich hätte noch 1 mal, $\frac{1}{2}$ mal, $\frac{1}{4}$ mal so viel Geld, als ich schon habe, und über dieses noch 1 Thl. darzu, so würde ich just 100 Thl. haben. Frage: Wie viel sein Geld gewesen?

Obgleich bey diesem Exempel eine wirkliche Addition ist, so kann solche doch nicht hindern, daß dasselbe nicht durch die einfache Falsi sollte solviret werden können. Denn weil der 1 Thl. aufs allerletzte erst addiret wird, so dürfet ihr denselben nur hinweg lassen, und das Exempel betrachten, als hieße es: Eine Zahl zu finden, wenn man ihr noch 1 mal, $\frac{1}{2}$ mal, und $\frac{1}{4}$ mal so viel, als sie ist, zuleget, daß 99 komme. Demnach setzet die Zahl oder sein Geld sey 12 Thl.

hierzu noch			12
$\frac{1}{2}$	× 12	=	6
$\frac{1}{4}$	× 12	=	3
			33.

Diese sollen aber 99 seyn; derowegen setzet:

33 = 12 = 99? Fac. 36.

N°. 3. A. B. C. sollen 1000 Thl. dergestalt theilen, daß B $1\frac{1}{2}$ mal so viel als A, und C $\frac{1}{5}$ mal so viel, als A und B zusammen, und noch darzu die übrig bleibende 40 Thl. bekommen soll. Wie viel bekommt ein jeder?

Mit diesem Exempel hat es eben eine solche Beschaffenheit, wie mit dem nächst vorigen, nämlich setzet:

A bekommt 4
so erlanget B $1\frac{1}{2}$ × 4 = 6
und C $\frac{1}{3}$ × 10 = 2
12.

Diese sollen aber 1000 — 40 = 960 seyn; dahero setzet:

12 . 4 = 960? Fac. 320 A.

Nota 1. Zwar wird bey diesem Exempel mehr als nach einer einzigen Zahl gefraget, indem man zu wissen verlanget, wie viel ein jeder, A, B und C bekomme: Allein man darf nur eine derselben ausfündig machen, so finden sich die andern, vermöge der Aufgabe, von selbsten. Als wenn allhier gefunden, daß A bekomme 320 Thl., so folget, laut der Aufgabe, daß B 480 =
und C 160 =
und darüber noch 40 =
erlangen müssen, welche zusammen thun 1000 Thl.

Nota 2. Eben auf solche Weise könnet ihr auch alle Exempel der Regel Falsi probiren, wenn ihr nämlich mit der gefundenen wahren Zahl nach dem Innhalte der Aufgabe verfahret, so muß alles mit demselben übereintreffen.

Nota 3. Dieses nächstgemeldten Exempels hat sich ein gewisser sonst geschickter Mathematicus, zur Erklärung der doppelten Regel Falsi, bedienet. Allein es wundert mich, da derselbe in seiner angegebenen Lehre den Unterscheid zwischen der einfachen und doppelten Regel Falsi angemerket, daß er dieses Exempel, welches doch, wie aus dem vorigen zu ersehen, durch die einfache zu solviren ist, gleichwol durch die doppelte aufgelöset hat.

Die

Die 186. Aufgabe.

§. 1388. Die Exempel der doppelten Regel Falsi zu solviren.

I. Gleichwie ihr bey der vorigen Aufgabe §. 1386 Art. I und II es mit einer einzigen Zahl versuchet, so nehmet allhier 2 ungleiche Zahlen, und verfahret mit jeder besonders nach Anleitung der Aufgabe, so habt ihr demnach 5 bekannte Zahlen, zu welchen eine 6te Zahl gesuchet wird. Die bekannten Zahlen sind: Die 2 gesetzten falschen, die 2 herausgebrachten, u. diejenige, welche herauskommen soll. Aus diesen soll nun die 6te, nämlich die gesuchte wahre Zahl, gefunden werden. Ich will Kürze halber die 2 genommenen falschen Zahlen, und die begehrte wahre Zahl allemal von der kleinsten nach der größten ordentlich durch a, b und c; die 2 herausgebrachten, wie auch die herauszubringende aber in solcher Ordnung durch d, g und h andeuten, daß d immerfort diejenige Zahl, welche aus a; g die Zahl, so aus b; und h die Zahl, die aus c entstehet, anzeige. Wie man aber allemal wissen kann, ob die wahre Zahl größer oder kleiner als die falschen Zahlen sey, solches ist gar leicht aus der Beschaffenheit der Zahlen (wie hernach bey den Exempeln erkläret werden soll) zu erkennen.

II. Im Falle nun c, als die größte unter a, b, c, die gesuchte ist, so setzet nach der Regel Detri: Die Differenz g — d giebt die Differenz h — d, was die Differenz b — a? so kommet zum Facit die Differenz c — a.

III. Daferne b, als welche größer als a, kleiner aber als c ist, gesuchet wird, so setzet nach der Regel Detri: Die Differenz h — d giebt die Differenz g — d, was die Differenz c — a? kommet zum Facit die Differenz b — a.

IV. Im Falle aber a als die kleinste unter a, b und c, gesuchet wird, so setzet nach der Regel Detri: Die Differenz h — g giebt die Differenz h — d, was die Differenz c — b? so erlanget ihr zum Facit die Differenz c — a.

V. Wenn ihr nun die Differenz zwischen einer der genommenen falschen Zahlen und der gesuchten wahren Zahl gefunden, so findet sich ferner die wahre Zahl durch die Addition, oder nach Bewandniß Subtraction, von selbsten; und zwar bey den gedachten zwey ersten Fällen (Art. II und III), wenn ihr zu dem gefundenen Facit nach der Regel Detri, die falsche Zahl a addiret; bey dem 3ten aber (Artic. IV) wenn ihr gemeldtes Facit von c subtrahiret.

Der Grund dieses Processes lieget vornehmlich im §. 1384 und 1385. Derowegen will ich denselben allhier nur durch Exempel erklären.

Z. E. N°. 1. Ich habe eine Zahl mit 2 multiplicirt, zu dem Product 60 addiret, das kommende in 11 dividiret, von dem Quotienten 15 subtrahiret, und den Rest wiederum mit $2\frac{2}{9}$ multipliciret, kamen 100. Frage: Was meine Zahl gewesen sey?

Setzet die Zahl sey	80	oder	135
mit 2 multipliciret	160		270
addiret	60		60
	220		330
in 11 dividiret	20		30
15 subtrah.	15		15
Rest	5		15
mit $2\frac{2}{9}$ multipliciret	$11\frac{1}{9}$		$33\frac{1}{3}$

Es sollen aber 100 kommen; dahero sind die genommenen 80 und 135 falsche Zahlen. Indessen, weil $33\frac{1}{3}$ mehr als $11\frac{1}{9}$, desgleichen 135 mehr als 80 ist, so siehet man, daß die wahre Zahl, welche mehr als $33\frac{1}{3}$ bringen soll (nämlich 100), auch mehr als die 135 seyn muß: Demnach ist a=80, b=135, und c= der gesuchten wahren Zahl; folglich d=$11\frac{1}{9}$, g=$33\frac{1}{3}$, und h=100. Derowegen setzet (laut Artic. II) nach der Regel Detri:

g–d = h–d = b–a? Fac. c–a

d.i. $33\frac{1}{3}-11\frac{1}{9}$ = 100–$11\frac{1}{9}$ = 135–80

oder $22\frac{2}{9}$ = $88\frac{8}{9}$ = 55? Fac. 220

hierzu addiret a = 80

kommt die verlangte Zahl 300.

Oder setzet, die Zahl sey	80	oder	410
mit 2 multipliciret	160		820
addiret	60		60
	220		880
in 11 dividiret	20		80
15 subtrahiret	15		15
Rest	5		65
mit $2\frac{2}{9}$ multipliciret	$11\frac{1}{9}$		$144\frac{4}{9}$.

Allhier siehet man aus eben derselben Raison, welche bey vorhergehender Ausrechnung erwehnet worden, daß die wahre Zahl, welche mehr als $11\frac{1}{9}$, und weniger als $144\frac{4}{9}$ bringen soll, auch mehr als 80, und weniger, als 410 seyn muß. Demnach ist a=80, b= der gesuchten wahren Zahl, und c=410; folglich d=$11\frac{1}{9}$, g=100, und h=$144\frac{4}{9}$. Derowegen setzet (laut Artic. III) nach der Regel Detri:

h–d = g–d = c–a? Fac. b–a
d. i. $144\frac{4}{9}-11\frac{1}{9}$ = 100–$11\frac{1}{9}$ = 410–80
oder $133\frac{1}{3}$ = $88\frac{8}{9}$ = 330? Fac. 220
hierzu addiret a = 80
kömmt die verlangte Antwort 300

Oder fetzet die Zahl sey 410 oder 520
mit 2 multipliciret 820 1040
addiret 60 60
880 1100
in 11 dividiret 80 100
15 subtrahiret 15 15
Rest 65 85
mit $2\frac{2}{9}$ multipliciret $144\frac{4}{9}$ $188\frac{8}{9}$

Allhier siehet man abermal aus vorhergemeldter Ursache, daß die wahre Zahl, welche weniger als $144\frac{4}{9}$ bringen soll, auch weniger als 410 seyn muß: Dannenhero ist a = der gesuchten wahren Zahl, b = 410, und c = 520; folglich d = 100, g = $144\frac{4}{9}$, und h = $188\frac{8}{9}$. Derowegen fetzet (laut Artic. IV) nach der Regel Detri:

h–g = h–d = c–b? Fac. c–a
d. i. $188\frac{8}{9}-144\frac{4}{9}$ = $188\frac{8}{9}$–100 = 520–410
oder $44\frac{4}{9}$ = $88\frac{8}{9}$ = 110? Fac. 220
dieses Facit subtrahiret von c = 520
kommet die verlangte Zahl 300

N°. 2. Einer hat 2erley Silber, A 10löthig und B 15löthig, will daraus ein Werk von 30 ℔ 13löthiges machen: Wieviel ist von jedem Silber zu nehmen?

Saget

Saget 30 ℔ à 13 Loth fein, thun = 390 Loth fein.
Hierauf setzet, man nähme von A 5 ℔, so käme von B 25 ℔,
folgends geben 5 ℔ à 10 Loth = = 50 Loth fein,
und 25 ℔ à 15 Loth = = 375 Loth fein.

Summe 425 Loth fein.

Ferner setzet, man nähme von A 9 ℔, so käme von B 21 ℔,
folgends geben 9 ℔ à 10 Loth = = 90 Loth fein,
und 21 ℔ à 15 Loth = = 315 Loth fein.

Summe 405 Loth fein.

Allhier siehet man, weil 405 weniger als 425, und gleichwol die genommene falsche Zahl 9, aus welcher die Zahl 405 entstanden, grösser ist, als die falsche Zahl 5, aus welcher die Zahl 425 gekommen, daß die gesuchte wahre Zahl, welche nur 390, das ist noch weniger, als 405, bringen soll, hingegen auch mehr als 9 seyn muß: Demnach ist allhier a=5, b=9, und c=der gesuchten wahren Zahl; folglich d=425, g=405, und h=390. Derowegen kommt der Aufsatz der Regel Detri, nach der Lehre des II Artic. Nur ist zu merken, weil allhier die Zahlen von solcher Beschaffenheit, daß d, g und h nicht wie bey dem vorigen Exempel, gleich, a, b und c immerfort zunehmen, sondern vielmehr g kleiner als d, und h noch kleiner als g ist, und man also d weder von g noch von h subtrahiren kann, daß man auch die, nach dem erwehnten Artic. erforderliche Subtractionen bey den Zahlen g, d und h umgekehrt anstelle; welche Umwendung jedoch in dem Grunde der Ausrechnung, nach welchem eigentlich nur auf die Differenzen gesehen wird (wie aus §. 1381 schon zu ersehen), keine Veränderung macht. Solchergestalt kommt der Aufsatz, als folget, zu stehen:

d–g = d–h = b–a? Fac. c–a
d.i. 425–405 = 425–390 = 9–5
oder 20 = 35 = 4 ? Fac. 7
hierzu addiret a = 5

kommt die verlangte Antwort 12 ℔ von A
folglich kommt von B = 18 ℔

N°. 3. 20 Personen, Männer und Frauen, verzehren zusammen 7 Thl. 4 Ggr, darzu hat jeder Mann 10 Ggr, und jede Frau 6 Ggr gezahlet. Frage: Wieviel Männer und Frauen insonderheit gewesen sind?

Setzet die Anzahl der Männ. sey 5 à 10 Ggr, thun 50 Ggr,
folglich die Anzahl der Frauen 15 à 6 Ggr, thun 90 Ggr,

Summe 140 Ggr.

Es soll aber die Summe 7 Thl. 4 Ggr, d.i. 172 Ggr seyn, derowegen setzet ferner

es sey die Anzahl der Männer 8 à 10 Ggr, thun 80 Ggr,
folglich die Anzahl der Frauen 12 à 6 Ggr, thun 72 Ggr,

Summe 152 Ggr.

Allhier siehet man, gleichwie bey dem vorigen ersten Exempel, weil 152 mehr als 140, desgleichen 8 mehr als 5 ist, daß die gesuchte wahre Zahl, welche mehr als 152 bringen soll (nämlich 172), auch mehr als 8 seyn muß; Demnach ist allhier a=5, b=8, und c= der gesuchten wahren Zahl; folglich d=140, g=152, und h=172. Mithin kommt der Aufsatz allermaßen gleich der ersten Art in voriger N°. 1, also:

g–d

g–d = h–d = b–a ? Fac. c–a
d. i. 152–140 = 172–140 = 8–5
oder 12 = 32 = 3 ? Fac. 8
hierzu addiret a = 5

kommt die verlangte Anzahl der Männer 13,
folglich ist die Anzahl der Frauen 7.

Gesetzt aber, man verlangte durch die Regel Falsi anfangs gleich die Anzahl der Frauen zu finden, so setzet (z. E.)
es sey die Anzahl derselben 5 à 6 Gr., thun 30 Gr.,
folgl. die Anzahl der Männer 15 à 10 Gr., thun 150 Gr.

Summe 180 Gr.

Setzet ferner
es sey die Anzahl der Frauen 8 à 6 Gr., thun 48 Gr.,
folgl. die Anzahl der Männer 12 à 10 Gr., thun 120 Gr.

Summe 168 Gr.

Allhier findet man die Zahlen eben von solcher Beschaffenheit, wie in voriger N°. 2. Nämlich 168 ist weniger als 180, und gleichwol ist 8, als die genommene falsche Zahl, aus welcher die 168 entstanden, größer als 5, aus welcher die 180 gekommen. Dahero siehet man, daß die gesuchte wahre Zahl, welche mehr als 168, und weniger als 180, bringen soll, hingegen auch weniger als 8 und mehr als 5 seyn muß: Demnach ist a=5, b=8 der gesuchten wahren Zahl, und c=8; folglich d=180, g=172, und h=168. Mithin verrichtet allhier den Aufsatz gebührendermaßen nach Anzeigung Art. III; jedoch die erforderliche Subtractiones bey den Zahlen d, g und h, wie vorhin N°. 2, umgekehrt, also:

d − h = d − g = c − a Fac. b − a
d. i. 180 − 168 = 180 − 172 = 8 − 5
oder 12 = 8 = 3 Fac. 2
hierzu addiret a = 5

kommt die verlangte Anzahl der Frauen 7.
Folglich ist die Anzahl der Männer 13.

N°. 4. Einer hat 1 Stück Zeug, verkaufet davon die Hälfte, und darüber noch 6 Ellen; von dem bleibenden ferner den 3ten Theil weniger 5 Ellen; von diesem bleibenden ferner abermal den 3ten Theil und noch darüber 4 Ellen, und bleiben endlich noch 10 Ellen übrig. Frage: Wie viel Ellen das Stück Zeug anfangs gehalten habe?

Setzet, es habe gehalten		90	oder	96
die Hälfte	+ 6 =	51		54
		39		42
der dritte Theil	− 5 =	8		9
		31		33
der dritte Theil	+ 4 =	$14\frac{1}{3}$		15
		$16\frac{2}{3}$		18

Es sollen aber 10 Ellen übrig bleiben; dahero sind die genommenen 90 und 96 falsche Zahlen. Indessen hat es mit den gegenwärtigen Zahlen allermaßen eine gleiche Beschaffenheit, wie mit den Zahlen N°. 1 nach der dritten Auflösung. Derowegen ist allhier a = der gesuchten wahren Zahl, b = 90, und c = 96; folglich d = 10, g = $16\frac{2}{3}$, und h = 18: Mithin kommt der Aufsatz nach der Regel Detri als folget:

h − g

	h − g	= h − d	= c − b?	Fac. c − a
das ist	$18 - 16\frac{2}{3}$	= 18 − 10	= 96 − 90	
oder	$1\frac{1}{3}$	= 8	= 6	Fac. 36

dieses Facit subtrahiret von c = 96

kommet die verlangte Anzahl der Ellen 60.

§. 1389. Aus dieser gründlichen Erklärung der einfachen und doppelten Regel Falsi, könnet ihr nicht allein erlernen, die Exempel, welche gemeiniglich unter gegenwärtigem Titel vorgebracht werden, von einander zu unterscheiden, nämlich welches durch die einfache zu solviren sey, und welches gegentheils durch die doppelte aufgelöset werden muß; sondern auch zu erkennen, ob überhaupt ein vorgebrachtes Exempel durch diese Regel sich solviren lässet, oder nicht. Denn gleichwie sich diejenigen Exempel nicht durch die einfache Regel Falsi solviren lassen, bey welchen die gemeldte Proportion §. 1376. durch zwischenkommende Additiones oder Subtractiones unterbrochen wird (§. 1379): also findet auch die doppelte Regel Falsi bey solchen Exempeln keine statt, allwo die beschriebene Proportion der Differenzen §. 1384. unterbrochen wird, welches denn gemeiniglich bey den Exempeln geschiehet, wobey man die Zahlen zu quadriren, cubiren ꝛc. (§. 1378), oder überhaupt welcher Solution nach der Algebra in den 2ten Grad oder die sogenannte Quadrat-Coß, geschweige in höhere Grade, fället.

§. 1390. Also ist auch aus den vorher erklärten Exempeln nicht allein der ganze Modus procedendi, wie in allen Fällen mit dieser Regel zu verfahren sey, sondern auch dieses zu ersehen, daß die Exempel von 2 Miscibilibus, welche sonst durch die Regel Allegationis oder Cöci aufgelöset werden, nicht minder auch durch die Regel

Falsi zu solviren sind; allermaßen das vorhin gedachte Exempel N°. 2 (§. 1388) oben schon (§. 1331) durch die Regel Allegationis solviret worden; also wird auch das darauf folgende Exempel N°. 3 gemeiniglich durch die Regel Cöci aufgelöset.

§. 1391. Zwar könnte man die Regel Falsi durch andere Hülfs-Mittel auch wohl bey solchen Exempeln anbringen, bey welchen die Zahlen zu quadriren oder zu cubiren ꝛc. sind (§. 1389); noch leichter aber bey mehrern als 2 Miscibilibus: Allein ich achte es nicht der Mühe werth, mich bey dieser Regel länger aufzuhalten, weil doch alles dasjenige, was durch dieselbe zu prästiren, weit bequemer durch die Algebra zu verrichten ist. Nur dieses habe noch anmerken sollen, daß man in den Rechenbüchern zwar einen ganz andern Modum zu gedachter Regel findet. Allein es beruhet derselbe eben auf dem Grunde, welchen ich vorhin dargeleget, und hat man nur, was das Multipliciren ins Kreuz betrifft, noch den einzigen Satz §. 328 zu Hülfe zu nehmen. Ich habe aber deswegen lieber den vorhergezeigten Weg erwählet, weil solcher seinen Grund, woraus er hergeleitet ist, nämlich die Proportionalität, weit klärer, als nach berührter gemeiner Methode, vor Augen leget.

§. 1392. Eben diesen Weg, welchen ich vorhin angewiesen, hat auch ein gewisser Mathematicus zu der Regel Falsi vorgestellet: Allein es hat dieser dieselbe nicht allgemein auf alle Fälle gerichtet. Und ob er gleich es damit zu verbessern gemeynet, wenn er die falschen Zahlen so klein als möglich zu nehmen gelehret, wodurch er vermuthlich darauf gezielet haben wird, damit die genommenen falschen Zahlen allemal kleiner, als die gesuchte wahre Zahl seyn, und es mit seiner angegebenen Regel desto besser übereinkommen möge: So würde doch (die Fälle welche ich vorhin §. 1388 in N°. 2, wie auch N°. 3 nach derselben 2ten Solution angezeiget, zu geschweigen) dieses eine neue Schwierigkeit und Weitläuftigkeit verursachen, wenn man jederzeit die falschen Zahlen, welche kleiner als die wahre Zahl sind, allererst mit Fleiß aufsuchen müßte.

Von

Von den Quadrat- und Cubiczahlen.

§. 1393.

Was Quadrat- oder Cubiczahlen, und ihre Wurzeln heißen, solches ist oben (§. 181 und 182) bereits gemeldet worden. Durch die Extraction oder Ausziehung der Wurzel aber verstehet man diejenige Zahl finden, welche, bey einem Quadrat, einmal; bey einer Cubiczahl, 2mal nach einander, u. s. w. mit sich selbst multipliciret, die gegebene Zahl hervorbringt.

§. 1394. Gleichwie man bey der Multiplication das Einmal Eins (§. 152), also hat man allhier die Quadrat- und Cubiczahl aller Wurzeln von 1 bis 9 zu wissen nöthig; wie aus folgendem Täfelein zu ersehen:

Wurzeln.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadratzahl.	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cubiczahlen.	1	8	27	64	125	216	343	512	729

§. 1395. Jede Quadratzahl, deren Wurzel aus 2 Theilen bestehet, enthält in sich das Quadrat jedes Theiles, und über dieses noch das Product aus einem Theile mit dem andern multipliciret, zweymal genommen.

Beweis.

In der Algebra ist solches aus den Quantitäten selbsten, wie sie auf einander folgen, ganz klar zu ersehen. Denn wenn man $a+b$ mit sich selbst multipliciret, so ist das Quadrat $a^2 + 2ab + b^2$. Ich will es aber auch durch bloße Zahlen darthun: Wenn etliche Größen oder

Zahlen

Zahlen multipliciret werden, so erwächset das Hauptfactum, indem man jede Größe des Multiplicandi mit jeder Größe des Multiplicatoris insbesondere multiplicirt, und solche Facta partialia zusammen addiret (§. 155 und 170): Folglich, wenn man (z. E.) 24 mit sich selbst multipliciret, so finden sich die Facta partialia eben von solcher Beschaffenheit, wie vorhin gemeldet, nämlich

16, das Quadrat auf 4
80, das Product von 4mal 20
80, das Product von 20mal 4
400, das Quadrat auf 20

Summe 576, das Quadrat der ganzen Wurzel 24.

§. 1396. Wenn ihr diese Erklärung in Zahlen betrachtet, so könnt ihr wahrnehmen, daß das Quadrat des ersten Theiles (4) in der 1sten Stelle zur Rechten; das 2malige Product aus einem Theile mit dem andern multipliciret (als 4 ✕ 20 und 20 ✕ 4), weil ein Theil (20) eine o hat, in der 2ten Stelle; und das Quadrat des andern Theiles (20), weil beyde Factores zusammen 2 Nullen haben, in der 3ten Stelle (§. 179) sich allemal endige.

§. 1397. Eben dieses, was allhier von der Wurzel, welche aus 2 Theilen bestehet, gemeldet worden, solches ist ferner bey allen Wurzeln, wenn dieselben gleich aus mehr als 2 Theilen oder Ziffern bestehen, zu verstehen. Denn man darf nur allemal 2 oder mehrere derselben, als einen einzigen Theil ansehen, so hat es ferner eben dieselbe Beschaffenheit, wie vorhin erkläret.

Die

Die 187. Aufgabe.

§. 1398. Aus einer gegebenen Zahl die Quadratwurzel zu extrahiren.

I. Theilet die gegebene Zahl, von der Rechten anfangend, in Classen, und eignet jeder Classe 2 Ziffern zu. Denn eben so viel, als Classen sind, muß die Wurzel Theile oder Ziffern haben: In der letzten Classe zur Linken aber kann auch wohl nur eine Ziffer stehen (§. 1396).

II. Suchet die nächste Quadratwurzel aus der 1sten Classe zur Linken (diese könnt ihr, vermittelst gedachten Täfeleins §. 1394 finden), und subtrahiret das Quadrat solcher Wurzel von derselben Classe. Die gefundene Wurzel aber schreibet beyseite zur Rechten, hinter eine Scheidelinie.

III. Dupliret diese Wurzel, und setzet solches Duplum unter die linke Ziffer der nächstfolgenden Classe, und daferne dasselbe aus mehr als nur einer einzelnen Ziffer bestehet, ordentlich weiter fort zurück nach der Linken. Dividiret die über solchem Duplo befindliche Zahl durch dieses Duplum, und schreibet den kommenden Quotienten, sowol beyseite neben die vorhin gefundene Wurzel, als auch unter die rechte Ziffer derselben Classe.

IV. Multipliciret die untergeschriebene Zahl mit dem gefundenen Quotienten, und subtrahiret das Product von der obern Zahl. Im Fall aber solche Subtraction nicht geschehen kann, so nehmet den gedachten Quotienten um 1, oder, wo es nöthig, um etliche Unitäten weniger.

Solchergestalt verfahret weiter, so kommt die begehrte Quadratwurzel.

Der Grund dieses Processes liegt in vorhergehenden §. 1395 und 1396.

Z. E.

Z. E. Die Quadratwurzel aus 576 zu extrahiren, stehet also:

x
s | ꝛ6 (24, die verlangte Wurzel.
AA

Item. Die Quadratwurzel aus 323761 zu ziehen. Also:

x
ꝛ ø x
zz | z ꝛ | 6x (569, die gesuchte Wurzel.
x | ø6
| xx | z9

§. 1399. Wenn man eine Wurzel aus einem Bruche extrahiren will, so extrahiret man die verlangte Wurzel besonders aus dem Zähler und besonders aus dem Nenner. Denn weil das Quadrat eines Bruchs daher entstehet, indem man den Zähler und Nenner von der Wurzel jeden besonders mit sich selbst multipliciret (§. 438): So muß auch allerdings in dem Rückwege besonders aus dem Zähler und besonders aus dem Nenner des Quadrats die Wurzel gezogen werden.

Z. E. Die Quadratwurzel aus $\frac{9}{16}$ zu extrahiren, so saget: Die Wurzel aus 9 ist 3; aus 16 aber 4: Derowegen ist die verlangte Wurzel $\frac{3}{4}$.

§. 1400. Wenn man demnach die Wurzel aus einer vermischten Zahl extrahiren will, so richtet man dieselbe ein (§. 407), und extrahiret abermal, wie vorhin, besonders aus dem Zähler und besonders aus dem Nenner die begehrte Wurzel.

Z. E. Die Quadratwurzel aus $6\frac{1}{4}$ zu extrahiren, stehet also:

$6\frac{1}{4}$

$6\frac{1}{4}$

$\frac{25}{4}$ geben $\frac{5}{2}$ oder $2\frac{1}{2}$ die begehrte Wurzel.

§. 1401. Wenn man eine vermischte Zahl mit sich selbst multipliciret, kann das kommende Product ohnmöglich eine ganze Zahl geben.

Beweis.

Eine vermischte Zahl, welche einen wirklichen Bruch hat, das ist ein solcher Bruch, in welchem der Zähler kleiner als der Nenner ist §. (380), kann, weil das größte Maaß von einer Zahl, solche Zahl selbst ist (§. 550), auch nachdem sie eingerichtet worden (§. 407), ohnmöglich durch den Nenner sich gerade aufmessen lassen (§. 560). Wenn ferner eine vermischte Zahl mit einer vermischten Zahl multipliciret wird, so entstehet das Product nach der allgemeinen Regel (§. 456), indem man solche vermischte Zahlen beyderseits einrichtet, alsdenn einen Zähler, obwol nicht gegen seinen eigenen, jedoch gegen des andern Bruches Nenner, nach Möglichkeit kleinert, und das bleibende im Zähler sowol, als besonders in dem Nenner, multipliciret. Folglich kann in dem Product nicht anders eine ganze Zahl kommen, es müßte denn jeder Nenner in des andern Factoris eingerichteten Zähler gerade aufgehen, und also durch das Verkleinern beyderseits hinwegfallen (wie ibid. bey dem Exempel N°. 6 zu ersehen). Wenn demnach eine vermischte Zahl mit sich selbst multipliciret wird, so kann der eingerichtete Zähler auch in des andern Factoris Nenner, weil dieser doch nichts anders, als sein eigener Nenner ist, ohnmöglich aufgehen; folglich können solche Nenner nicht hinwegfallen: Dahero muß im Product nothwendig

dig nicht eine ganze, sondern eine vermischte Zahl herauskommen.

§. 1402. Wenn eine Zahl kein vollkommenes Quadrat ist, als z. E. 6. 7. 8. 10 ꝛc., so kann aus derselben ohnmöglich die accurate Wurzel gefunden werden.

Beweis.

Gesetzt, man wollte die Quadratwurzel aus 6 extrahiren, so ist man versichert, daß solche Wurzel weder 2 noch 3 seyn kann, weil das Quadrat auf 2 ist 4, und das Quadrat auf 3 giebt 9. Derowegen muß die Wurzel zwischen 2 und 3 enthalten, und also 2 nebst einem wirklichen Bruche, das ist eine vermischte Zahl seyn: Wenn es nun möglich wäre, aus der Zahl 6 eine accurate Wurzel zu finden, so müßte solche vermischte Zahl mit sich selbst multipliciret das Quadrat 6 herstellen können. Da aber diese Multiplication ohnmöglich eine ganze Zahl, als 6, hervorbringen kann (§. 1401.): So folget auch allerdings, daß aus einem unvollkommenen Quadrat ohnmöglich eine accurate Wurzel zu finden sey.

§. 1403. In der Algebra benennet man dergleichen Zahlen **surdische Zahlen**, und bemerket dieselben mit diesem Zeichen $\sqrt{\ }$; als $\sqrt{6}$, bedeutet die Quadratwurzel aus 6.

§. 1404. Sonst in Praxi aber nimmt man die Wurzel in Decimaltheile, so nahe als man verlanget, also, wenn man die Wurzel in 10tel begehret, so größert man das Quadrat mit 100, als dem Quadrat auf 10. Desgleichen wenn man die Wurzel in 100tel verlanget, so setzet man dem Quadrat 4 Nullen bey, u. s. w.

Z. E. Die Quadratwurzel aus 236 zu extrahiren. Also:

```
      ℸ  9
XXXϑX8456
2|36|00|00|00 (15 1/3600 die begehrte Wurzel.
 |25|
  3|03
   30|66|
    3|07|22
```

§. 1405. Weil die Quadrate der einzelnen Ziffern (§. 1394) zur Rechten entweder 1, 4, 9, 6 oder 5 haben, so müssen auch die Quadrate aller großen Zahlen zur Rechten keine andere bedeutliche Ziffer, als eine der gemeldten haben (§. 198). Im Falle sie sich aber mit einer o endigen, so müssen sich 2, 4, oder 6 Nullen ꝛc. befinden (§. 1404). Dahero müssen auch alle Zahlen, welche zur Rechten 2, 3, 7 oder 8, oder auch eine ungerade Anzahl Nullen haben, keine vollkommene Quadrate seyn.

§. 1406. Der Unterscheid zweyer Quadrate, derer Wurzeln um 1 differiren, ist allezeit 1 mehr, als die doppelte kleinere Wurzel, oder, so einerley, als die Summe beyder Wurzeln.

Z. E. Wenn die Wurzeln 7 und 8 sind, so ist der Unterscheid ihrer Quadrate $14 (= 2 \times 7) + 1$, oder $7 + 8 = 15$.

Beweis.

Es sey eine Wurzel a, und die andere $a + 1$; so ist das Quadrat der größern $a^2 + 2a + 1$

der kleinern a^2

folglich der Unterscheid $2a + 1$,

oder $a + (a + 1)$.

§. 1407. Dahero kann man die Quadrate aller Zahlen nach ihrer natürlichen Ordnung durch die bloße Addition herstellen. Denn man darf nur zu dem vorhergehenden Quadrate immerfort seine doppelte Wurzel und 1, oder seine einfache und die nächst folgende Wurzel addiren.

§. 1408. Man findet auch die ordentlichen Quadratzahlen, wenn man die ungeraden Zahlen, als 1, 3, 5, 7, 9, 11 ꝛc. nach ihrer Ordnung zusammenzählet; als 1, 1+3=4, 1+3+5=9, u. s. w.

§. 1409. Wenn man zu einer Quadratzahl ihre Wurzel addiret, so heißet man die Summe **eine Proniczahl**; die gedachte Wurzel aber **die Pronicwurzel** aus derselben Proniczahl.

Z. E. Wenn man zu der Quadratzahl 9 ihre Quadratwurzel 3 addiret, so wird die Summe 12 eine Proniczahl; und die 3 die Pronicwurzel aus 12 genennet.

Die 188. Aufgabe.

§. 1410. **Aus einer gegebenen Proniczahl ihre Wurzel zu finden.**

I. Multipliciret die gegebene Proniczahl mit 4, und addiret zum Product 1.

II. Extrahiret aus der Summe die Quadratwurzel.

III. Subtrahiret von solcher Wurzel 1, und dividiret das bleibende in 2, kommet die gesuchte Pronicwurzel.

Z. E. Die Pronicwurzel aus 12 zu finden, stehet also:

Die Proniczahl 12

mit 4 multipliciret

Product 48. Hierzu 1, kommen 49.

Aus

Aus 49 die Quadratwurzel gezogen, kommen 7. Hiervon 1 subtrahiret, bleiben 6 übrig. Solche in 2 dividiret, geben 3, die gesuchte Wurzel.

Beweis.

Es sey die gegebene Proniczahl a, die gesuchte Wurzel x, so ist $x^2 + x = a$ (§. 1409). Größert die Wurzel dieser Gleichung (damit der Proceß in lauter ganzen Zahlen komme) mit 2, so kommen

$$x^2 + 2x = 4a$$

Wenn man hieraus den Werth von x finden will, so addiret man zu 4a noch 1, extrahiret daraus die Quadratwurzel, und subtrahiret von solcher Wurzel 1. Weil aber solcher Werth vorher mit 2 gegrößert worden, so dividiret denselben wiederum in 2, kommt was begehret worden.

§. 1411. Jede Cubiczahl, deren Wurzel aus 2 Theilen bestehet, enthält in sich die Cubiczahl jedes Theiles und über dieses noch die 2 Producte, welche aus den Quadratzahlen jedes Theiles mit dem andern Theile multipliciret, entstehen, 3mal genommen.

Beweis.

In der Algebra siehet man dieses aus den Quantitäten selbsten, wie sie auf einander folgen, klar vor Augen. Denn, wenn man $a+b$ cubiret, so entstehet $a^3 + 3a^2b + 3b^2a + b^3$. Man kann es aber eben auf die Weise, wie vorhin §. 1395 gezeiget worden, auch in Zahlen darthun.

§. 1412. Gleichergestalt gilt allhier eben dasjenige, welches oben §. 1396 und 1397 bey einem Quadrate gemeldet worden.

Die 189. Aufgabe.

§. 1413. Aus einer gegebenen Zahl die Cubik-Wurzel zu extrahiren.

I. Theilet die gegebene Zahl von der Rechten anfangend, in Classen, und eignet jeder Classe 3 Ziffern zu. Denn eben so viel, als Classen sind, muß die Wurzel Theile oder Ziffern haben. In der letzten Classe zur Linken aber können auch wohl weniger als 3 Ziffern stehen.

II. Suchet die nächste Cubicwurzel aus der ersten Classe zur Linken (diese könnt ihr vermittelst gedachten Täfeleins §. 1394 finden), und subtrahiret den Cubum solcher Wurzel von derselben Classe. Die gefundene Wurzel aber schreibet beyseite zur Rechten hinter eine Scheidelinie.

III. Multipliciret diese Wurzel mit sich selbst, und das hieraus kommende Quadrat mit 3, setzet das Product unter die Cubiczahl dergestalt, daß desselben letzte Ziffer zur Rechten unter die erste Ziffer zur Linken in der nächstfolgenden Classe zu stehen komme. Ferner dividiret die Zahl, welche über diesem Producte stehet, und schreibet den kommenden Quotienten beyseite neben die vorhin gefundene Wurzel.

IV. Multipliciret 1) solchen Divisorem mit dem gefundenen Quotienten, und schreibet das Product gerade darunter; 2) multipliciret das Quadrat des gefundenen Quoti 3mal genommen mit dem vorhin gefundenen ersten Theile der Wurzel, und setzet das Product unter das vorige um eine Stelle weiter fort nach der Rechten; 3) schreibet hierunter noch den Cubum des gefundenen Quoti, und zwar abermal um eine Stelle weiter nach der Rechten.

Rechten. Diese nächstgemeldete 3 Zahlen addiret zusammen, und subtrahiret die Summe von der obern Zahl. Dafern aber solche Summe zu groß ist, so muß man gedachten Quotienten um 1, oder nach Erforderung etliche Unitäten, weniger nehmen.

Auf solche Weise fahret weiter fort, so kommt endlich die verlangte Cubicwurzel heraus.

Der Grund dieses Processes liegt im vorhergehenden §. 1411.

Z. E. Die Cubicwurzel aus 83453453 zu extrahiren, stehet also:

			48 392		
			xØ9 | 2x8	382	(478, die verlangte Wurzel.
4^3		=	64		
4^2	× 3	=	4 | 8		
48	× 7	=	336		
7^2	× 3 × 4	=	588		
7^3		=	343		
		Summe	39 823		
		=	662	7	
47^2	× 3	=	5301	6	
6627	× 8	=	90	24	
8^2	× 3 × 47	=		512	
8^3		=			
		Summe	39 823	382	

§. 1414. Dasjenige, was vorhin (§. 1399 bis 1405) bey einem Quadrate gelehret worden, solches ist nicht minder hierher zu den Cubiczahlen zu ziehen; derowegen, wenn man die Wurzel aus einer unvollkommenen Cubiczahl in Decimaltheile, und zwar in 10tel verlanget, so größert man den Cubum mit 1000, als dem Cubo auf 10. Also auch, wenn man die Wurzel in

100tel begehret, so setzet man dem Cubo 6 Nullen bey, u. s. w.

§. 1415. Der Unterscheid zweyer Cubiczahlen, derer Wurzeln um 1 differiren, ist allezeit die Summe beyder Quadrate von solchen Wurzeln, samt der Proniczahl (§. 1409) von der kleinern Wurzel.

Z. E. Wenn die Wurzeln 7 und 8 sind, so ist der Unterscheid ihrer Cubiczahlen 7^2+8^2+ der Proniczahl von 7, das ist $49+64+56=169$.

Beweis.

Es sey eine Wurzel a, und die andere $a+1$

so ist die größere Cubiczahl	a^3	$+3$	a^2+3	$a+1$
die kleinere	a^3			
folglich der Unterscheid		3	a^2+3	$a+1$
das ist, das Quadrat von	$a+1$	$=$	a^2+2	$a+1$
das Quadrat von	a	$=$	a^2	
und die Proniczahl von	a	$=$	a^2+	a
Summe		3	a^2+3	$a+1$

§. 1416. Solchergestalt kann man, vermittelst der Quadrat- und Proniczahlen, die Cubiczahlen nach der Ordnung durch die bloße Addition herstellen.

§. 1417. Es können auch die Cubiczahlen auf eine andere Manier, ohne Hülfe der Quadrat- und Proniczahlen, und nur durch gemeine Additiones gefunden werden: Allein, da sowol die Quadrat- als Cubiczahlen bereits in Tabellen verfasset und öffentlich an dem Tage liegen, so mag ich mich hierbey nicht aufhalten.

§. 1418. In den algebraischen Rechnungen, benennet man eine Quadratzahl die andere Potenz oder Dignität derjenigen Größe oder Wurzel, welche mit sich selbst multipliciret worden.

Multi-

Multipliciret man diese andere Potenz noch einmal mit der Wurzel, so heißet man die kommende Cubiczahl die dritte Potenz. Multipliciret man diese wiederum mit der Wurzel, kommet die vierte Potenz. Multipliciret man diese abermal mit der Wurzel, kommet die fünfte Potenz, u. s. w. Dahero ist es auch nöthig zu wissen, wie hinwiederum aus allen Potenzen ihre Wurzeln extrahiret werden. Sonst in der gemeinen Geometrie aber werden zu den Flächen- und Körpermaaßen (§. 141), bey welchen nicht mehr als 3 Dimensiones, nemlich Länge, Breite und Dicke, vorkommen können, hauptsächlich nur die vorhin gezeigten Extractiones der Quadrat- und Cubicwurzeln gebrauchet. Und da mein gegenwärtiger Endzweck nicht auf eine Beschreibung der Algebra zielet, durch welche man dergleichen Lehren weit leichter und allgemeiner vorzutragen vermögend ist; als begnüge mich vor diesmal an dem vorigen, und spare das übrige lieber bis dahin, wenn ich, geliebt es Gott! versprochenermaßen von der Algebra insbesondere handeln werde, woselbst nicht allein von jeder Extraction insonderheit, sondern auch von der allgemeinen Regel, nach welcher eine jede binomische Wurzel zu jeder verlangten Potenz zu erheben, als auch hinwiederum aus allen Potenzen eine verlangte binomische Wurzel zu ziehen ist, ausführlich gemeldet werden soll.

Von der arithmetischen Progreßion.

§. 1419.

Was eine arithmetische Progreßion sey, solches ist oben §. 314. schon gemeldet worden; worzu allhier noch folgendes angezeiget werden soll.

§. 1420. In einer arithmetischen Progreßion enthält das 2te Glied die 1ste Größe und 1mal die Differenz in sich; das 3te Glied die 1ste Größe und 2mal die Differenz; das 4te Glied die 1ste Größe und 3mal die Differenz, u.s.w., daß also das letzte Glied allezeit die 1ste Größe

nebst so vielmalen die Differenz in sich enthält, als die Anzahl der Glieder weniger 1 ist. Man pfleget die Anzahl der Differenzen, wie viel derselben in jedem Gliede nebst der 1sten Größe enthalten sind, mit römischen oder andern Ziffern darüber zu schreiben, welche **Localzahlen** genennet werden, also:

0	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	ꝛc.
3	5	7	9	11	13	15	17	ꝛc.

d.i. $3, 3+2, 3+(2\times2), 3+(3\times2), 3+(4\times2)$, ꝛc.

Folgends ist das 100te Glied $3+(99\times2)=201$.

Item zu der Progreßion $1, 1\frac{1}{2}, 2, 2\frac{1}{2}, 3, 3\frac{1}{2}$ ꝛc. ist das 457ste Glied: $1+(456\times\frac{1}{2})=229$.

Oder überhaupt, wenn das 1ste Glied $=a$, die Differenz $=d$, und die Anzahl der Glieder $=n$, so ist das letzte Glied $a+(n-1)d$.

§. 1421. Also ist das Factum, welches entstehet, so man die Anzahl der Glieder weniger 1, mit der Differenz der Glieder multipliciret, allezeit der Unterscheid zwischen dem 1sten und letzten Gliede. Derowegen wenn man von diesen beyden äußersten Gliedern das kleinere weiß, so darf man demselben das gedachte Factum nur zulegen, so kommet das andere größere: Desgleichen wenn man das größere weiß, so darf man das erwehnte Factum nur davon subtrahiren, so kommt das andere kleinere.

§. 1422. Wenn 4 Zahlen in arithmetischer Proportion stehen (§. 307), so ist die Summe der beyden äußersten Glieder gleich der Summe der beyden mittlern.

Z. E. $2, 6 :: 5, 9$. Da ist $2+9=6+5$, nämlich gleich 11.

Beweis.

Beweis.

Das 2te Glied bestehet aus dem 1sten und der Differenz der Glieder in beyden Verhältnissen, das 4te aber aus dem 3ten und besagter Differenz (ibid.). Diesemnach, wenn man das 1ste und 4te Glied zusammen nimmt, so kommt die Summe des 1sten und 3ten Gliedes, samt der erwähnten Differenz: Desgleichen, wenn man das 2te und 3te Glied addiret, so kommt ebenfalls die Summe des ersten und dritten Gliedes, samt mehrgedachter Differenz. Folgends müssen solche beyde Summen einander gleich seyn (§. 45).

§. 1423. Wenn demnach das andere Glied zugleich auch die Stelle des 3ten Gliedes vertritt (§. 313), so ist die Summe der beyden äußersten Glieder gleich dem doppelten mittlern Gliede.

Z. E. ∴ 2. 6. 10. Da ist 2+10 gleich 2mal 6. Die Ursache hiervon ist leicht zu erachten. Denn diese Proportion ist nichts anders als 2, 6 ∴ 6, 10. Folgends muß 2+10 = 6+6 (§. 1422) oder =2×6 seyn.

Die 190. Aufgabe.

§. 1424. Zwischen zwey gegebenen Zahlen das arithmetische Medium (§. 313) zu finden.

Weil die Summe der beyden äußersten Glieder gleich dem doppelten mittlern Gliede ist (§. 1423), so muß nothwendig die Hälfte solcher Summe gleich dem mittlern Gliede seyn: Derowegen addiret die beyden gegebenen Zahlen, und dividiret die Summe in 2, so kommt das verlangte arithmetische Medium.

Z. E. Zwischen 2 und 10 das arithmetische Medium zu finden, stehet also:

$$\begin{array}{r} 10+2=12 \\ 2)\overline{\qquad} \\ \text{Fac. } 6. \end{array}$$

§. 1425. In einer arithmetischen Progreßion ist die Summe der beyden äußersten Glieder gleich der Summe jeder zweyen Glieder, welche von den äußersten gleich weit abstehen; folglich auch gleich der Summe der beyden mittlern, oder, (wenn die Anzahl der Glieder ungerade) gleich dem doppelten mittelsten Gliede.

Z. E. Bey der Progreßion 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, ist die Summe von $3+17$ = der Summe von $5+15$, von $7+13$, von $9+11$.

Item bey der Progreßion 1. $1\frac{1}{2}$. 2. $2\frac{1}{2}$. 3. $3\frac{1}{2}$. 4. ist $1+4=1\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}=2+3=2$ mal $2\frac{1}{2}$.

Beweis.

Das letzte, oder, wie bey dem gedachten 1sten Exempel, das 8te Glied, enthält in sich das 1ste Glied und 7 mal die Differenz (§. 1420); folgends enthält die Summe des 1sten und letzten 8ten Gliedes, 2mal das 1ste Glied und 7 mal die Differenz in sich. Nimmt man nun einerseits an statt des 8ten das 7te Glied, welches eine Differenz weniger in sich enthält, und andererseits hingegen an statt des 1sten das 2te Glied, welches eine Differenz mehr in sich enthält, und addiret solche zusammen, so enthält die Summe gleichfalls 2mal das 1ste Glied und 7 mal die Differenz in sich: Denn um so viel als einerseits weniger genommen wird, eben um so viel wird andererseits hingegen mehr genommen. Derowegen müssen die Summen jeder zweyen Glieder, welche von den äußersten gleich weit abstehen, allezeit einander gleich seyn: Auch wenn die Anzahl der Glieder ungerade, und nur

ein

ein mittleres Glied ist, welches selbsten von beyden äussersten gleich weit abstehet, so muß solches doppelt genommen, den gemeldten Summen gleich seyn.

§. 1426. Da nun allemal 2 Glieder auf solche Art zusammen genommen, eben so viel ausmachen, als das 1ste und letzte Glied; auch wenn die Anzahl der Glieder ungerade, das mittelste Glied just die Hälfte des ersten und letzten Gliedes ist; so darf man bey einer solchen Progreßion nur die Summe des 1sten und letztern Gliedes so vielmal nehmen, als oft in der Anzahl der Glieder 2 enthalten ist, oder, welches einerley, mit der halben Anzahl der Glieder multipliciren, so kommt die Summe sämtlicher Glieder.

Z. E. Die Summe der 8 Glieder $3+5+7+9+11+13+15+17$ ist $=$ 4mal 20, das ist 80. Denn $3+17=5+15=7+13=9+11$, wie vorhin (§. 1425) zu ersehen: Derowegen dürfet ihr die $3+17$, das ist 20, nur 4mal nehmen, so habt ihr die Summe aller Glieder 80.

Item, die Summe der 7 Glieder $1+1\frac{1}{2}+2+2\frac{1}{2}+3+3\frac{1}{2}+4$ ist gleich $3\frac{1}{2}$mal 5, das ist $17\frac{1}{2}$. Denn $1+4=1\frac{1}{2}+3\frac{1}{2}=2+3$, das mittlere Glied $2\frac{1}{2}$ aber ist halb so viel als $1+4$ (wie vorhin ibid. gemeldet): Demnach dürfet ihr die $1+4$, das ist 5, nur $3\frac{1}{2}$mal nehmen, so habt ihr die Summe aller Glieder $17\frac{1}{2}$.

Oder überhaupt, wenn das 1ste Glied $=a$, die Differenz $=d$, die Anzahl der Glieder $=n$, folglich das letzte Glied, (§. 1420) $=a+(n-1)d$, so ist die Summe aller Glieder $[2a+(n-1)d] \times n:2=an+\frac{(n^2-n)d}{2}$.

Die

Die 191. Aufgabe.

§. 1427. Wenn von einer arithmetischen Progreßion das 1ste Glied, die Differenz und die Anzahl der Glieder bekannt gegeben, die Summe der ganzen Progreßion zu finden, ohne daß man alle Glieder (wie sonst nach der gemeinen Addition erfordert wird) erst aufsetzen und zusammen zählen darf.

I. Multipliciret die Anzahl der Glieder weniger 1 mit der Differenz, und addiret solches Factum zu dem 1sten Gliede; oder, wenn es eine abnehmende Progreßion ist, subtrahiret dieses von jenem, so bekommt ihr das letzte Glied (§. 1421).

II. Addiret das 1ste und letzte Glied zusammen.

III. Multipliciret solche Summe mit der halben Anzahl der Glieder, so kommt die Summe der ganzen Progreßion (§. 1426).

Z. E. N°. 1. Wieviel ist die Summe der Progreßion 1+2+3 ꝛc. bis zum 100ten Gliede inclusive?

Allhier ist bekannt gegeben das 1ste Glied 1; die Differenz der Glieder 1; und die Anzahl der Glieder 100. Demnach multipliciret 100—1, das ist 99, mit der Differenz 1, bleiben 99; folgends ist das 100te Glied 99 + 1, nämlich 100. Hierauf addiret 1 zu 100, kommen 101; solche multipliciret mit der halben Anzahl der Glieder, nämlich mit 50, kommen 5050, die verlangte Summe.

N°. 2. Wieviel ist die Summe der Progreßion 4+7+10 ꝛc. bis zum 21sten Gliede inclusive?

Multipliciret 21 – 1, das ist 20, mit der Differenz 3, kommen 60. Hierzu addiret die 4, kommt das 21ste

Glied

Glied 64. Demnach multipliciret 4+64, nämlich 68, mit halb 21, das ist mit $10\frac{1}{2}$; oder ihr könnt in solchem Falle, um die Brüche zu vermeiden, die Hälfte von 68 mit dem Duplo von $10\frac{1}{2}$ (§. 279), das ist 34 mit 21, multipliciren, so kommt in allewege die verlangte Summe der Progreßion 714.

N°. 3. Wieviel ist die Summe der 80 Glieder, deren 1stes Glied $1\frac{1}{2}$, das 2te 3, das 3te $4\frac{1}{2}$ ꝛc.? Also:

80 — 1 ist 79, mit $1\frac{1}{2}$ multipliciret, kommen $118\frac{1}{2}$.
Hierzu addiret das 1ste Glied, kommen 120 vor das letzte Glied; zu diesem addiret das 1ste Glied $1\frac{1}{2}$.

kommen $121\frac{1}{2}$.

Solche mit halb 80, das ist 40, multipliciret, kommen 4860.

N°. 4. Wieviel ist die Summe der abnehmenden Glieder 157 + 155 + 153 ꝛc. bis zum 20sten Gliede inclusive? Also:

20 — 1 ist 19, mit der Differenz 2 multipliciret, kommen 38; solche von 157 subtrahiret, kommen 119, das letzte Glied; folglich addiret 119 und 157, kommen 276, solche mit 10 multipliciret, kommen 2760, die begehrte Summe.

N°. 5. Es ist oben in der Regel Cöci §. 1366. N°. 5 einer Progreßion erwähnet worden, deren erstes Glied ist 148, das 2te 146, das 3te 145, u. s. w. 143, 142, 140 ꝛc. bis endlich zum letzten Gliede 1 kommt. Die Frage ist: Wieviel die Summe dieser Progreßion sey?

Allhier siehet man, daß die Differenzen ordentlich abwechseln. Denn zwischen 148 und 146, desgleichen zwischen 145 und 143, wie auch zwischen 142 und 140 ꝛc.

ist

ist die Differenz 2: Hingegen zwischen 146 und 145, wie auch zwischen 143 und 142 ꝛc. ist die Differenz 1. Derowegen kann man diese Seriem als 2 besondere Progreßionen ansehen, von welchen eine 148, 145, 142 ꝛc., und die andere 146, 143, 140 ꝛc.; in beyden aber die Differenz 3 ist. Indessen, weil das 1ste Glied 1 ist, so muß die 1ste Progreßion, außer dem kleinsten Gliede, noch so viel Glieder haben, als oftmal die Differenz 3 in 148 begriffen; und die 2te, gleichfalls außer dem kleinsten Gliede, noch so viel Glieder, als oftmal 3 in 146 enthalten ist (§. 1421). Demnach dividiret 148, wie auch 146, in 3, kommen in der 1sten Progreßion 49 Glieder, und bleibet noch 1 vor das kleinste Glied; in der andern aber 48 Glieder, und bleiben noch 2 vor das kleinste Glied. Solchergestalt bestehet jene aus 50 Gliedern, von welchen die beyden äußersten 148 und 1; diese aber aus 49 Gliedern, deren beyde äußerste 146 und 2 sind. Folglich procediret nach obiger Lehre, also:

148	146
1	2
149	148, deren Hälfte 74
$\frac{1}{2}$ × 50 = 25	49
3725	3626

Diese beyde Summen addiret, kommt die verlangte Antwort 7351.

Die 192. Aufgabe.

§. 1428. Aus der bekannt gegebenen Summe einer arithmetischen Progreßion, nebst dem 1sten Gliede und der Differenz der Glieder, die Anzahl der Glieder zu finden.

I. Mul-

I. Multipliciret das Duplum der gegebenen Summe mit der Differenz.

II. Subtrahiret das Duplum des 1sten Gliedes von der Differenz; oder im Falle diese kleiner, so subtrahiret diese von jenem. Den kommenden Rest halbiret, solche Hälfte quadriret, und addiret das kommende Quadrat zu dem vorhin (Artic. I) entstandenen Product.

III. Hieraus extrahiret ferner die Quadratwurzel, und merket die (Artic. II) erwähnte 2 Fälle; Im 1sten Falle addiret den gedachten halben Rest zu dieser Wurzel; im 2ten aber subtrahiret solche Hälfte von der Wurzel.

IV. Dividiret das kommende durch die Differenz, kommt die verlangte Anzahl der Glieder.

Z. E. des 1sten Falles: Es sey in einer Progreßion das 1ste Glied 1, die Differenz 5, und die Summe der ganzen Progreßion 235. Frage: Wie viel Glieder in dieser Progreßion enthalten sind? Also:

Das Duplum der Summe 235 ist 470
die Differenz 5
Product 2350

Von der Diff. 5
subtrahiret 2, als das Duplum des 1sten Gliedes
Rest 3, dessen Hälfte ist $1\frac{1}{2}$.
Solche $1\frac{1}{2}$ quadriret, kommen $2\frac{1}{4}$
Hierzu voriges Product 2350 addiret
kommen $2352\frac{1}{4}$
Hieraus ist die Quadratwurzel $48\frac{1}{2}$
Hierzu obige Hälfte $1\frac{1}{2}$ addiret,
kommen 50. Welche

end=

endlich in die Differenz 5 dividiret, kommt die gesuchte Anzahl der Glieder 10.

Z. E. des 2ten Falles: Es ist oben §. 1427 N°. 2 einer Progreßion gedacht worden, in welcher das 1ste Glied 4, die Differenz 3, und die Summe 714 ist. Frage: Aus wie viel Gliedern selbige Progreßion bestehe? Also:

Das Duplum der Summe 714 ist 1428
die Differenz 3
Product 4284

Das Duplum des 1sten Gliedes ist 8
Hiervon die Differenz 3 subtrahiret
Rest 5, dessen Hälfte ist $2\frac{1}{2}$

Solche $2\frac{1}{2}$ quadriret, kommen $6\frac{1}{4}$
Hierzu voriges Product 4284 addiret,
kommen $4290\frac{1}{4}$

Hieraus ist die Quadratwurzel $65\frac{1}{2}$
Hiervon obige Hälfte $2\frac{1}{2}$ subtrahiret,
kommen 63. Welche endlich in die Differenz 3 dividiret, so erlanget man die gesuchte Anzahl der Glieder 21.

Beweis.

Ich könnte diesen Proceß in bloßen Zahlen demonstriren; allein um zu zeigen, daß solcher allgemein sey, so will den Beweis lieber in undeterminirten Größen darstellen, als folget:

Gesetzt

Gesetzt es sey das 1ste Glied = a
die Differenz = d
die Summe = f
und die Anzahl der Glieder = x
So ist das letzte Glied = (x − 1) d + a (§. 1420).

Demnach findet man ferner die ganze Summe (nach Anzeigung §. 1426 und 1427) folgendergestalt:

Das 1ste Glied ist = a
das letzte = a + (x − 1) d
Summe 2 a + (x − 1) d
diese mit $\frac{1}{2}$ x multipliciret
geben $[2\,ax + (x^2 - x)\,d] : 2 = f$

$$\begin{array}{l|l} d) & 2\,ax + (x^2 - x)\,d = 2f \quad (2 \\ & x^2 - \left(\frac{d - 2a}{d}\right)x = \frac{2f}{d} \\ \text{oder} & x^2 + \left(\frac{2a - d}{d}\right)x = \frac{2f}{d} \end{array}$$

Multipliciret die Wurzel dieser Gleichung mit d, also:

1	d	d^2
kommen	$x^2 - (d - 2a)\,x$	$= 2fd$
oder	$x^2 + (2a - d)\,x$	$= 2fd$

Diese 2 Gleichungen sind die gedachten 2 Fälle, und wird aus denselben der Werth von x gefunden, wenn man (auf die Art, wie §. 1410 im Beweise schon gezeiget) in dem ersten Falle das Quadrat auf die Hälfte von

$d-2a$; im andern aber das Quadrat auf $2a-d$, zu $2fd$ addiret; aus dem kommenden die Quadratwurzel extrahiret, und alsdenn in jenem Falle die erwehnte Hälfte zu solcher Wurzel addiret, in diesem aber die gemeldte Hälfte von solcher Wurzel subtrahiret. Indessen ist dieser Werth von x mit d multipliciret worden; derowegen dividiret man solchen Werth in d, kommt der begehrte wahre Werth von x, nämlich die gesuchte Anzahl der Glieder.

§. 1429. Man findet diese Aufgabe auch in des Herrn Hofrath Wolfs letzterem Theile seiner Anfangsgründe Anno 1717 §. 120 pag. 71. Es ist aber dessen algebraische Auflösung, weil er die Wurzel aus der quadratischen Gleichung nicht mit d multipliciret, weitläuftiger, und sonderlich auf Zahlen zu appliciren viel mühsamer, als meine vorhin gezeigte Auflösung.

Von den Polygonalzahlen.

§. 1430.

Wenn man eine Anzahl Glieder von einer arithmetischen Progreßion, die sich von 1 anfängt, zu einander addiret, so wird die Summe eine **Polygonalzahl** genannt; und zwar insbesondere nennet man es eine **Triangular- oder Trigonalzahl**, wenn die Differenz der Glieder in der Progreßion 1 ist; eine **Quadrat- oder Tetragonalzahl**, wenn sie 2 ist; eine **Pentagonalzahl**, wenn sie 3 ist u. s. w. als

Pro-

Progreßion	1,	2,	3,	4,	5,	6,	7, 8 ꝛc.
Trigon. Zahlen	1,	3,	6,	10,	15,	21,	28, 36 ꝛc.
Progreßion	1,	3,	5,	7,	9,	11,	13, 15 ꝛc.
Quadr. Zahlen	1,	4,	9,	16,	25,	36,	49, 64 ꝛc.
Progreßion	1,	4,	7,	10,	13,	16,	19, 22 ꝛc.
Pentag. Zahlen	1,	5,	12,	22,	35,	51,	70, 92 ꝛc.
Progreßion	1,	5,	9,	13,	17,	21,	25, 29 ꝛc.
Hexag. Zahlen	1,	6,	15,	28,	45,	66,	91, 120 ꝛc.

Damit man nun alle solche Namen, deren absonderlich in den alten Rechenbüchern viel gefunden werden, verstehen möge, so dienet hierzu, nebst dem vorigen, noch folgende Specification:

Ein	7 Eck	wird genannt	Heptagonal	= Zahl
=	8 Eck	=	Octagonal	=
=	9 Eck	=	Enneagonal	=
=	10 Eck	=	Decagonal	=
=	11 Eck	=	Hendecagonal	=
=	12 Eck	=	Dodecagonal	=
=	13 Eck	=	Tridecagonal	=
=	14 Eck	=	Tetradecagonal	=
=	15 Eck	=	Pentedecagonal	=
=	16 Eck	=	Hexadecagonal	=
=	17 Eck	=	Heptadecagonal	=
=	18 Eck	=	Octadecagonal	=
=	19 Eck	=	Enneadecagonal	=
=	20 Eck	=	Icosigonal	=
=	30 Eck	=	Triacontagonal	=
=	40 Eck	=	Tetracontagonal	=
=	50 Eck	=	Pentacontagonal	=
=	60 Eck	=	Hexacontagonal	=

Ein	70 Eck	wird genañt	Heptacontagonal	= Zahl
=	80 Eck	=	Octacontagonal	=
=	90 Eck	=	Enneacontagonal	=
=	100 Eck	=	Cosio oder Hecatogonal	=
=	1000 Eck	=	Chiliogonal	=
=	10000 Eck	=	Myriogonal	=

Aus diesen griechischen Namen sind ferner die Namen aller andern eckigten Zahlen zusammen gesetzt.

§. 1431. Diese Polygonalzahlen haben ihre Namen von den regulairen Figuren, in welchen sich die Unitäten solcher Zahlen durch Punkte oder Ringelein ordentlich setzen lassen; wobey zu merken, daß in die Seite einer solchen Figur jederzeit so viel Punkte kommen, als in derselben summirenden Progreßion Glieder sind. Man pfleget dahero solche Seite **die Wurzel** der Polygonalzahl zu benennen.

§. 1432. Weil nun bey Trigonalzahlen die Differenz der Progreßion 1, bey Quadratzahlen 2, bey Pentagonalzahlen 3, u. s. w. (§. 1430); so ist demnach die Zahl der Ecken oder Winkel jederzeit 2 größer, als die gedachte Differenz.

Die 193. Aufgabe.

§. 1433. **Aus der bekannt gegebenen Wurzel oder Seite einer Polygonalzahl, nebst der Anzahl der Ecken, die Polygonalzahl selbst zu finden.**

I. Multipliciret die Seite weniger 1 mit der Anzahl der Ecken weniger 2.

II. Leget dem Product allezeit 2 zu.

III. Multipliciret die Summe mit der halben Seite,

oder

oder die halbe Summe mit der ganzen Seite, so kommt die gesuchte Polygonalzahl.

Z. E. Man begehret die 8te Hexagonalzahl zu finden. Dieses stehet also:

Die Seite 8 — 1 = 7
die Ecken 6 — 2 = 4

Product 28 + 2 = 30
die halbe Seite = 4

Facit 120 (§. 1430).

Beweis.

Diese Aufgabe ist nichts anders, als die vorige §. 1427, nur allein, daß die Summe der Progreßion allhier Polygonalzahl genennet wird, und das 1ste Glied dieser Progreßion allemal 1 ist (§. 1430): Derowegen geschiehet auch die Ausrechnung gleichwie bey der vorigen, und will ich dieselbe nur durch undeterminirte Grössen erläutern, als folget:

Gesetzt, es sey die Seite = a
die Zahl der Ecken = n
das 1ste Glied der Prog. ist 1 (ibid.)
so ist die Diff. solcher Glieder n − 2 (§. 1432).
Folglich das letzte Glied 1 + (a−1)(n−2) (§. 1420.)

Demnach findet ihr ferner (§. 1426 und 1427) die ganze Summe also:

Das 1ste Glied = 1
das letzte Glied = $1 + (a-1)(n-2)$

Summe $2 + (a-1)(n-2)$. Diese multipl. mit der halben Anzahl der Glieder = $\frac{1}{2}a$ (§. 1431)

geben die verlangte Polygonalzahl.

Hieraus siehet man klar, daß die Polygonalzahl allezeit gefunden wird, wenn $a-1$ mit $n-2$ multipliciret; dem kommenden Product 2 addiret, und solche Summe ferner mit $\frac{1}{2}a$ oder (§. 1427 N°. 2) die halbe Summe mit a multipliciret.

§. 1434. Dieses ist eine allgemeine Regel zu allen Polygonalzahlen. Wer aber die vorigen undeterminirten Quantitäten verstehet, der kann sich hieraus ferner Specialregeln machen. Denn die erwähnte Summe ist gleich $[2 + (a-1)(n-2)]\ \frac{1}{2}a = (2 + an - 2a - n + 2)\ \frac{1}{2}a = (a^2n - 2a^2 - an + 4a) : 2 = [(n-2)a^2 + (4-n)a] : 2$. Hieraus fließen folgende Regeln:

Bey einer Trigonalzahl ist $n = 3$; dahero ist $[(n-2)a^2 + (4-n)a] : 2 = (a^2 - a) : 2$. Das ist die halbe Proniczahl von der Wurzel a (§. 1409).

Item bey einer Tetragonalzahl ist $n = 4$; derowegen ist $[(n-2)a^2 + (4-n)a] : 2 = (2a^2 + 0a) : 2 = a^2$.

Item bey einer Pentagonalzahl ist $n = 5$; demnach ist $[(n-2)a^2 + (4-n)a] : 2 = (3a^2 - a) : 2$.

Auf gleiche Weise findet ihr weiter

jede

jede Hexagonalzahl $= (4a^2 - 2a) : 2 = 2a^2 - a$
jede Heptagonalzahl $= (5a^2 - 3a) : 2$
jede Octagonalzahl $= (6a^2 - 4a) : 2 = 3a^2 - 2a$
jede Enneagonalzahl $= (7a^2 - 5a) : 2$
jede Decagonalzahl $= (8a^2 - 6a) : 2 = 4a^2 - 3a$
u. s. w.

Die 194. Aufgabe.

§. 1435. Aus der bekannt gegebenen Polygonalzahl, nebst der Anzahl der Ecken, die Wurzel oder Seite derselben zu finden.

Gleichwie die vorhergehende 193 Aufgabe (wie daselbst in dem Beweise schon erwehnet) nichts anders als die obige, §. 1427, also ist auch gegenwärtige Aufgabe nichts anders, als die obige §. 1428: Und da die Auflösung derselben sowol in determinirten als undeterminirten Größen zur Genüge allda bereits gezeiget worden; als ist nur dieses noch anzumerken, daß, weil das 1ste Glied allhier immer 1 ist, die Auflösung allezeit nach Anleitung des daselbst gedachten 1sten Falles zu verrichten sey, wie aus folgendem Exempel zu ersehen:

Z. E. Man begehret die Wurzel oder die Seite der Hexagonalzahl 120 zu finden. Also:

Das Duplum der Summe 120 ist 240
die Ecken 6, folglich die Diff. 6 − 2 = 4 (§. 1432).

Product 960

Von solcher Diff. 4
subtrahiret 2, als das Duplum des 1sten Gliedes

Rest 2. Dessen Hälfte ist 1.

Dieses 1 quadrirt, giebt 1
Hierzu voriges Product 960 addiret

kommen 961

Hieraus ist die Quadratwurzel 31
Hierzu obige Hälfte 1 addiret

kommen 32, welche endlich in die Differenz 4 dividiret, kommt die gesuchte Seite oder Wurzel 8 (wie zu ersehen §. 1430 und 1433).

§. 1436. Wer die algebraische Rechnungsart, und vorige Anweisung (§. 1434) verstehet, dem ist es ein leichtes, auch zu dieser Aufgabe Specialregeln zu finden. Dahero habe unnöthig erachtet, hiervon besondere Erläuterung zu geben.

§. 1437. Dieses was bisher von den Polygonalzahlen gemeldet worden, sind die Anfangsgründe zu den figürlichen Zahlen, wobey ich es, aus obgedachter Ursache §. 1418, vorizo bewenden lasse; das übrige aber von den **Polygonal- Central- Columnar- Pyramidal- und Pyrgoidalzahlen** ꝛc. soll, wie oben (§. 1248) schon erwehnet, zu seiner Zeit mit mehrern ausgeführet werden.

Von der geometrischen Progreßion.

§. 1438.

Was eine **geometrische Progreßion** sey, solches habe oben (§. 314) schon erkläret.

§. 1439. In einer geometrischen Progreßion bestehet das 2te Glied aus dem Producte des 1sten Gliedes mit dem Namen der Verhältniß (§. 298) multipliciret; das

das 3te Glied aus dem Producte des 1sten Gliedes mit dem Namen der Verhältniß 2 mal nach einander multipliciret; das 4te Glied aus dem Producte des 1sten Gliedes mit dem Namen der Verhältniß 3 mal nach einander multipliciret, u. s. w.

Nämlich, wenn das 1ste Glied = a, und der Name der Verhältniß = b, so kommet die Progreßion folgendergestalt:

a ba b^2a b^3a b^4a b^5a ꝛc.

Wenn demnach die Anzahl der Glieder = n, so ist das letzte Glied $b^{n-1}a$.

Mit Zahlen pfleget man es als folget zu bemerken. Z. E. Wenn das 1ste Glied 1, und der Name der Verhältniß 2 ist, so wird es also beschrieben:

	0	1	2	3	4	5 ꝛc.
die geom. Progr.	1,	2,	4,	8,	16,	32 ꝛc.

Durch diese darüber notirte Zahlen wird jederzeit angedeutet, wie viel mal mit dem Namen der Verhältniß nach und nach multipliciret worden.

§. 1440. Diese darüber geschriebenen Zahlen werden die Logarithmi der darunter gesetzten Progreßion genennet: Und ist dieselbe eigentlich eine arithmetische Progreßion, deren 1stes Glied eine 0, und die Differenz der Glieder 1 ist.

§. 1441. Dahero ist die Anzahl der Glieder in einer geometrischen Progreßion jederzeit 1 mehr, als der Logarithmus des letzten Gliedes.

Z. E. Wenn die Anzahl der Glieder, wie in vorigem Exempel (§. 1439), 6 ist, so ist der Logarithmus des letzten Gliedes 6 – 1, nämlich 5.

§. 1442. Wenn man 2 Glieder einer geometrischen

Progreßion mit einander multipliciret, und das Product in das 1ste Glied (dafern es nicht eine 1 ist, welche nicht dividiren kann) dividiret, so entstehet dasjenige Glied, dessen Logarithmus so viel, als die Summe der Logarithmorum beyder multiplicirten Glieder ist.

Z. E. Wenn man in voriger Progreßion §. 1439 das Glied 32 mit dem Gliede 8, deren Logarithmi 5 und 3 sind, multipliciret, so entstehet (weil allhier das 1ste Glied nicht dividiren kann) dasjenige Glied, dessen Logarithmus 5+3, nämlich 8 ist.

Beweis.

Dieser ist ganz klar aus dem vorhergehenden. Denn jeder Logarithmus zeiget an, wie viel mal mit dem Namen der Verhältniß nach und nach schon multipliciret worden. Wenn man demnach (z. E.) das 6te Glied, dessen Logarithmus 5 ist, mit dem 4ten Gliede, dessen Logarithmus 3 ist, multipliciret, so ist es eben so viel (§. 160 sequ.) als sollte man solches 6te Glied mit dem 1sten Gliede, und 3 mal nach einander mit dem Namen der Verhältniß multipliciren: Folglich wenn solches Product in das 1ste Glied wiederum dividiret wird, so bleibet nur noch so viel, als hätte man gedachtes 6te Glied, dessen Logarithmus 5 ist, noch 3 mal nach einander mit dem Namen der Verhältniß multipliciret. Derowegen kommt auf solche Weise allerdings das 9te Glied, dessen Logarithmus $5+3=8$ ist.

§. 1443. Wenn 2 geometrische Progreßionen einen gleichen Namen der Verhältniß haben, so verhalten sich nach der Ordnung die Glieder der einen Progreßion zu den Gliedern der andern, wie die beyden ersten Glieder zu einander.

Z. E.

Z. E. Es sey eine Progreßion 1. 2. 4. 8. 16 ꝛc. die andere aber 3. 6. 12. 24. 48 ꝛc. so ist

1 : 3 = 2 : 6 = 4 : 12 = 8 : 24 = 16 : 48 ꝛc.

Beweis.

Jedes Glied ist ein Product, von welchem das 1ste Glied ein Factor ist (§. 1439). Derowegen müssen sich solche Producte nach der Ordnung, wie diese 2 Factores zu einander verhalten (§. 276).

§. 1444. Derowegen müssen sich auch die Summen solcher 2 Progreßionen, wie die beyden ersten Glieder, zu einander verhalten (§. 1380).

Z. E. (1 + 2 + 4 + 8 + 16) : (3 + 6 + 12 + 24 + 48) = 31 : 93 = 1 : 3.

Die 195. Aufgabe.

§. 1445. Aus dem bekannt gegebenen 1sten Gliede, nebst den Namen der Verhältniß und der Anzahl der Glieder einer geometrischen Progreßion, das letzte Glied zu finden.

I. Schreibet vor euch das 1ste Glied nebst etlichen nach der Ordnung folgenden Gliedern, und notiret darüber ihre Logarithmos (§. 1440). Oder daferne das 1ste Glied solcher Progreßion nicht 1 ist, so nehmet, Kürze halber, an statt derselben eine andere Progreßion, welche von 1 anfängt, und mit jener einen gleichen Namen der Verhältniß hat.

II. Multipliciret 2 Glieder derselben mit einander, so kommet das Glied, dessen Logarithmus gleich ist der Summe der Logarithmorum beyder multiplicirten Glie-

der.

der. Dieses multipliciret, nach Bewandniß, ferner mit sich selbst, oder mit einem der vorhin geschriebenen Glieder, so kommt das Glied, dessen Logarithmus abermal gleich ist der Summe der Logarithmorum beyder itzigen multiplicirten Glieder. Solchergestalt continuiret so lange, bis dasjenige Glied zum Vorschein kommet, dessen Logarithmus 1 weniger als die gegebene Anzahl der Glieder ist. Dieses ist in gedachtem ersten Falle das gesuchte letzte Glied: Im andern aber, multipliciret dasselbe mit dem 1sten Gliede der gegebenen Progreßion, so kommt das verlangte letzte Glied zu dieser Progreßion.

Der Grund dieses Processes lieget ganz klar in vorhergehenden §. 1441. 1442 und 1443. Und habe ich nur deswegen eine andere Progreßion, welche von 1 anfängt, zu nehmen geheißen, damit man die erforderliche Division in das 1ste Glied (§. 1442) ersparen möge; sonst aber kann man auch wohl bey der gegebenen Progreßion selbst verbleiben.

Z. E. N°. 1. Man begehret das 24ste Glied von der Progreßion 1. 2. 4. 8 ꝛc. so procediret als folget:

0	1	2	3	4	5	6
1	2	4	8	16	32	64

Multipliciret demnach 64 mit 64, kommen 4096. Dieses ist das Glied, dessen Log. $6+6=12$.

Multipliciret ferner solche 4096 abermal mit 64 kommen 262144, das ist das Glied, dessen Log. $12+6=18$.

Endlich multipliciret die 262144 mit 32, kommen 8388608. Dieses ist das Glied, dessen Log. $18+5=23$, und folglich (§. 1441) das begehrte 24ste Glied.

Sollte man aber das 24ste Glied von der Progreßion, 3, 6, 12, 24, 48 ꝛc. verlangen, so dürfte man nur, weil

diese

diese Progreßion mit der vorigen einen gleichen Namen der Verhältniß hat, eben wie vorhin procediren, und alsdenn die gefundenen 8388608 mit dem 1sten Gliede dieser Progreßion, nämlich 3, multipliciren, so kommen 25165824. Dieses ist das gesuchte 24ste Glied von der verlangten Progreßion.

N°. 2. Man begehret das 10te Glied von der absteigenden Progreßion 48 24 12 ꝛc.

Weil allhier die Glieder absteigen, und man also, wenn man an statt dieser Progreßion eine andere, als 1. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{8}$ ꝛc. nähme, anfangs gleich mit Brüchen zu thun haben müßte, so stellet die Ausrechnung lieber bey der gegebenen Progreßion selbst an, also:

0	1	2	3	4	5
48	24	12	6	3	$1\frac{1}{2}$

Demnach multipliciret $1\frac{1}{2}$ mit 3, kommen $4\frac{1}{2}$, oder $\frac{9}{2}$. Solche dividiret durch 48, kommen $\frac{3}{32}$. Dieses ist das Glied, dessen Log. $4+5=9$, und folglich das begehrte 10te Glied.

§. 1446. In einer geometrischen Progreßion muß das Product der beyden äußersten Glieder gleich seyn dem Producte jeder zweyen Glieder, welche von den äussersten gleich weit abstehen, wie auch, wenn die Anzahl der Glieder ungerade ist, dem Quadrate des mittlern Gliedes.

Beweis.

Dieser ist oben §. 328 und 330 bereits dargethan worden, dahero will ich es allhier nur durch undeterminirte Größen vorstellig machen.

Es sey die Progreßion a ba b^2a b^3a b^4a b^5a. Da ist a ≍ b^5a, oder ba ≍ b^4a, oder b^2a ≍ b^3a, jederzeit = b^5a^2

Item

Item es sey die Progreßion a ba b^2a b^3a b^4a. Da ist a ✕ b^4a, oder ba ✕ b^3a, oder b^2a ✕ b^2a, jederzeit = b^4a^2.

Man kann es aber auch auf solche Weise, wie vorhin bey der arithmetischen Progreßion §. 1425, demonstriren. Denn (z. E.) b^4a erwächset aus den Factoribus a b b b und b in einander multiplicirt. Wenn nun dieses Product mit dem 1sten Gliede a multiplicirt wird, so sind die Factores des kommenden Products a a b b b und b. Nimmt man nun einerseits einen Factorem b weniger, nämlich nur b^3a, und andererseits hingegen einen Factorem b mehr, nämlich anstatt a das Glied ba, so hat solches Product gleichfalls die Factores a a b b b und b: Dahero müssen auch solche Producte allerdings einander gleich seyn (§. 163).

Die 196. Aufgabe.

§. 1447. Zwischen zwey gegebenen Zahlen das geometrische Medium proportionale (§. 313) zu finden.

Weil das Product der beyden äußersten Glieder gleich dem Quadrate des mittlern Gliedes ist (§. 1446), so muß nothwendig die Quadratwurzel aus solchem Product gleich dem mittlern Gliede seyn. Demnach multiplicire die beyde gegebenen Zahlen mit einander, und extrahiret aus dem Product die Quadratwurzel, so kommt das verlangte Medium.

Z. E. Zwischen 2 und 8 das geometrische Medium proportionale zu finden, stehet also:

8 ✕ 2 = 16. Hieraus ziehet die Quadratwurzel, kommen 4, das gesuchte Medium.

Die

Die 197. Aufgabe.

§. 1448. Zwischen zwey gegebenen Zahlen so viele geometrische Media proportionalia, als man immer will, zu finden.

I. Dividiret die gegebenen größern Zahlen durch die kleinern, und extrahiret aus dem Quotienten die Wurzel eines solchen Grads der Potenzen oder Dignitäten (§. 1418), als die Anzahl der begehrten Mediorum + 1 ist.

II. Multipliciret mit dieser Wurzel die gegebene kleinere Zahl, so kommt das erste Medium, welches nämlich nach solcher kleinern Zahl folget. Eben mit gedachter Wurzel multipliciret ferner dieses erste Medium, so kommt das 2te; und solchergestalt continuiret weiter, bis ihr alle verlangte Media gefunden.

Z. E. Man begehret zwischen 5 und 320, 2 Media proportionalia zu finden. Dieses kommt also:

320 in 5 dividiret, geben 64. Weil nun 2 + 1 = 3, so extrahiret aus dem Quotienten 64 die Cubikwurzel, kommen 4. Demnach multipliciret die 5 mit 4, kommt das 1ste Medium 20; dieses abermal mit 4, kommt das 2te Medium 80.

Beweis.

Die geometrischen Media proportionalia sind die mittlern, und die beyden gegebenen Zahlen die 2 äußersten Glieder von einer geometrischen Progreßion (§. 313 und 314). Wenn demnach die gegebene 1ste Zahl = a, der Name der Verhältniß solcher Progreßion = x, und die Anzahl aller Glieder = n, so ist die gegebene letzte Zahl $= x^{n-1}a$ (§. 1439). Dividiret man nun diese durch jene 1ste Zahl, kommt im Quotienten x^{n-1}; und folglich

wenn

wenn man hieraus die Wurzel von eben diesem Grade $n-1$ extrahiret, der Name der Verhältniß. Indessen ist die Anzahl der Mediorum $= n-2$: Dahero muß auch der Name der Verhältniß kommen, wenn man aus dem erwehnten Quotienten, die Wurzel eines solchen Grads, als die Anzahl der Mediorum $+1$ ist, extrahiret. Wenn erstlich dieser Name gefunden, so ist ferner von selbsten klar, daß das 1ste Medium hervor kommen muß, wenn man die 1ste Zahl mit solchem Namen multipliciret, u. s. w. (§. 1439).

§. 1449. Eben nach dieser Art §. 1448, könnet ihr auch die vorige Aufgabe §. 1447 solviren: Allein es wird in solchem Falle die daselbst gegebene Auflösung für etwas bequemer geachtet. Also hätte ich auch zu der gedachten nächsten Aufgabe (§. 1448) eine andere Regel anzeigen können; allein ich habe deswegen lieber die beschriebene erwählet, weil selbige zu allen Fällen gemein ist.

§. 1450. Es geschicht zwar gar oft, daß man sowol bey dem Falle §. 1447, als auch §. 1448 die verlangte Wurzel nicht ganz genau extrahiren kann; jedoch man begnüget sich in Prari dieselbe in Decimaltheile (§. 1404 und 1414) so genau, als es begehret wird, auszufinden.

Z. E. Zwischen 1 und 10 das geometrische Medium proportionale zu finden, so saget nach voriger Anweisung (§. 1447) $1 \times 10 = 10$. Hieraus soll nun die Quadratwurzel extrahiret werden: Weil aber 10 eine surdische Zahl ist (§. 1403), so setzet an dieselbe (z. E.) 8 Nullen, so kommt die Wurzel in 100000tel, nämlich $3\frac{16225}{100000}$. Diese ist das begehrte Medium proportionale, obwol nicht punktuell, jedoch sehr nahe. Und auf solche Weise könnet ihr es auch noch genauer ausfinden.

§. 1451. Wenn man in einer geometrischen Progreßion die Differenz der beyden äußersten Glieder, durch

den

den Namen der Verhältniß weniger 1 dividiret, kommt die Summe aller Glieder weniger das größte.

Z. E. Wenn man in der Progreßion 5, 20, 80, 320, 1280, die Differenz zwischen 1280 und 5, nämlich 1275, durch den Namen der Verhältniß 4 weniger 1, das ist 3, dividiret, kommen 425. Dieses ist die Summe von $5+20+80+320$.

Beweis.

Es sey das kleinste Glied a, der Name der Verhältniß b, und die Anzahl der Glieder n, so ist das größte Glied $b^{n-1}a$ (§. 1439); folglich die Differenz zwischen dem letzten und 1sten Gliede $b^{n-1}a - a$. Dividiret man nun solche Differenz durch $b - 1$, so kommet im Quotienten (wie ein jeder, dem die algebraische Division bekannt ist, es von selbsten untersuchen kann) $b^{n-2}a + b^{n-3}a + b^{n-4}a + b^{n-5}a$ ꝛc. Wenn nun die Anzahl der Glieder endlich, und z. E. 6 ist, so wird $n-6=0$; folglich $b^{n-6} = b^0 = 1$; mithin $b^{n-6}a = a$ dem 1sten Gliede. Hieraus erhellet klar, daß durch die gedachte Division, in dem Quotienten alle Glieder, außer dem größten hervor kommen.

§. 1452. Ich könnte zwar diesen Satz, wie nicht minder das nachfolgende, auch wohl dergestalt erklären, wenn gleich durch den Namen der Verhältniß, der **absteigende Name** (d. i. §. 300, der Verhältniß der **größern Ungleichheit**) verstanden werden will: Allein um insonderheit die Anfänger, denen die Subtraction einer größern von einer kleinern Zahl (§. 118) fremde vorkommt, nicht zu confundiren, so will allhier, als auch fernerhin, durch den Namen der Verhältniß allezeit **den aufsteigenden Namen** verstehen.

Die 198. Aufgabe.

§. 1453. Aus dem bekannt gegebenen 1sten Gliede und der Anzahl der Glieder nebst dem Namen der Verhältniß einer geometrischen Progreßion, die Summe solcher ganzen Progreßion (ohne daß man alle Glieder erst hinschreiben und addiren darf) zu finden.

I. Machet euch nach Anweisung §. 1445 sowol das kleinste Glied, als auch dasjenige, welches bey einer aufsteigenden Progreßion nach dem größten weiter folget, bey einer absteigenden aber, dem größten vorhergehet, bekannt.

II. Subtrahiret von diesem Gliede, welches nämlich in der Continuation solcher Progreßion um einen Grad größer, als das größte Glied in der verlangten Progreßion ist, jenes kleinste Glied.

III. Dividiret die kommende Differenz durch den Namen der Verhältniß weniger 1, so kommt die begehrte Summe der gegebenen Progreßion. Der Grund dieser Regel lieget im vorhergehenden §. 1451. Nur ist zu merken, daß ich mit Fleiß dasjenige Glied zu nehmen geheißen, welches um einen Grad größer als das größte Glied der Progreßion ist, damit die gesuchte Summe sofort hergestellet werden möge, da man sonst nach dem gedachten Grunde, die Summe der gegebenen Progreßion außer dem größten Gliede erlangen würde.

Z. E. N°. 1. Die Summe der Progreßion $5+20+80+320$ ꝛc. bis zum 10ten Gliede inclusive zu finden.

Weil allhier das kleinste Glied schon bekannt ist, so su-

chet

chet nach Anweisung §. 1445 nur noch dasjenige Glied, welches nach dem 10ten folget, nämlich das 11te, also:

0	1	2	3	4	5
1	4	16	64	256	1024

Hierauf multipliciret 1024 mit 1024, kommen 1048576, dessen Log. ist 5 + 5 = 10. Demnach giebt diese Zahl das 11te Glied in der genommenen Progression 1. 4. 16 ꝛc. Solche multipliciret mit 5, kommen 5242880. Diese ist das 11te Glied von der gegebenen Progreßion 5. 20. 80 ꝛc. Hiervon subtrahiret das 1ste Glied 5, und dividiret die bleibenden 5242875 durch den Namen der Verhältniß 4 weniger 1, nämlich 3, kommen 1747625 die begehrte Summe aller 10 Glieder.

Nota. Oder ihr könnet Kürze halber (vermöge §. 1444) anfangs auch die Summe nur von der genommenen Progreßion suchen, und solche hernach mit dem 1sten Gliede der gegebenen Progreßion multipliciren. Als in itztgedachtem Exempel, subtrahiret von 1048576 das 1ste Glied 1, restiren 1048575. Diese durch 4 − 1 = 3 dividiret, geben die Summe der genommenen Progreßion 349525. Solche multipliciret mit 5, kommt die Summe der gegebenen Progreßion 1747625, wie vorhin.

N°. 2. Die Summe der absteigenden Progreßion 48 + 24 + 12 ꝛc. bis zum 10ten Gliede inclusive, zu finden.

Allhier suchet erstlich das kleinste Glied nach Lehre §. 1445 N°. 2, kommen $\frac{3}{2}$. Ferner multipliciret das größte Glied 48 mit dem Namen der Verhältniß 2, kommen 96, das ist dasjenige Glied, welches dem größten 48 vorhergehet. Demnach subtrahiret $\frac{3}{2}$ von 96, restiren $95\frac{2}{3}\frac{9}{2}$. Diese dividiret durch den Namen der

Verhältniß 2 — 1, das ist durch 1, so habt ihr die verlangte Summe $95\frac{2}{3}\frac{9}{2}$.

§. 1454. Hieraus ist klar, wenn der Name der Verhältniß 2 ist, da 2 — 1 = 1, welches nicht dividiren kann, daß die gedachte Differenz selbst, welche zwischen dem nächst größern als das größte Glied, und dem kleinsten Gliede ist, die verlangte Summe abgebe.

Gleichwie dieses aus nächst vorigem Exempel N°. 2 schon zu ersehen ist; also will ich auch zum Ueberfluß allhier noch ein altes Stückgen setzen, welches man insgemein vorzugeben pfleget:

Einer kaufet ein Pferd, welches in jedem Hufeisen 6 Nägel hat, bedinget den ersten Nagel mit 1 ₰, den 2ten mit 2, den 3ten mit 4, den 4ten mit 8 ₰ u. s. w. immerfort in proportione dupla, bis zum 24ten Nagel inclusive, zu zahlen. Wenn nun 12 ₰ auf 1 Gg, und 24 Gg auf 1 Thl. gerechnet werden; so fraget sich: Wieviel Thl. dieses Pferd zu stehen kommet?

Suchet das 25te Glied zu dieser Progreßion nach Anzeigung §. 1445, kommen 16777216. Hiervon subtrahiret das 1ste Glied 1, bleibet die Summe aller 24 Glieder 16777215 ₰. Diese thun 58254 Thl. 5 Gg 3 ₰.

§. 1455. Von der harmonischen Progreßion ist einestheils nichts sonderliches zu melden, und anderntheils wird dieselbe aus mehr erwehnter Ursache (§. 1418 und 1437) voritzo mit Fleiß zurück gelassen.

Von

Von den unendlichen Seriebus oder Reihen Brüche.

§. 1456.

Ein unendlich kleiner Theil ist wegen seiner unendlichen Kleinigkeit, in Ansehung einer endlichen Größe, als nichts oder o zu achten. Dahero kann eine endliche Größe, wenn man ihr einen unendlichen kleinen Theil addiret oder subtrahiret, dadurch weder größer noch kleiner werden.

Die 199. Aufgabe.

§. 1457. Die Summe aller Glieder einer unendlich absteigenden Progreßion zu finden.

I. Multipliciret das 1ste, als größte Glied, mit dem aufsteigenden Namen der Verhältniß, so habt ihr dasjenige Glied, welches solchem größten vorhergehet.

II. Dividiret dieses durch den gedachten Namen der Verhältniß weniger 1, kommt die begehrte Summe.

Beweis.

Es ist diese Auflösung nichts anders, als die vorige in §. 1453: Nur allein, daß man allhier das kleinste Glied, weil selbiges gleich einer o geachtet wird (§. 1456), von dem erwähnten nächst größern, als das größte Glied, nicht nöthig zu subtrahiren habe.

§. 1458. Man findet zwar in einigen mathematischen Schriften diese einzige Aufgabe in verschiedenen andern Aufgaben vorgetragen, welche auf besondere Fälle gerichtet sind; als nämlich

1. eine Reihe Brüche zu summiren, von welcher die Nenner in einer geometrischen Progreßion fortgehen, die Zähler aber beständig nur 1 sind.

2. Wenn die Zähler mehr als 1, jedoch einander gleich sind.

3. Wenn solcher gemeiner Zähler von dem Nenner des ersten Bruchs um eine gegebene Größe kleiner ist u. s. w.

Allein die vorhergehende einzige Aufgabe und die darauf gestellte Auflösung fasset alle diese Fälle in eins zusammen.

Ich will dieses vors 1ste in undeterminirten, hernach auch in determinirten Größen darthun.

Es sey das 1ste Glied a, welches eine ganze Zahl oder einen Bruch bedeuten möge. Der absteigende Name der Verhältniß aber, ist, weil es eine absteigende Progreßion, allezeit ein wirklicher Bruch, in welchem der Zähler kleiner als der Nenner (§. 317). Dahero will ich diesen Bruch mit $\frac{b}{b+c}$ bemerken.

Demnach kommt diese Reihe folgendergestalt:

$$a + \frac{ba}{b+c} + \frac{b^2a}{(b+c)^2} + \frac{b^3a}{(b+c)^3} \text{ &c.}$$

Weil nun der absteigende Name der Verhältniß ist $\frac{b}{b+c}$, so muß der aufsteigende Name $\frac{b+c}{b}$ seyn.

Demnach multipliciret a mit $\frac{b+c}{b}$ kommen $\frac{(b+c)a}{b}$.

Dieses ist das Glied, welches dem größten Gliede solcher Progreßion vorhergehet. Solches dividiret durch den

Namen

Namen der Verhältniß $\frac{b+c}{b}$ weniger 1, das ist durch $\frac{b+c}{b} - 1 = \frac{b+c-b}{b} = \frac{c}{b}$ kommt die verlangte Summe $\frac{(b+c)a}{c}$.

Diese allgemeine Expreßion drücket die Summe einer jeden unendlichen Progreßion aus, welche in einer geometrischen Verhältniß absteiget.

Z. E. N°. 1. Die Summe einer unendlichen Reihe Brüche, von welcher der Name der absteigenden Verhältniß gleich dem ersten Gliede ist, und die Zähler beständig 1 sind; als $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$ &c. in infinitum zu finden.

Allhier hat man $a = \frac{1}{2}$; und weil der absteigende Name der Verhältniß, der Bruch $\frac{1}{2}$ ist, in welchem der Nenner 1 mehr als der Zähler, und dieser gleichfalls nur 1 ist, so hat man $b = 1$, und $b+c = 2$. Folglich ist der aufsteigende Name $\frac{b+c}{b} = \frac{1+1}{1} = \frac{2}{1}$; und demnach die verlangte Summe $\frac{(b+c)a}{c} = \frac{2}{1} \times \frac{1}{2} = 1$.

Solchergestalt ist die Summe der unendlichen Brüche $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \frac{1}{27}$ &c. $= \frac{1}{2}$. Denn a ist $= \frac{1}{3}$, und der aufsteigende Name der Verhältniß $\frac{b+c}{b} = \frac{1+2}{1} = \frac{3}{1}$; folglich ist die begehrte Summe $\frac{(b+c)a}{c} = \frac{3}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{6}$.

Auf solche Weise findet ihr die Summe von $\frac{1}{4} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{240}$ &c. $= \frac{1}{3}$.

Item von $\frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \frac{1}{125} + \frac{1}{625}$ &c. $= \frac{1}{4}$.

N°. 2. Die Summe einer unendlichen Reihe Brüche, von welcher die Zähler, wie vorhin, beständig 1 sind, der Name der absteigenden Verhältniß aber nicht gleich dem 1sten Gliede ist; als $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{75} + \frac{1}{375}$ &c. zu finden.

Allhier ist $a = \frac{1}{3}$; und weil der absteigende Name der Verhältniß der Bruch $\frac{1}{5}$ ist, in welchem der Nenner 4 mehr als der Zähler, so hat man $b = 1$, und $c = 4$. Mithin ist der aufsteigende Name $\frac{b+c}{b} = \frac{1+4}{1} = \frac{5}{1}$; folglich die gesuchte Summe $\frac{(b+c)a}{c} = \frac{5}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$.

N°. 3. Die Summe einer unendlichen Reihe Brüche, in welcher die Zähler mehr als 1, jedoch einander gleich sind, es möge übrigens der Name der absteigenden Verhältniß dem 1sten Gliede gleich oder ungleich seyn, als $\frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{3}{12} + \frac{3}{32}$ &c. zu finden.

Allhier ist $a = \frac{3}{4}$, und weil der absteigende Name der Verhältniß $\frac{1}{2}$ ist, so hat man $b = 1$, und $c = 1$. Demnach ist der aufsteigende Name $\frac{b+c}{b} = \frac{1+1}{1} = \frac{2}{1}$; folglich die verlangte Summe $\frac{(b+c)a}{c} = \frac{2}{1} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$.

N°. 4. Die Summe einer unendlichen Reihe Brüche, von welcher der allgemeine Zähler um eine gegebene Größe kleiner als der Nenner des 1sten Bruchs ist; als von der Progreßion $\frac{5}{7} + \frac{5}{21} + \frac{5}{63} + \frac{5}{189}$ &c. zu finden.

Diese ist ganz gleich der nächst vorigen N°. 3, und kommt

kommt die Auflösung, wie folget: $a = \frac{5}{7}$, und weil der Name der absteigenden Verhältniß $\frac{1}{3}$ ist, so hat man $b = 1$, und $c = 2$. Demnach ist der aufsteigende Name $\frac{b+c}{b} = \frac{1+2}{1} = \frac{3}{1}$; folglich die begehrte Summe $\frac{(b+c)a}{c} = \frac{3}{2} \times \frac{5}{7} = \frac{1}{1}\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$.

N°. 5. Die Summe einer unendlichen Reihe Brüche zu finden, in welcher sowol die Zähler, als besonders die Nenner in einer geometrischen Progreßion fortgehen; als $\frac{3}{5} + \frac{6}{25} + \frac{12}{125} + \frac{24}{625}$ &c.

Allhier ist $a = \frac{3}{5}$, und weil der Name der absteigenden Verhältniß ist $\frac{2}{5}$, so hat man $b = 2$, und $c = 5$. Mithin ist der aufsteigende Name $\frac{b+c}{b} = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}$; folglich die gesuchte Summe $\frac{(b+c)a}{c} = \frac{7}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{21}{25}$.

N°. 6. Die Summe einer unendlich absteigenden Progreßion zu finden, in welcher das 1ste Glied eine ganze Zahl ist; als die Summe von $16 + 12 + 9$ &c.

Allhier ist $a = 16$, und weil der Name der absteigenden Verhältniß $\frac{3}{4}$ ist, so hat man $b = 3$, und $c = 1$. Demnach ist der aufsteigende Name $\frac{b+c}{b} = \frac{3+1}{3} = \frac{4}{3}$; folglich die verlangte Summe $\frac{(b+c)a}{c} = \frac{4}{1} \times 16 = 64$.

Auf solche Weise findet ihr bey obgedachter Progression (§. 1453. N°. 2), wenn dieselbe unendlich fortgehet, ihre Summe $= 96$. Denn $a = 48$, und der aufstei-

gende Name der Verhältniß $\frac{b+c}{b} = \frac{1+1}{1} = \frac{2}{1}$; mithin ist die begehrte Summe $\frac{(b+c)a}{c} = \frac{2}{1} \times 48 = 96$.

§. 1459. Ohngeachtet, daß dieses alles in augenscheinlicher Wahrheit beruhet, so will ich gleichwol die vorhin angegebene allgemeine Expreßion $\frac{(b+c)a}{c}$ auch noch auf solche Art, deren sich der Herr von Leibnitz in seiner Demonstration der Berechnung des Interusurii (wovon oben §. 1205 gemeldet worden) bedienet, darthun.

Die allgemeine Ausdrückung aller unendlich absteigenden Progreßionen ist, wie vorhin (§. 1458) zu ersehen, $a + \frac{ba}{b+c} + \frac{b^2a}{(b+c)^2} + \frac{b^3a}{(b+c)^3} + \frac{b^4a}{(b+c)^4}$ &c.

Nun soll erwiesen werden, daß die Summe dieser unendlichen Seriei gleich sey $\frac{(b+c)a}{c}$. Derowegen multipliciret sowol die gedachte Seriem, als die angegebene Summe, jede insbesondere, mit $1 - \frac{b}{b+c}$; oder, weil $1 - \frac{b}{b+c} = \frac{b+c-b}{b+c} = \frac{c}{b+c}$ (Bequemlichkeit halber) jene mit $1 - \frac{b}{b+c'}$ und diese mit $\frac{c}{b+c'}$, so geben beyderseits Multiplicationes ein gleiches Product, nämlich a.

Denn

Denn $a + \frac{ba}{b+c} + \frac{b^2a}{(b+c)^2} + \frac{b^3a}{(b+c)^3} \frac{b^2a}{(b+c)^4}$ ꝛc.

mit $1 - \frac{b}{b+c}$ multipliciret.

geben $a + \frac{ba}{b+c} + \frac{b^2a}{(b+c)^2} + \frac{b^3a}{(b+c)^3} + \frac{b^4a}{(b+c)^4}$ ꝛc.

$- \frac{ba}{b+c} - \frac{b^2a}{(b+c)^2} - \frac{b^3a}{(b+c)^3} - \frac{b^4a}{(b+c)^4}$ ꝛc.

Product a.

Desgleichen ist das Product von der Summe $\frac{(b+c)a}{c}$

mit $\frac{c}{b+c}$ multipliciret $= a$.

Weil nun beyde mit gleichen multipliciret worden, und in dem Producte gleich viel bringen, so folget allerdings (§. 45), daß die angegebene Summe gleich seyn müsse der Seriei.

Die 200. Aufgabe.

§. 1460. **Eine unendliche Reihe Brüche, von welcher die Zähler die ordentlichen Zahlen** (numeri naturales) 1. 2. 3. 4. 5 ꝛc. **sind, und die Nenner in einer geometrischen Progreßion fortgehen, zu summiren.**

I. Multipliciret den aufsteigenden Namen von der Progreßion der Nenner mit sich selbst, so giebt solches Quadrat den Zähler der verlangten Summe.

II. Multipliciret den erwehnten Namen weniger 1 gleichfalls mit sich selbst, und das hieraus kommende

Qua-

Quadrat ferner mit dem Nenner des ersten Bruches, so kommt der Nenner zu dem vorigen Zähler der gedachten Summe.

Z. E. N°. 1. Die Brüche $\frac{1}{4} + \frac{2}{16} + \frac{3}{64} + \frac{4}{256}$ ꝛc. zu summiren.

Allhier ist der aufsteigende Name von der Progression der Nenner 4.

Demnach multipliciret solche 4 mit sich selbst, kommen 16. Diese geben den Zähler der verlangten Summe. Ferner multipliciret $4 - 1 = 3$ mit sich selbst, kommen 9; diese weiter mit 4, als dem Nenner des ersten Bruches, multipliciret, geben 36 den Nenner zum vorigen Zähler.

Folglich ist die begehrte Summe $\frac{16}{36} = \frac{4}{9}$.

N°. 2. Die Brüche $\frac{1}{4} + \frac{2}{20} + \frac{3}{100} + \frac{4}{500}$ ꝛc. zu summiren.

Allhier ist der Name von der Progreßion der Nenner 5. Derowegen saget: $5 \times 5 = 25$; ferner $5-1 \times 5-1 = 4 \times 4 = 16$. Diese 16 mit 4, als dem Nenner des ersten Bruches, multipliciret, geben 64. Demnach ist die verlangte Summe $\frac{25}{64}$.

Beweis.

Es sey die Reihe Brüche $\frac{1}{a} + \frac{2}{ba} + \frac{3}{b^2a} + \frac{4}{b^3a}$ ꝛc.

Diese Reihe ist gleich folgenden Reihen:

$\frac{1}{a}$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{ba} + \frac{1}{b^2a} + \frac{1}{b^3a} \text{ ꝛc.}$$

$$\frac{1}{ba} + \frac{1}{b^2a} + \frac{1}{b^3a} \text{ ꝛc.}$$

$$\frac{1}{b^2a} + \frac{1}{b^3a} \text{ ꝛc.}$$

$$\frac{1}{b^3a} \text{ ꝛc.}$$

Summe $\frac{1}{a} + \frac{2}{ba} + \frac{3}{b^2a} + \frac{4}{b^3a}$ ꝛc. Die gegebene Series.

Nun ist, vermöge voriger Lehre (§. 1457), die Summe der ersten Reihe Brüche $= \frac{b}{(b-1)a}$; die Summe der andern $= \frac{1}{(b-1)a}$; die Summe der dritten $= \frac{1}{(b-1)ba}$; die Summe der vierten $= \frac{1}{(b-1)b^2a}$ ꝛc.

Demnach hat man nun diese Progreßion $\frac{b}{(b-1)a} + \frac{1}{(b-1)a} + \frac{1}{(b-1)ba} + \frac{1}{(b-1)b^2a}$ ꝛc.

Suchet man hierauf die Summe dieser Progreßion nach eben solcher Lehre (ibid.), so kommt $\frac{b^2}{(b-1)^2a}$. In diesen undeterminirten Größen lieget die vorhergegebene Regel klar vor Augen.

§. 1461. Wenn demnach in nächstgedachtem Falle der Zähler des 1sten Bruchs eine andere Zahl als 1, jedoch die arithmetische Differenz zwischen einem

nem Zähler und dem andern, gleich dem ersten Zähler ist, so darf man nur eben wie vorhin gelehret verfahren, und die kommende Summe mit dem Zähler des 1sten Bruches multipliciren.

Z. E. Wenn vorhin N°. 1. die Reihe Brüche wäre $\frac{3}{4} + \frac{6}{16} + \frac{9}{64} + \frac{12}{256}$ ꝛc. so dürfet ihr nur die daselbst gefundene Summe $\frac{4}{9}$ mit 3 multipliciren, kommen $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$. Dieses ist die Summe von itztgemeldter Reihe $\frac{3}{4} + \frac{6}{16} + \frac{9}{64}$ ꝛc.

Item wenn vorhin N°. 2 die Reihe Brüche wäre $\frac{2}{4} + \frac{4}{20} + \frac{6}{100} + \frac{8}{500}$ ꝛc., so dürfet ihr nur die allda gefundene Summe $\frac{25}{64}$ mit 2 multipliciren, kommen $\frac{25}{32}$, die Summe itztgedachter Reihe.

Die 201. Aufgabe.

§. 1462. **Eine unendliche Reihe Brüche, von welcher die Zähler die ordentliche Trigonalzahlen 1. 3. 6. 10. ꝛc. (§. 1430), und die Nenner in einer geometrischen Progression fortgehen, zu summiren.**

I. Erhebet den aufsteigenden Namen von der Progreßion der Nenner zu der 3ten Potenz (§. 1418), dieses giebt den Zähler der verlangten Summe.

II. Erhebet den gedachten Namen weniger 1 gleichfalls zu der 3ten Potenz, und multipliciret diese ferner mit dem Nenner des 1sten Bruches, so kommt der Nenner zu dem vorigen Zähler der gemeldten Summe.

Z. E. N°. 1. Die Brüche $\frac{1}{4} + \frac{3}{16} + \frac{6}{64} + \frac{10}{256}$ ꝛc. zu summiren.

Allhier ist der aufsteigende Name von der Progreßion der Nenner 4. Dieser Zahl ihre 3te Potenz ist 64;

von

von 4 – 1 aber (nämlich von 3) 27. Solche 27 multipliciret mit 4, als dem Nenner des 1sten Bruchs, kommen 108. Demnach ist die verlangte Summe $1\frac{6}{0}\frac{4}{8} = \frac{1}{2}\frac{6}{7}$.

N°. 2. Die Brüche $\frac{1}{4} + \frac{3}{20} + \frac{6}{100} + \frac{10}{500}$ ꝛc. zu summiren.

Allhier ist der Name von der Progreßion der Nenner 5. Demnach saget: $5 \times 5 \times 5 = 125$; ferner $5-1 \times 5-1 \times 5-1 = 4 \times 4 \times 4 = 64$. Diese multipliciret mit 4, als dem Nenner des 1sten Bruchs, kommen 256. Derowegen ist die begehrte Summe $\frac{1}{2}\frac{2}{5}\frac{5}{6}$.

Beweis.

Es sey die Series fractorum $\frac{1}{a} + \frac{3}{ba} + \frac{6}{b^2a} + \frac{10}{b^3a}$ ꝛc. Diese Reihe ist gleich nachgesetzten Reihen:

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{ba} + \frac{3}{b^2a} + \frac{4}{b^3a} \text{ ꝛc.}$$

$$\frac{1}{ba} + \frac{2}{b^2a} + \frac{3}{b^3a} \text{ ꝛc.}$$

$$\frac{1}{b^2a} + \frac{2}{b^3a} \text{ ꝛc.}$$

$$\frac{1}{b^3a} \text{ ꝛc.}$$

Summe $\frac{1}{a} + \frac{3}{ba} + \frac{6}{b^2a} + \frac{10}{b^3a}$ ꝛc. Die gegebene Series.

Nun ist, laut voriger Lehre (§. 1460,) die Summe der 1sten Reihe $= \frac{b}{(b-1)^2a}\frac{2}{}$; die Summe der 2ten $= \frac{b}{(b-1)^2a}$; die Summe der 3ten $= \frac{1}{(b-1)^2a}$ ꝛc.

Demnach

Demnach hat man nun diese Progreßion $\frac{b\,2}{(b-1)^2a)} +$

$\frac{b}{(b-1)^2\,a} + \frac{1}{(b-1)^2\,a} + \frac{b}{(b-1)^2\,b\,a}$ ꝛc.

Suchet man hierauf die Summe dieser Progreßion nach der Lehre §. 1457, so kommen $\frac{b^3}{(b-1)^3\,a}$. Diese deutet eben diejenige Regel an, welche ich vorhin angegeben habe.

§. 1463. Dasjenige, was vorhin §. 1461 erinnert worden, hat man nicht minder auch in gegenwärtigem Falle zu merken, also, wenn die Zähler die 2, 3 oder 4fache Trigonalzahlen sind, daß man wie vorhin procediren, und die kommende Summe nur eben so vielfach nehmen darf.

Die 202. Aufgabe.

§. 1464. **Eine unendliche Reihe Brüche, von welcher die Zähler die ordentlichen Quadratzahlen 1. 4. 9. 16. 25 ꝛc., und die Nenner in einer geometrischen Progression fortgehen, zu summiren.**

I. Erhebet den Namen von der aufsteigenden Progreßion der Nenner zu der 2ten, wie auch zu der 3ten Potenz, und addiret diese 2 Potenzen zu einander, dieses giebt den Zähler der verlangten Summe.

II. Erhebet den gemeldten Namen weniger 1 zu der 3ten Potenz, und multipliciret solche mit dem Nenner des 1sten Bruchs, so kommt der Nenner zu dem vorigen Zähler der gesuchten Summe.

Z. E. N°. 1. Die Brüche $\frac{1}{4} + \frac{4}{16} + \frac{9}{64} + \frac{16}{256}$ ꝛc. zu summiren.

Allhier

Allhier ist der aufsteigende Name von der Progression der Nenner 4, dessen Quadratzahl ist 16, und Cubiczahl 64. Weiter ist die Cubiczahl von 4 — 1 (nämlich von 3) 27, diese mit 4, als dem Nenner des 1sten Bruchs, multiplicirt, geben 108. Demnach ist die gesuchte Summe $= \frac{64+16}{108} = \frac{80}{108} = \frac{20}{27}$.

N°. 2. Die Brüche $\frac{1}{4} + \frac{4}{20} + \frac{9}{100} + \frac{16}{500}$ &c. zu summiren.

Allhier ist der Name von der Progreßion der Nenner 5. Derowegen saget: $5 \times 5 = 25$; ferner $25 \times 5 = 125$. Die Cubiczahl von $5 - 1 = 4$ aber ist 64. Solche mit 4, als dem Nenner des ersten Bruchs, multiplicirt, geben 256. Demnach ist die verlangte Summe $\frac{125+25}{256} = \frac{150}{256} = \frac{75}{128}$.

Beweis.

Es sey die Reihe Brüche $\frac{1}{a} + \frac{4}{ba} + \frac{9}{b^2a} + \frac{16}{b^3a}$ &c.

Diese Reihe ist eben so viel, als folgende 2 Reihen:

$$\frac{1}{a} + \frac{3}{ba} + \frac{6}{b^2a} + \frac{10}{b^3a} \text{ &c.}$$

$$\frac{1}{ba} + \frac{3}{b^2a} + \frac{6}{b^3a} \text{ &c.}$$

Summe $\frac{1}{a} + \frac{4}{ba} + \frac{9}{b^2a} + \frac{16}{b^3a}$ &c.

Nun ist, vermöge vorhergehender Lehre (§. 1462), die Summe der 1sten Reihe $= \frac{b^3}{(b-1)^3a}$; die Summe der

2ten $= \frac{b^2}{(b-1)^3 a}$: Folglich muß die verlangte Summe eben so viel als diese beyde Summen zusammen, nämlich $\frac{b^3 + b^2}{(b-1)^3 a}$ seyn.

§. 1465. Auch allhier in gegenwärtigem Falle ist eben dasjenige zu merken, welches §. 1461 und 1463 erinnert worden.

§. 1466. Ich könnte allhier noch vielerley Arten von unendlichen Reihen Brüche nebst der Ausfindung ihrer Summen vorstellen; also hätte auch zu den vorhin gemeldten Reihen einigermaßen noch andere Manieren, wie ihre Summe zu finden, anweisen können: Allein ich habe voritzo vornehmlich zu diesen die Regeln samt ihren Gründen, nach der Ordnung, wie sie aus einander fließen, und woraus die Summirung anderer Arten der Serierum hauptsächlich hergeleitet wird, auf eine leichte, und insonderheit den Anfängern begreifliche Art, anzuzeigen gesuchet.

Von den logarithmischen Zahlen.

§. 1467.

Wenn man die geometrische Progreßion 1. 10. 100. 1000. 10000. 100000 ꝛc. mit ihren zugehörigen Logarithmis (§. 1439 und 1440) als folget

0	1	2	3	4	5	ꝛc.
1	10	100	1000	10000	100000	ꝛc.

bezeichnet; so hat man, vermöge obiger Lehren (ibid. auch §. 1442 u. 1445) nachgesetzte Punkte zu beobachten.

I. Ist der Log. eines Products gleich der Summe der Logarithmorum der in einander multiplicirten Zahlen.

Z. E. 5 die Summe der Logarithmorum 1 und 4, oder 2 und 3, ist der Log. von 100000, nämlich dem

Pro-

Producte der beyden Zahlen 10 und 10000, oder 100 und 1000.

II. Dahero ist der Log. eines Quadrats (§. 181) gleich dem doppelten Logarithmo der Wurzel.

Z. E. 4 der Log. von dem Quadrat 10000 ist 2 mal so viel, als der Log. 2 von der Wurzel 100.

III. Demnach ist der Log. einer Quadratwurzel, die Hälfte von dem Logarithmo des Quadrats.

IV. Also ist auch der Log. von einer Cubiczahl (§. 182) gleich dem 3fachen Logarithmo der Wurzel.

Z. E. 3 der Log. von der Cubiczahl 1000 ist 3 mal so viel, als der Log. 1 von der Wurzel 10.

V. Derowegen ist der Log. einer Cubicwurzel, der 3te Theil des Logarithmi der Cubiczahl.

VI. Eben dasjenige, was allhier von den Quadrat- und Cubiczahlen, wie auch derselben Wurzeln gemeldet worden, ist überhaupt bey allen Potenzen (§. 1418) zu merken.

Z. E. Der Log. von der 6ten Potenz ist 6 mal so viel, als der Log. ihrer Wurzel: Gegentheils ist der Log. dieser Wurzel der 6te Theil des Logarithmi von jener.

VII. Weil nun die Subtraction der Rückweg von der Addition, desgleichen die Division der Rückweg von der Multiplication ist (§. 270); so ist der Log. eines Quotienten gleich der Differenz zwischen den Logarithmis der beyden in einander dividirten Zahlen.

Z. E. $5-3=2$ ist der Log. des Quotienten, welcher heraus kommet, wenn man die darzu gehörigen Zahlen in einander, nämlich 100000 durch 1000 dividiret.

Also ist auch gegentheils $3-5=-2$ der Log. des Quotienten, welcher heraus kommet, wenn man 1000 durch 100000 dividiret.

VIII. Dannenhero findet man den Logarithmum eines wirklichen Bruches, in welchem nämlich der Zähler kleiner als der Nenner ist (§. 231), wenn man den Logarithmum des Zählers von dem Logarithmo des Nenners subtrahiret, und das bleibende mit dem Zeichen der Subtraction (§. 128) bemerket.

Z. E. Der Log. von $\frac{1}{1000000}$ ist, wie aus nächst vorigem Artik. zu ersehen -2.

§. 1468. Hieraus siehet man klar, wie bey den Logarithmis das Multipliciren durch bloßes addiren, das Dividiren durch subtrahiren, das Quadriren durch dupliren, das Cubiren durch tripliren, die Extraction der Quadratwurzel durch halbiren, die Ausziehung der Cubicwurzel durch dividiren in 3, verrichtet werden kann.

§. 1469. Weil nun das geometrische medium proportionale zwischen 2 Zahlen gefunden wird, wenn man aus dem Product beyder Zahlen die Quadratwurzel extrahiret (§. 1447), so ist auch das arithmetische Medium (§. 313) zwischen den Logarithmis solcher 2 Zahlen, der Log. des gedachten geometrischen Medii; indem die Multiplication bey den Logarithmis durch die Addition, und die Ausziehung der Quadratwurzel durch halbiren geschiehet, dieses aber eben der Weg ist, wodurch ein arithmetisches Medium gefunden wird (§. 1424).

Z. E. Das arithmetische Medium zwischen den Logarithmis 1 und 5, nämlich $(1+5):2=3$ ist der Log. des geometrischen Medii zwischen den Zahlen 10 und 100000, nämlich der Quadratwurzel aus $1000000 = 1000$.

§. 1470. Gleichergestalt verhält es sich mit den mediis proportio-

portionalibus, wenn sie auch schon surdische Zahlen sind (§. 1403).

Z. E. Das arithmetische Medium zwischen den Logarithmis 0 und 1, nämlich $(0+1):2=\frac{1}{2}$ ist der Log. des geometrischen Medii zwischen den Zahlen 1 und 10, nämlich zu $\sqrt{10}$, oder in Decimaltheilen zu $3\frac{16}{100}\frac{22}{000}$ ꝛc. (§. 1450).

§. 1471. Damit man nun durch Hülfe der Logarithmorum auch bey den Zahlen, welche zwischen 1 und 10, zwischen 10 und 100, zwischen 100 und 1000 ꝛc. insonderheit bey großen Rechnungen, die weitläuftige Multiplicationes und Divisiones ersparen möge, hat, nachdem Johann Neper, ein Schottländischer Baron, zum Behuf der Trigonometrie, die Logarithmos der Sinuum und Tangentium bekannt gemacht, Heinrich Brigge, Professor zu Oxfurt, auch die Logarithmos vor die gemeinen Zahlen ausgerechnet, und solche nebst ihren zugehörigen Absolutzahlen ordentlich von 1 anfangend, in einer Tabelle an den Tag gegeben.

§. 1472. Es werden aber diese Logarithmi zwischen 1 und 10, zwischen 10 und 100, u. s. w. nach gemeiner Art, eben auf die Weise, wie §. 1469 und 1470 erwehnet, durch Herstellung vieler arithmetischer und geometrischer Mediorum, und also sehr mühsam und weitläuftig gefunden: Jedoch damit dieselben nicht, wie vorhin (ibid.) zu ersehen, sondern ohne Brüche kommen mögen, so sind in den gemeinen Tabellen an statt der vorhin erwehnten arithmetischen Progreßion, 0. 1. 2. 3. 4. 5 ꝛc. folgende genommen

0. 0000000. 1. 0000000. 2. 0000000.
3. 0000000 ꝛc.

Die zur Linken durch einen Punkt abgesonderte Ziffer aber wird die Characteristica genennet, weil aus derselben zu ersehen ist, zwischen welche Hauptzahlen der

Log. fället, nämlich wenn sie 0 ist, so fällt er zwischen 1 und 10; ist sie aber 1, zwischen 10 und 100; ist sie 2, zwischen 100 und 1000, u. s. w.

In *Adriani Vlacci* großen Tabellen, die er in der andern Auflage Arithmeticae logarithmicae Briggii ausgegeben, findet man gemeldte arithmetische Progreßion noch auf 3 Nullen weiter, und also die Logarithmos bis auf 10 Ziffern, außer der Characteristica extendiret.

Nun können zwar zu den Zahlen zwischen 1 und 10, 10 und 100 ꝛc. keine ganz genaue Logarithmi gefunden werden: Allein es werden die Logarithmi derjenigen Zahlen, welche von jenen um so einen kleinen Theil, als man nur begehret, unterschieden sind, für die eigentlich verlangten Logarithmos selbst angenommen.

§. 1473. Gleichwie ich im vorigen den Grund der Logarithmorum, woher nämlich die logarithmischen Tabellen entstehen, und warum bey denselben die Multiplication durch eine Addition, und die Division durch eine Subtraction geschehen könne, zur Genüge angezeiget; also habe auch von dem Gebrauch solcher Tabelle in meiner heraus gegebenen **vorläufigen Abweisung** bereits mit mehrern gehandelt. Uebrigens könnte ich wol noch die völlige Ausfindung der Logarithmorum, und zwar nicht allein nach gemeiner Art, sondern auch nach verschiedenen aus den Seriebus hergeleiteten weit leichtern Manieren allhier vorstellig machen: Allein da die logarithmischen Tabellen schon construiret sind, so erachte es unnöthig, hiervon besondere Worte zu machen; zumal da sich wol schwerlich

lich jemand, wenn ihm gleich gedachte Ausfindung schon bekannt ist, die Mühe nehmen wird, solche Tabellen aufs neue durchzuarbeiten und auszurechnen.

§. 1474. Dieser großen Bemühung ohngeachtet, so habe ich doch bereits vor 11 Jahren, als mir einige curiöse Aufgaben, die nicht anders, als durch Hülfe einer weit größern logarithmischen Tabelle, als des Vlacci große, welche bis auf 10 Ziffern gehet (zu geschweigen der gemeinen kleinern) haben aufgelöset werden können, unter Händen gekommen, mich bey solcher Gelegenheit nicht verdrießen lassen, eine neue Tabelle mit großem Fleiße und bis auf 32 Ziffern, ausser der Characteristica, zu verfertigen. Ob ich zwar diese anfangs nur zu meinem eigenen Gebrauch ausgearbeitet; so habe doch nunmehro resolviret, wenn sich durch Vorschub der Mathematicorum und sonst Beförderer dieser Wissenschaft, eine Gelegenheit zu einem guten Verlage finden möchte, selbige zur völligen Perfection zu bringen, und durch öffentlichen Druck an den Tag zu legen. Zu dem Ende will ich allhier die ersten 100 Logarithmos gleichsam zur Probe darstellen.

1	0. 00000000000000000000000000000000
2	0. 30102999566398119521373889472449
3	0. 47712125471966243729502790325511
4	0. 60205999132796239042747778944898
5	0. 69897000433601880478626110527550
6	0. 77815125038364363250876679797960
7	0. 84509804001425683071221625859263
8	0. 90308998699194358564121668417348
9	0. 95424250943932487459005580651023

10	1. 000000000000000000000000000000000
11	1. 041392685158225040750199971243 02
12	1. 079181246047624827722505692704 10
13	1. 113943352306836769206505157942 32
14	1. 146128035678238025925955153317 13
15	1. 176091259055681242081289008530 62
16	1. 204119982655924780854955578897 97
17	1. 230448921378273928540169894328 33
18	1. 255272505103306069803794701234 72
19	1. 278753600952828961536333465756 92
20	1. 301029995663981195213738894724 49
21	1. 322219294733919268007244161847 75
22	1. 342422680822206235963938865967 51
23	1. 361727836017592878867777112251 19
24	1. 380211241711606022936244587428 59
25	1. 397940008672037609572522210551 01
26	1. 414973347970817964420244052666 81
27	1. 431363764158987311885083709765 34
28	1. 447158031342219221139694048041 62
29	1. 462397997898956087332846762969 25
30	1. 477121254719662437295027903255 11
31	1. 491361693834272679666704100118 41
32	1. 505149978319905976068694473622 46
33	1. 518513939877887478045227874498 13
34	1. 531478917042255123753908789052 82
35	1. 544068044350275635498477363868 14
36	1. 556302500767287265017533595959 21
37	1. 568201724066994996808450689539 12
38	1. 579783596616810156750072360481 42
39	1. 591064607026499206501533061197 44
40	1. 602059991327962390427477789448 98
41	1. 612783856719735494509411849968 18

42	1. 623249290397900463220983056572 24
43	1. 633468455579586526405088153229 22
44	1. 643452676486187431177677760692 01
45	1. 653212513775343679376316911785 73
46	1. 662757831681574074081516006975 68
47	1. 672097857935717464414219429449 20
48	1. 681241237375587218149983482153 09
49	1. 690196080028513661424432517185 27
50	1. 698970004336018804786261105275 50
51	1. 707570176097936365835197797583 45
52	1. 716003343634799159633982947391 31
53	1. 724275869600789045632992291627 25
54	1. 732393759822968507098822604489 84
55	1. 740362689494243845536461076518 52
56	1. 748188027006200416353432942766 12
57	1. 755874855672491398831361369012 04
58	1. 763427993562937282546585657693 75
59	1. 770852011642144190260656384535 14
60	1. 778151250383643632508766797979 60
61	1. 785329835010767033885748513757 32
62	1. 792391699498253874880442994842 90
63	1. 799340549453581705302272065102 87
64	1. 806179973983887171282433368346 96
65	1. 812913356642855573992766263217 83
66	1. 819543935541868673258966769222 63
67	1. 826074802700826434149131629226 06
68	1. 832508922706236318967647683777 32
69	1. 838849090737255316162805015506 30
70	1. 845098040014256830712216258592 63
71	1. 851258348719075286092829435033 43
72	1. 857332496431268460231272490683 71
73	1. 863322860120455901074386900470 30

74	1. 869231719730976192022189584263 62
75	1. 875061263391700046867550113806 12
76	1. 880813592280791351963811255205 91
77	1. 886490725172481871462416229835 66
78	1. 892094602690480401715271955921 93
79	1. 897627091290441427994821386478 25
80	1. 903089986991943585641216684173 48
81	1. 908485018878649749180111613020 46
82	1. 913813852383716689723150744692 67
83	1. 919078092376073903832760352027 25
84	1. 924279286061881658434721951296 74
85	1. 929418925714292733326430999603 84
86	1. 934498451243567721618827047953 71
87	1. 939519252618618524627874666224 37
88	1. 944482672150168626391416655416 50
89	1. 949390006644912784723543369702 44
90	1. 954242509439324874590055806510 23
91	1. 959041392321093599918721416534 96
92	1. 963787827345555269295254901700 17
93	1. 968482948553935116961732003373 52
94	1. 973127853599698659627958324173 69
95	1. 977723605288847766322594571032 43
96	1. 982271233039568413363722376877 58
97	1. 986771734266244851784361811665 57
98	1. 991226075692494856638171411909 77
99	1. 995635194597549915340255777753 25
100	2. 000000000000000000000000000000 00

§. 1475. Ich will bey gegenwärtiger Gelegenheit nur noch zeigen, wie sowol die Berechnung der Interesse auf Interesse, als auch des Rabatts oder Interusurii der Interesse auf Interesse, durch die logarithmische Tabelle

belle (wie §. 1238 und 1268 schon erwehnet) zu verrichten, und alsdenn auch ein curiöses Exempel, zu dessen Auflösung so wenig die gemeinen als Vlacci große Tabellen hinlänglich sind, durch Hülfe meiner großen Logarithmorum solviren.

N°. 1. Die Auflösung des angeführten Exempels §. 1230 kommet als folget:,

105 Log. 2.0211893
100 = 2.0000000 subtrahiret

Rest 0.0211893 mit 4 multipliciret

kommen 0.0847572
Cap. 10000 = 4.0000000 addiret

kommen 4.0847572

Zu diesem Logarithmo suchet in den Tabellen die Absolutzahl, diese ist die gesuchte Antwort. Weil aber allhier aus der Characteristica 4 (§. 1472) erhellet, daß die Absolutzahl zu diesem Logarithmo aus 5 Ziffern bestehe, da die gemeinen Tabellen nur bis 10000 gehen, so kann man gleichwohl auch aus diesen die begehrte Antwort folgendergestalt finden. Nämlich suchet unter der Characteristica 3 diejenigen 2 Logarithmos, zwischen welchen der vorige einfällt, so findet sich, daß selbige allhier sind

3.0845763 } deren Absolutzahlen { 1215
3.0849336 } { 1216

Nun haben die Zahlen 12150 und 12160, mit den Zahlen 1215 und 1216, gleiche Logarithmos, außer allein, daß die Characteristicae bey jenen 4, und bey diesen 3 sind: Derowegen suchet ihre Differenz als folget:

12160

12160 Log. 4. 0849336. der begehrte: 4. 0847572
12150 = 4. 0845763. nächst kleinere: 4. 0845763

Diff. 10 3573 1809

und setzet nach der Regel Detri:

Diff. Log. Diff. der absol. Zahlen Diff. Log.
3573 geben 10, was 1809?

Fac. 5, die Diff. der absol. Zahlen Rest 225

Diese 5 setzet an die vorhin gefundenen 4 Ziffern 1215, so habt ihr die begehrten 5 Ziffern 12155.

Wollet ihr hierzu auch noch den Bruch in Decimaltheilen finden, so könnet ihr die vorhin restirende 225 zu 100tel machen, und ferner durch den Divisorem 3573 dividiren, so kommen nebst den ganzen 12155 noch $\frac{06}{100}$; welcher Bruch beynahe $= \frac{1}{16}$, wie oben §. 1230.

N°. 2. Die Auflösung des Exempels §. 1262 kommet folgendermaßen:

100 Log. 2.0000000
105 = 2.0211893 subtrah.

Rest −0.0211893 (§. 1467 Art. VII u. VIII)
(4
−0.0847572

Zu solchem Logarithmo soll der Log. von $12155\frac{1}{16}$ addiret werden. Um nun auch diesen in den gemeinen Tabellen zu finden, so verfahret auf die Weise, wie vorhin gezeiget. Nämlich setzet:

12160 Log.		4.0849336
12150	=	4.0845763
Diff. 10	=	3573 = $5\frac{1}{7}\frac{1}{6}$?

Fac. 1809 in C^a^, die Diff. der Log.

Diese Diff. add. zu 4.0845763, dem Log. von 12150

kommen 4.0847572, der Log. von $12155\frac{1}{7}\frac{1}{6}$

Hierzu addiret — 0.0847572, als voriges Product.

kommen 4.0000000

Zu diesem Logarithmo ist die Absolutzahl, und also die begehrte Antwort, 10000, wie oben §. 1262.

Nota. Gleichwie in den vorigen 2 Exempeln die Ausrechnung bey einer 4 jährigen Zeit zu verrichten angezeiget worden, also könnet ihr auch bey einer größern Zeit verfahren. Nur hat man hierbey dasjenige zu beobachten, welches ich in meiner ausgegebenen **vorläufigen Abweisung** pag. 69. bereits erinnert habe, nämlich: Wenn die logarithmische Tabelle groß genug, auch zwischen dem Unterscheide der Logarithmorum und dem Unterscheide der darzu gehörigen Absolutzahl eine geometrische Proportion wäre, so könnte man nach solcher Rechnungsart auch bey vielen Jahren das gesuchte Facit in Decimaltheilen sehr nahe treffen: Allein, weil eines theils die Tabelle nicht groß genug, andern theils allhier keine so genaue Proportion ist, so können in den gemeinen Tabellen, zu den 4 ersten Ziffern, höchstens nur noch 3; und in des Vlacci großen Tabelle, zu den 5 ersten Ziffern, höchstens nur noch 4 Ziffern per Regel Detri, wie vorhin gezeiget, gefunden werden, und zwar auch dieses nur in so weit, wenn der Log. mit einer nicht allzugroßen Zahl multipliciret wird; wie solches mit mehrern in gedachter Abweisung dargethan worden.

N°. 3. Wenn man die Zahl 2, 100 mal hinter einander dergestalt quadriret, nämlich

2	ist	die 1ste Zahl
dieses mit sich selbst multipliciret, giebt	4	die 2te Zahl
solche abermal mit sich selbst mult. giebt	16	die 3te Zahl
diese wieder mit sich multiplic., giebt	256	die 4te Zahl

u. s. w.;

u. s. w.; so fraget sich: Aus wie viel Ziffern die 100te Zahl bestehen muß?

Dieses Exempel hat mir vor 16 Jahren ein gewisser Mathematicus zugeschickt; und obgleich derselbe mich mit der wirklichen Ausrechnung, wegen der erforderlichen sehr großen Mühe verschonen, und nur meine Kräfte probiren wollen, ob ich in solchen jungen Jahren schon capable wäre, den Weg zu zeigen, wie die Auflösung anzustellen sey, so bin ich gleichwol von der Curiosität so weit getrieben worden, nicht nur den Weg, sondern auch die gesuchte Antwort selbst ausfündig zu machen. Und eben dieses Exempel war die 1ste Occasion, von welcher oben (§. 1474) erwehnet, zu der Verfertigung meiner großen logarithmischen Tabelle. Es geschiehet aber die Auflösung durch Hülfe dieser Logarithmorum als folget:

Suchet zu der geometrischen Progreßion 1. 2. 4. 8. 16 ꝛc. das 100te Glied (§. 1445), kommen

633825300114114700748351602688

Mit diesem 100ten Gliede multipliciret den Logarithmum von 2 (§. 1474), nämlich

0.30102999566398119521373889472449,

so kommt ein Log. dessen Characteristica ist

190800427345073528122179413680.

Dahero muß die gesuchte 100te Zahl (§. 1472) aus

190800427345073528122179413681

Ziffern bestehen.

Dieses ist eine solche erstaunende Menge Ziffern, daß, weñ gleich alle Menschen von Erschaffung der Welt an bis itzo, Tag und Nacht immer Ziffern geschrieben hätten, dieselben dennoch nicht capable gewesen seyn würden, alle

solche

solche Ziffern herzustellen; welches ein Verständiger ohne sonderlichen Beweis mir glauben wird.

§. 1476. Ich hatte anfangs (wie oben §. 792 erwehnet) zwar die Gedanken gehabt, die Decimalrechnung allhier ins besondere abzuhandeln; allein es wurde mir solches von verschiedenen Freunden widerrathen, aus der Ursache, weil die Decimaltheile nichts anders als Brüche sind (§. 230), und dahero deren Berechnung bey allen denjenigen, welche die obgegebenen Lehren bey den gebrochenen Zahlen verstanden, als eine ganz geringe und leichte Sache geachtet wird: Insonderheit da ich in meinem ausgegebenen **Licht und Recht der Kaufmannschaft Part. II.** nicht nur vieles hiervon schon geschrieben, sondern auch so gar 2 besondere Tabellen angegeben, und in einer derselben die Europäischen kleinen Münzsorten in Decimaltheile, in der andern aber wiederum zurück die Decimaltheile der großen Münzsorten in den Werth ihrer kleinern reduciret habe.

§. 1477. Viel lieber will ich zum Beschluß dieses Werks noch unterschiedene curiöse Sachen, jedoch, weil dasselbe wider meinen Vorsatz ohnedem schon allzugroß angewachsen, in möglichster Kürze vorstellig machen, und zwar alle zusamunen unter dem Titel

Miscellanea.

§. 1478.

Ich habe oben (§. 646) bereits angewiesen, wie das größte gemeine Maaß zweyer gegebenen Zahlen, oder eigentlicher zu reden (§. 645) des Zählers und Nenners eines Bruches, um denselben zu kleinern, nach gemeiner Art zu finden ist; anbey aber (§. 648) mich anheischig gemacht, allhier noch anzuzeigen, wie man den verlangten kleinsten Bruch (§. 387), auch aus den Quotienten selbsten, welche sonst in dem Processe gedachter Art nicht angesehen werden, herleiten und ausfinden kann. Nun hat zwar ein gewisser Mathematicus in seiner Abhand-

handlung der Arithmetik hiervon bereits Meldung gethan, und angezeiget, wie man den kleinsten Bruch, 1sten, wenn die Division nur 1mal, 2ten 2mal, 3ten 3mal, und 4ten 4mal, geschehen, finden soll: Allein eben dieses, und damit der verlangte kleinste Bruch sowol bey diesen als allen andern dergleichen Fällen, durch eine allgemeine Regel gefunden werden möge, hat mich veranlasset, den Grund dieser Sache genauer einzusehen; zu dem Ende will ich allhier folgende Betrachtungen vorstellen.

§. 1479. Wenn ein Nenner eines gegebenen Bruches durch seinen Zähler nicht gerade aufgehet, und man gleichwol beyde in die Größe des Zählers kleinert, so ist der kommende Bruch ohnstreitig dem gegebenen gleich (§. 384); allein es kommt auf solche Weise in dem Nenner keine ganze, sondern eine vermischte Zahl, in dem Zähler aber allezeit 1.

Z. E. Wenn man den Bruch $\frac{1038}{2089}$ in 1038 kleinert, so entstehet dieser Bruch $\frac{1}{2\frac{13}{1038}}$, welcher dem gegebenen allerdings gleich ist. Kleinert man nun den Bruch $\frac{13}{1038}$ abermal in seinen Zähler 13, so kommt der Bruch $\frac{1}{79\frac{11}{13}}$, welcher gleichergestalt eben so viel als der Bruch $\frac{13}{1038}$ ausmachet. Auf solche Weise kleinert den Bruch $\frac{11}{13}$ ferner in 11, so kommt der Bruch $\frac{1}{1\frac{2}{11}}$. Endlich kleinert den Bruch $\frac{2}{11}$ in 2 kommt der Bruch $\frac{1}{5\frac{1}{2}}$. Folglich ist der gegebene Bruch

$$\frac{1038}{2089} = \frac{1}{2\frac{13}{1038}} = \frac{1}{2\frac{1}{79\frac{11}{13}}} = \frac{1}{2\frac{1}{79\frac{1}{1\frac{2}{11}}}} = \frac{1}{2\frac{1}{79\frac{1}{1\frac{1}{5\frac{1}{2}}}}}$$

Die-

Dieſer letzte Bruch $\frac{1}{2}$ kann ferner in den Zähler, weil er nur 1 iſt, nicht mehr gekleinert werden.

Indeſſen ſind die ganzen Zahlen, welche ſich in den Nennern befinden, nämlich 2, 79, 1, 5 und 2, nichts anders als die Quotienten, ſo oben (§. 646) nach der gemeinen Art hervorgebracht worden; wie ſolches inſonderheit daſelbſt N°. 4 zu erſehen iſt.

§. 1480. Wenn man nun den vorhin endlich herausgebrachten Zähler und Nenner wiederum zurück dergeſtalt mit gleichen größert, damit die Brüche aus dem Nenner hinweg geſchaffet werden mögen, ſo kommt der Proceß als folget:

A. Zähler 1 Nenner $2\frac{1}{79\frac{1}{1\frac{1}{5\frac{1}{2}}}}$

B. $(79 \times 1) = 79, \frac{1}{1\frac{1}{5\frac{1}{2}}}$ $(79 \times 2) + 1 = 159, \frac{2}{1\frac{1}{5\frac{1}{2}}}$

C. $(1 \times 79) + 1 = 80, \frac{79}{5\frac{1}{2}}$ $(1 \times 159 + 2 = 161, \frac{159}{5\frac{1}{2}}$

D. $(5 \times 80) + 79 = 479, \frac{80}{2}$ $(5 \times 161) + 159 = 964, \frac{161}{2}$

E. $(2 \times 479) + 80 = 1038$ $(2 \times 964) + 161 = 2089$.

Weil nun die Zahlen 1038 und 2089 kein gemeines Maaß haben, und alſo die Diviſiones (§. 1479) bis aufs letzte, da der Diviſor 1 gekommen, niemalen aufgegangen, ſo muß auch in gegenwärtigem Rückwege allerdings der gegebene Bruch ſelbſt wiederum zum Vorſchein kommen.

§. 1481. Hingegen, wenn der gegebene Zähler und

Nenner ein gemeines Maaß haben, also, daß eine Division endlich durch solches Maaß gerade aufgehet, so muß in gedachtem Rückwege der entstehende Bruch, zwar dem Werthe nach, weil der Zähler und Nenner beständig mit gleichen gegrößert werden, ganz gleich dem gegebenen Bruche (§. 384), jedoch den Zahlen nach, um so vielmal kleiner seyn, als oft das gemeine Maaß in dem gegebenen Zähler oder Nenner enthalten ist.

Z. E. Wenn man den Bruch $\frac{183}{107}$ in 183 kleinert, kommt der Bruch $\frac{1}{5\frac{122}{183}} = \frac{183}{107}$. Diesen Bruch $\frac{122}{183}$ abermal in 122 gekleinert, giebt den Bruch $\frac{1}{1\frac{61}{122}}$.

Solchen Bruch $\frac{61}{122}$ ferner in 61 gekleinert, gehet die Division auf, und kommt der Bruch $\frac{1}{2}$. Demnach ist der gegebene Bruch

$$\frac{183}{107} = \frac{1}{5\frac{122}{183}} = \frac{1}{5\frac{1}{1\frac{61}{122}}} = \frac{1}{5\frac{1}{1\frac{1}{2}}}$$

Diese ganze Zahlen, welche sich in den Nennern befinden, sind eben die Quotienten, so oben §. 646 N°. 2 gefunden worden.

Größert man nun diesen herausgebrachten Zähler samt seinem Nenner wiederum zurück, wie vorhin (§. 1480) gezeiget, kommt es folgendergestalt:

Zähler 1	Nenner $5\frac{1}{1\frac{1}{2}}$
$(1 \times 1) = 1, \frac{1}{2}$	$(1 \times 5) + 1 = 6, \frac{5}{2}$
$(2 \times 1) + 1 = 3$	$(2 \times 6) + 5 = 17$

Dieser Bruch $\frac{3}{17}$ ist dem Werthe nach ganz gleich dem Bruche

Bruche $\frac{1}{1}\frac{8}{3}\frac{3}{7}$, jedoch den Zahlen nach, 61 mal ſo klein, weil die Diviſion endlich in 61 aufgegangen.

§. 1482. Inzwiſchen iſt oben (§. 646) ſchon erwieſen, daß endlich durch ſolche Diviſiones nicht nur das gemeine, ſondern und vornehmlich das größte gemeine Maaß kommet; dahero folget, daß man auch in ſolchem Rückwege den kleinſten Bruch (§. 387) erlangen muß.

§. 1483. Wenn man von einem Zähler eines Bruches etwas abnimmt, ſo wird der Werth deſſelben Bruches kleiner; gegentheils, wenn man von dem Nenner etwas abnimmt, wird gedachter Werth größer, als er vorhin geweſen (§. 381). Dahero kann in ſolchem Falle der Werth eines Bruches nicht anders unverändert bleiben, es ſey denn, daß von dem Zähler und Nenner ſolche Theile abgenommen werden, die ſich eben alſo, wie der Zähler und Nenner ſelbſt, zu einander verhalten (§. 1381). So bald man aber von dem Zähler oder Nenner ein mehreres, als ſolche Proportion mit ſich bringet, abnimmt, ſo bleibet es auch bey dem vorgemeldten Satze, nämlich im 1ſten Falle wird der Werth des Bruches kleiner, im 2ten aber größer, als er vorhin geweſen.

§. 1484. Wenn ihr demnach (z. E.) bey den §. 1480 durch die Vergrößerung entſtehenden Brüchen, ſowol in dem Zähler, als Nenner, nur die ganzen Zahlen allein nehmet, als in A den Bruch $\frac{1}{2}$, in B den Bruch $\frac{7}{1}\frac{9}{5}$, in C $\frac{8}{1}\frac{0}{6}\frac{1}{1}$, in D $\frac{4}{9}\frac{7}{6}\frac{9}{4}$, und die nebenſtehenden kleinen Theile allemal fahren laſſet, anbey aber dasjenige wahrnehmet, welches nächſt vorher (§. 1483) gemeldet worden, ſo werdet ihr befinden, daß ſolche Brüche nach der Ordnung dem Werthe des gegebenen Bruches immer näher kommen, und zwar der 1ſte Bruch $\frac{1}{2}$ etwas größer, der 2te Bruch $\frac{7}{1}\frac{9}{5}$ hingegen etwas kleiner, der 3te Bruch $\frac{8}{1}\frac{0}{6}\frac{1}{1}$

wieder etwas größer, und der 4te Bruch $\frac{4}{9}\frac{7}{6}\frac{9}{4}$ wiederum etwas kleiner, als der Werth des gegebenen Bruchs ſey. Solchergeſtalt wechſeln die Brüche ordentlich ſo lange ab, und kommen dem Werthe des gegebenen je länger je näher, bis endlich entweder der gegebene Bruch ſelbſt, oder (§. 1481) derjenige Bruch zum Vorſchein kommet, welcher dem Werthe nach ganz gleich dem gegebenen, jedoch der kleinſte in ſolcher Verhältniß iſt.

§. 1485. Aus dieſen Betrachtungen, §. 1479 bis hierher, wird die Regel zu nachgeſetzter Aufgabe und allem, was hernach von dieſer Materie weiter folget, deduciret.

Die 203. Aufgabe.

§. 1486. **Aus den, nach dem gezeigten gemeinen Wege §. 646 hervorgebrachten Quotienten, ſofort den kleinſten Bruch (§. 387) zu finden.**

I. Wenn ihr die Quotienten gefunden, ſo ſetzet den 1ſten unter, und 1 über eine Linie bruchsweiſe.

II. Größert dieſen Bruch mit dem andern Quotienten, und leget zu dem Nenner 1.

III. Größert abermal dieſen gekommenen 2ten Bruch mit dem 3ten Quotienten, und addiret zu dem kommenden Zähler den vorhergehenden 1ſten Zähler, und zu dem kommenden Nenner den vorhergehenden 1ſten Nenner. Solchergeſtalt größert den hieraus entſtandenen Bruch ferner mit dem 4ten Quotienten, und addiret zu dem Zähler den vorhergehenden 2ten Zähler, und zu dem Nenner den vorhergehenden 2ten Nenner. Dieſes continuiret ſo lange, bis ihr mit allen Quotienten gegrößert habt, ſo erlanget ihr endlich den geſuchten kleinſten Bruch.

Der Grund hiervon lieget klar in nächſt vorhergehenden Betrachtungen.

Z. E.

Z. E. N°. 1. Zu dem Bruche $\frac{1}{2}\frac{0}{0}\frac{3}{8}\frac{8}{9}$ den kleinſten Bruch in ſolcher Verhältniß zu finden.

Dieſes Exempel iſt oben §. 646 N°. 4 angeführet und bey demſelben die Quotienten 2, 79, 1, 5 und 2 gefunden worden. Daher procediret nach itztgegebener Regel, als folget:

79	1	5	2
1 | 79	80	479	1038
2 | 159	161	964	2089

Nämlich der 1ſte Zähler iſt allezeit 1, und der 1ſte Nenner iſt der erſte Quotient, als hier 2. Dieſen Bruch $\frac{1}{2}$ größert mit dem 2ten Quotienten 79, und addiret zu dem Nenner 1, ſo kommet der Bruch $\frac{7}{1}\frac{9}{5}$. Solchen Bruch größert ferner mit dem 3ten Quotienten 1, und addiret zum Zähler den nächſt vorhergehenden Zähler 1, und zu dem Nenner den nächſt vorhergehenden Nenner 2, ſo entſtehet der Bruch $\frac{8}{1}\frac{0}{6}\frac{1}{1}$. Dieſen größert weiter mit dem 4ten Quotienten 5, und addiret zu dem Zähler den nächſt vorhergehenden Zähler 79, und zu dem Nenner den nächſt vorhergehenden Nenner 159, ſo kommet der Bruch $\frac{4}{9}\frac{7}{6}\frac{9}{4}$. Endlich größert dieſen mit dem 5ten Quotienten 2, und addiret zu dem Zähler den nächſt vorhergehenden Zähler 80, und zu dem Nenner den nächſt vorhergehenden Nenner 161, ſo kommet der gegebene Bruch $\frac{1}{2}\frac{0}{0}\frac{3}{8}\frac{8}{9}$ ſelbſt; woraus zu erſehen, daß dieſer zugleich der kleinſte in ſolcher Verhältniß iſt. Und dürfet ihr dieſen Proceß nur gegen den vorigen §. 1480 halten, ſo könnet ihr deſſen Richtigkeit augenſcheinlich wahrnehmen.

N°. 2. Zu dem Bruche $\frac{1}{1}\frac{8}{0}\frac{3}{7}$ den kleinſten Bruch in ſolcher Verhältniß zu finden.

Dieſes Exempel iſt oben §. 646 N°. 2 angeführet,

und bey demſelben die Quotienten 5, 1 und 2 gefunden worden. Derowegen kommet die begehrte Rechnung folgendermaßen zu ſtehen:

	1		1	2	
1	|	1	|		3
5	|	6	|		17

Dieſer Bruch $1\frac{3}{7}$ iſt der begehrte kleinſte in ſolcher Verhältniß. Von dem Proceß aber iſt unnöthig beſondere Worte zu machen, weil ſolcher beym vorigen Exempel zur Genüge ausgeführet worden; und dürfet ihr denſelben nur gegen den Proceß §. 1481 halten, ſo werdet ihr deſſen Richtigkeit abermals klar erſehen können.

N°. 3. Zu dem Bruche $\frac{28}{104}\frac{82}{77}\frac{9}{5}$ den kleinſten Bruch in ſolcher Verhältniß zu finden.

Dieſes Exempel iſt oben §. 646 N°. 3 angeführet, und bey demſelben die Quotienten 3, 1, 1, 1, 2, 1, 3, 2 und 2 gefunden worden. Dannenhero ſtehet die verlangte Berechnung, als folget:

	1	1	1	2	1	3	2	2
1	| 1	| 2	| 3	| 8	| 11	| 41	| 93	| 227
3	| 4	| 7	| 11	| 29	| 40	| 149	| 338	| 825

Dieſer Bruch $\frac{2}{8}\frac{2}{2}\frac{7}{5}$ iſt der verlangte kleinſte, wie oben (ibid.) zu erſehen.

§. 1487. Aus dieſen verſchiedenen Exempeln iſt offenbar, daß die gegebene Regel nicht nur zu den gedachten Fällen §. 1478, ſondern auch zu allen andern Fällen allgemein ſey; allermaßen das vorhergehende Exempel N°. 3, von einem ſolchen Falle handelt, bey welchem 9 mal dividiret worden. Und wäre es mir ein leichtes geweſen, die vorigen Betrachtungen (§. 1479 und 1480) in undeterminirten Größen vorzuſtellen; allein ich habe ſolche aus eben derſelben Urſache, welche oben §. 1250 ſchon erwehnet, lieber in bloßen Zahlen deutlich vor Augen legen wollen.

§. 1488.

§. 1488. Man kann dieſe Regel auch auf einen ſolchen Fall appliciren und ſich zu Nutzen machen, wenn man einen großen Bruch in einen kleinern, in welchem der Nenner nach eigenem Belieben aus 2 oder 3 Ziffern beſtehen, und ſolcher kleinere Bruch gleichwol dem gegebenen größern der möglichſt nächſte ſeyn ſoll, verwandeln will. Solches aber allhier durch Exempel auszuführen, leidet der gegenwärtige Raum nicht: allermaßen derjenige, welcher die vorigen Betrachtungen, und ſonderlich das, ſo §. 1484 gemeldet worden, wohl verſtanden, die gedachte Application von ſelbſten anzuſtellen wiſſen wird.

§. 1489. Um zu errathen, was einer ſich für eine Zahl aufgeſchrieben oder in die Gedanken genommen; oder wie viel er Geld bey ſich habe, hat man insgemein (anderer kindiſchen Wege zu geſchweigen) folgende Manier: Man heißet ihn ſeine verborgene Zahl in 3, beſonders in 5, und beſonders in 7 dividiren, und die Reſidua aus jeder Diviſion anzeigen. Hieraus findet man die verborgene Zahl alſo:

Man multiplicire den Reſt bey 3 mit 70,
den Reſt bey 5 mit 21,
und den Reſt bey 7 mit 15.

Dieſe 3 Producte werden addiret, und die kommende Summe in 105 dividiret, ſo giebt der Reſt aus dieſer Diviſion die geſuchte verborgene Zahl.

Allein es muß auf ſolche Weiſe die verborgene Zahl nur unter 105 ſeyn. Von dem Grunde aber erachte ich unnöthig viele Worte zu machen. Nur ſo viel habe melden wollen, daß derſelbe eigentlich darinnen beſtehet, indem die Zahl 70 in 5 und 7 theilbar, in 3 aber 1 übrig läßt; die Zahl 21 in 3 und 7 theilbar, in 5 aber 1 übrig läßt; und die Zahl 15 in 3 und 5 theilbar, in 7 aber 1 übrig läßt.

§. 1490. Gleichwie es nun demjenigen, welcher den Grund dieſes Proceſſes verſtehet, ein leichtes iſt, auch an-

dere Divisores als 3, 5 und 7 zu nehmen; also haben auch einige Rechenmeister die verborgene Zahl, sowol durch andere drey, als auch durch mehr als nur drey Divisores zu finden angewiesen.

§. 1491. Michel Stiefel zeiget zu Ende seines Buches, wie man die verborgene Zahl auch nur durch 2 Divisores finden möge, und zwar solchergestalt:

Nehmet 2 Divisores deren Unterscheid 1 ist, und lasset euch, wie vorhin erwehnet, den Rest aus jeder Division melden, alsdenn multipliciret den Rest des kleinern Divisoris mit dem andern größern Divisore, und den Rest des größern Divisoris mit dem Quadrat des kleinern Divisoris; summiret beyde Producte, und dividiret das Collect durch das Product beyder Divisorum, so giebt der Rest die gesuchte verborgene Zahl.

Dieses hat zwar allerdings seine Richtigkeit, indem der größere Divisor in sich selbst theilbar, und in dem kleinern, weil ihre Differenz 1 ist, 1 übrig lässet; Also auch ist das Quadrat des kleinern Divisoris in denselben theilbar, und lässet in dem größern 1 übrig. Allein man muß nach dieser Manier allezeit solche Divisores nehmen, deren Unterscheid 1 ist.

§. 1492. Derowegen soll allhier gezeiget werden, wie man auch 2 andere Divisores nach eigenem Gefallen (wenn sie nur kein gemeines Maaß haben) nehmen möge. Und weil die ganze Sache darauf beruhet, um diejenigen Zahlen zu finden, welche in einen Divisorem theilbar, und in dem andern 1 übrig lassen, so will ich in folgender Aufgabe 2 Wege anzeigen, wie solche Zahlen nicht durch bloßes Tentiren, sondern regulirte Rechnung auszufinden sind.

Die

Die 204. Aufgabe.

§. 1493. Die möglichſt kleinſte Zahl zu finden, welche in eine gegebene Zahl theilbar, und in eine andere gegebene (wenn dieſe mit jener gegebenen kein gemeines Maaß hat) 1 zum Reſte läßt.

Ich will allhier gleich zu einem Exempel ſchreiten. Geſetzt man begehret die Zahl zu finden, welche in 586 theilbar, in 479 aber 1 übrig läſſet.

1ſte Art.

in 479 dividiret 586

Quot. 1, dieſen laſſet fahren Reſt 107

Hierauf procediret als folget:

in 107 dividiret die 479

Quot. 5 Complement (§. 552) 56

in 56 dividiret 479

Quot. 9 Compl. 25

in 21 dividiret 479

Quot. 23 Compl. 4

in 25 dividiret 479

Quot. 20 Compl. 21

in 4 dividiret 479

Quot. 120 Compl. 1

Da nun endlich das Complement 1 gekommen, ſo multipliciret, die gefundenen Quotienten 5, 9, 20, 23 und 120 in einander, kommen 2484000. Dieſes Product dividiret in 479, kommt zum Reſt 385. Solche zeigen an, daß, wenn man die 586 mit 385 multipliciret, das entſtehende Product 225610 von ſolcher Beſchaffenheit ſey, wie begehret worden.

2te Art.

in 479	dividiret 586	in 107	dividiret 479
Quot. 1	Reſt 107	Quot. 4	Reſt 51
in 51	dividiret 107	in 5	dividiret 51
Quot. 2	Reſt 5	Quot. 10	Reſt 1

Da nun der Reſt 1 iſt, ſo multipliciret ferner alle Quotienten nach der Ordnung in einander, und addiret zu jedem Product allemal die nächſt vorher darüber geſchriebene Zahl, alſo:

	der erſte Quotient	1
mit dem 2ten	4 multipliciret	4
mit dem 3ten	2 multipliciret und 1 add.	9
mit dem 4ten	10 multipliciret und 4 add.	94

Weil nun 4 Quotienten ſind, und alſo die Anzahl der geſchehenen Diviſionen gerade iſt, ſo ſubtrahiret ſolche 94 von 479, bleiben 385 übrig, wie vorhin nach der 1ſten Art. Gegentheils wenn die Anzahl der Diviſionen ungerade wäre, ſo würden die 94 ſelbſten die Zahl ſeyn, welche mit den 479 multipliciret die geſuchte Zahl geben.

Wer das Vermögen hat, der Sache ein wenig nachzudenken, der wird nicht allein den Grund dieſer 2 Arten, ſondern auch dieſes von ſelbſten finden können, daß man die erſte Art öfters dadurch merklich verkürzen kann, wenn man den Quotienten zuweilen mehr als nur um 1 größer als gewöhnlich ſetzet, und ſich des hierzu gehörigen Complements, in dem fernern Proceß bedienet, wodurch man öfters deſto eher zu dem Complement 1 gelanget.

§. 1494. Ob ich wol noch verſchiedene Anmerkun-

gen

gen allhier zu machen hätte, ſo bin doch gemüßiget abzubrechen, und ſolche für dieſes mal zurück zu laſſen. Nur dieſes einzige habe erinnern ſollen, wenn es nämlich umgewendet iſt, und eine ſolche Zahl verlanget wird, welche in die kleinere Zahl 479 theilbar, und in die größere 586, 1 übrig läſſet, daß man nur eben wie vorhin procediren darf, und wenn ihr die Zahl 385 gefunden, ſo ſubtrahiret ſolche von der kleinern 479, bleiben 94 übrig. Dieſe multipliciret mit der größern 586, und addiret zum Product allezeit 1, ſo kommen 55085, die begehrte Zahl, welche in 479 theilbar, und in 586, 1 übrig läſſet.

§. 1495. Nachdem nun gezeiget worden, wie man diejenigen Zahlen finden ſoll, welche in eine gegebene Zahl theilbar, und in eine andere gegebene 1 übrig laſſen, ſo iſt, es ferner ein leichtes (§. 1491) aus 2 gegebenen Diviſoribus (ſie mögen beſchaffen ſeyn, wie ſie wollen, wenn ſie nur kein gemeines Maaß haben) und ihren Reſiduis, die dividirte oder verborgene Zahl ausfündig zu machen. Ich will dieſes allhier durch dasjenige Exempel erklären, von welchem oben in der Regel Cöci §. 1366 N°. 2 Not. 2 gemeldet worden.

Die Zahlen unter 550 zu finden, welche in 7 theilbar, und in 15, 10 übrig laſſen.

Suchet erſtlich nach einer der vorhin gegebenen 2 Arten (§. 1293) die kleinſte Zahl, welche in 7 theilbar, und in 15, 1 übrig läſſet, ſo findet ihr gar bald, daß dieſelbe 91 ſey. Demnach multipliciret den gedachten Reſt 10 mit 91, kommen 910. Dieſes Product dividiret allezeit durch das Product beyder gegebenen Diviſorum 7 und 15 = 105, ſo entſtehet der Reſt 70, welcher die kleinſte Zahl iſt, ſo in 7 theilbar, und in 15, 10 übrig läſſet. Weil aber allhier nicht nur die kleinſte, ſondern alle die-

diejenigen Zahlen, welche von solcher Eigenschaft und unter 550 sind, begehret werden, so leget zu der gefundenen Zahl 70 das gedachte Product 105 so oft als es sich unter 550 thun lässet; als

70 + 105 = 175 Item 175 + 105 = 280
Item 280 + 105 = 385 Item 385 + 105 = 490

Demnach sind die verlangten Zahlen 70, 175, 280, 385 und 490, wie oben §. 1366 N°. 2 Not. 1 zu ersehen.

§. 1496. Auf gleiche Weise findet ihr die Auflösung zu der in des Paul Halckens Sinnen Confect, pag. 129 N°. 29, jedoch ohne Auflösung noch Antwort gegebenen Aufgabe, welche also heißet:

Es sey gekauft dreyerley Gewürz, insgesamt 40000 ℔ vor 200000 ℔ Lüb., vom ersten kostet das ℔ 12 ℔, vom 2ten 9 ℔, und vom 3ten 13 ß 5 ₰. Ist die Frage: Wie viel Facit in ganzen hierauf mögen gefunden werden, und welche dieselben seyn? Weil man hier die Partes im Sinne nicht errathen kann, so muß man sie durch regulirte Rechnung finden, und weil nur wenige Facit kommen, kann man sie wol sämtlich ansetzen.

Denn setzet nach der Regel Cöci:

		Diff.	
	A 2304 ₰	2143	
℔ 40000	B 1728 ₰	1567	384000000 ₰
6440000 (161	C 161 ₰		−6440000
			Rest 319600000

Demnach muß dieser Rest in 2 Stücke separiret werden, dergestalt, daß eines in 2143, und das andere in 1567 gerade aufgehen möge. Derowegen procediret nach Anzeigung §. 1366 N°. 2 Not. 1, und wie solches vorhin §. 1495 mit mehrern ausgeführet worden, so findet

ihr,

ihr, daß die verlangten Stücke auf 10erley Art genommen werden können, nämlich

	1)	A	31223510	oder 2)	A 27865429
		B	736490		B 4094571
oder	3)	A	245073 48	oder 4)	A 21149267
		B	7452652		B 10810733
oder	5)	A	17791186	oder 6)	A 14433105
		B	14168814		B 17526895
oder	7)	A	11075024	oder 8)	A 7716943
		B	20884976		B 24243057
oder	9)	A	4358862	oder 10)	A 1000781
		B	27601138		B 30959219

Folglich hat diese Aufgabe 10erley Antworten; welche ferner leicht zu finden sind.

§. 1497. Gleichergestalt könnet ihr durch die gedachten Regeln (§. 1493) auch dergleichen Aufgaben solviren, als in erwehntem Sinnenconfect pag. 218 die 189ste ist. Diese Aufgabe selbst aber ist ohnedem sehr leicht, deswegen will hiervon keine besondern Worte machen.

§. 1498. Weil ich eben von diesem Sinnenconfect rede, so habe dessen Autoris Geschicklichkeit in Algebraicis mit Ruhm zu gedenken, nicht unterlassen wollen, und muß man gestehen, daß in solchem Sinnenconfect viele curiöse und kunstreiche Rechnungen enthalten sind. Nur dieses will nicht von allen gerühmet werden, daß er als ein Lehrer, nicht allein die Antworten zu vielen Aufgaben, sondern auch bey den meisten, allwo er schon das Facit angegeben, gleichwol die Solutiones und Wege, wodurch solche Facite gefunden werden, gänzlich verschwiegen. Ich werde zu seiner Zeit zeigen, was ich mir dieser Solutionen wegen für Mühe gegeben; voritzo aber will ich nur von der 359sten Aufgabe pag. 279 sequ. melden. Diese lautet als folget:

Wie

Wie aus 3, die Quadratwurzel nach der unendlichen Näherung (jedoch nicht durch die Decimalextraction) zu finden.

Hierauf heißt es weiter:

Von $1\frac{4}{5}$ ſubtrahiret $1\frac{1}{5} + * \frac{1}{6} q + * \frac{3}{9} q + * 1\frac{5}{2} q + * 1\frac{7}{5} q + * 1\frac{9}{8} q$ ꝛc. Dieſe Series erſtreckt ſich unendlich. Es ſtehen aber Zähler und Nenner beyde in arithm. Progreßion, bey den Zählern iſt die Differenz 2, und bey den Nennern 3, und iſt $q = \frac{1}{9}$. Hierauf wird nun die Solution folgendergeſtalt verrichtet:

1 0000000000000000000 ꝛc. Hieraus $1\frac{1}{5}$

06666666666666666666	mit	$\frac{1}{6}$ q.
12345679012345679 0	mit	$\frac{3}{9}$ q.
45724737 0 8276177	mit	$1\frac{5}{2}$ q.
2116885976 0 5378	mit	$1\frac{7}{5}$ q.
1097644580 1760	mit	$1\frac{9}{8}$ q.
6098025445 42	mit	$\frac{1}{2}\frac{1}{7}$ q.
3549115338 6	mit	$\frac{1}{2}\frac{3}{4}$ q.
2136041639	mit	$\frac{1}{2}\frac{5}{7}$ q.
131854422	mit	$\frac{1}{3}\frac{7}{0}$ q.
8301945	mit	$\frac{1}{3}\frac{9}{3}$ q.
531100	mit	$\frac{2}{3}\frac{1}{0}$ q.
34423	mit	$\frac{2}{3}\frac{3}{9}$ q.
2255	mit	$\frac{2}{4}\frac{5}{2}$ q.
149	mit	$\frac{2}{4}\frac{7}{5}$ q.
10	mit	$\frac{2}{4}\frac{9}{8}$ q.

0679491924311227 0 647

$1\frac{4}{5}$. 1.8000000000000000000

Fac. 1.732050807568877293 53

Auf

Auf eine andere Manier.

Von $1\frac{3}{4}$ subtrahiret $\frac{1}{5\,6} + * \frac{1}{4}q + * \frac{3}{6}q + * \frac{5}{8}q + * \frac{7}{1\,0}q + * \frac{9}{1\,2}q$ &c. so kömmt ebenfalls die Quadratwurzel aus 3.

Die Zähler und Nenner stehen ebenfalls in arithmet. Progreßion, und ist die Differenz beyderseits 2. Es ist aber allhier $q = \frac{1}{4\,9}$.

1000000000000000000000 &c. Hieraus $\frac{1}{5\,6}$

017857142857142857142	=	$\frac{1}{4}$ q.
911078717201166180	=	$\frac{3}{6}$ q.
92967216040935 32	=	$\frac{5}{8}$ q.
11858063270 5274	=	$\frac{7}{1\,0}$ q.
1694009038646	=	$\frac{9}{1\,2}$ q.
259287097 75	=	$\frac{1}{1}\frac{1}{4}$ q.
415766483	=	$\frac{1}{1}\frac{3}{6}$ q.
6894087	=	$\frac{1}{1}\frac{5}{8}$ q.
117246	=	$\frac{1}{2}\frac{7}{0}$ q.
2033	=	$\frac{1}{2}\frac{9}{2}$ q.
35	=	$\frac{2}{2}\frac{1}{4}$ q.

017949192431122706 4725
1.750000000000000000000

Fac. 1.732050807568877293 5274, wie vorhin.

Die dritte Manier.

Von $1\frac{4}{5}\frac{1}{6}$. subtr. $\frac{1}{1\,0}\frac{1}{8}\frac{1}{24} + * \frac{1}{4}q + * \frac{3}{6}q + * \frac{5}{8}q + * \frac{7}{1\,0}q$ &c.

Allhier ist $q = \frac{1}{3\,4\,3}$.

1000000000000000000000000. Hieraus $\frac{1}{10}\frac{1}{8}\frac{1}{4}$

00009204712812960235 64 = = $\frac{1}{4}$ q.
2445720271272 2 = = $\frac{3}{6}$ q.
1299670672 = = $\frac{5}{8}$ q.
86331 = = $\frac{7}{10}$ q.
6 + 2

00009204957397984932 97
1.732142857142857142857 1

Fac. 1.732050807568877293527 4.

Diesem füget er endlich hinzu: **daß der kunstverständige Leser den Ursprung, woher diese Extractiones oder vielmehr Series in Brüchen entstehen, von selbsten leicht würde merken können;** und rühmet er insonderheit die Kürze der 3ten Manier, weil in solcher die Glieder stark abnehmen.

Nun weiß ich zwar nicht, was er für **kunstverständige Leser** verstanden habe, allermaßen dieses gewiß ist, daß, so wenig als von jedem Kunstverständigen prätendiret werden kann, daß er darum alles wissen müßte, eben so wenig ist gedachter Ursprung so gemein, und einem jeden Kunstverständigen so schlechterdings bekannt. Indessen will ich allhier nicht nur den Ursprung seiner angegebenen Serierum, sondern auch noch 2 andere weit kürzere Manieren samt ihrem Ursprung und Grund anzeigen:

Die Quadratwurzel aus $a^2 - x^2$ ist, (wie solches insonderheit in des Hrn. Hofrath Wolfens 4ten Theile seiner Anfangsgründe Edit. 1717 in der 28ten Aufgabe bereits dargethan worden)

a—

$$a - \frac{x^2}{2a} - \frac{x^4}{8a^3} - \frac{x^6}{16a^5} - \frac{5x^8}{128a^7} - \frac{7x^{10}}{256a^9}$$ u. s. w. unendlich.

Wenn ihr nun a lasset = a, das andere Glied aber benennet B, das 3te C, das 4te D ꝛc., so hat man folgende Seriem:

$$a - \frac{x^2}{2a} - \frac{x^2}{4a^2}B - \frac{x^2}{2a^2}C - \frac{5x^2}{8a^2}D - \frac{7x^2}{10a^2}E \text{ ꝛc.}$$

Diese Reihe, in welcher jedes Glied aus seinem nächst vorhergehenden Gliede genommen wird, kommt nach des gedachten Autoris Zeichen in dem Sinnenconfect (welcher die Multiplication durch * bemerket) folgendergestalt:

$$a - \frac{x^2}{2a} - * \frac{x^2}{4a^2} - \frac{x^2}{2a^2} - * \frac{5x^2}{8a^2} - * \frac{7x^2}{10a^2} \text{ ꝛc.}$$

Wenn nun die Quadratwurzel aus 3 begehret wird, und man setzet, dieselbe sey $1\frac{4}{5} = a$, so ist $a^2 = \frac{81}{25} = 3\frac{6}{25}$. Es soll aber das Quadrat oder $a^2 = 3$ seyn; derowegen benennet die übrigen $\frac{6}{25}$ mit x^2, so habt ihr $a^2 - x^2 = 3$, folglich $r(a^2 - x^2) = r\,3$. Nun ist $r(a^2 - x^2) =$ der vorhin gemeldten Seriei; dannenhero resolviret solche Reihe in Zahlen, so kommt $r\,3 = 1\frac{4}{5} - \frac{1}{11\frac{1}{5}} - * \frac{1}{3\frac{1}{4}} - * \frac{1}{2\frac{1}{7}} - * \frac{5}{108} - * \frac{7}{13\frac{7}{5}}$ ꝛc. Weil aber die Nenner von 54 an immerfort in 9 theilbar, so setzet $\frac{1}{9} = q$, so habt ihr diejenige Reihe Brüche, welche mehr gemeldter Autor in seiner ersten Manier angegeben, nämlich $r\,3 = 1\frac{4}{5} - \frac{1}{11\frac{1}{5}} - * \frac{1}{6}q - * \frac{3}{9}q - * \frac{5}{12}q - * \frac{7}{13\frac{7}{5}}q$ ꝛc. oder wie es nach den eigenen Worten allda heißt: Von $1\frac{4}{5}$ subtrah. $\frac{1}{11\frac{1}{5}} + * \frac{1}{6}q + * \frac{3}{9}q + * \frac{5}{12}q + * \frac{7}{13\frac{7}{5}}q$ ꝛc.

Nehmet ihr aber $a = 1\frac{3}{4}$, so ist $a^2 = \frac{49}{16} = 3\frac{1}{16}$.

Dieses soll aber nur 3 seyn; derowegen setzet das übrige $\frac{1}{1}\frac{1}{6} = x^2$, und procediret wie vorhin, so kommt, wenn ihr $\frac{1}{4}\frac{1}{9}$ mit q bemerket $\sqrt{3} = 1\frac{3}{4} - \frac{1}{5}\frac{1}{6} - \ast\frac{1}{4}q - \ast\frac{3}{6}q - \ast\frac{5}{8}q - \ast\frac{7}{1}\frac{7}{0}q$ &c. Diese ist die Series der gedachten andern Manier.

So ihr aber $a = 1\frac{4}{5}\frac{1}{6}$ setzet, so ist $a^2 = \frac{9}{3}\frac{4}{1}\frac{0}{3}\frac{9}{6} = 3\frac{1}{3}\frac{1}{3}\frac{1}{6}$. Wenn ihr nun dieses $\frac{1}{3}\frac{1}{1}\frac{1}{3}\frac{1}{6}$ setzet $= x^2$, und abermal wie vorhin procediret, jedoch $\frac{1}{9}\frac{1}{4}\frac{1}{0}\frac{1}{9}$ mit q bemerket, so erlanget ihr die Seriem der gedachten 3ten Manier, nämlich $\sqrt{3} = 1\frac{4}{5}\frac{1}{6} - \frac{1}{1}\frac{1}{0}\frac{1}{8}\frac{1}{6}\frac{1}{4} - \ast\frac{1}{4}q - \ast\frac{3}{6}q$ &c.

Gleichwie ich nun in dem vorhergehenden den Ursprung der Serierum angezeiget, welche oft erwehnter Autor angegeben hat; also will ich im folgenden noch 2 andere kürzere Manieren nebst ihrem Ursprunge darstellen.

Setzet $a = 1\frac{7}{1}\frac{9}{0}\frac{5}{8}\frac{3}{6}\frac{3}{4}$, so kommt nach voriger Weise $x^2 = \frac{1}{1}\frac{1}{1}\frac{1}{8}\frac{1}{0}\frac{1}{3}\frac{1}{6}\frac{1}{4}\frac{1}{9}\frac{1}{6}$, und folglich, wenn ihr $\frac{1}{3}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{0}\frac{1}{7}\frac{1}{9}\frac{1}{4}\frac{1}{8}$ mit q bemerket, $\sqrt{3} = 1\frac{7}{1}\frac{9}{0}\frac{5}{8}\frac{3}{6}\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\frac{1}{0}\frac{1}{8}\frac{1}{8}\frac{1}{5}\frac{1}{7}\frac{1}{7}\frac{1}{6} - \ast\frac{1}{4}q - \ast\frac{3}{6}q - \ast\frac{5}{8}q$ &c.

Ich will allhier nach dieser Manier die $\sqrt{3}$ bis auf 25 Ziffern, nebst 1, extrahiren. Solches stehet als folget:

Aus 1000000000000000000000000

nehmet $\frac{1}{4}\frac{1}{0}\frac{1}{8}\frac{1}{8}\frac{1}{5}\frac{1}{7}\frac{1}{7}\frac{1}{6} = 2445850245246382 4$

$\frac{1}{4}q =$ 17269076

$\frac{3}{6}q =$ 0

2445850246973290 0

$1\frac{7}{1}\frac{9}{0}\frac{5}{8}\frac{3}{6}\frac{3}{4} = 1.\ 7320508100147275405007363$

Fac. 1. 732050807568877293527446 3

Setzet ihr aber $a = 1\frac{2}{4}\frac{9}{0}\frac{9}{8}\frac{3}{8}\frac{0}{5}\frac{3}{7}\frac{2}{7}\frac{0}{7}\frac{1}{8}$, und verfahret nach meiner vorhin gegebenen Lehre, so kommt $\sqrt{3}$

$= 1$

$= 1\frac{2}{4}\frac{9}{0}\frac{9}{8}\frac{3}{8}\frac{0}{5}\frac{3}{5}\frac{2}{7}\frac{0}{7}\frac{1}{6} - 2447436850082779\frac{1}{52} - * \frac{1}{4}q$
$- * \frac{3}{8}q$ &c. und ist $q = 3014891\frac{1}{3}67053686529$.

Nach dieser Manier kommt die Berechnung durch eine einzige Division als folget:

Aus 1000000000000000000000000000
nehmet $\frac{1}{2447436850082779\frac{1}{52}} = 17269076$
$\frac{1}{4}q = 0$

$1\frac{2}{4}\frac{9}{0}\frac{9}{8}\frac{3}{8}\frac{0}{5}\frac{3}{5}\frac{2}{7}\frac{0}{7}\frac{1}{6} = 1.732050807568877295254353\frac{9}{}$

Fac. 1.732050807568877293527446 3

Wer dieses alles recht verstanden, der wird leichtlich begreifen können, daß man diese Methode noch weiter extendiren, und die Quadratwurzel aus 3 noch weit genauer als auf 25 Ziffern, und dennoch nur durch eine einzige Division finden kann.

Es dürfte aber jemand fragen, wie man eben auf die Brüche $1\frac{4}{5}$, oder $1\frac{3}{4}$, oder $1\frac{4}{5}\frac{1}{6}$, oder $1\frac{7}{1}\frac{9}{0}\frac{5}{8}\frac{3}{6}\frac{3}{4}$, oder $1\frac{2}{4}\frac{9}{0}\frac{9}{8}\frac{1}{8}\frac{0}{5}\frac{3}{5}\frac{2}{7}\frac{0}{7}\frac{1}{6}$ käme; so habe nicht unterlassen wollen, auch hiervon Erläuterung zu geben. Nämlich es stehet zwar frey a nach eigenem Belieben anzusetzen (wie solches in der That bey dem Bruche $1\frac{4}{5}$ geschehen) wenn nur a^2 etwas mehr als 3 ist; welcher Ueberschuß $= x^2$ gesetzt wird, (jedoch ich rede allhier nur von den vorhergehenden Manieren, denn sonst könnte ich euch zeigen, wie man zu verfahren habe, daferne a^2 weniger als 3 ist): Allein es ist klar, wenn man a dergestalt nimmt, damit x^2 einem solchen Bruche gleich wird, welcher zum Zähler nur 1 hat, daß die Ausrechnung hernach weit leichter von statten gehet (§. 446 und 447). Dieses nun zu finden, so setzet die Wurzel aus 3, die ich vorhin a benennet, $= y : z$, so ist das Quadrat $= y^2 : z^2$. Dieses begehret man aber

gleich $3\frac{1}{z^2}$, das ist $=(3z^2+1):z^2$; demnach muß $3z^2+1=y^2$ seyn: Folglich bestehet die fernere Ausfindung des verlangten Bruches vor a nur darinnen, daß man den Werth von z dergestalt nehmen müsse, damit $3z^2+1$ ein Rationalquadrat sey.

Setzet dahero $3z^2+1=$ dem Quad. $z^2p^2-2zp+1$

so ist	$3z^2$	$=$	z^2p^2-2zp
z)	$3z$	$=$	zp^2-2p
	$2p$	$=$	zp^2-3z
Fac.	$2p:(p^2-3)=$		z

Nun muß man p dergestalt nehmen, damit z in Ganzen komme. Derowegen setzet $p=2$, so ist $2p:(p^2-3)=z=4$; folglich $z^2=16$, und also $3z^2+1=y^2=$ dem Quad. 49. Dahero hat man $y:z=7:4=1\frac{3}{4}$. Dieses ist der angesetzte Bruch in der vorhin gemeldten 2ten Manier.

Hieraus finden sich ferner die Brüche zu den gedachten andern Manieren. Denn wenn man bey der Gleichung $2p:(p^2-3)=z$, den Nenner p^2-3 gleich einer Unität setzet, so kommt z in Ganzen: Derowegen setzet solchen Nenner = dem vorhin gefundenen Quadrat $4\frac{9}{16}-3=1\frac{1}{16}$, so habt ihr $p=\frac{7}{4}$, folglich $2p:(p^2-3)=z=56$ einer ganzen Zahl. Mithin ist $z^2=3136$, und also $3z^2+1=y^2=$ dem Quadrat 9409. Demnach hat man $y:z=97:56=1\frac{41}{56}$. Das ist der Bruch in der gedachten 3ten Manier.

Auf gleiche Weise findet ihr hieraus ferner den Bruch $1\frac{7}{10}\frac{9}{28}\frac{5}{44}\frac{3}{4}$ in meiner obgegebenen 4ten Manier, wenn ihr

den

den erwehnten Nenner p^2-3 gleich ſetzet mit dem itzt gefundenen Quad. $\frac{9}{3}\frac{4}{1}\frac{0}{3}\frac{9}{6}$; und gleichergeſtalt könnet ihr hernach weiter den Bruch in meiner obigen 5ten Manier finden.

Die 205. Aufgabe.

§. 1499. Das Product zweyer Zahlen durch Hülfe der Quadrattabellen zu finden.

I. Addiret zu- und ſubtrahiret von einander die gegebenen 2 Zahlen, und halbiret ſowol die Summe als den Reſt.

II. Suchet die Quadrate auf ſolche 2 Hälften (wenn ſie zu groß, und ihr dieſelben nicht aus dem Kopfe wiſſet) in den gedachten Tabellen, und ſubtrahiret das kleinere Quadrat von dem größern, ſo kommet das verlangte Product.

Z.E. Das Product von 7×13 zu finden. Sa. ſaget: 7 zu- und von 13 geben 20 und 6

2)

10 und 3

Demnach ſubtrahiret 3^2 von 10^2, das iſt, 9 von 100, kommen 91, das geſuchte Product.

Gleichergeſtalt procediret auch bey größern Zahlen.

Beweis.

Die halbe Summe beyder Factorum iſt das arithmetiſche Medium zwiſchen ſolchen Factoribus (§. 1424). Wenn ihr nun dieſes a, und die halbe Differenz beyder Factorum b benennet, ſo iſt der größere Factor $= a+b$, und der kleinere $= a-b$. Dieſe, als nämlich $a+b$ und $a-b$, ſollen in einander multipliciret werden. Nun iſt aber das Product von $(a+b) \times (a-b) = a^2 - b^2$:

Derowegen ist klar, wenn man das Quadrat b^2, als der halben Diff., von dem Quadrat a^2, als der halben Summe, subtrahiret, daß das verlangte Product kommen müsse.

§. 1500. Eben hieraus entstehet die gemeine Regel, wodurch die Partes aliquotâ einer ungeraden und schwer zu theilenden Zahl gefunden werden, nämlich: Man addire zu derselben Zahl eine solche Quadratzahl, damit die Summe gleichfalls ein Rationalquadrat seyn möge, so giebt die Summe und die Differenz beyder Wurzeln dieser Quadrate die verlangten Partes aliquotas, oder die Factores zu selbiger Zahl. Im Falle man aber keine solche zu zulegende Quadratzahl finden kann, so ist die gegebene Zahl ganz gewiß eine Primzahl.

§. 1501. Ich hätte hiervon, und sonderlich auf was Art die zuzulegende Quadratzahl zu finden sey, noch ein vieles zu melden: Allein ich sehe mich gemüßiget voritzo abzubrechen.

Die 206. Aufgabe.

§. 1502. Die Summe der Kugeln, wie sie in den Zeughäusern und Festungen aufgehäufet zu werden pflegen, kurz zu finden.

Insgemein findet man dreyerley Art solcher Aufhäufungen, nämlich

1. Nach der Figur eines Triangels;
2. Nach der Figur eines Quadrats;
3. Nach der Figur eines länglichen Vierecks;

in allen 3en Figuren aber sind sie gemeiniglich oben zugespitzet.

Von

Von der 1sten Figur.

I. Zählet die unterste Reihe von einer Seite, und suchet dieser Anzahl ihre Quadrat- und Cubiczahl.

II. Addiret die Cubiczahl, die dreyfache Quadratzahl, und die zweyfache Wurzel (das ist das Duplum der gedachten Anzahl selbst) zusammen, und dividiret die kommende Summe allezeit in 6, so kommt die begehrte Summe des ganzen Haufens.

Z. E. Wenn die unterste Reihe von einer Seite 12 ist, so addiret

12^3, 3×12^2, und 2×12

das ist 1728, 432, und 24 zusammen, kommen 2184. Diese dividiret in 6, kommt die begehrte Summe 364 Kugeln.

Oder überhaupt: Wenn die unterste Reihe von einer Seite $= a$, so ist die gesuchte Summe aller Kugeln $(a^3 + 3a^2 + 2a) : 6$.

Von der 2ten Figur.

I. Zählet wie vorhin die unterste Reihe von einer Seite, und suchet ihre Quadrat- und Cubiczahl.

II. Addiret die zweyfache Cubiczahl, die 3fache Quadratzahl, und die Wurzel oder gemeldete Reihe selbst, zusammen, und dividiret das kommende abermal in 6.

Z. E. Es sey die mehrgedachte unterste Reihe 12, so addiret 2×12^3, 3×12^2, und 12, das ist, 3456, 432 und 12, zusammen, kommen 3900. Diese dividiret in 6, so kommet die verlangte Summe 650 Kugeln.

Oder überhaupt: Wenn die unterste Reihe $= a$, so ist die begehrte Summe aller Kugeln $(2a^3 + 3a^2 + a) : 6$.

Von der 3ten Figur.

I. Zählet die unterste Reihe von einer Seite, sowol nach der Länge als insbesondere nach der Breite, und suchet nur dieser letztern ihre Quadrat- und Cubiczahl.

II. Addiret solche Quadratzahl zu ihrer Wurzel, die kommende Summe multipliciret mit der dreyfachen gedachten Länge, und leget zu dem Product die Wurzel selbst.

III. Von diesem Collect subtrahiret die erwehnte Cubiczahl, und dividiret den Rest allezeit in 6.

Z. E. Es sey die unterste Reihe nach der Länge 20 und nach der Breite 12; da ist die Quadrat- und Cubiczahl auf 12, 144 und 1728. Demnach addiret 144 zu 12, kommen 156. Diese multipliciret mit $3 \times 20 = 60$, kommen 9360. Hierzu addiret die Wurzel 12, kommen 9372. Hiervon subtrahiret die Cubiczahl 1728, restiren 7644. Diesen Rest dividiret endlich in 6, kommet die gesuchte Summe 1274 Kugeln.

Oder überhaupt: Wenn die unterste Seite nach der Länge $= a$, und nach der Breite $= b$, so ist die begehrte Summe aller Kugeln $(3\,b^2a + 3\,b\,a + b - b^3) : 6$.

§. 1503. Der Grund dieser Regeln lieget in den Pyramidalzahlen, von deren Summirung ich (wie §. 1437 schon gemeldet) zu anderer Zeit handeln werde. Indessen wer den Grund solcher Summirung verstehet, der kann zu nächst gedachter Aufgabe noch andere Regeln angeben.

§. 1504. Bey dieser Gelegenheit da ich allernächst von der Kriegsmunition erwehnet, hätte ich gerne noch ein besonder curiöses Stück vorstellig gemacht, wie man nämlich bey einer regulären Festung den körperlichen Inhalt des ganzen Walles, oder wie es sonst genennet wird,

desselben Profiles, auf eine sehr kurze Art finden möge; allein, weil soches ohne Beyfügung geometrischer Figuren, nicht füglich erkläret werden kann; so habe dasselbe bis zu anderer Gelegenheit aussetzen müssen.

§. 1505. Indessen gleichwie unsere Gedanken gemeiniglich so an einander hangen, daß einer den andern veranlasset, also erinnere mich, da ich hiernächst von einer 4eckigten Figur erwehnet, einem gewissen Freunde versprochen zu haben, in gegenwärtigem Werke auch von den so genannten Zaubertabellen (woraus die alten Rechenmeister nicht wenig Wesens gemacht) Meldung zu thun: Dannenhero, ob ich gleich solches nur für Kleinigkeiten achte, so habe dennoch meinem Versprechen zu Folge hiervon etwas gedenken wollen, jedoch weil von den Quadraten der ungeraden Felder in vielen andern Rechenbüchern schon angezeiget worden; da hingegen die Quadrate der geraden Felder für intricater und künstlicher (ich rede allhier nach der Sprache einiger Autorum) geachtet werden; als will nur folgende gerade Figuren vorstellen.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Allhier habt ihr in diesen 4 ⋉ 4, oder 16 Feldern, die Zahlen von 1 bis 16, und beträgt die Summe jeder Reihe in der Länge, Breite, und über Eck gleich viel, nämlich 34.

36	31	7	8	27	2
3	26	13	12	23	34
4	15	20	21	18	33
5	19	16	17	22	32
28	14	25	24	11	9
35	6	30	29	10	1

Allhier sind in 6 ⋉ 6, oder 36 Feldern, die Zahlen von 1 bis 36 eingeschrieben, und kommt allenthalben 111.

64	5	59	58	8	9	55	2
3	50	45	21	22	41	16	62
4	17	40	27	26	37	48	61
11	18	29	34	35	32	47	54
12	19	33	30	31	36	46	53
52	42	28	39	38	25	23	13
51	49	20	44	43	24	15	14
63	60	6	7	57	56	10	1

Allhier sind in 8 × 8, oder 64 Feldern, die Zahlen von 1 bis 64 eingeschrieben, und kommt allenthalben 260.

100	91	11	12	88	87	15	16	83	2
3	82	23	77	76	26	27	73	70	98
4	21	68	63	39	40	59	34	80	97
96	22	35	58	45	44	55	66	79	5
95	29	36	47	52	53	50	65	72	6
7	30	37	51	48	49	54	64	71	94
8	70	60	46	57	56	43	41	31	93
9	69	67	38	62	61	42	33	32	92
84	81	78	24	25	75	74	28	19	17
99	10	90	89	13	14	86	85	18	1

Allhier sind in 10 × 10 oder 100 Feldern, die Zahlen von 1 bis 100 eingeschrieben, und kommet überall 505.

Ich könnte die Zahlen in diesen Figuren auch auf eine andere Art versetzen; nicht minder, wie andere beliebige Zahlen, als die gedachten 34, 111, 260, und 505, zu beschreiben sind; desgleichen auch den Grund und Wege, wie solche Rangirung zu finden sey, allhier anzeigen: Allein ich achte dieses, wie vorhin schon gemeldet, nur für Kleinigkeiten, viel lieber will ich allhier noch von der Versetzung der Buchstaben, wovon oben (§. 74 N°. 4) schon erwehnet worden, folgendes melden.

Die

Die 207. Aufgabe.

§. 1506. **Zu finden, wie vielmal die Ordnung einer gewiſſen Anzahl neben einander geſetzter Sachen, ihren Stellen nach, verändert werden kann, damit niemalen eine Ordnung der andern gleich kommet.**

Multipliciret die ordentlichen Zahlen, von 1 anfangend bis zu ſolcher Anzahl, in einander, ſo kommet was verlanget wird.

Z. E. Man begehret zu wiſſen, wie vielmal die Ordnung der 24 Buchſtaben des Alphabets, ihren Stellen nach, zu verändern ſey?

So multipliciret die Zahlen 1. 2. 3. 4. 5. ꝛc. bis 24 incluſive in einander, kommen

620448401733239439360000,

ſo vielmal kann ermeldte Ordnung verändert werden.

Beweis.

Zwey Buchſtaben, als A und B, leiden 2 Ordnungen, als AB und BA. Wenn nun hierzu der dritte, als C, kommt, ſo kann jeder derſelben 2mal in ſeiner Stelle bleiben, da inzwiſchen die andern beyden die Ordnung ändern; folglich leiden ſie 3 mal 2, das iſt 6 Ordnungen, als

ABC, BAC, ACB, CAB, CBA, BCA

kommt nun noch der 4te, als D, darzu, ſo kann jeder von ihnen 6mal in ſeiner Stelle bleiben, da indeſſen die andern drey die Ordnung verändern; demnach leiden ſie 4 mal 6, das iſt 24 unterſchiedene Ordnungen, als

ABCD

ABCD	ABDC	ACDB	BCDA
BACD	BADC	CADB	CBDA
ACBD	ADBC	ADCB	BDCA
CABD	DABC	DACB	DBCA
CBAD	DBAC	CDAB	DCBA
BCAD	BDAC	DCAB	CDBA

Solchergestalt findet ihr, daß 5 Buchstaben 5 mal 24, das ist 120 mal; 6 Buchstaben 6 mal 120, das ist 720; 7 Buchstaben 7 mal 720, das ist 5040 mal, u. s. w. ihre Ordnung verändern können: Derowegen dürfet ihr nur die natürlichen Zahlen, wie gelehrt, ordentlich in einander multipliciren, so erlanget ihr was begehret wird.

§. 1507. Indem ich auf Verlangen verschiedener Freunde noch einige dergleichen Sachen, die man insgemein Curiosa nennet, vorstellen, und selbige aus den in meiner Jugend entworfenen Schriften hervorsuchen wollen, fand ich eine Aufgabe aus einem gewissen Autore, welcher kein Facit, sondern folgende Reime beygefüget worden:

Wer diese letzte Frag aus wahrem Grund solviret,
Verdienet, daß man ihn mit Ehr und Lob bezieret,
Und zur geehrten Schaar geschickter Männer führet.

Die Aufgabe selbsten aber lautet also: Es sind gekauft

(A) 17 ℔ Mandeln, 20 ℔ Sardellen, 24 ℔ Mastix, 34 ℔ Cardomomen, und 30 ℔ Thee, pro 538 fl.

(B) 18 ℔ Mandeln, 24 ℔ Sard. 27 ℔ Mastix, 33 ℔ Card. und 42 ℔ Thee, pro 585 fl.

(C) 14 ℔ Mandeln, 18 ℔ Sard. 21 ℔ Mastix, 29 ℔ Card. und 32 ℔ Thee, pro 456 fl.

(D) 12 ℔ Mandeln, 16 ℔ Sard. 18 ℔ Mastix, 21 ℔ Card. und 30 ℔ Thee, pro 408 fl.

(E) 21 ℔ Mandeln, 28 ℔ Sard. 30 ℔ Mastix, 37 ℔ Card. und 44 ℔ Thee, pro 625 fl.

Nun ist die Frage: Was das ℔ von jeder solcher Waare gekostet habe?

Die vorhin gemeldten Reime encouragirten mich damals, das

Facit

Facit zu dieser Aufgabe ausfindig zu machen: Allein ich fand bey genauer Untersuchung, daß solche sich selbsten widerspricht und unrichtig sey, welches ich allhier, jedoch ohne Präjudiz des Autoris (indem solche Unrichtigkeit gar leicht durch Druckfehler entstanden seyn kann), sondern nur deswegen, damit auch andere Liebhaber den versprochenen Verdienst nicht vergeblich suchen mögen, erweisen und offenbar darlegen wollen.

Benennet Mandeln mit m, Sard. mit s, Mastix mit a, Card. mit c und Thee mit t, so habt ihr bey

(A) ℔ 17 m + 20 s + 24 a + 34 c + 30 t pro 538 fl.
ab (D) ℔ 12 m + 16 s + 18 a + 21 c + 30 t pro 408 fl.

Rest ℔ 5 m + 4 s + 6 a + 13 c pro 130 fl.

Ferner (C) ℔ 14 m + 18 s + 21 a + 29 c + 32 t pro 456 fl.
ab (D) ℔ 12 m + 16 s + 18 a + 21 c + 30 t pro 408 fl.

Rest ℔ 2 m + 2 s + 3 a + 8 c + 2 t pro 48 fl.

(6

Prod. ℔ 12 m + 12 s + 18 a + 48 c + 12 t pro 288 fl.

Weiter (B) ℔ 18 m + 24 s + 27 a + 33 c + 42 t pro 585 fl.
ab (D) ℔ 12 m + 16 s + 18 a + 21 c + 30 t pro 408 fl.

Rest ℔ 6 m + 8 s + 9 a + 12 c + 12 t pro 177 fl.

Diesen Rest subtrahiret von dem vorigen Product

Rest ℔ 6 m + 4 s + 9 a + 36 c pro 111 fl.

Von diesem letzten Reste subtrahiret den vorhergehenden allererſten Rest, so restiren ℔ 1 m + 3 a + 23 c pro — 19 fl., das ist nicht nur nichts, sondern 19 fl. weniger als nichts. Da aber dieses ungereimt ist, so erhellet auch offenbar, daß die erwehnte Aufgabe unrichtig seyn muß.

§. 1508. Zum Beschluß will ich noch folgende curiöse Aufgabe nebst ihrer Solution vorstellig machen.

Die

Die 208. Aufgabe.

Es sind 2 arithmetische Progreßionen ordentlich unter einander geschrieben, als z. E.

3/9 10/11 17/13 24/15 ꝛc. die Diff. 7

9 11 13 15 ꝛc. die Diff. 2

Nun wird gefragt: Im wie vielsten Gliede wird die obere, durch ihre untere Zahl gerade aufgehen, oder aber, ob solches niemalen möglich sey?

I. Multipliciret das 1ste unterste Glied mit der Differenz der obersten Progreßion; und das 1ste oberste Glied mit der Differenz der untersten Progreßion.

II. Subtrahiret dieses Product von jenem, und schreibet die bleibende Zahl nebst ihren Partibus aliquotis (da sie welche hat) vor euch hin.

III. Subtrahiret von jeder dieser vor euch hingeschriebenen Zahlen, wo es angehet, das 1ste unterste Glied, dividiret die Reste in die Differenz der untersten Progreßion, und merket die Quotienten, bey welchen die Division gerade aufgegangen.

IV. Addiret zu jeden dieser Quotienten 1, so zeigen die entstehenden Zahlen im wie vielsten Gliede, vom 1sten anfangend, eine obere durch ihre untere Zahl gerade aufgehet.

V. Dafern aber die erforderliche Subtraction im Art. II.; oder im Art. III. bey keiner der vor euch hingeschriebenen Zahlen wirklich geschehen kann; oder auch wenn keine der gedachten Divisionen gerade aufgehen,

so ist

so ist auch bey solchen Progreßionen kein Glied zu finden, bey welchem die obere durch ihre untere Zahl divisibel wäre.

Es kommet demnach die Berechnung des gegebenen Exempels, wie folget:

Das Glied 9 mit der Diff. 7 multipl. geben 63

Das Glied 3 mit der Diff. 2 multipl. geben 6. Rest 57.

Hieraus sind die Partes aliquotä 3 und 19. Demnach

schreibet vor euch	57	3	19
hiervon subtrahiret	9	9	9
Rest	48	=	10

2)

24 = 5. Hierzu addiret 1

kommt Fac. 25 6. Dieses zeiget an, daß in dem 6ten und 25sten Gliede die obere durch die untere Zahl gerade aufgehen werde.

Probe. Suchet (§. 1420) die 6ten und 25sten Glieder dieser Progreßionen, so kommen in jenen 38 und 19, und in diesen 171 und 57, da denn sowol 38 durch 19, als auch 171 durch 57 gerade aufgehen, wie begehret.

Item: Es seyn die Progreßionen 11 20 29 38 ꝛc.

7 8 9 10 ꝛc.

Also: Von 7 × 9 = 63 subtrahiret 11 × 1. Rest 52.

Demnach schreibet vor euch	52	2	26	4	13
hiervon subtrahiret	7	7	7	7	7
Rest	45	=	19	=	6. Add. 1

(weil 1 nicht dividiren kann) Fac. 46 20 7 in diesen Gliedern gehet die obere durch die untere Zahl auf.

Die

Die völlige Ausführung und der Beweis von dieſer Aufgabe, welche mir in einer gewiſſen algebraiſchen Aequation nicht geringe Dienſte gethan, folget zu anderer Zeit. Alſo könnte und wollte ich auch gerne dieſe Miſcellanea mit unterſchiedlichen curiöſen Sachen noch vermehret haben: Allein eben die Urſache, durch welche ich gemüßiget worden, dieſe Miſcellanea nicht ſo gründ- und umſtändlich, wie ich vorhin gewohnt war, ſondern in möglichſter Kürze abzufaſſen (§. 1477), nöthiget mich nunmehro,

gegenwärtiges Werk in Gottes Namen zu ſchließen,

und demſelben allhier zu machen ein

E N D E.

EIGENTHUM DER STADT AUGSBURG

8° H
Clausberg
1748]

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Clausberg, Christlieb <<von>>,

C. von Clausbergs Demonstrative Rechenkunst, Oder Wissenschaft, gründlich und kurz zu rechnen worinnen nicht nur sowol die gemeinen, als allerhand vortheilhafte Rechnungsarten überhaupt, nebst sehr compendiösen Proben, sondern auch die Wechsel-Arbitragen ... & andere Kaufmännische Rechnungen ... gelehret ... ; Anbey eine Beschreibung der Europäischen Münzen,

Leipzig 1748

Augsburg, Staats- und Stadtbibliothek -- H 455
urn:nbn:de:bvb:12-bsb11251149-2
VD18 11109696-010